

Материалы секции
МАТЕМАТИКА



17-26 апреля 2023
НОВОСИБИРСК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МНСК-2023

МАТЕМАТИКА

Материалы
61-й Международной научной студенческой конференции
17 – 26 апреля 2023 г.

Новосибирск
2023

УДК 51;53;004
ББК 22.1я431
М 431

Научный руководитель секции – д-р физ.-мат. наук, акад. РАН С. С. Гончаров

Председатель секции – д-р физ.-мат. наук, проф. РАН И. В. Марчук

Зам. председателя секции – канд. физ.-мат. наук И. И. Тахонов

Ответственный секретарь секции – Т. И. Тихонова

Экспертный совет секции

канд. физ.-мат. наук С. В. Агапов	д-р физ.-мат. наук Ю. М. Лаевский
д-р физ.-мат. наук П. Е. Алаев	канд. физ.-мат. наук С. А. Литвиненко
канд. физ.-мат. наук И. С. Ануреев	канд. физ.-мат. наук А. В. Логачев
канд. техн. наук С. М. Анцыз	д-р физ.-мат. наук В. И. Лотов
И. Г. Бакулина	д-р физ.-мат. наук Н. И. Макаренко
канд. физ.-мат. наук А. Е. Беднякова	д-р физ.-мат. наук А. Д. Медных
канд. физ.-мат. наук Э. А. Бибердорф	канд. физ.-мат. наук А. А. Мельников
И. Ю. Бондаренко	д-р физ.-мат. наук С. П. Одинцов
канд. физ.-мат. наук Л. Н. Бондарь	д-р физ.-мат. наук В. А. Огородников
канд. физ.-мат. наук М. А. Бульонков	д-р физ.-мат. наук С. М. Пригарин
канд. физ.-мат. наук И. А. Быкадоров	канд. физ.-мат. наук Е. И. Прокопенко
д-р физ.-мат. наук А. В. Васильев	канд. физ.-мат. наук Э. О. Рапопорт
д-р физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН А. Ю. Веснин	канд. физ.-мат. наук А. А. Редюк
д-р физ.-мат. наук А. В. Войтишек	д-р физ.-мат. наук К. К. Сабельфельд
д-р физ.-мат. наук В. П. Голубятников	Т. К. Савилова
канд. физ.-мат. наук Я. Л. Гурьева	д-р физ.-мат. наук С. А. Саженок
канд. физ.-мат. наук М. Н. Давыдов	канд. физ.-мат. наук М. А. Скворцова
д-р физ.-мат. наук Г. В. Демиденко	канд. физ.-мат. наук О. П. Стояновская
канд. физ.-мат. наук Ф. А. Дудкин	канд. физ.-мат. наук А. С. Тарасенко
А. А. Егоров	канд. физ.-мат. наук И. И. Тахонов
канд. физ.-мат. наук П. Г. Емельянов	А. А. Тимошенко
д-р физ.-мат. наук А. И. Ерзин	Е. И. Хлестова
канд. физ.-мат. наук Д. В. Есипов	канд. физ.-мат. наук И. Д. Черных
М. И. Иванов	д-р физ.-мат. наук А. А. Чесноков
канд. биол. наук Ф. В. Казанцев	канд. физ.-мат. наук Д. В. Чирков
д-р физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН Е. В. Карпов	Н. А. Чумакова
д-р физ.-мат. наук А. И. Кожанов	канд. техн. наук В. И. Шелехов
д-р физ.-мат. наук П. С. Колесников	д-р физ.-мат. наук М. А. Шишленин
д-р физ.-мат. наук А. В. Кононов	канд. физ.-мат. наук Н. Д. Шмакова

М 431 Математика : Материалы 61-й Междунар. науч. студ. конф. 17–26 апреля 2023 г. / Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2023. — 302 с.

ISBN 978-5-4437-1440-0

УДК 51;53;004
ББК 22.1я431

ISBN 978-5-4437-1440-0

DOI 10.25205/978-5-4437-1440-0

© СО РАН, 2023
© Новосибирский государственный университет, 2023

SIBERIAN BRANCH OF THE RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES
MINISTRY OF SCIENCE AND HIGHER EDUCATION
OF THE RUSSIAN FEDERATION
NOVOSIBIRSK STATE UNIVERSITY

ISSC-2023

MATHEMATICS

Proceedings
of the 61th International Scientific Student Conference

April, 17 – 26, 2023

Novosibirsk
2023

УДК 51;53;004
ББК 22.1я431
М 431

Section scientific supervisor – Acad. of the RAS, Dr. Phys.-Math., Prof. S. S. Goncharov

Section chair – Dr. Phys.-Math., Prof. I. V. Marchuk

Section deputy chair – Cand. Phys.-Math. I. I. Takhonov

Executive secretary – T. I. Tikhonova

Section scientific committee

Cand. Phys.-Math. S. V. Agapov	Dr. Phys.-Math. A. I. Kozhanov
Dr. Phys.-Math. P. E. Alaev	Dr. Phys.-Math. Yu. M. Laevskii
Cand. Tekhn. S. M. Antsyz	Cand. Phys.-Math. S. A. Litvinenko
Cand. Phys.-Math. I. S. Anureev	Cand. Phys.-Math. A. V. Logachev
I. G. Bakulina	Dr. Phys.-Math. V. I. Lotov
Cand. Phys.-Math. A. I. Bednyakova	Dr. Phys.-Math. N. I. Makarenko
Cand. Phys.-Math. L. N. Bondar	Dr. Phys.-Math. A. D. Mednykh
I. Yu. Bondarenko	Cand. Phys.-Math. A. A. Melnikov
Cand. Phys.-Math. E. A. Biberdorf	Dr. Phys.-Math. S.P. Odintsov
Cand. Phys.-Math. M. A. Bulyonkov	Dr. Phys.-Math. V. A. Ogorodnikov
Cand. Phys.-Math. I. A. Bykadorov	Dr. Phys.-Math. S. M. Prigarin
Cand. Phys.-Math. I. D. Chernykh	Cand. Phys.-Math. E. I. Prokopenko
Dr. Phys.-Math. A. A. Chesnokov	Cand. Phys.-Math. E. O. Rapoport
Cand. Phys.-Math. D. V. Chirkov	Cand. Phys.-Math. A. A. Redyuk
N.A. Chumakova	Dr. Phys.-Math. K. K. Sabelfeld
Cand. Phys.-Math. M. N. Davydov	Dr. Phys.-Math. S. A. Sagenkov
Dr. Phys.-Math. G. V. Demidenko G. V.	T. K. Savilova
Cand. Phys.-Math. F. A. Dudkin	Dr. Phys.-Math. M. F. Shishlenin
A. A. Egorov	Cand. Phys.-Math. M. A. Skvortsova
Cand. Phys.-Math. P. G. Emelyanov	Cand. Tekhn. V. I. Shelekhov
Dr. Phys.-Math. A. I. Erzin	Cand. Phys.-Math. N. D. Shmakova
Cand. Phys.-Math. D. V. Esipov	Cand. Phys.-Math. O. P. Stoyanovskaya
Dr. Phys.-Math. V. P. Golubyatnikov	Cand. Phys.-Math. I. I. Takhonov
Cand. Phys.-Math. Y.L. Gurieva	Cand. Phys.-Math. A. S. Tarasenko
M. I. Ivanov	A. A. Timoshenko
Dr. Phys.-Math. E. V. Karpov	Dr. Phys.-Math. A. V. Vasil'ev
Cand. Biol. F. V. Kazantsev	Dr. Phys.-Math. A. Yu. Vesnin
E. I. Khlestova	Dr. Phys.-Math. A. V. Voytishek
Dr. Phys.-Math. P. S. Kolesnikov	
Dr. Phys.-Math. A. V. Kononov	

M 431 Mathematics : Proceedings of the 61th International Scientific Student Conference. April, 17–26, 2023 / Novosibirsk State University. – Novosibirsk : IPC NSU, 2023. — 302 p.

ISBN 978-5-4437-1440-0

УДК 51;53;004
ББК 22.1я431

ISBN 978-5-4437-1440-0

© SB RAS, 2023
© Novosibirsk State University, 2023

PROBLEMS AND PROSPECTS FOR THE DEVELOPMENT OF THE SCIENTIFIC AND TECHNOLOGICAL SPACE

УДК 51.77

Security Analysis in Underwater Optical Wireless Communications

Mohammad Furqan Ali

National Research Tomsk Polytechnic University

Security in wireless communication requires the three operations as authentication, message integrity, and message confidentiality. Authentication is a grantee that intends or legitimate transmits and safety related applications of underwater wireless communications (UWCs). In message integrity, the goal is to identify the attackers who has not altered the message. Plenty of underwater sensor applications such as water quality monitoring, rely on the integrity of information. Finally, confidentiality defines that information is not accessible to adversaries or unauthenticated third parties. Therefore, confidentiality in critical applications such as maritime surveillance should be guaranteed.

Underwater acoustic communication suffers from insecurity due to its long propagation delay, low communication bandwidth, and high bit error rate (BER) limitations [1]. As compared to RF link, acoustic communication is much more vulnerable to eavesdropping attacks, where denial of service (DoS) attack is the most common attack [2]. However, the underwater optical communication can be considered as a secure communication because the optical beam is directional wave than RF and acoustic waves [3]. It is also probable that an eavesdropper present approximately transmitter may partially block/disturb the optical light beam for eavesdropping purpose, which can also reduce received signal strength at receiver node. However, it requires a sophisticated device such as a beam splitter due to the narrowness of the laser beam near the transmitter node. Otherwise, it might not be possible for an eavesdropper to collect the fractional power of the transmitted beam, which is relevant for eavesdropping.

[1] On Securing Underwater Acoustic Networks: A Survey / S. Jiang // IEEE Communications Surveys & Tutorials, vol. 21, no. 1, pp. 729-752, August 2019.

[2] Vulnerabilities of underwater acoustic networks to denial-of-service jamming attacks / M. Zuba, Z. J. Shi, Z. Peng, J.-H. Cui and S. L. Zhou // Security Commun. Netw., vol. 8, no. 16, pp. 2635-2645, Nov. 2015.

[3] Physical Layer Security of a Dual-Hop Regenerative Mixed RF/UOW System / [E. Illi et al] // IEEE Transactions on Sustainable Computing, vol. 6, no. 1, pp. 90-104, March 2021.

Scientific supervisor – Dr. Dushantha Nalin K. Jayakody

Optimal models for the stabilization of high quality electricity in the distribution network

D. A. Alekhin

Novosibirsk State University

The topic of smart grids is becoming more and more relevant. Many devices are smart, turn on and off remotely, and predefined scripts are executed. At the same time, the electrical networks themselves use these devices. Technologies and developments of the last century are often used to prevent accidents.

Phase imbalance increased by 10 percent detection of instability of the entire electrical network. At the moment, the problem of asymmetric load on the phases is determined exclusively in manual mode, which requires large and temporary resources [2].

In the research, the level of development and implementation of smart grids in the current power grids is analyzed. Highlight key quality indicators energy and their impact on the entire system. A method for intelligent regulation of some target indicators of the power grid is proposed.

In the previous study, the problem of asymmetric loading on phases was solved by creating software for devices that allow switching from one phase to another [2]. The purpose of this study is methods for reducing reactive power and suppressing higher harmonics. Methods are being developed that will allow calculating the optimal location of reactive power control devices in the distribution network. Thus, one more step will be taken towards the creation of a smart grid.

-
- [1] 1. Xi Fang, Satyajayant Misra, Guoliang Xue, Dejun Yang. Smart Grid – The New and Improved Power Grid: A Survey, IEEE COMMUNICATIONS SURVEYS & TUTORIALS, VOL. 14, NO. 4, FOURTH QUARTER 2012
 - [2] 2. 2. Alekhin D. A. Self-organization of voltage balancing in a three-phase electrical network. NSU, 2022
 - [3] 3. Catalin Iosif Ciontea, Florin Iov. A Study of Load Imbalance Influence on Power Quality. Assessment for Distribution Networks

Scientific supervisor – PhD in Economics Y. P. Voronov

Development of an algorithm for segmentation and counting of touching wheat grains

D. R. Avzalov

Novosibirsk State University

Thousand grain weight is one of the most important indicators of crop yield. To calculate this parameter we need to know the weight and the number of seeds. There are no problems with weighing, but counting is a much more difficult task. Conventional methods, such as manual counting, the infrared detection method, the method based on sound collision, have a lot of disadvantages, like a time consuming, a high price and an installation complexity. The development of approaches based on image analysis by computer vision methods is relevant at the moment due to low cost, easy to install and manage equipment.

There are two commonly used algorithms for a separation of touching objects: a corner point detection algorithm and the watershed algorithm. The combination of these two algorithms along with BP neural network classification algorithm is presented in [1]. The improved versions of the corner point detection method are described in [1] and [2].

Currently, approaches that can be implemented on mobile devices have a significant advantage. Such approaches allow to combine the acquisition and processing of images on a single device. For example, in [2], an application program based on an Android device was developed for quickly counting the number of grains.

In the study, the Gaussian filtering method was used to remove noise from the image and utilized the combination of the OTSU algorithm and the Mean shift clustering algorithm for getting a binary version of an image and extracting grain regions. The method of detecting corner points and analyzing the contours of elliptical objects in digital images for separating wheat grains was implemented.

We evaluated the accuracy of the implemented approach in the problem of separating touching wheat grains on digital two-dimensional images.

[1] S. Tan, X. Ma, Z. Mai, L. Qi, Y. Wang Segmentation and counting algorithm for touching hybrid rice grains, Computers and Electronics in Agriculture V.162, July 2019, p. 493-504

[2] J. Zhang, S. Liu, W. Wu, X. Zhong, T. Liu - Research on a rapid identification method for counting universal grain crops, PLoS ONE 17(9), September 2022

Scientific supervisor – PhD in Biology, Evgenii G. Komyshev

Development of a prototype application for processing of experimental data on high-speed impact of droplets on a surface

I. N. Baranov

Novosibirsk state university

The problem of automating the processing of data obtained during experiments on high-speed impacts of droplets on a surface is considered. Scientists study the physical properties of liquids by observing the impact of droplets on various surfaces. Hundreds of experiments are performed in which droplets fall on hydrophilic and hydrophobic, cold and hot surfaces. Experiments are recorded on video. Video records are used to analyze dynamics of droplet characteristics: height, width, area of contact of the droplet with the surface. The video recording of each experiment, although it lasts for about three seconds, can contain more than 1000 frames. Thus, the experiments produce a large amount of data and it is a topical problem to automate video processing.

The objective of the work was to create methods for processing video recordings of experiments and a prototype of a software package for automating video analysis.

There are many methods for image processing [1][2][3], but none of them is universal and often a combination of different methods has to be used to obtain the desired result [4][5]. In this work, methods were developed that solve the problem of finding the edges of a drop and determine the characteristics: the height, width, and area of contact of the drop with the surface. In particular, the Sobel operator, binarization, clustering algorithms such as DBSCAN and k-means were used to search for edges. The calculation of characteristics after that is reduced to finding the minimum and maximum elements in the arrays. A prototype of the software package has been developed, within which these methods are implemented. The image processing algorithm is presented in the form of software blocks of two types: preprocessing and processing. The preprocessing blocks are responsible for obtaining the edges of the drop, and the processing blocks are responsible for obtaining the characteristics of the drop. This representation allows the user to compose necessary algorithms from blocks. The developed software interacts with the cloud system HPC Community cloud [6] for storing data, as well as organizing calculations on high-performance computing clusters.

As a result of the work, flexible algorithms were developed for obtaining the edges and characteristics of a drop, and a web application was implemented that allows

these algorithms to be applied to video processing. The application was tested on real data and the results are close to those obtained manually.

-
- [1] Amer G. M. H., Abushaala A. M. Edge detection methods //2015 2nd World Symposium on Web Applications and Networking (WSWAN). – IEEE, 2015. – С. 1-7.
 - [2] Dharampal V. M. Methods of image edge detection: A review //J. Electr. Electron. Syst. – 2015. – Т. 4. – №. 2. – С. 2332-0796.1000150.
 - [3] Ziou D. et al. Edge detection techniques-an overview //Pattern Recognition and Image Analysis C/C of Raspoznvaniye Obrazov I Analiz Izobrazhenii. – 1998. – Т. 8. – С. 537-559.
 - [4] Wang R. et al. An edge detection method by combining fuzzy logic and neural network //Advances in Machine Learning and Cybernetics: 4th International Conference, ICMLC 2005, Guangzhou, China, August 18-21, 2005, Revised Selected Papers. – Springer Berlin Heidelberg, 2006. – С. 930-937.
 - [5] Saeed U., Dugelay J. L. Combining edge detection and region segmentation for lip contour extraction //Articulated Motion and Deformable Objects: 6th International Conference, AMDO 2010, Port d'Andratx, Mallorca, Spain, July 7-9, 2010. Proceedings 6. – Springer Berlin Heidelberg, 2010. – С. 11-20.
 - [6] Городничев М. А., Малышкин В. Э., Медведев Ю. Г. HPC Community cloud: эффективная организация работы научно-образовательных суперкомпьютерных центров //Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2013. – №. 3. – С. 91-96.

Scientific supervisor – M.A. Gorodnitchev

Multimodal learning for speech recognition task using cross-aligned semantic space

A. K. Boldinov

Novosibirsk state university

The problem of speech recognition has become increasingly relevant with the rapid development of technology. While there are algorithms that can achieve excellent quality with only 1-2% errors according to the WER metric on a particular dataset, applying them to other different datasets can result in a significant decrease in quality. One of the main reasons for this is the Domain shift problem, which is similar to overfitting. Instead of overfitting on specific training data, the model is overfitting on a particular domain. Another issue is that one modality (such as audio or text) may not be sufficient to convey all the necessary semantic information for accurate speech recognition. Therefore, incorporating information from multiple sources (modalities) is a potential solution to improve the quality of speech recognition algorithms. This approach forces the model to learn more general latent representations. To address this challenge, our work aims to develop an algorithm for multimodal neural network training that leverages a cross-aligned semantic space for audio and natural language text for the Russian language speech recognition task. Specifically, we have chosen to use a model based on the variational autoencoder [1], which is known for its ability to generalize well. By doing so, we hope to improve the accuracy of speech recognition for the Russian language by leveraging the strengths of both audio and text modalities.

[1] Schonfeld, Edgar and Ebrahimi, Sayna and Sinha, Samarth and Darrell, Trevor and Akata, Zeynep. Generalized Zero- and Few-Shot Learning via Aligned Variational Autoencoders, 2019.

Scientific supervisor – Dr. Sc. R.I. Mullyadzhanov,

Scientific co-advisor – I. Bondarenko.

Using cluster analysis instead of cross-validation to model data shifts in the training set

M. A. Bratenkov

Novosibirsk State University

Machine learning suffers from a fundamental problem of data shifting . While machines are able to learn complex prediction rules by minimizing their training error, data are often marred by selection biases, confounding factors, and other peculiarities. As such, machines justifiably inherit these data biases. This limitation plays an essential role in the situations where machine learning fails to fulfill the promises of artificial intelligence. More specifically, minimizing training error leads machines into recklessly absorbing all the correlations found in training data.

Model selection is a highly important step in the process of extracting knowledge from datasets. This is usually done via partitioning strategies such as cross-validation in which the training and test subsets are selected randomly. However, it has been suggested in the literature that this is not the best approach in changing environments due to the risk of data obsolescence.

Cluster analysis is one of the most powerful tools for modeling data shifts in a training set because it provides more accurate predictions that can be used to improve the performance of models and explore the influence of various factors on the results. A big advantage of using cluster analysis instead of cross-validation is that cluster analysis provides a closer and more predictable view of the training data and also allows you to evaluate relationships between different parameters prepared for simulation. As a result, this leads to more accurate forecasts and more efficient modeling in the last stage.

[1] Arjovsky, M., Bottou, L., Gulrajani, I., and Lopez- Paz, D. Invariant risk minimization. arXiv preprint arXiv:1907.02893, 2019

[2] Elan Rosenfeld, Pradeep Ravikumar, and Andrej Risteski. The risks of invariant risk minimization. In International Conference on Learning Representations, 2021

Scientific supervisor – Dr. Sc. R. I. Mullyadzhhanov

GPU-based implementation of discrete element method for modeling porous material involved in the process of sintering

V. D. Chepelenkova

Novosibirsk State University

Carbon dioxide emission is the major anthropogenic factor of greenhouse effect contributing to global warming. One of the options for reducing greenhouse gas emissions is to capture and store CO₂ coming from large stationary sources using solid sorbents. One of the suitable materials is calcium oxide having a high CO₂ absorption capacity at a low cost. However, the main disadvantage of this sorbent is the rapid loss of sorption capacity as a result of particle sintering during absorption-desorption cycles, which requires an increase of the initial pore volume when creating the sorbent [1]. Therefore, there is a need to determine the optimal strength properties of the material being used under high pressure and temperature.

In this work an implementation of the two-dimensional discrete element method with bonded particles [2] is presented to simulate the uniaxial loading of a porous material. GPU-based parallelization of the algorithm using CUDA toolkit is performed to significantly reduce the computation time. The work is mostly focused on development of a DEM modification able to correctly represent sintered CaO-based CO₂ sorbents. The numerical study of influence that model parameters at microscale have on the Young modulus and compressive strength of the modeled material is provided to simplify the calibration process of the method.

The study results in allowing the construction of the DEM-based model of any given porous material to predict its strength properties for later use in designing sintered granular materials.

[1] Liu W. et al. Calcium precursors for the production of CaO sorbents for multicycle CO₂ capture // Environmental science & technology. – 2010. – Vol. 44. – No. 2. – P. 841-847.

[2] Potyondy D. O., Cundall P. A. A bonded-particle model for rock // International journal of rock mechanics and mining sciences. – 2004. – Vol. 41. – No. 8. – P. 1329-1364.

Scientific supervisor – Dr. Phys.-Math. V. V. Lisitsa

Detection of fast waterflows in experiment of dynamic imaging of methane hydrate formation in coal media

I.A. Gorenkov

Novosibirsk State University

The flow of a multiphase fluid in a porous media can be found in many areas of physics, including petrophysical experiments with core samples. When analyzing the fluid flow in the pore space of the core, there is an ambiguity in the choice of a length scale of the model: in addition to macroscopic flows, there are many phenomena occurring on a scale of the order of the pore size. The study of such microscopic events causes additional difficulties, since it requires taking into account the geometry of the pore space, the influence of capillary forces, and the position of the interface of phases.

In a recent study dedicated to the observation of dynamic processes of dissociation and formation of methane hydrate in the pore space of a coal media [1], it was also demonstrated that, as a result of a phase transition, cryogenic suction causes water migration over distances comparable to the sample size and significantly exceeding pore size. These flows sharply differed from typical water motion under pressure gradient: the filtration was not stationary, but occurred sporadically, followed by periods of fluid stability.

Observation of the described process imposes significant restrictions on the experimental setup, primarily due to the smallness of the time ($< 10^{-1}$ s) and spatial ($< 10^{-4}$ m) scales of the development of instability, as well as impossibility of pre-localizing the area with the flow. In our current research, the fast 3D imaging using synchrotron X-ray computed microtomography was applied to study spontaneous flows in a coal media. The tomographic data was obtained at sector 2-BM of the APS synchrotron. Comparison of individual sequential projections and similar projections of two sequential scans made it possible to study the dynamics of the development of instability during fluid outflow from a pore with a high temporal resolution.

[1] Nikitin VV, Fokin MI, Dugarov GA, Drobchik AN, De Andrade V, Shevchenko PD, Manakov AY, Duchkov AA. Dynamic in situ imaging of methane hydrate formation in coal media // Fuel, 2021. Vol. 298. P.120699.

Scientific supervisor – Cand. Phys.-Math., Assoc. Prof. A.A. Duchkov

Hydraulic fracturing model including poroelastic effects and simplified fracture mechanics

D. K. Dmitrachkov

Novosibirsk State University

Waterflooding is a key technology for oil recovery enhancement, when several wells are transferred into an injection of fluid which displaces oil to production wells. In practice, at typical injection rates, there is a risk of exceeding the critical fracture initiation pressure, which may result in creation of the so-called waterflood-induced hydraulic fractures. Relatively slow pumping over a long period of time causes such fractures to propagate for kilometers. The fracture evolving can affect the waterflooding patterns and overall reservoir development system efficiency.

The waterflooding fracture propagation problem consists of the interplay of several physical processes including a low-viscous fluid flow in a narrow fracture, poroelastic reservoir rock reaction and rock failure due to the pressure action on fracture walls, fluid leak-off through the fracture surface and induced reservoir filtration coupled with the rock mechanics. It differentiates from the conventional hydraulic fracturing by usage of the low viscous fluid as an injection agent and the process time that requires to take into consideration the surrounding wells activity.

To describe the propagation of waterflood-induced fracture, we propose a model based on Biot's poroelasticity equations [1] for the plain strain reservoir geomechanics coupled with a fluid flow equation inside the fracture under the lubrication theory approximation. Employment of the uniform fracture pressure assumption makes it possible to simplify the fracture propagation mechanics [2]. The model is capable to capture the influence of the pore pressure inhomogeneity on the poroelastic closure stress acting against the fracture opening. The numerical solution of the problem is carried out by the combination of the finite volume method for the reservoir filtration simulation and Green's function method for poroelastic stress calculation. The proposed algorithm is verified against the known numerical solution. Using the proposed model the influence of the pore pressure non-uniformness and the activity of the surrounding wells on fracture propagation are thoroughly investigated.

[1] Coussy, O. *Poromechanics* // Chichester: John Wiley & Sons Ltd. 2004.

[2] Dontsov, Egor, Bungler, Andrew, Abell, Bradley, and Roberto Suarez-Rivera. *Ultrafast Hydraulic Fracturing Model for Optimizing Cube Development*. Paper presented at the SPE/AAPG/SEG Unconventional Resources Technology Conference, Denver, Colorado, USA, July 2019.

Scientific supervisor – PhD, A. N. Baykin

Stability of spatial random multiple-access multiple-departure models

D. V. Dudukalov

Novosibirsk State University

We consider a multiple access model with an infinite number of users and a single transmission channel. Messages arriving to the system are placed on the sphere uniformly and independently of everything else. Let ξ_n be the number of messages received by the system at time n . We assume that $\{\xi_n\}$ is a sequence of independent and identically distributed random variables. Let N_n be the number of messages in the system at time n . We assume that each of these messages attempts for transmission with probability $p_n = \min\left(1, \frac{c}{N_n}\right)$, where $c > 0$ is a model parameter. We fix $r > 0$. If there are two or more attempts, they collide and all messages stay in the system. If there is only one attempt, then the transmitted message leaves the system together with all other messages (if any) from its neighbourhood of radius r , in the Euclidean distance [1]. Let X_n be the configuration of messages on the sphere at time n , and X the space of all configurations. The sequence $\{X_n\}$ forms a time-homogeneous Markov chain.

Theorem 1. *There exists a unique stationary distribution \mathbf{P} on X such that, for any initial state and for any $V \subseteq X$,*

$$P(X_n \in V) \rightarrow \mathbf{P}(V), \quad (1)$$

as $n \rightarrow \infty$.

Remark 1. *In addition, we find efficient bounds on the convergence rate in (1). Further, we show that our stability result continues to hold for two other types of multiple departure protocols, but under the additional assumption that $\mathbf{E}\xi_n < \infty$. The first option is that any message from the r -neighbourhood of a successfully transmitted message leaves the system with probability $p \in (0, 1)$, independently of everything else. The second option is that a message from the r -neighbourhood leaves the system only if it has arrived earlier than the transmitted message.*

[1] Foss S., Turlikov A., Grankin M. Spatial random multiple access with multiple departure //2017 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). – IEEE, 2017. – P. 2728-2731.

Application of neural networks for construction of abdominal aortic aneurysm surface for hemodynamics modeling

V. A. Kamenev

Novosibirsk State University

Aortic aneurysm is a pathological condition that develops due to local expansion of the weakened walls of the main artery. The symptomatology is specific: abdominal and chest pain, shortness of breath, cough, swelling of the face and neck. If left untreated, an aneurysm can cause the artery to rupture and lead to fatal consequences. Treatment requires surgery to remove the damaged portion of the vessel. If an aortic aneurysm is suspected, a decision on surgery or further monitoring should be made as soon as possible. Three-dimensional (3D) geometries of anatomical structures reconstructed from volumetric medical images are increasingly used for a number of clinical applications, such as patient-specific visualization, physical modeling, virtual surgery planning, etc. The main problem is that creating accurate models of an aortic traditionally requires significant time and human effort, which limits clinical applications and qualified approach to each patient. The aim of the work is to implement a module for generating a surface [1] from a 3D image using Voxel2Mesh [2] deep learning model and to incorporate the module into the aortic hemodynamics simulation software. This work is supported by the Russian Science Foundation grant 21-15- 00091.

[1] Wang N. et al.: Generating 3D Mesh Models from Single RGB Images. ECCV 2018.

[2] Wickramasinghe U. et al.: Voxel2Mesh: 3D Mesh Model Generation from Volumetric Data. MICCAI 2020: 23rd International Conference, Part IV.

Scientific supervisor – Dr. Sc. R.I. Mullyadzhanov, Scientific co-advisor – R.Y. Epifanov

Unsteady flows of a viscoelastic fluid in the Johnson — Sigalman model with several relaxation times

S. R. Karmushin

Novosibirsk State University

One of the characteristic features of the viscoelastic media motion is the instability of the flow under certain flow parameters, leading to the shear banding effect. This effect consists in the arising of a finite number of unidirectional layers, distinguished by the shear rate's jump. This phenomenon covers a wide class of flows characterized by a sharp decrease in resistance of flow during transportation of viscoelastic liquids in channels and pipes.

In [1], the effect of shear banding is described on the basis of the nonlinear Johnson — Sigalman — Oldroyd model for an incompressible viscoelastic fluid. It enhances the Johnson — Sigalman model with several relaxation times by the introduction of artificial Newtonian viscosity in the momentum conservation law. The key feature of this model is the existence of stationary solutions with a non-monotonic correspondence between the shear stress and the shear rate. This behavior is unstable, which leads to the formation of the shear rate discontinuities when the shear rate exceeds a certain critical value. In [2], the effect of the shear banding in the Couette flow is described in the framework of the Johnson — Sigalman model with two relaxation times, which is hyperbolic in the class of one-dimensional flows in the absence of Newtonian viscosity. The phenomenon of the hysteresis in the Couette flow, consisting in the dependence of the stationary shear layers structure on the prehistory of its formation is noted.

In our research, the numerical model [2] is validated by the comparison with the experimental results given in [3] and [4]. The numerical model is generalized to describe one-dimensional unsteady flows between parallel plates or in a pipe driven by the pressure gradient (Poiseuille flow). In a series of calculations of unsteady flows it is demonstrated that the shear banding effect arises with an increase of the average flow velocity. The structure of the stationary solutions with the shear banding obtained as a numerical limit of non-stationary solutions is investigated. An algorithm for determining the stationary asymptotic limit of a non-stationary solution for a given pressure gradient is derived. The correspondence diagrams between the shear stress over channel wall and the velocity for stationary Couette and Poiseuille flows are constructed. That is also noted that the phenomenon of hysteresis is not occurred with a cyclic change in the flow velocity in the Poiseuille flows.

- [1] Malkus D. S., Nohel J. A., Plohr B. J. Analysis of new phenomena in shear flow of non-Newtonian fluids // SIAM Journal on Applied Mathematics. – 1991. – V. 51. – N. 4. – P. 899-929.
- [2] Liapidevskii V. Y. Couette Flow of a Viscoelastic Maxwell-Type Medium with Two Relaxation Times // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. – 2018. – V. 300. – P. 137-148.
- [3] Salmon J. B. et al. Velocity profiles in shear-banding wormlike micelles // Physical review letters. – 2003. – V. 90. – N. 22. – P. 228303.
- [4] Salipante P. F., Little C. A. E., Hudson S. D. Jetting of a shear banding fluid in rectangular ducts // Physical review fluids. – 2017. – V. 2. – N. 3. – P. 033302.

Scientific supervisor – Dr. Sc., Prof., V. Yu. Liapidevskii, Scientific co-advisor – Dr. Sc., RAS Prof., S. V. Golovin

Using the PCA-Seq method and neural network approach to analyze solar activity data

R. D. Khalilov

*Institute of Cytology and Genetics
Novosibirsk State University*

In the paper, fluctuations in solar activity are investigated using the PCA-Seq approach. A neural network is trained on the data of solar activity to predict future solar activity using it.

Usually, when studying one-dimensional time series, trend, cyclic components and noise are summed up. The trend is considered an external force. The effect, however, can be not only additive, but also multiplicative. In this case, both the level and the amplitude of the cyclic components change. To solve this problem, it is possible to pre-standardize time series fragments using the PCA-Seq approach generalizing SSA. The Anderson series, an alternating variation of the well-known Wolf series reflecting the 22-year Hale cycle, is subjected to the algorithm.

During times of high solar activity, the existence of the cycle is not in doubt, although questions arise about the continuity of its period during these periods, as well as about its existence during times of low solar activity. The PCA Seq method used to process the series in the article revealed distinct fluctuations with an almost constant amplitude and an average period of 21.9 years. Correlation of these fluctuations with the time axis for 300 years does not deviate significantly from zero. The idea of the existence of 22-year fluctuations in solar activity, is confirmed even at its lowest points, such as the Maunder minimum.

The linearity of changes in solar activity in one half-period has been tested, and a neural network that learns from data and predicts the behavior of solar activity in the future was created. The neural network is based on backpropagation algorithm and included in application software package Jacobi4.

[1] V.M. Efimov, K.V. Efimov, D.A. Polunin and V.Y. Kovaleva New possibilities of the PCA-Seq method in the analysis of time series (on the example of solar activity), Journal of Physics: Conference Series, Volume 2099, International Conference «Marchuk Scientific Readings 2021» (MSR-2021) 4-8 October 2021, Novosibirsk, Russian Federation

[2] Ефимов В.М., Ефимов К.В., Ковалева В.Ю., Матушкин Ю.Г. Главные компоненты генетических последовательностей: корреляции и достоверность

Scientific supervisor – Dr. Sc., Associate Prof. V. M. Efimov

Neural Network-Based Approach to Study of the 19th Century Russian Poets Texts' Stylistic Features

M. Kovalevskaya

Novosibirsk State University

Stylometry as a field of study of the stylistic features of the author's style has been actively developing since the 1950s with the emergence of computer methods for processing text information. Today stylometry is used for such tasks as determination of authorship, detection of plagiarism, and quantified description of stylistic features [1].

Modern stylometry uses methods of statistical analysis and machine learning with researches having access to large and diverse text corpora for analysis of both prose of various styles and poetic texts. New stylometric methods, algorithms, and software products are constantly being developed.

Stylometric analysis of poetic texts and in particular Russian poetic texts requires development of specific approaches that address their specifics, such as relatively small size of texts with a strict structure, non-traditional word order, and phonetic features of the verses [1] [2].

This study reviews the existing methods of machine learning in the context of determining the author's style of poetic texts, and also develops a new neural network-based model for determining the authorship of Russian poetic texts.

[1] Barakhnin, Vladimir & Pastushkov, I. (2019). Word reordering algorithm for poetry analysis. *Journal of Physics: Conference Series*. 1405. 012009. 10.1088/1742-6596/1405/1/012009.

[2] Barakhnin, Vladimir & Kozhemyakina, Olga & Grigorieva, Irina. (2022). Determination of the Features of the Author's Style of A.S. Pushkin's Poems by Machine Learning Methods. *Applied Sciences*. 12. 1674. 10.3390/app12031674.

Scientific supervisor – Dr. Sc., Prof. V. Barakhnin

Development of methods for creating chatbots that support the analysis and expression of emotions

O. A. Kovalevskaya

Novosibirsk State University

The task of emotion analysis and expression via text, sound and visual data is becoming increasingly important due to the widespread use of virtual assistants and the automation of many processes. The main sources of data for analysis are social networking websites, blogs, groups used by people to express opinions. The use of emotion analysis methods in human-to-chatbot interaction allows us to build appropriate scenarios for communicating with users, as well as draw conclusions about user satisfaction. Expressing emotions by an intelligent assistant makes the user experience more comfortable and efficient.

First of all, the work focuses on the currently existing methods for solving the problem of analyzing and expressing emotions. The most effective and common methods of emotion recognition are evaluated based on the analysis of written, verbal and visual forms of communication, as well as the emotion expression methods using text and sound (intonation of the voice reproduced by the chatbot) data. The application of these methods in existing chatbots is reviewed. Chatbots determine the severity of a given set of emotional parameters of the interlocutor by evaluating the reaction to the phrases of the intelligent assistant. Based on this, the level of knowledge of the user's semantic model can be supplemented with information about their preferences.

Scientific supervisor – Cand. Phys.-Math. A. N. Ryaskin

Automatic detection of phonetic proximity of languages based on cross-language acoustic models

A. E. Legchenko

Novosibirsk State University

The research presents a novel approach to the automated comparison of phonetic proximity between languages using methods based on language transfer.

Two languages are compared for phonetic similarity by automatically generating similarities and dissimilarities in the phoneme behaviors of the languages based on the change of metrics after fine-tuning cross-language acoustic models in one of the languages. The comparison is then used to identify similarities in language-specific phonetic trends, which aids in the development of more advanced cross-language acoustic models and the study of languages. The results show that merging multiple datasets and training them jointly with Wav2Vec 2.0 [1] is a successful approach for obtaining useful phoneme-level metrics of phonetic similarity between languages. The experiments were carried out on a multilingual speech corpus Common Voice [2].

Changes in metrics show interpreted data about differences and similarities in languages. Additionally, the results indicate possibility to create a language independent phonetic proximity metric with the use of the approach. That allows a more accurate and automated comparison of phonetic similarity between languages.

-
- [1] Xu Q., Baevski A., Auli M. Simple and effective zero-shot cross-lingual phoneme recognition //arXiv preprint arXiv:2109.11680. – 2021.
- [2] Rosana A., Megan B., Kelly D. et al. 2020. Common Voice: A Massively-Multilingual Speech Corpus //In Proceedings of the Twelfth Language Resources and Evaluation Conference, P. 4218–4222.

Scientific supervisor – Dr Phys.-Math sc. R. I. Mullyadzhyanov

Building an ensemble of time series models using empirical risk space

D. E. Litvinenko

Novosibirsk state university

In recent times, neural networks have emerged as a popular choice for forecasting time series due to their multi-layered architectures that enable them to extract higher-level patterns from time series data. This is a capability that many classical machine learning models lack.

Ensembling, which is the process of combining several individual baseline models into a single predictive model, has also proven to be an effective technique. Ensemble models derive their predictions from the collective output of the constituent models, such as the mean value.

Most modern aggregation methods do not consider the reasons behind expert errors. Our research, on the other hand, emphasizes the importance of identifying the specific features that contribute to these errors, allowing us to draw meaningful conclusions. Specifically, when a unique feature appears in the time series, the experts, whose predictions are frequently inaccurate in the presence of such a feature, can be excluded. This approach can significantly improve the accuracy of forecasting models.

The research is based on the fundamental principle of employing specialized experts [1, 2]. However, the specialization is tailored to the peculiarities of the time series.

Moreover, the errors of experts in the manifestation of features of the time series can be biased. It is hypothesized that this bias can be eliminated by a linear combination of expert predictions with coefficients derived from the found biases.

Our experiments utilize a commonly used dataset [3] employed in numerous studies to demonstrate the accuracy of forecasting methods. This dataset provides a reliable benchmark to assess the predictive performance of the models and to ensure the validity of our results.

[1] Freund Y. et al. Using and combining predictors that specialize //Proceedings of the twenty-ninth annual ACM symposium on Theory of computing. – 1997. – C. 334-343.

[2] V'yugin V., Trunov V. Online aggregation of unbounded losses using shifting experts with confidence //Machine Learning. – 2019. – T. 108. – №. 3. – C. 425-444.

[3] C. Reiss, J. Wilkes, J.L. Hellerstein, Google cluster-usage traces: format + schema, Technical Report, Google Inc., Mountain View, CA, USA, 2011.

Scientific supervisor – Doctor of Engineering V. B. Berikov

Comparison of different distance calculation methods in the processing of molecular sequences by the principal component analysis

V. P. Lozhnikov

Novosibirsk State University

In the 1940s, K. Karhunen [1] and M. Loève [2] proposed a method for processing a one-dimensional numerical time series through its transformation into a multidimensional one by shifting several times in a row and decomposing into several orthogonal time series by the principal component analysis (PCA-TS). Currently, this method is most often called SSA (singular spectral analysis) [3].

In the work "Principal component analysis and its generalizations for any type of sequence (PCA-Seq)" [4], PCA-TS is extended to an arbitrary one-dimensional sequence, and as a special case – to a molecular sequence.

During the operation of the PCA-Seq algorithm, a matrix of Euclidean distances is calculated among all the fragments considered. The p-distance (Hamming distance) was used as an example. However, other metrics can be used, such as the Pythagorean distance, Jacquard, Cavalli-Sforza and others. The purpose of the research is to compare the effectiveness of various metrics when using them in the PCA-Seq algorithm.

As the main criterion of efficiency, it is proposed to use the entropy of the distribution of variances of the main components obtained as a result of the algorithm.

-
- [1] Karhunen K. Über lineare methoden in der wahrscheinlich-keitsrechnung. Ann. Acad. Sci. Fennica. 1947; Ser. A137.
 - [2] Loève M. Fonctions Aléatoires de second order. In: Lévy P. (Ed.). Processus Stochastiques et Movement Brownien. Paris: Hermann, 1948.
 - [3] Golyandina N. and Zhigljavsky A. Singular Spectrum Analysis for Time Series. Berlin, Heidelberg: Springer 2020.
 - [4] Efimov V.M. et al. Principal component analysis and its generalizations for any type of sequence (PCA-Seq). Vavilov Journal of Genetics and Breeding. 2019; 23(8): 1032-1036.

Scientific supervisor – Doctor of Biology V. M. Efimov

**A study of the syntactic-semantic aspects of contextual vector representations
of named entities in natural language texts**

S. A. Martirosyan

Novosibirsk State University

Recognition of named entities is one of the main tasks of the natural language comprehension domain, in which a system classifies words or phrases using a predefined set of labels. It is mostly used in cases of information extraction tasks and is widely used in industrial applications. It is of interest to study the ability of deep language models, trained in general concepts of context reconstruction, to detect polysemy not just of words, but of entire named entities. In the context of the task of identifying named entities, it is also worth paying attention to the ability of such models to abstract from the features of a particular natural language (morphology and syntax), since further research, beyond the scope of the course, will deal with multilingual models.

It is highly interesting to investigate the ability of modern deep language models to construct well separable representations not just of words, but of entire named entities (how far the concept of "named entity" corresponds to the semantics of natural language - because the deep language model was trained in some general tasks of context reconstruction, rather than in the special tasks of recognition of named entities of given classes). Moreover, what is interesting is the ability of such models to "abstract away" from the morpho-syntactic features of a particular language and to construct semantic representations in which the relations between entities are preserved regardless of the particular language of the utterance.

Specifically, this work aims to investigate the syntactic-semantic properties of vector representations of named entities obtained using the BERT language model [1]. The work considers texts in English and Russian, this will allow a more in-depth study of embedding for texts in languages with significantly different typologies.

[1] Devlin J. et al. Bert: Pre-training of deep bidirectional transformers for language understanding //arXiv preprint arXiv:1810.04805. – 2018.

Scientific adviser — Dr. Phys.-Math. R. I. Mullyadzhyanov

Scientific co-adviser — I. Bondarenko

Modeling of the genetic regulation of L-valine synthesis in *Corynebacterium glutamicum*

T. A. Maryanovskaya

Novosibirsk State University

Currently, mathematical modeling approaches are increasingly being considered as the main tool for the integration and analysis of experimental data and the system research of dynamic biological systems. At present, various mathematical models of biomolecular systems are available. They are used to describe and understand the interaction of metabolic pathways, metabolite fluxes, as well as changes in their concentration, and the impact of each metabolite on the entire metabolic process.

Living cells have a remarkable ability to adapt to environmental changes by regulating gene expression. And each of the transcription stages is regulated by different molecules, such as transcription and sigma factors, miRNAs. To construct a mathematical model of genetic regulation, the gene network is reconstructed. A gene network is a group of coordinated functioning genes that provide the formation of phenotypic traits of an organism [1]. Gene expression regulation, or gene regulation, includes a wide range of mechanisms that are used by cells to increase or decrease the production of specific gene products. Complex gene expression programs are widely observed in biology, for example, to trigger developmental pathways, respond to environmental irritants, or adapt to new food sources.

L-Valine is one of the nine amino acids that cannot be synthesized de novo by higher organisms and must come from food. One of the most commonly used base microorganisms for the creation of amino acid producers, along with *Escherichia coli*, is the soil bacterium *Corynebacterium glutamicum*. Therefore, the purpose of this work is to construct a mathematical model of the genetic regulation of L-valine synthesis in *Corynebacterium glutamicum*.

[1] Likhoshvai V. A. Matushkin Yu.G. Gene networks // 2013.

Scientific supervisor – Cand. Biol. sci., S. A. Lashin

EEG recognition using transfer learning and synthetic data.

E. E. Matveeva

Novosibirsk State University

An electroencephalogram (EEG) is a recording of brain signals. The brain activity recordings are then reviewed by neuroscientists. An experienced neuroscientist can identify structures corresponding to certain phenomena (for example, certain diseases). Although this is all extremely useful both for the diagnostics of patients and for more fundamental research in the field of neurobiology, a number of problems can be observed. First, only an experienced neuroscientist can analyse the EEG properly, not many specialists are experienced enough. Secondly, they analyse EEG data slowly. In addition, there is always a risk of making a mistake, no matter how professional a specialist might be, due to human factor.

Therefore, the need of automatic analysis and segmentation of the EEG by deep learning methods arises. Nevertheless, there is not enough data for neural network training. To solve this problem to a high standard the transfer learning method can be used.

A neural network trained to solve a task we don't need, but for which a large dataset exists, shows a high level of generalization on the task we need, even if the training dataset for it is extremely small. As a result, due to the fact that a deep neural network is a mechanism of hierarchical trainable representations, the low-order layers of the neural network, which is trained to solve one specific task, learn to identify common features for a whole class of tasks (for example, for a class of tasks for processing one-dimensional non-stationary signals). The layers of the neural network can be reused for the desired task without the need to assemble a large marked-up dataset, because the neural network will not be trained from zero state, but operating the knowledge that it has already received while solving another task.

Subsequently, a generative model, on which a neural network is pre-trained, for the synthesis of one-dimensional signals can be created in order to solve the problem with a lack of data.

In the work, the relevance of the transfer learning for the task of EEG recognition, as well as the applicability of synthetic data, was considered.

Scientific supervisor – I. Y. Bondarenko

Mechanistic friction model implementation for gas-oil hydraulic simulator

N.O. Matroshilov

Novosibirsk State University

It is well known fact that fluid friction causes significant pressure drop in pipes along with gravity. Accurate prediction of this pressure gradient is very important in order to predict hydrocarbon production in oil industry. During the years, many scientific groups have presented their friction models that differ in complexity and accuracy. One of the most complete models are mechanistic friction models that rely on the fundamental conservation laws, such as energy and momentum.

Scientific group from the University of Tulsa, USA presented unified mechanistic friction model based on a description of slug flow pattern [1]. The slug pattern shares boundaries with all other flow patterns. This fact is used to predict transitions from one pattern to another seamlessly, all due to single set of equations. Another advantage of the model is that it can be applied for any inclination angle of the pipe.

The work presents the results obtained with implementation of the model integrated into hydraulic simulator d-Flow [2]. The comparison of results with commercial simulator PipeSim is presented. The comparison showed good agreement with liquid holdup and gravitational pressure gradient but frictional pressure drop has significant deviation from PipeSim's data. Further research is required in order to find the reason of the deviation.

[1] Zhang, Hong-Quan & Wang, Qian & Sarica, Cem & Brill, James. (2003). Unified Model for Gas-Liquid Pipe Flow Via Slug Dynamics: Part 1 — Model Development. *Journal of Energy Resources Technology-transactions of The Asme - J ENERG RESOUR TECHNOL.* 125. 10.1115/1.1615246.

[2] Лыхин П.А., Усов Э.В. и др. d-Flow. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2020662812, 19 октября 2020 г.

Scientific supervisor – Cand. Phys.-Math. M.G. Kozlov

The development of an approach for diagnostics of multiple sclerosis manifestation via computer vision.

K. O. Motorin

Novosibirsk state university

Multiple sclerosis (MS) is one of the main causes of acquired neurologic disability. Its prevalence varies from 5 to 300 per 100 000 people representing from 2 to 3 million people globally. The most informative examination for diagnosis of MS is Magnetic resonance imaging (MRI). But to make a clear diagnosis of MS is a big challenge, because there are a number of problems that arise while dealing with MRI. These are the small size of the lesions, unpredictable lesion locations, the number of the similar disorders that are hard to differentiate. Also there is no a test that can positively diagnose MS with 100% assurance.

The purpose of this work is to develop an approach for the dynamic assessment of multiple sclerosis manifestations according to MRI data, as well as to create a prototype medical decision support systems for developing recommendations on patient management tactics based on artificial intelligence systems. At this moment there were researched the current state of the field of MS diagnostic, available data sets of MRI images with open access and existing algorithms for MS lesion segmentation such as nnU-net and Dense-net based architectures were implemented. This algorithms are researched to provide a possibility for monitoring dynamics of quantity and size of the MS lesions in the future tasks.

-
- [1] Moazami Faezeh, Lefevre-Utile Alain, Papaloukas Costas, Soumelis Vassili. Machine Learning Approaches in Study of Multiple Sclerosis Disease Through Magnetic Resonance Images, *Frontiers in Immunology*, 2021
 - [2] Zeng Chenyi, Gu Lin, Liu Zhenzhong, Zhao Shen. Review of Deep Learning Approaches for the Segmentation of Multiple Sclerosis Lesions on Brain MRI, *Frontiers in Neuroinformatics*, 2020

Scientific supervisor – Cand. Phys.-Math. E. N. Pavlovskiy, B. N. Tuchinov

On the Robust Stability of Stationary Solutions to a Class of Mathieu-Type Equations

K. S. Myagkikh

Novosibirsk State University

In the article, we investigate the stability of stationary solutions of a quasilinear equation with parameters

$$y'' + \alpha\mu y' + (\beta\mu^2 + \mu\varphi(t))f(y) = 0, \quad (1)$$

where $\alpha, \beta > 0$, $\varphi(t)$ is a continuous T -periodical function with zero mean value over the period, $f(y)$ – smooth function and $\mu > 0$ is a small parameter.

The primary purpose is to study the stability of stationary solutions of equations of the form (1) with perturbations in the coefficients.

The study of this issue is relevant due to the fact that the class of equations (1) contains the Mathieu equations, that arise in many applied problems, and the coefficients of these equations are usually given approximately and have errors.

An approach to studying the stability of solutions of non-autonomous equations, based on the application of the asymptotic stability criterion for solutions to systems of linear differential equations with periodic coefficients is used in proving theorems. The criterion is formulated in terms of the solvability of a special boundary value problem for the Lyapunov differential equation and is an analogue of the Lyapunov criterion in the case of constant coefficients.

Conditions for perturbations of the coefficients of equation (1), under which the stationary solution is asymptotically stable are obtained. Estimates on the attraction sets and estimates for the rate of stabilization of solutions as $t \rightarrow \infty$ are established. The results obtained indicate the asymptotic stability of stationary solutions.

-
- [1] N. N. Bogolyubov, "Perturbation theory in nonlinear mechanics", Sb. Tr. Inst. Stroitel'n. Mekh. AN Ukrain. SSR. 14, 9–34 (1950) (in Russian).
 - [2] P. L. Kapitsa, "Dynamical stability of a pendulum with vibrating suspension point", Zh. Eksper. Teoret. Fiz. 21 (5) 588–597 (1951) (in Russian).
 - [3] G. V. Demidenko and I. I. Matveeva, "On stability of solutions to quasilinear periodic systems of differential equations", Siberian Math. J. 45 (6), 1041–1052 (2004).
 - [4] G. V. Demidenko and K. S. Myagkikh, "On the Robust Stability of Stationary Solutions to a Class of Mathieu-Type Equations", Lobachevskii J. Math. 44 (3), (2023).

Scientific supervisor – Dr. Phys.-Math., prof. G.V. Demidenko

Simulation of two-phase flow in a porous medium using the lattice Boltzmann equation

K.V. Novoselov

Novosibirsk State University

Creating a mathematical model of the hydrodynamic flow of such complex systems, which include hydrocarbon fluids is a rather difficult task. The question is not so much in the problems of programming itself, but in building the “correct” model. However, the more complex the model, the more defining parameters it takes into account, the more closing relationships must be specified. In order to correctly and optimally perform a certain technological task, it is necessary to first carry out numerical experiments simulating this task based on some adequate model.

Traditionally, to solve hydrodynamic problems, computational methods based on the numerical solution of the Navier-Stokes equations are used. However, in the last 35 years, an alternative approach has been developed - the method of lattice Boltzmann equations (LBM), in which a discretized Boltzmann equation is solved to simulate the flow of a viscous Newtonian fluid.

The work is devoted to the study of two-phase flow in a porous medium. The flow was modeled using the Boltzmann lattice equation method. The two-dimensional D2Q9 model was used [1]. To describe the phase separation of a multicomponent fluid, the pseudopotential method with the general Peng-Robinson equation of state was used [2]. The simulation took into account the interaction of the fluid with the material of the porous skeleton to simulate the friction and the wettability of the walls.

[1] 1. Qian Y.N., d’Humières D., Lallemand P. Lattice BGK models for Navier-Stokes equation // *Europhysics Letters*. – 1992. – V.17, N 6. P. 479-484.

[2] 2. Cheng Peng, Luis F. Ayala, Orlando M. Ayala. A thermodynamically consistent pseudo-potential lattice Boltzmann model for multi-component, multiphase, partially miscible mixtures // *Journal of Computational Physics*. – 2021. – V. 429

Scientific supervisor – Cand. Phys.-Math. D.A. Medvedev

Estimation of heat flows according to thermal imaging monitoring data

N. V. Pritupov

Novosibirsk State University

Using a thermal imager allows you to identify areas where heat is escaping from a building. The calculation of heat transfer through building envelope requires the calculation of many parameters. Such methods make it possible to understand how much heat is leaving the building at a given time only in points, and not in quantitative parameters of the heat flux. In works [1], [2], an attempt was made to solve the problem of transition from points (color ranges) directly, by tracking real heat losses in three typical buildings with different results of thermal imaging control.

Pritupov N.V., proposed an assessment of thermal protection based on a data array of long-term temperature monitoring inside and outside the building without the use of additional equipment. An original element of this approach is the identification of linear sections of a decrease in the internal temperature over a period of more than an hour. [3] This approach allows tracking heat losses in the heat flow parameters.

Consolidation of information from thermal imaging control of the enclosing surfaces of buildings in five categories (windows, space under the window, walls, seams, roof) and long-term temperature monitoring inside and outside the building should allow estimating the heat losses of thermal imaging monitoring in quantitative terms, and not in scoring.

In contrast to the works of Volgograd researchers mentioned above, it is proposed to make calculations using conditional model in which heat loss occurs through a graduated spot with different degrees of brightness at different external and internal temperatures. In the future, a single-point model can be turned into a multi-point model, and then into a model for following the heat outflow according to thermal imaging control data.

[1] Kornienko S.V. "Integrated assessment of energy efficiency and thermal protection of buildings"// Construction of unique buildings and structures. ISSN 2304-6295. No11(26). 2014. p. 33-48.

[2] Kornienko S.V. Comprehensive assessment of the thermal protection of building envelope enclosing structures // Engineering and Construction magazine, 2012. No7(33). p. 43–49.

[3] Pritupov N.V. "A new method for assessing the thermal protection of a building"

Scientific supervisor – PhD in Economics Y. P. Voronov

Review of the experience of using the automated Do-it-yourself insulin injection system in patients with type 1 diabetes

K. S. Shishin

Novosibirsk State University

The integration of continuous monitoring of glucose and insulin pumps with algorithms for calculating the current insulin demand has made it possible to create automated insulin injection systems that change the rate of hormone supply depending on the current and predicted glucose levels [1]. The greatest efficiency and safety in the treatment of diabetes mellitus are provided by closed-loop systems that control the administration of insulin with minimal or no patient involvement.

One of the problems faced by closed-loop delivery insulin systems users is an increase in the dose of insulin. One of the main advantages of non-commercial insulin delivery systems is their lower cost and, consequently, greater availability compared to commercial systems. These unregulated systems provide challenges for healthcare providers worldwide, with potential legal and ethical barriers to supporting their use [3].

Since non-commercial systems are not approved by official regulatory authorities, patients with diabetes, as a rule, connect them at their own risk. The responsibility for maintaining the health of the patient rests with the specialist who recommended the use of such treatment.

Systems with a closed loop of the DIY type ("DIY") have obvious advantages and disadvantages. Preliminary data indicate that the use of such systems (in particular, OpenAPS) makes it possible to achieve better control of glycemia than using pumps with the function of continuous glucose monitoring without a closed loop. Similarly commercial "artificial pancreas" systems, non-commercial systems can achieve a high percentage of time in the target range with minimal risk of hypoglycemia. At the same time, the independent "assembly" and management of automatic insulin injection systems requires a sufficiently high level of knowledge from the user both in the field of DM management and in the field of information technology. Therefore, non-profit systems are usually used by well-motivated and educated young people, this method can hardly find mass application. Many technological, medical, legal and ethical problems associated with the use of non-commercial delivery insulin systems still need to be solved. The professional community needs to develop its position on the use of such systems in the treatment of diabetes.

- [1] Morrison AE, Chong K, Senior PA, Lam A. A scoping review of Do-It-Yourself Automated Insulin Delivery system (DIY AID) use in people with type 1 diabetes. *PLoS One*. 2022 Aug 11;17(8):e0271096. doi: 10.1371/journal.pone.0271096. PMID: 35951597; PMCID: PMC9371307.
- [2] Ware J, Hovorka R. Closed-loop insulin delivery: update on the state of the field and emerging technologies. *Expert Rev Med Devices*. 2022;19(11):859-875. doi: 10.1080/17434440.2022.2142556.
- [3] Lewis D. History and Perspective on DIY Closed Looping. *J Diabetes Sci Technol*. 2019;13(4):790-793. doi: 10.1177/1932296818808307.

Scientific supervisor – Dr. Phys.-Math., Prof. V.V. Klimontov

On the acceleration of hydraulic fracture simulation

V. I. Shukalo

Novosibirsk State University

Hydraulic fracturing is a method for well production stimulation via the treatment of subterranean formation. Models of hydraulic fracturing are used for the treatment design: injection volumes, rates, concentrations, etc. Simulations are performed for multiple designs to choose the best one. It improves the efficiency of the stimulation via the prevention of risks associated with the breakthrough into water-bearing zones, reduction of fracturing materials consumption and CO₂ emissions.

The purpose of this work is to identify and accelerate slow components of planar 3D fracturing model. This simulator is used widely in the oil and gas industry because it accounts for the layered structure of the reservoir. Planar 3D is applicable for any ratio of fracture length to fracture height. The acceleration of the simulation is an actual problem for planar 3D, because the computation time grows rapidly with mesh refinement. It limits the application of the model for design optimization. In this study we consider planar 3D in PyFrac package [1] comprising the ILSA algorithm used in many other planar 3D implementations [2].

To verify the algorithm and control its regression, we created unit tests based on benchmark PKN solution [3]. Performance monitoring has shown that 80% of the simulation time it spent on the solution of the linearized elasto-hydrodynamics system. This is a stiff linear algebra problem with a dense matrix solved in PyFrac by the direct method. Therefore, we consider the methods to speed up the calculation via iterative methods and stiffness improvement (regularization).

[1] H. Zia, B. Lecampion, "PyFrac: A planar 3D hydraulic fracture simulator", *Computer Physics Communications*, vol. 255, 2020

[2] E.V. Dontsov, A. P. Peirce, "A multiscale Implicit Level Set Algorithm (ILSA) to model hydraulic fracture propagation incorporating combined viscous, toughness, and leak-off asymptotics *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, 313, 53-84, 2017.

[3] Y. Kovalyshen, E. Detournay. "A Reexamination of the Classical PKN Model of Hydraulic Fracture", *Transport in Porous Media*, no. 81, pp. 317-339, 2010.

Scientific supervisor – PhD, A. N. Baykin

Development of a morpho-syntactic parser for the DeepPavlov library

A.Y. Redko

Novosibirsk State University

Automatic processing of morphology and syntax have been a considerable part of Natural Language Processing (NLP) for many years. The development of char-level features[3], embeddings pretraining[4], and end-to-end deep learning pipelines[1] has all aided in the rapid advancement of NLP in general and grammatical feature extraction systems in particular. Pretrained language models and context-dependent embeddings like ELMo[5] and BERT[2] were introduced, which strengthened this trend and markedly improved the vast majority of NLP tasks, including grammatical tagging and parsing.

The objective is to develop a configuration for the DeepPavlov library, which allows to perform morpho-syntactic analysis of the text. At the present moment such a model in DeepPavlov is not provided. Forementioned analysis includes parts-of-speech (pos) tagging, grammatical features extraction, lemmatization and dependency parsing. Part of speech tags, feature tags and dependency trees must conform to Universal Dependencies rules. In this work we will compare different language models.

Furthermore, there is one successful machine learning approach called multi-task learning (MTL), which involves training a machine learning model on multiple related tasks rather than each task separately. It is assumed that the proposed solution will work exactly in a multitasking approach. In our case, the idea is to train POS and Morphological Features decoder, lemma decoder and Dependencies decoder simultaneously.

-
- [1] Collobert, R. et al.: Natural language processing (almost) from scratch. *Journal of machine learning research*. 12, Aug, 2493–2537 (2011).
 - [2] Devlin, J. et al.: BERT: pre-training of deep bidirectional transformers for language understanding. *CoRR*. abs/1810.04805, (2018).
 - [3] Lample, G. et al.: Neural architectures for named entity recognition. In: *Proceedings of the 2016 conference of the north American chapter of the association for computational linguistics: Human language technologies*. pp. 260–270 Association for Computational Linguistics, San Diego, California (2016)
 - [4] Mikolov, T. et al.: Efficient estimation of word representations in vector space. *CoRR*. abs/1301.3781, (2013).
 - [5] Peters, M. E. et al.: Deep contextualized word representations. *CoRR*. abs/1802.05365, (2018).

Scientific supervisor – Dr. Phys.-Math. R.I. Mullyadzhanov

Scientific co-advisor - I. Bondarenko

Conditions for the existence and non-existence of cycles in the models of a circular gene network

E.A. Tatarinova

Novosibirsk State University

A dynamic system under consideration models the simplest circular gene network regulated only by negative feedbacks, in which the rate of synthesis of one protein monotonically decreases with an increase in the concentration of another. Such a process of synthesis and decomposition of components in biological research is described by block-linear systems of the form (1).

$$\dot{x}_1 = f_1(x_n) - k_1x_1, \dot{x}_2 = f_2(x_1) - k_2x_2, \dots, \dot{x}_n = f_n(x_{n-1}) - k_nx_n. \quad (1)$$

Each function f_i is equal to the constant A_i $i = 1, 2, \dots, n$ to the left of unity and zero to the right of it, we denoted $a_i = \frac{A_i}{k_i}$, then the system under consideration takes on a stepwise form.

Variables x_1, x_2, \dots, x_n depend on time, they are the mass or concentration of n substances involved in the reaction. In previous studies [1], it was found out under what conditions system (1) has a periodic solution and the following theorem was proved:

For odd n , the autonomous system (1) has a periodic solution if and only if $a_i > 1$ for all $i = 1, 2, \dots, n$.

For a three-dimensional system, the conditions for the nonexistence of a cycle are proved:

Теорема 1. *An autonomous system of the form (1) does not have a cycle if at least for one index i satisfies the inequality $a_i < 1$ or the equality $a_i = 1$.*

Similar conditions can be obtained for multidimensional analogues of the system.

[1] V.P. Golubyatnikov, V.V. Ivanov, "Cycles in the Odd-Dimensional Models of Circular Gene Networks", J. Appl. Indust. Math, 2018, Vol. 12, No. 4, pp. 648–657

Scientific advisor – Dr. Phys.-Math., prof. V.P. Golubyatnikov

Deep learning-based diagnosis of Ankylosing Spondylitis using hip X-ray images for Sacroiliitis detection

A.S. Tsydenov

Novosibirsk State University

Ankylosing Spondylitis (AS) is a chronic autoimmune disorder that affects the spine and can cause severe pain and stiffness in the back. Early diagnosis and treatment can prevent long-term complications and improve quality of life. X-ray imaging is a commonly used diagnostic tool for AS. Sacroiliitis is one of the main manifestations of axial spondyloarthritis, including AS. However, traditional diagnosis using x-rays is time-consuming and requires expertise to interpret accurately. In recent years, deep learning-based approaches have shown promising results in medical image analysis. The study aims to investigate the feasibility of using deep learning for the diagnosis of AS using x-ray images.

The use of deep learning algorithms, particularly convolutional neural networks (CNNs), have been successfully applied to various medical image analysis tasks, including diagnosis, segmentation, and classification. Several studies have also demonstrated the potential of neural networks for the automated diagnosis of AS using x-ray images. For instance, a study [1] used a pre-trained ResNet-50 network to classify x-ray images into AS and non-AS groups, achieving an AUC score of 0.94 for the test dataset.

The study is expected to produce a deep learning-based system that can accurately diagnose AS using x-ray images. The performance of the developed model will be compared with traditional diagnostic methods, such as the modified New York criteria. The results of the study can provide valuable insights into the feasibility of using deep learning for the automated diagnosis of AS and can potentially contribute to the development of more accurate and efficient diagnostic tools for this condition.

[1] Bressemer, K.K., Vahldiek, J.L., Adams, L. et al. Deep learning for detection of ra-diographic sacroiliitis: achieving expert-level performance. *Arthritis Res Ther* 23, 106 (2021).

Scientific advisor – PhD in mathematical biology and bioinformatics S.A. Lashin

Mesoscopic modeling of multicomponent multiphase flows

E.V. Yunosheva

Novosibirsk state university

The study of the flow that occurs when liquid or gas is fed into the rock is important for improving oil recovery processes. One of the ways to study such flows is to conduct laboratory experiments on a core sample. Yet such method has the following disadvantages:

1. Expensive and long (usually core testing in the laboratory takes up to 3 months).
2. Low reliability of research results.
3. Only one experiment can be performed on a core.

Therefore, it is necessary to make a digital analogue, it is economical and a large number of experiments can be carried out on it. Due to the fact that multiphase flows with the exchange of components have been studied rather poorly, the research will remain relevant for a long time.

The work is devoted to the study of two-phase flow in a porous media. The flow was modeled using the lattice Boltzmann equation method. A two-dimensional model D2Q9 and a three-dimensional model D3Q19 were used [1]. The model in question was a mixture of hydrocarbons. The modeling took into account the interaction of the fluid with the porous media material, providing the desired wettability.

[1] 1. Qian Y.N., d'Humières D., Lallemand P. Lattice BGK models for Navier-Stokes equation // *Europhysics Letters*. – 1992. – V.17, N 6. P. 479-484.

Scientific supervisor – Cand. Phys.-Math. D.A. Medvedev

Dixit-Stiglitz-Krugman Model with Investments in R&D

I. V. Zhukov

Novosibirsk State University

Authors investigate the model of international trade with two asymmetrical countries under monopolistic competition of producers [1], [3] with non-linear producer cost functions and "iceberg type" transport costs. The research presents a comparative statics of equilibrium states in terms of the transport costs parameter. Several special cases of trade are considered: the case of free trade and autarky. Authors estimate the sensitivity of individual consumption, the size and mass of firms, prices and social welfare to changes in transport costs in a situation of market equilibrium. For the case of autarky, the increase in welfare before the complete cessation of trade is analyzed [2].

The research was partially carried out within the framework of the state task of the Sobolev Institute of Mathematics (project FWNF-2022-0019).

[1] A. Dixit, J. Stiglitz. Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity // American Economic Review, 1977, Vol. 67, No. 3. P. 297-308.

[2] S. Kokovin, P. Molchanov, I. Bykadorov. Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade: Revisiting Gains from Trade // Journal of International Economics, 2022, Vol. 137. 103595.

[3] P. Krugman. Increasing returns, monopolistic competition and international trade // Journal of International Economics, 1979, Vol. 9, No. 4. P. 469-479.

Scientific supervisor – Cand. Phys.-Math., I. A. Bykadorov

Synthesis of sound of the specified music instruments using deep neural network based on WaveNet model

O. V. Zhukov

Novosibirsk State University

Audio synthesis is an essential task for a large range of application from text-to-speech (TTS) systems to music generation. The ability to synthesize specific waveform using discrete data like MIDI provides important and useful tools for composers and music producers alike. Current available solutions (open-sourced and proprietary) mainly use concatenative synthesis. Such approach requires big sample libraries in order to generate high quality sound.

On the other hand, modern success in machine learning allowed to tackle waveform synthesis using models based on deep neural networks. In theory applications based on such models can generate realistic sound without the need of gigabytes of the storage space.

Different approaches of waveform synthesis using neural networks include autoregressive models [1], generative adversarial networks [2], [3] and flow-based models [4]. Promising results were achieved by using differentiable digital signal processing (DDSP) [5] for the task of music waveform synthesis in [6]. All these models aim to generate sound which is close to the sound of the real music instruments. But still subjective listening tests show that this goal is yet to be achieved. Another downside of these models is that they generate non-accurate pitches of the monophonic sound, and in case of an attempt to mix generated waveforms to produce a polyphonic music, these pitch variances yield noticeable dissonance. In this work another approach is presented. Inspired by the observation in [7] that sound produced by the model-to-audio synthesizer is rated better than the actual audio recording, it is proposed to shift focus from mimicking the audio recording of the real-life music instrument to the generation of the pitch accurate and high-quality sound.

The approach consists of two models: one model generates a low-resolution but pitch accurate sound, another is used to super-sample the resulting audio. As the waveform generator it is suggested to use WaveNet model with modifications from [1]. In order to train the model samples generated by the software synthesizer are used. This allows to improve the pitch accuracy of the model by providing more samples to the training dataset and simplifying harmonic texture of the sound.

- [1] Engel J. et al. Neural audio synthesis of musical notes with wavenet autoencoders //International Conference on Machine Learning. – PMLR, 2017. – C. 1068-1077.
- [2] Kumar K. et al. Melgan: Generative adversarial networks for conditional waveform synthesis //Advances in neural information processing systems. – 2019. – T. 32.
- [3] Kong J., Kim J., Bae J. Hifi-gan: Generative adversarial networks for efficient and high fidelity speech synthesis //Advances in Neural Information Processing Systems. – 2020. – T. 33. – C. 17022-17033.
- [4] Prenger R., Valle R., Catanzaro B. Waveglow: A flow-based generative network for speech synthesis //ICASSP 2019-2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). – IEEE, 2019. – C. 3617-3621.
- [5] Engel J. et al. DDSP: Differentiable digital signal processing //arXiv preprint arXiv:2001.04643. – 2020.
- [6] Wu Y. et al. MIDI-DDSP: Detailed control of musical performance via hierarchical modeling //arXiv preprint arXiv:2112.09312. – 2021.
- [7] Shi X. et al. Can Knowledge of End-to-End Text-to-Speech Models Improve Neural MIDI-to-Audio Synthesis Systems? //arXiv preprint arXiv:2211.13868. – 2022.

Scientific supervisor – I. Y. Bondarenko

АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

УДК 512.714

Monomial Rota—Baxter operators of weight zero on $F_0[x, y]$

A.F. Khodzitskii

Novosibirsk State University

Given an algebra A over a field F , a linear operator R on A is called a Rota—Baxter operator, if the following relation

$$R(a)R(b) = R(R(a)b + aR(b) + \lambda ab)$$

holds for all $a, b \in A$. Here $\lambda \in F$ is a fixed scalar called a weight of R . Rota—Baxter operator is an algebraic generalization of the integral operator.

An operator L on $F[x, y]$ is called monomial if $L(x^k y^l) = \varepsilon_{kl} x^{a_{kl}} y^{b_{kl}}$, where $\varepsilon_{kl} \in F$ for all $k, l \in \mathbb{N}$. Monomial Rota—Baxter operators on $F[x]$ were introduced in [1], and such operators on $F[x]$ were classified in [2].

Define $F_0[x, y] = F[x, y] \setminus F^*$. Let R be a monomial RB-operator on $F_0[x, y]$. Define $\text{Sh}(R) = \{x^k y^l \mid R(x^k y^l) = \alpha x^n y^m, x^k y^l \neq x^m y^n, \alpha \neq 0\}$.

Теорема 1. *Let R be a monomial Rota—Baxter operator of weight 0 on $F_0[x, y]$ such that $\ker R$ does not contain monomials, $\text{Sh}R \neq \emptyset$, and $\deg(R(x^n y^m)) \leq n + m$. Then R is one of the following operators:*

$$R_1(x^{sn+k} y^m) = \begin{cases} \frac{\alpha_{k,0} \alpha_{n,0}}{s\alpha_{k,0} + \frac{m+k-a_k}{k-a_k} \alpha_{n,0}} x^{sn} y^{m+k-a_k}, & 0 < k < n, \\ \frac{\alpha_{n,0} \alpha_{0,1}}{m\alpha_{n,0} + s\alpha_{0,1}} x^{sn} y^m, & k = 0, \end{cases}$$

$$R_2(x^k y^m) = \begin{cases} \frac{(k-a_k) \alpha_{k,0}}{m+k-a_k} y^{m+k-a_k}, & 0 < k, \\ (\alpha_{0,1}/m) y^m, & k = 0, \end{cases}$$

where $\{a_i, i = \overline{1, n-1}\}$ (for R_1) and $\{a_i, i \in \mathbb{N}^*\}$ (for R_2) is a set of natural numbers satisfying the condition $k > a_k$ for all k .

We have described all monomial Rota—Baxter operators of weight 0 on $F_0[x, y]$ such that $\text{Sh}(R) = \emptyset$. A partial classification of homogeneous monomial Rota—Baxter operators of weight 0 on $F_0[x, y]$ was obtained.

- [1] L. Guo, M. Rosenkranz, and S.H. Zheng. Rota-Baxter operators on the polynomial algebras, integration and averaging operators, *Pacific J. Math.* (2) 275 (2015) 481–507.
- [2] H. Yu. Classification of monomial Rota-Baxter operators on $k[x]$. *J. Algebra Appl.* 15 (2016), 1650087, 16 p.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, В.Ю. Губарев
Scientific supervisor – PhD, V.Yu. Gubarev

Решетка расширений минимальной логики с аксиомой Даммета

Д.М. Анищенко

Новосибирский государственный университет

Минимальная логика Иоганссона J получается из интуиционистской логики Int отказом от аксиомы $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$. Таким образом, логика J является паранепротиворечивым аналогом логики Int . Логика LC , получающаяся добавлением аксиомы Даммета $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ к логике Int , называется логикой цепей. Обозначим через JC логику, которая получается добавлением аксиомы Даммета к минимальной логике J . В данном докладе рассматривается проблема описания решетки расширений логики JC .

Проблема. Выяснить, какой вид имеет решетка расширений логики JC . Известно, что решетка собственных расширений логики цепей LC дуально изоморфна стандартному порядку на натуральных числах [1]. В настоящем докладе дается описание решетки расширений паранепротиворечивого аналога логики цепей – логики JC .

Результаты. Дано описание решетки расширений логики JC как решетки конусов некоторого частичного порядка. Также показано, что каждое расширение данной логики является конечно-аксиоматизируемым и разрешимым.

[1] J.M. Dunn, R.K. Meyer. Algebraic completeness results for Dummett's LC and its extensions. *Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, 17, No.2, 1971, 225 - 230.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук С.П. Одинцов

Спектры и автоморфизмы квазиполей малых порядков

А.А. Антошкин

Сибирский федеральный университет, Красноярск

Множество $Q = (Q, +, \cdot)$ с бинарными операциями сложения $+$ и умножения \cdot называют *правым квазиполем* [1], если выполняются условия:

- 1) $Q^+ = (Q, +)$ – абелева группа;
- 2) $Q^* = (Q \setminus \{0\}, \cdot)$ – лупа;
- 3) $x \cdot 0 = 0$ для любого $x \in Q$;
- 4) правый дистрибутивный закон $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$ для любых $x, y, z \in Q$;
- 5) если $a, b, c \in Q$ и $a \neq b$, то уравнение $x \cdot a = x \cdot b + c$ однозначно разрешимо в Q .

Наименьший возможный порядок нетривиального квазиполя равен 9. Мы решаем методом регулярного множества для квазиполей малых нечетных порядков структурные вопросы В. М. Левчука (подробно см. [2], [3]). Результаты для всех квазиполей порядка 9 представлены в таблице. «Странное» квазиполе не имеет нетождественных автоморфизмов, -1 не принадлежит центру.

Квазиполе	Правый спектр	Левый спектр	$Aut Q$
Q_1 – квазиполе Холла, почти-поле	{1,2,8}	{1,2,3}	S_3
Q_2 – квазиполе Холла	{1,2,8}	{1,2,5}	S_3
Q_3 – квазиполе Холла	{1,2,4}	{1,2,4}	S_3
Q_4 – «странное» квазиполе	{1,2,4,5,6,8}	{1,2,3,5}	1

Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ (Соглашение 075-02-2022-876).

[1] D. R. Hughes, F. C. Piper. Projective planes. Springer-Verlag New-York Inc., 1973.

[2] Levchuk V.M., Kravtsova O.V. Problems on structure of finite quasifields and projective translation planes // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2017. Vol. 38, no. 4, P. 688–698.

[3] Кравцова О. В., Скок Д. С. Метод регулярного множества построения конечных квазиполей // Тр.ИММ УрО РАН, т.28 (2022), №1, с. 164-181.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. О.В. Кравцова

О классификации 3-порожденных групп 6-транспозиций

В.А. Афанасьев

Новосибирский государственный университет

Группа G называется группой n -транспозиций, если $G = \langle D \rangle$ и

- $x \in D \implies |x| = 2$
- $D^G = D$ (D – нормальное множество)
- $x, y \in D \implies |xy| \leq n$

Примерами таких групп являются группы перестановок S_n (группы 3-транспозиций) и A_n (группы 6-транспозиций), а также многие другие, в том числе спорадические конечные группы: Fi_{22} , Fi_{23} , Fi_{24} (3-транспозиций), \mathbb{B} (4-транспозиций), \mathbb{M} (6-транспозиций). На данный момент полная классификация доступна только при $n = 3$, в частности известно, что любая конечно-порожденная группа 3-транспозиций конечна [4]. В остальных случаях доступна лишь частичная классификация с доп. условиями [2], [3].

В докладе планируется изложить результаты классификации групп 6-транспозиций, порождаемых тремя D -элементами, два из которых коммутируют, иными словами гомоморфные образы группы

$$G = \{x, y, z \mid x^2 = y^2 = z^2 = (xy)^2 = (yz)^a = (xz)^b = e\},$$

где $a, b \in \{1..6\}$.

Варианты с похожим условием рассматривались в [1], однако в этой работе введены дополнительные ограничения, которые нами не требуются.

Теорема. Пусть $(r_1, r_2) \neq (6, 6)$. Тогда все 3-порожденные группы 6 транспозиций с коммутирующей парой порождающих конечны и либо являются разрешимыми, либо являются гомоморфными образами одной из следующих групп

Группа	Тип изоморфизма
G_1	$PGL(2, 9)$
G_2	$2 \times ((2^5 : A_5) : 2^2)$
G_3	$(A_5 \times A_5) : 2^2$
G_4	$2 \times (2^{10} : PSL(2, 11))$
G_5	$2 \times (3^{10} : PSL(2, 11))$
G_6	$2^{10} : A_5$
G_7	$2 \times (2^5 : S_6)$
G_8	$2 \times 3.S_6$
G_9	M_{12}
G_{10}	$(2.M_{22}) : 2$

Замечание: разрешимые группы также известны, но опущены для краткости. По случаю (6, 6) также есть частичные продвижения.

- [1] S.C.E. Decelle, Majorana Representations and the Coxeter Groups $G^{(m,n,p)}$. *Imperial College London*, 2014.
- [2] A. Mamontov, A. Staroletov, M. Whybrow, Minimal 3-generated Majorana algebras. *Journal of Algebra* 2019, vol. 524 pp. 367–394.
- [3] S. Khasraw, J. McInroy, S. Shpectorov, Enumerating 3-generated axial algebras of Monster type. 2018
- [4] J.I. Hall, The general theory of 3-transposition groups *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 1993. vol. 114 pp. 269-294.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. А.С. Мамонтов

Диаграммы унификаторов в предтабличных расширениях Int

Е.В. Брылякова

Сибирский федеральный университет, Красноярск

Теория унификации в настоящее время представляет большой интерес для изучения в области неклассических логик. Наиболее актуальные на сегодня задачи: установление факта унифицируемости формул, поиск эффективных алгоритмов построения унификаторов формул и поиск наилучших таких подстановок, определение типа унификации в логике и сопутствующие вопросы.

Формула $\varphi(p_1, \dots, p_s)$ унифицируема в $\mathcal{L} \Leftrightarrow \exists \sigma : p_i \mapsto \sigma_i$ (унификатор) для каждой p_i такая, что $\varphi(\sigma_1, \dots, \sigma_s) \in \mathcal{L}$.

Унификатор σ формулы $\varphi(p_1, \dots, p_s)$ назовем *более общим* чем σ^1 в \mathcal{L} ($\sigma^1 \preceq \sigma$), если существует подстановка γ такая, что $\forall p_i \in Var(\varphi) : \sigma^1(p_i) \equiv \gamma(\sigma(p_i)) \in \mathcal{L}$.

По определению множество всех унификаторов любой формулы предупорядочено отношением «более общий» [1]. В 2019 году С.И. Башмаков предложил интерпретацию множества унификаторов формулы в виде дерева с особыми характеристиками [2]. В продолжение этих исследований, мы определяем так называемые диаграммы унификаторов: исследуются их структурные свойства, ветвления, сегменты эквивалентности и зависимость построения диаграммы от формулы или логики. Уже доказан ряд свойств корневых (константных) подстановок, определены максимальные элементы таких структур, благодаря чему переопределены типы унификации произвольной формулы унифицируемой в логике. Рассмотрены формулы унифицируемые в предтабличных расширениях Int: LС, L2, L3. Описаны фактор-диаграммы унификаторов, позволяющие дополнить исследования, возможностью их представления хорошо изученными диаграммами Хассе.

[1] S. Ghilardi, Best solving modal equations. // Annals of Pure and Applied Logic, 2000, 183–198.

[2] С. И. Башмаков, Структурные вопросы дерева унификаторов. // Тезисы докладов Международной конференции «Мальцевские чтения», ИМ СО РАН, 2019, 70.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук С.И. Башмаков

Хопфовость некоторых HNN расширений групп Баумслага – Солитера

А.П. Воронич

Новосибирский государственный университет

Группа называется *хопфовой*, если всякий её гомоморфизм на себя имеет тривиальное ядро, т. е. является автоморфизмом. До 1962 года считалось, что группы с двумя порождающими и одним соотношением должны быть хопфовы.

В 1962 году Г. Баумслаг и Д. Солитер [1] предложили серию групп с двумя порождающими и одним соотношением

$$BS(p, q) = \langle a, t \mid t^{-1}a^p t = a^q \rangle. \quad (1)$$

Здесь p, q - пара ненулевых целых чисел (параметры). Оказалось, что эта серия содержит бесконечное семейство нехопфовых групп.

HNN расширение G^* – это фактор-группа $G * \langle t \rangle$ по нормальному замыканию $\{t^{-1}at\varphi(a) \mid a \in A\}$, где φ изоморфизм между подгруппами $A, B \leq G$:

$$G^* = \langle G, t \mid t^{-1}at = \varphi(a) \rangle. \quad (2)$$

В настоящей работе речь пойдёт о HNN-расширении группы Баумслага Солитера $BS(1, m)$:

$$G = \langle a, t, s \mid t^{-1}at = a^m, s^{-1}as = a^n \rangle. \quad (3)$$

Основным результатом работы является следующая теорема.

Теорема 1. *Если m и n взаимно просты, то группа (3) нехопфова.*

[1] Baumslag G., Solitar D. Some two-generator one-relator non-hopfian groups // Bull. Amer. Math. Soc. – 1962. – V. 68, № 3. – P. 199-201.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, Ф.А. Дудкин

Структурные вопросы для квазиполей Холла порядка 64

В.С. Логинова

Сибирский федеральный университет, Красноярск

Отказ в определении поля от коммутативности приводит к понятию тела; отказываясь и от ассоциативности, приходят к понятию полуполя. К более общему понятию квазиполя приводит ослабление двусторонней дистрибутивности до односторонней (см., например, [1], [2]).

Квазиполе Q порядка q^2 ($q = p^n$, p – простое число), двумерное над центром $K \simeq GF(q)$, называется *квазиполем Холла*, если все элементы из $Q \setminus K$ являются корнями одного неприводимого квадратичного многочлена

$$\varphi(x) = x^2 - rx - s \in K[x].$$

Эти квазиполя были построены М. Холлом [1] в 1943 г., они явились первыми примерами квазиполей, не являющихся ни полуполями, ни почти-полями. Для конечных квазиполей Холла мы решаем вопросы строения, предложенные В.М. Левчуком: о подполях, спектрах и автоморфизмах (подробно см. [3]).

Квазиполе Холла Q обладает единственным максимальным подполем K , за исключением случая, когда $q = 2^{2k+1}$, $\varphi(x) = x^2 + x + 1$, Q – объединение подполей порядка 4. Вопрос о спектрах решается при помощи метода регулярного множества. Предложен метод построения правопримитивных квазиполей Холла и алгоритм вычисления количества попарно неизоморфных квазиполей одного порядка.

Существует точно 10 попарно неизоморфных квазиполей Холла порядка 64. Для них решены все перечисленные вопросы. Представлены контрпримеры к теореме М. Кордеро и В. Джа [4].

Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ (Соглашение 075-02-2022-876).

[1] М. Холл. Теория групп. М.: Госиноиздат, 1962.

[2] D. R. Hughes, F. C. Piper. Projective planes. Springer-Verlag New-York Inc., 1973.

[3] V. M. Levchuk, O. V. Kravtsova. Problems on structure of finite quasifields and projective translation planes. Lobachevskii Journal of Mathematics, 2017, T. 38, № 4. P. 688—698.

[4] M. Cordero, V. Jha. On the multiplicative structure of quasifields and semifields: cyclic and acyclic loops. Note di Matematica, 2009, V. 29, № 1. P. 45–59.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. О.В. Кравцова

О видах предгеометрий ациклических теорий

С.Б. Малышев

Новосибирский государственный университет

Приводится описание видов предгеометрий [1] для ациклических теорий, т.е. теорий ациклических графов. Вводятся новые понятия a -предгеометрии, a -модулярности и a -локально конечности.

Определение. Будем называть вершину a в графе n -вершиной (∞ -вершиной), если она инцидентна n рёбрам (бесконечному числу рёбер). Назовём n -окрестностью вершины a множество вершин, соединённых с ней через n рёбер. Это множество обозначается через $N_n(a)$. Последовательность натуральных чисел и символа ∞ будем называть *кодом* вершины a от вершины b если i -тый элемент последовательности является степенью i -той вершины на пути от элемента b к элементу a . Будем говорить, что вершины имеют один тип, если на каждой их окрестности имеется одно и тоже число вершин одинакового кода.

Теорема 1. Пусть T — ациклическая теория с бесконечной насыщенной моделью $M = \langle S, R \rangle$. Тогда a -предгеометрия $\langle S, \text{acl} \rangle$ a -модулярна.

Теорема 2. Пусть T — ациклическая теория. Тогда для некоторой (любой) модели $M = \langle S, R \rangle$ теории T выполняются следующие условия: 1) если в модели имеется бесконечное число конечных компонент, то a -предгеометрия $\langle S, \text{acl} \rangle$ не является a -локально конечной \Leftrightarrow можно выделить бесконечное число конечных множеств с вершинами одного типа; 2) если в модели имеется бесконечная компонента, то a -предгеометрия $\langle S, \text{acl} \rangle$ не является a -локально конечной \Leftrightarrow в замыкании некоторой вершины существует бесконечное множество различных кодов, каждому из которых соответствует конечное число вершин на соответствующей окрестности.

[1] Geometric Stability Theory / A. Pillay – Oxford: Clarendon Press. – 1996.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. С.В. Судоплатов

Полиномиальная вычислимость на блокчейн структурах

С.Д. Новиков

Новосибирский государственный университет

В докладе исследуются вопросы вычислительной сложности исполнения смарт-контрактов на блокчейне с помощью виртуальной машины, описанной Гончаровым и Нечесовым в работе [1]. Представленные смарт-контракты являются L^* -программами специального вида в ρ -полном объектно-ориентированном языке программирования L^* .

Данный язык был представлен в работе Гончарова и Нечесова [1]. Они задали концепцию исполнения L^* -программ с помощью виртуальной машины. Сама же работа виртуальной машины может быть представлена в виде ρ -итерационного термина описанного в работе [2].

Теорема 1. *(Новиков) Операция выделения блокчейна из произвольного дерева блоков имеет полиномиальную вычислительную сложность.*

Теорема 2. *(Новиков, Нечесов) Вычислительная сложность любого смарт-контракта на блокчейне является полиномиальной относительно длины входящих данных и длины блокчейна.*

[1] S. Goncharov, A. Nechesov "Semantic programming for AI and Robotics" IEEE International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), 2022, pp. 810-815, doi: 10.1109/SIBIRCON56155.2022.10017077.

[2] S. Goncharov, A. Nechesov "Solution of the Problem $P = L$ " MDPI, Mathematics. 2022; 10(1):113. doi: 10.3390/math10010113

Научный руководитель – А.В. Нечесов

О распознавании групп по множеству размеров классов сопряженности

В.В. Панышин

Новосибирский государственный университет

Для конечной группы G обозначим через $N(G)$ множество размеров классов сопряженных элементов этой группы, а через $Z(G)$ — ее центр. В 1987 году Дж. Томпсон сформулировал следующую гипотезу: пусть L — неабелева простая группа, G — конечная группа такая, что $Z(G) = 1$ и $N(G) = N(L)$, тогда $G \simeq L$. Позже А.С. Кондратьев добавил эту гипотезу в *Коуровскую тетрадь* [1, Вопрос 12.38]. Над доказательством этой гипотезы работал целый ряд математиков, а окончательный шаг был сделан И.Б. Горшковым в [2].

В докладе мы рассмотрим один из способов обобщить гипотезу Томпсона. Через G^n обозначим прямое произведение n копий группы G . Недавно Горшков поставил следующий

Вопрос 1. Верно ли, что для любой неабелевой конечной простой группы S и для любого $n \in \mathbb{N}$ равенство $N(G) = N(S^n)$ влечет изоморфизм $G \simeq S^n$ для любой конечной группы G с тривиальным центром?

На сегодняшний день вопрос остается открытым. При $n > 1$ было известно лишь, что ответ на этот вопрос положителен, если $S \simeq A_5$ и $n = 2$ [3].

В докладе будут представлены следующие результаты.

Теорема 1. Пусть G — конечная группа такая, что $Z(G) = 1$ и $N(G) = N(A_6 \times A_6)$, тогда $G \simeq A_6 \times A_6$.

Теорема 2. Пусть G — конечная группа такая, что $Z(G) = 1$ и $N(G) = N(A_5 \times A_5 \times A_5)$, тогда $G \simeq A_5 \times A_5 \times A_5$.

Доклад подготовлен при поддержке Математического Центра в Академгородке, соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации № 075-15-2022-281.

-
- [1] E.I. Khukhro, V.D. Mazurov eds., Unsolved problems in Group Theory: the Kourovka Notebook // arXiv:1401.0300 [math.GR] (<https://kourovka-notebook.org>) (2022).
- [2] I.B. Gorshkov, On Thompson's conjecture for finite simple groups // Commun. Algebra, **47**:12 (2019), 5192-5206.
- [3] I.B. Gorshkov, On characterization of a finite group by the set of conjugacy class sizes // J. Algebra Appl., <https://doi.org/10.1142/S0219498822502267> (2021).
- [4] V.Panshin, On recognition of $A_6 \times A_6$ by the set of conjugacy class sizes // Sib. Elec. Math. J., **19**:2 (2022), 762-767.

Научный руководитель — д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Васильев

Об одном способе нахождения изоморфных графов

Ю.С. Подгорная

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

Задачи обработки графов требуют не только проверки изоморфизма, но и вычисление его подстановки. Рассмотрим простые графы.

Графом $G = (V, E)$ называется совокупность множества вершин $V = \{v\}$, и множества неупорядоченных пар $E = \{e = (u, v) \mid u, v \in V\}$, называемых ребрами. Граф G имеет порядок n , если $|V| = n$.

Говорят, что графы $G_1 = (V_1, E_1)$ и $G_2 = (V_2, E_2)$ изоморфны, если существует взаимно-однозначное соответствие $h : V_1 \rightarrow V_2$, сохраняющее смежность вершин: $e_1 = (u, v) \in E_1 \Leftrightarrow e_2 = (h(u), h(v)) \in E_2$. Изоморфные графы обозначаются $G_1 \cong G_2$.

Под симметрией графа G будем понимать перестановку на множестве вершин V , сохраняющую множество ребер инвариантным. Известна следующая теорема.

Теорема 1. $G_1 \cong G_2 \Leftrightarrow$ существует перестановка $\tau : G_1 \rightarrow G_2$.

Пусть даны два графа $G_1 = (V_1, E_1)$ и $G_2 = (V_2, E_2)$ такие, что $|V_1| = |V_2|$, $|E_1| = |E_2|$. Составим их матрицы смежности A_1 и A_2 соответственно — симметричные $(0, 1)$ -матрицы. Тогда, как известно, симметрия графов определяется подстановочной матрицей M такой, что $A_1 M = M A_2$.

Подстановочная матрица (матрица перестановки) — квадратная бинарная матрица порядка n с ровно одной "1" в каждой строке и столбце, и которая является матричным представлением перестановки на n элементах. Матрица подстановки всегда ортогональна и симметрична в случае, когда перестановка является произведением независимых транспозиций.

Будет верным следующее утверждение.

Теорема 2. $G_1 \cong G_2 \Leftrightarrow$ существует матрица подстановки такая, что $A_1 M = M A_2$.

Для нахождения матрицы M необходимо вычислить n^2 неизвестных бинарных значений. После подстановки которых в матричное уравнение $A_1 M = M A_2$ получаем линейную однородную систему из n^2 уравнений. Так как однородные системы линейных уравнений (ОСЛУ) всегда совместны, то при решении возможны два случая:

- система имеет единственное нулевое решение, и тогда графы G_1 и G_2 неизоморфны;

- система имеет бесконечно много решений, и можно найти такое ненулевое бинарное решение, которое будет соответствовать искомой перестановке вершин в случае изоморфизма заданных графов (и не одно). Полученная матрица M и задает перестановку $\tau : G_1 \longrightarrow G_2$. Решение можно искать в первую очередь среди фундаментальных решений ОСЛУ. В случае отсутствия подходящего решения графы будут неизоморфны (небинарные или вырожденные матрицы).

Так как вычислительная сложность метода Гаусса с частичным выбором главного элемента для систем линейных алгебраических уравнений порядка $n \times n$ равна $O(n^3)$, а умножение матриц порядка n имеет вычислительную сложность меньше, чем $O(n^3)$, то верно следующее.

Следствие. *Задача обнаружения изоморфизма для графов с одинаковым числом вершин и ребер имеет сложность $O(n^3)$.*

[1] Рыбников К. А. Введение в комбинаторный анализ / 2-е изд. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985 — 308 с.

[2] Подгорная Ю.С., Гришанов Н.В., Суворов А.А. Матрица смежности и изоморфизм графов // Материалы 57-й Международная научная студенческая конференция МНСК-2019: Школьная секция: естественные науки (математика, физика) / Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2019. — С. 17.

Научный руководитель — канд. техн. наук, доц. Л.Н. Марченко

О строении групп, изоспектральных $PSp_4(q)$.

В.М. Родионов

Новосибирский государственный университет

Конечные группы называются изоспектральными, если у них одинаковые множества порядков элементов. Группа G называется нераспознаваемой по спектру, если существует бесконечно много различных конечных групп, изоспектральных G . Пусть p — простое число, $q = p^m$, $m \geq 1$. Через $PSp_4(q)$ обозначается проективная симплектическая группа размерности четыре над полем порядка q и через $PSL_2(q)$ — проективная специальная линейная группа размерности два над полем порядка q .

В [1] было доказано, что все группы $PSp_4(q)$ нераспознаваемы по спектру. В [2] было уточнено строение групп, изоспектральных группам $PSp_4(q)$, однако остался открытым следующий вопрос: может ли конечная группа, гомоморфно отображающаяся на $PSL_2(q^2)$, быть изоспектральна $PSp_4(q)$? Известно, что ответ положителен при $p = 2, 3$ (см. [1]) и отрицателен при $q = 7$ [2, замечание 4].

В настоящей работе получен ответ на данный вопрос для всех $p \geq 5$.

Теорема 1. Пусть $q = p^m$, где $p \geq 5$ — простое число. Если G — конечная группа, $V \trianglelefteq G$ и $G/V \simeq PSL_2(q^2)$, то G не изоспектральна $PSp_4(q)$.

[1] В. Д. Мазуров. Распознавание конечных простых групп $S_4(q)$ по порядкам их элементов // Алгебра и логика. 2002. Т. 41. №2. 166–198.

[2] Y. V. Lytkin. On finite groups isospectral to the simple groups $S_4(q)$ // Сиб. электрон. мат. изв. 2018. Т. 15. 570–584.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук М.А. Гречкосеева

**Требование ковариантности для нахождения пропускной способности
квантовых каналов, заданных с помощью проективных унитарных
неприводимых представлений конечных групп**

Л.А. Рыскин

Московский физико-технический институт

Пусть на конечной группе G задано распределение вероятностей $\{\pi_g\}$ и проективное унитарное представление U_g , тогда отображение $\Phi_G[\rho] = \sum_{g \in G} \pi_g U_g \rho U_g^*$, $\rho \in \mathfrak{S}(H)$ задаёт унитарный квантовый канал в представлении Краусса. Если представление неприводимо и канал проективный: $\Phi(U_g \rho U_g^*) = U_g \Phi(\rho) U_g^*$, то величина Холево упрощается: $\chi(\Phi) = S\left(\Phi\left(\frac{I}{n}\right)\right) - \inf_{\rho} S(\Phi(\rho))$ [1].

Теорема 1. *G конечная группа порядка n^2 , где n размерность гильбертового пространства H , а T её нормальная абелева подгруппа порядка n . Пусть задано проективное унитарное неприводимое представление $\{U_g\}$, сужение которого на T даёт классическое унитарное представление. Кроме того пусть распределение вероятности $\{\pi_g\}$ удовлетворяет условию мажоризации: будем считать, что распределение на фактор группе упорядоченно - $\pi_{[g_1]} \geq \pi_{[g_2]} \dots \geq \pi_{[g_n]}$, где $\pi_{[g]} = \sum_{t \in T} \pi_{gt}$, тогда скажем, что распределение на группе G удовлетворяет условию мажоризации, если верна следующая импликация $l > k \implies \pi_{g_j t} \leq \pi_{g_k s} \forall s, t \in T$. В этих условиях классическая пропускная способность квантового канала, построенного по $\{U_g\}$ и $\{\pi_g\}$ $\Phi(\rho) \equiv \sum_{i=1}^n \pi_i U_{g_i} \rho U_{g_i}^*$ равна $C(\Phi) = \chi(\Phi) = \log n + \sum_{i=1}^n \pi_{[g_i]} \log \pi_{[g_i]}$ [2].*

Теорема 2. *В условиях теоремы 1 можно не требовать ковариантность квантового канала, которая при неабелевости группы G верна не всегда.*

Примеры. Примеры групп, удовлетворяющих условию теоремы 1: $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_n$, $K_4 \times \mathbb{Z}_4$ - K_4 четверная группа Клейна.

[1] Holevo A. S. Quantum systems, channels, information: a mathematical introduction. – Walter de Gruyter, 2019.

[2] Amosov G. G. On capacity of quantum channels generated by irreducible projective unitary representations of finite groups Quantum Information Processing, 2022. T. 21. №. 2. С. 81.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Г. Г. Амосов

Почти-кольца Галуа и схемы отношений над ними

С.С. Саидов

Новосибирский государственный университет

В работе определяется и рассматривается новый класс конечных почти-колец (см. [1]), который мы назвали *почти-кольца Галуа*, поскольку почти-кольцо Галуа является обобщением с одной стороны кольца Галуа (см. [2]), а с другой — почти-поля (см. [3]).

Определение. Конечное (аддитивно коммутативное) почти-кольцо с единицей называется почти-кольцом Галуа, если множество его правых делителей нуля вместе с самим нулем образует главный идеал $(p1)$ почти-кольца для некоторого простого числа p .

Показано, что за счет алгоритма Диксона [3] может быть построено бесконечно много почти-колец Галуа (как и в случае почти-полей). Вопрос о том, существуют ли принципиально иные почти-кольца Галуа остается открытым.

Наши исследования мотивированы поиском новых комбинаторных конструкций. В частности, мы показываем, что из почти-колец Галуа возникает класс схем отношений (association schemes) аналогичный известному классу циклотомических схем над конечными полями и почти-полями.

[1] G. Pilz. Near-rings: what they are and what they are good for. Papers in algebra, analysis and statistics (Hobart, 1981), P. 97–119. – In: Contemp. Math. Vol. 9. – Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1981.

[2] Z. X. Wan. Lectures on Finite Fields and Galois Rings, – World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ. – 2003.

[3] R. Lockhart. The Theory of Near-Rings. Lecture Notes in Mathematics, Vol. 2295. – Springer, Cham. – 2021.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Васильев

Полуполевыми проективные плоскости с диэдральной подгруппой автотопизмов

Д.С. Скок

Сибирский федеральный университет

Полуполе называется простое кольцо, в котором ненулевые элементы по умножению образуют лупу. Проективная плоскость называется *полуполево*, если ее координатирующее множество является полуполем. В связи с проблемой классификации конечных полуполей и известной гипотезой Д. Хьюза 1959 года [1] о разрешимости группы коллинеаций (автоморфизмов) конечной недезарговой полуполевои плоскости большое значение имеет информация об автотопизмах, то есть коллинеациях, фиксирующих треугольник.

Мы изучаем автотопизмы четного порядка в случае, когда координатирующее полуполе Q является двумерным векторным пространством над своим ядром

$$K = \{k \in Q \mid k(ab) = (ka)b \forall a, b \in Q\}.$$

Пусть π — полуполевои плоскость порядка p^{2n} , координатируемая полуполем Q с ядром $K \simeq GF(p^n)$. Здесь p — простое число, причем $p \equiv 1 \pmod{4}$. Обозначим через Λ группу автотопизмов плоскости π , линейных над K . Построено матричное представление регулярного множества (подробнее см. [2]) плоскости π при условии, что Λ содержит диэдральную подгруппу порядка 8. С использованием вычислительной техники найдены 34 примера полуполевои плоскостей порядка 625 с этим условием. Полученные результаты согласуются с представленными в [3].

Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ (Соглашение 075-02-2023-936).

[1] D. R. Hughes, F. C. Piper. Projective planes. – Springer-Verlag New-York Inc. – 1973.

[2] O. V. Kravtsova, D. S. Skok. The spread set method for the construction of finite quasifields // Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN, 2022, vol. 28, № 1, p. 164-181.

[3] O. V. Kravtsova. Dihedral group of order 8 in an autotopism group of a semifield projective plane of odd order // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics, 2022, vol. 15, no. 3, p. 21–27.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. О.В. Кравцова

Семантика CTLK. Свойства и формульная характеристика

К.А. Смелых

Сибирский федеральный университет

CTLK (Computation Tree Logic with Knowledge [1]) представляет собой временную многоагентную логику деревьев вычислений. Структура этих деревьев, большинство свойств и операторов наследуется из CTL. Каждый агент представляет собой дежателя собственного вычислительного маршрута задачи, то есть определенной последовательности процесса вычислений. Каждое новое ветвление возможных вычислительных маршрутов в любой момент вычислений порождает нового агента.

Формульная характеристика свойств логики поможет установить фундаментальные принципы, на основе которых делаются логические выводы. Решение вопросов унификации [2] позволит ввести в структуру модели логики формульные макросы. В докладе будет предложена реляционная семантика Крипке, описаны свойства отношений CTLK-фрейма, а также представлена формульная характеристика некоторых свойств данной логики.

[1] Dima C. Revisiting satisfiability and model-checking for CTLK with synchrony and perfect recall *International Workshop on Computational Logic in Multi-Agent Systems*. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2008, pp. 117–131.

[2] Bashmakov S. I., Zvereva T. Y. Unification and Finite Model Property for Linear Step-Like Temporal Multi-Agent Logic with the Universal Modality // *Bulletin of the Section of Logic*, 2022, 51 (3), pp. 345–361.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук С.И. Башмаков

Об инварианте виртуальных узлов

П.П. Соколов

Новосибирский государственный университет

Рассмотрим пару квандла и его точки (Q, h) . Пусть Q_1, Q_2, \dots, Q_n – n копий квандла Q . Определим свободную n -ую квандла Q как

$$Q^{*n} = Q_1 * Q_2 * \dots * Q_n,$$

где $*$ – свободное произведение квандлов.

Зафиксируем тривиальный одноэлементный квандл T_1 и рассмотрим следующий набор автоморфизмов квандла $Q^{*n} * T_1$

$$S_i = \begin{cases} q_i \rightarrow q_{i+1} \bar{*} h_i & , \\ q_{i+1} \rightarrow q_i * h_i & , \\ q_k \rightarrow q_k & , k \neq i, i + 1 \\ y \rightarrow y & , y \in T_1. \end{cases}$$

$$V_i = \begin{cases} q_i \rightarrow q_{i+1} * y & , \\ q_{i+1} \rightarrow q_i \bar{*} y & , \\ q_k \rightarrow q_k & , k \neq i, i + 1 \\ y \rightarrow y & , y \in T_1. \end{cases}$$

, где $i = 1, \dots, n - 1$.

Теорема 1. *Отображение $\varphi : VB_n \longrightarrow \text{Aut}(Q^{*n} * T_1)$ заданное по правилу*

$$\varphi(\sigma_i) = S_i, \quad \tau(\rho_i) = V_i$$

*будет представлением группы виртуальных кос автоморфизмами $Q^{*n} * T_1$.*

Теорема 2. *Пусть $\beta \in VB_n$ – виртуальная коса, тогда представление φ из прошлой теоремы порождает инвариант $VI_\beta(Q, h)$ виртуального узла $cl(\beta)$ по следующему правилу*

$$VI_\beta(Q, h) = Q^{*n} * T_1 / \{\varphi(\beta)(q_i) = q_i \mid q_i \in Q^{*n} * T_1\}$$

Теорема 3. Пусть D – диаграмма виртуального узла, тогда представление φ порождает инвариант $VI_{\beta}(Q, h)$ виртуального узла D .

[1] T. Ito. A functor-valued extension of knot quandles. 2010.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. В.Г. Бардаков

\mathcal{F}_π -аппроксимируемость некоторых цилиндрических групп

А.В. Усиков

Новосибирский государственный университет

Конечно порожденная группа называется *цилиндрической*, если она действует без инверсий ребер на некотором дереве так, что стабилизаторы вершин изоморфны \mathbf{Z}^2 , а стабилизаторы ребер – \mathbf{Z} . Цилиндрическая группа *примитивна*, если стабилизаторы ребер – максимальные циклические подгруппы в стабилизаторах вершин.

Многими авторами изучались различные свойства цилиндрических групп: кубиримость [3, 4], хопфовость [6], отделимость [2], квазиизометрическая классификация [7], характеризация функции Дэна [5] и т.д.

В статье [1] Н. Хода, Д. Вайз и Д. Вудхаус находят необходимые и достаточные условия финитной аппроксимируемости цилиндрических групп. В настоящей работе мы начинаем изучать аппроксимируемость цилиндрических групп конечными π -группами. В этом направлении были получены следующие результаты:

Теорема 1. *Цилиндрическая группа G \mathcal{F}_π -аппроксимируема тогда и только тогда, когда G содержит нормальную примитивную \mathcal{F}_π -аппроксимируемую подгруппу π -индекса.*

Теорема 2. *Пусть G – цилиндрическая группа, действующая на дереве T и фактор-граф $G \backslash T$ – дерево. Тогда G является \mathcal{F}_π -аппроксимируемой для любого π .*

Недавно теорему 2 удалось уточнить для более широкого класса цилиндрических групп:

Теорема 3. *Пусть G – цилиндрическая группа, действующая на дереве T и первое число Бетти фактор-графа $\beta_1(G \backslash T) \leq 1$. Тогда известен критерий \mathcal{F}_π -аппроксимируемости для G .*

[1] Hoda, N., Wise, D. and Woodhouse, D. (2020). Residually finite tubular groups. Proceedings of the Royal Society of Edinburgh: Section A Mathematics, 150(6), 2937-2951.

[2] R. G. Burns, A. Karrass, and D. Solitar. A note on groups with separable finitely generated subgroups. Bull. Austral. Math. Soc., 36(1):153–160, 1987.

- [3] Daniel T. Wise. Cubular tubular groups. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 366(10):5503–5521, 2014.
- [4] Jack Button. Tubular free by cyclic groups act freely on CAT(0) cube complexes. *Canad. Math. Bull.*, 60(1):54–62, 2017.
- [5] N. Brady and M. R. Bridson. There is only one gap in the isoperimetric spectrum. *Geom. Funct. Anal.*, 10(5):1053–1070, 2000.
- [6] Daniel T. Wise. A non-Hopfian automatic group. *J. Algebra*, 180(3):845–847, 1996.
- [7] Christopher H. Cashen. Quasi-isometries between tubular groups. *Groups Geom. Dyn.*, 4(3):473–516, 2010.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, Ф.А. Дудкин

**О конечных простых группах, удовлетворяющих сильной π -теореме
Силова**

В.Д. Шепелев

Новосибирский государственный университет

Пусть зафиксировано некоторое множество π простых чисел. Конечная группа называется π -группой, если все простые делители ее порядка принадлежат π . В соответствии с определением Х. Виланда конечная группа удовлетворяет сильной π -теореме Силова, если максимальные π -подгруппы любой ее подгруппы H сопряжены в H .

Виланд [1] поставил вопрос о классификации конечных простых групп, удовлетворяющих сильной π -теореме Силова. В докладе обсуждается текущее состояние данной проблемы и дается ее решение для групп $L_2(q)$.

-
- [1] H. Wielandt. Zusammengesetzte Gruppen: Hölders Programm heute, Finite groups, Santa Cruz Conf. 1979, Proc. Symp. Pure Math. **37** (1980), 161–173.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. Д.О. Ревин

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 519.6

On parallel multigrid methods for solving SLAEs

M.A. Batalov

Novosibirsk State University

Algebraic multigrid methods (AMG) for solving symmetric positively determined systems of linear algebraic equations (SLAE) with sparse high order matrices arising from finite difference approximations of two- and three-dimensional boundary value problems on regular grids are considered. Iterative algorithms in the Krylov subspaces with preconditioning based on incomplete factorization with recursive ordering of variables defined on a sequence of embedded grids are investigated. In the conjugate directions method used, the solution of the auxiliary SLAE with its preconditioning matrix includes the conventional stages of restriction, coarse-grid correction, and prolongation. It is shown how additional preconditioning based on the principles of symmetric successive over relaxation (SSOR) allows the realization of *presmoothing* and *postsmoothing* operations. The effectiveness of paralleling the proposed algorithms with different numbers of embedded grids is discussed. The results of preliminary experimental investigations demonstrating the efficiency of implemented methods are presented and the possibilities of generalization for developed approaches in solving a wider class of problems are analyzed.

Scientific supervisor – PhD V P. Ilyin

О способах повышения порядка аппроксимации метода гидродинамика сглаженных частиц на гладких решениях

С.А. Аношин

Новосибирский государственный университет

Гидродинамика сглаженных частиц (SPH) — лагранжев численный метод, широко применяемый в научных и инженерных приложениях механики сплошных сред. Суть метода заключается в вычислении пространственных производных по нерегулярно расположенным в пространстве частицам — лагранжевым узлам с помощью специальной финитной функции — ядра, в носитель которого попадает несколько соседних частиц. Это означает, что в методе SPH точность интерполирования функций и вычисления пространственных производных зависит от двух переменных — размера носителя ядра h (радиус сглаживания) и расстояния между модельными частицами Δx , а также вида ядра.

В статьях [2, 3] приводится способ повышения порядка аппроксимации по h , тогда как в данной работе исследуется возможность повышения порядка аппроксимации по Δx на гладких решениях системы уравнений газовой динамики в одномерном и двумерном случаях. В качестве тестов для вычислительных экспериментов рассматриваются: задача о распространении акустических колебаний в изотермическом невязком газе и задача об обтекании цилиндра дозвуковым потоком вязкого газа в программном пакете SPHinXsys.

Дисперсионный анализ [1] позволяет предположить, что гладкость используемого ядра совпадает с порядком аппроксимации по Δx . Для ядер, представляющих собой полиномы Вендланда гладкости 2 и 4, экспериментально воспроизведены соответствующие порядки аппроксимации по Δx в одномерном случае. В ближайших планах проведение тестов ядер на двумерной задаче об обтекании цилиндра.

Таким образом, используя более гладкие немонотонные ядра, можно получить повышенный порядок аппроксимации.

[1] Stoyanovskaya, O., Lisitsa, V., Anoshin, S. & Markelova, T., Dispersion analysis of Smoothed Particle Hydrodynamics to study convergence and numerical phenomena at coarse resolution: Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 2022, том 13375 LNCS, pages 184-197.

[2] A.M.A. Nasar *, G. Fourtakas, S.J. Lind, J.R.C. King, B.D. Rogers, P.K. Stansby. High-order consistent SPH with the pressure projection method in 2-D and 3-D, Journal of Computational Physics, 2021.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, О.П. Стояновская

Исследование связности скоростных и поглощающих параметров вязкоупругой среды при решении многопараметрической обратной задачи методом обращения полного волнового поля

Д.С. Братчиков

Новосибирский государственный университет

В зоне вечной мерзлоты сосредоточено большое количество залежей метана, запасы которого в осадочном слое арктического шельфа оцениваются в 2–1400 Гт [1]. Основная его часть содержится в донных отложениях в виде газогидратов [2], которые образовались в ледниковый период на поверхности в результате понижения уровня океана, промерзания вышедших наружу донных отложений и их последующего затопления [3]. Повышение температуры или понижение давления из-за изменения уровня моря приводят к нарушению условий устойчивости гидратов метана, что ведёт к их оттаиванию и последующему выделению растворенного метана в атмосферу и её загрязнению [4]. Таким образом, необходим тщательный мониторинг месторождений газогидратов с целью оценки степени их деградации.

Современные методы сейсморазведки успешно применяются для обнаружения газогидратов. Однако они не позволяют восстановить петрофизические параметры скоплений гидратов метана из-за их сложной микроструктуры. В [5] выяснена взаимосвязь между микро- и макромасштабными свойствами газогидратов, устанавливающая повышение поглощения сейсмических волн с увеличением флюидонасыщенности породы. Следовательно, при оттаивании газогидратов, будет увеличиваться и поглощение сейсмических волн. Поэтому целесообразно контролировать состояние газогидратных отложений, оценивая их поглощающие свойства.

В данной работе обосновывается корректность восстановления добротностей и скоростей для вязкоупругой среды, основанного на решении многопараметрической обратной задачи сейсморазведки методом обращения полного волнового поля. Для описания волновых процессов в вязкоупругих средах использована обобщенная линейная модель твёрдого тела [6]. Достоинством этой модели является возможность введения добротности независимо для продольных и поперечных волн.

При проведении численных экспериментов основной задачей ставилось исследование связности параметров. Результаты восстановления добротностей

и скоростей продольных и поперечных волн, показали уверенное совпадение истинных и восстановленных добротностей как по пространственной локализации, так и по абсолютным значениям. Кроме этого, выявлено отсутствие влияния добротности на скоростные параметры. Это позволяет утверждать, что эти две группы параметров не связаны между собой при решении обратной задачи для вязкоупругих сред методом обращения полного волнового поля.

Благодарности

Данная работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда в рамках выполнения проекта №22-11-00104.

-
- [1] Hao, Q.; Greenhalgh, S. The generalized standard-linear-solid model and the corresponding viscoacoustic wave equations revisited // *Geophys. J. Int.*, 2019, 219, P. 1939–1947.
 - [2] James, R.; Bousquet, P.; Bussmann, I.; Haeckel, M.; Kipfer, R.; Leifer, I.; Niemann, H.; Ostrovsky, I.; Piskozub, J.; Rehder, G.; et al. Effects of climate change on methane emissions from seafloor sediments in the Arctic Ocean: A review // *Limnol. Oceanogr.*, 2016, 61, P. 283–299.
 - [3] Kvenvolden, K.A. Natural Gas Hydrate Occurrence and Issues // *Ann. N. Y. Acad. Sci.*, 1994, 715, P. 236–242.
 - [4] Malakhova, V.; Golubeva, E. Model Study of the Effects of Climate Change on the Methane Emissions on the Arctic Shelves // *Atmosphere*, 2022, 13, P. 274.
 - [5] Reagan, M.; Moridis, G. Dynamic response of oceanic hydrate deposits to ocean temperature change // *J. Geophys. Res. Oceans*, 2008, 113, C12, P. 023.
 - [6] Toms, J.; Müller, T.M.; Ciz, R.; Gurevich, B. Comparative Review of Theoretical Models for Elastic Wave Attenuation and Dispersion in Partially Saturated Rocks // *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 2006, 26, P. 548–565.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, К.Г. Гадыльшин

О моделировании Пуассоновской случайной величины при достаточно больших значениях параметра

Д.И. Вотинцева

Новосибирский государственный университет

Известно, что стандартные методы моделирования Пуассоновской случайной величины для достаточно больших значений параметра λ являются достаточно трудоёмкими по времени. В докладе были рассмотрены быстрые приближенные методы моделирования, основанные на использовании стандартной случайной нормальной величины (см. [1]), а также его модификация с помощью преобразования Анскомба. Для исследования этих приближенных методов был использован критерий однородности Хи-квадрат. А именно, была проведена проверка гипотезы об однородности распределений выборок, построенных приближенным и стандартным точным методами моделирования. Результаты численных экспериментов опровергли эту гипотезу, что указывает на нецелесообразность использования приближенных методов моделирования распределения Пуассона даже для $\lambda = 10000$.

В литературе были найдены точные и более эффективные алгоритмы моделирования [2], [3], [4]. Перечисленные точные алгоритмы были реализованы и проведён анализ времени работы каждого из них. Наилучшим для моделирования Пуассоновской случайной величины при большом значении параметра λ оказался метод PTRD (см. [4]).

[1] Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Численное статистическое моделирование. М.: Юрайт - 2019.

[2] Походзей Б. Б. Бета- и гамма-методы моделирования биномиального и пуассоновского распределений. Ж. вычисл. матем. и матем. физ. - 1984 - том 24 - номер 2 - стр.187-193.

[3] Devroye L. Non-Uniform Random Variate Generation. NY: Springer-Verlag - 1986.

[4] Hormann W. The transformed rejection method for generating Poisson random variables. Insuarence: Mathematics and Economics - 1993 - V.12 - p.39-45.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, И.Н. Медведев

Tensor-Train разложение в обратной задаче определения источника волн

А.В. Губер

Новосибирский государственный университет

Рассмотрим прямую задачу для уравнения акустики в области $\Omega = \{(x, y) : x \in (0, L_x), y \in (0, L_y)\}$:

$$u_{tt} = \operatorname{div}(c^2(x, y)\nabla u), \quad (x, y) \in \Omega, \quad t \in (0, T),$$

$$u|_{t=0} = q(x, y), \quad u_t|_{t=0} = 0,$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0.$$

Подобные задачи возникают во многих приложениях. Например, в задачах распространения волны цунами $c(x, y) = \sqrt{gh(x, y)}$ — скорость распространения волн, $h(x, y)$ глубина океана, $g = 9.81$ м/с² ускорение свободного падения [1].

Обратная задача состоит в определении функции $q(x, y)$ по дополнительной информации [2]:

$$u(x_n, y_n, t) = f_n(t), \quad n = \overline{1, N}.$$

Здесь (x_n, y_n) — расположение приемников, N — количество приёмников. Поскольку уравнение в прямой задаче линейное, решение обратной задачи сводится к решению системы уравнений с большим количеством линейных алгебраических уравнений и переменных (из-за некорректности задачи матрица СЛАУ не будет квадратной). Даже в случае не очень плотной сетки численно задача может решаться очень долго, а потребление памяти быстро выходит за пределы дозволенного, что может привести к критическим последствиям на практике.

В докладе рассматривается применение разложения Tensor-Train для ускорения решения данной обратной задачи. Это разложение позволяет сильно сжимать тензоры/матрицы с заданной погрешностью, значительно уменьшая сложность операций над ними [3]. Также проводится анализ этого метода и сравнение с «классическим» подходом к решению обратной задачи определения источника и приводятся результаты численных расчётов.

[1] В. М. Кайстренко. Обратная задача на определение источника цунами. – Сб.: Волны цунами. Труды САХКНИИ – 1972. Вып.29.С.82-92

[2] М. А. Шишленин. Матричный метод в задачах определения источников колебаний. Сиб. электрон. матем. изв., 11 (2014), С.161–С.171.

- [3] Oseledets, Ivan. (2011). Tensor-Train Decomposition. SIAM J. Scientific Computing. 33. 2295-2317. 10.1137/090752286.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. М. А. Шишленин

Численная реализация модели лазерного импульса в кильватерном ускорителе

М.С. Дорожкина

Новосибирский государственный технический университет

В современной ускорительной физике есть потребность в альтернативных методах ускорения заряженных частиц. Пример такого метода — лазерно-плазменное кильватерное ускорение. Его суть состоит в том, что лазерный импульс при прохождении плазмы создаёт кильватерную волну с огромной напряжённостью поля. Если пустить вслед за лазерным импульсом в нужной фазе волны пучок заряженных частиц, то он будет ускоряться. Численное моделирование играет ключевую роль в исследовании различных режимов кильватерного ускорения, и поэтому развитие инструментов моделирования является целесообразной и актуальной задачей.

Для уменьшения временных затрат на численное моделирование кильватерного ускорения используются различные физические приближения. Одно из них, называемое квазистатическим приближением, рассматривает систему отсчёта, движущуюся со скоростью света в направлении распространения лазерного импульса. Назовём координату в этом направлении z , а новую координату в движущейся системе отсчёта $\xi = z - ct$, где c и t — скорость света и время в неподвижной системе отсчёта. Эволюция лазерного импульса в случае однородной плазмы тогда описывается уравнением на его огибающую:

$$\frac{2ik_0}{c} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{2}{c} \frac{\partial^2 A}{\partial \xi \partial t} + \Delta A = k_p^2 A, \quad (1)$$

где A — вектор-потенциал лазерного импульса, k_0 — волновое число лазерного импульса, k_p — волновое плазменное число.

В данной работе, используя язык программирования Python, был численно реализован алгоритм для моделирования эволюции лазерного импульса согласно уравнению (1) в двухмерной и трёхмерной геометрии.

Научный руководитель – И.Ю. Каргаполов

Tensor-Train разложение в обратной задаче определения источника волн

И.П. Оксогоева

Российский университет дружбы народов, Москва

Открытые магнитные системы для удержания плазмы рассматриваются в качестве возможных конфигураций для термоядерного реактора с первых дней исследований термоядерного синтеза. В ИЯФ им. Г. И. Будкера СО РАН создана новая установка открытого типа винтовая ловушка (СМОЛА) для удержания плазмы [1]. Винтовая конфигурация стационарного магнитного поля позволяет целенаправленно вращать плазму, двигая ее к центру ловушки.

В докладе представлена математическая модель переноса вещества в спиральном магнитном поле. Стационарное уравнение переноса вещества [2] в аксиальносимметричной постановке содержит вторые производные, в том числе смешанные. Переменные коэффициенты имеют сложный вид, содержат экспериментально полученные зависимости [3]. Полученное с помощью численного моделирования распределение концентрации вещества согласуется с данными натуральных экспериментов. Созданная модель позволяет получать зависимости интегральных характеристик вещества от глубины гофрировки магнитного поля, диффузии и потенциала плазмы.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (мегагрант соглашение № 075-15-2022-1115)

-
- [1] A. V. Sudnikov, et al. SMOLA device for helical mirror concept exploration // Fusion Eng. Design. 122 (2017) 85. DOI:10.1016/j.fusengdes.2017.09.005.
 - [2] A. D. Beklemishev Radial and Axial Transport in Trap Sections with Helical Corrugation // AIP CP 1771 (2016) 040006. DOI: 10.1063/1.4964191.
 - [3] A. V. Sudnikov, et al. Plasma flow suppression by the linear helical mirror system // J. Plasma Phys. 88 (2022), no.1. DOI: 10.1017/S0022377821001276.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН Г. Г. Лазарева

Ускорение вычисления агентской модели COVASIM для прогнозирования распространения инфекции в человеческой популяции

Т.С. Плевако

Новосибирский государственный университет

Пандемия COVID-19 создала острую потребность в моделях, которые могут прогнозировать эпидемии, тенденции, изучать сценарии вмешательства и оценить потребности в ресурсах. Существует симулятор на основе агента COVID-19, модель с открытым исходным кодом Covasim, разработанная для решения вышеописанных потребностей. Covasim включает демографические данные по конкретной стране, информацию о возрастной структуре и численности населения; реалистичные сети передачи в различные социальные слои, возрастные исходы заболеваний и вирусную динамику внутри носителя заболевания, включая трансмиссивность на основе вирусной нагрузки. Covasim уже применялся в сотрудничестве с местными органами здравоохранения для изучения эпидемической динамики в более чем дюжине стран Африки, Азиатско-Тихоокеанского региона, Европы и Северной Америке.

Так как тема прогнозирования заболеваемости населения является довольно востребованной, ускорение вычислительных процессов позволит своевременно отслеживать развитие новых схожих заболеваний и своевременно применять необходимые меры профилактики. Целью данной работы является переформулирование задачи последовательного обновления состояния каждого человека в матричном виде с использованием оператора обновления состояния популяции, а так же упрощение и ускорение вычисления на видеоускорителях (GPU), которые эффективно проводят параллельные вычисления.

Настоящий момент происходит перенос вычислений в библиотеку Tensorflow позволяющей вычислительно эффективно считать как на GPU (видеоускоритель) так и на CPU (обычные процессоры).

-
- [1] Xiao J., Andelfinger P., Eckhoff D., Cai W., Knoll A. (2018) A Survey on Agent-based Simulation using Hardware Accelerators.
 - [2] Cai W., Andelfinger P. et al (2021) Causality and Consistency of State Update Schemes in Synchronous Agent-based Simulations.
 - [3] Cliff C., Robyn M. et al (2021) Covasim: An agent-based model of COVID-19 dynamics and interventions.
 - [4] Stack M., Macklin P., Searles R., Chandrasekaran S. (2021) OpenACC Acceleration of an Agent-Based Biological Simulation Framework.

[5] [5] Prem K., Jit M., Cook A.R. (2017) Projecting social contact matrices in 152 countries using contact surveys and demographic data.

[6] [6] Mossong J., Hens N., Jit M. et al (2008) Social Contacts and Mixing Patterns Relevant to the Spread of Infectious Diseases

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, Е.П. Вдовин

Условие вырождения оператора распространения взаимодействия в системе потокораспределения на графах

Л.Ю. Привалов

Институт механики при УФИЦ РАН

Гидравлические системы имеют широкое распространение как в природе, так и в промышленности, энергетике и прочих сферах деятельности человека. Их основной отличительной чертой является значительная протяжённость потока несущего вещества. Полномасштабные модели на основе пространственных сеток требуют значимого времени расчёта, поэтому разработка более быстрого инструмента, эффективного при исследовании систем, представленных графами перетоков, является актуальной задачей.

В данной работе рассматривается транспортировка неустановившегося однофазного потока жидкости от первоначального состояния гидравлической системы до момента установления потока. В основе вычислений лежит модель неустановившегося течения реальной жидкости, описываемая уравнением Бернулли [1]:

$$\begin{cases} \sum_{i \in V_j} \frac{\varphi_{m(i)} - \varphi_{n(i)}}{\Gamma_i} = - \sum_{i \in V_j} \frac{\varepsilon_i}{\Gamma_i}, & m(i), n(i) \in E_i, \quad \varepsilon_i = const, \\ Q'_j = \frac{g}{\Gamma_j} (\varphi_{m(j)} - \varphi_{n(j)} + \varepsilon_j), & m(j), n(j) \in E_j \end{cases} \quad (1)$$

Первая группа уравнений в (1) представляет собой оператор распространения взаимодействия, вторая группа описывает локальные и нелинейные эффекты. Первая группа является частичной линеаризацией условия сохранения количества движения в дифференциальной форме и решается как система линейных уравнений относительно φ . Матрица A линеаризованной части (1) такова, что $|a_{ii}| \leq \sum_{j \neq i} |a_{ij}|$.

Полагая коэффициенты при смежных узлах равными $\Gamma_i^{-1} = a_i$, $\{V_i, V_j\} \in \{E\}$, для центрального узла V_j , в частности, можно получить случай соединения звездой в некотором графе состояний. Оператор распространения при этом записывается как:

$$\varphi_{V_j} \sum_i sgn_i a_i - \sum_i sgn_i a_i \varphi_i = b_{V_j} \quad (2)$$

Функция sgn_i определяет знак направления ребра графа. Коэффициент при диагональном элементе φ_{V_j} может принимать любое значение за счёт выбора

$a_i = \Gamma_i^{-1}$. По мере приближения этого коэффициента к нулю стремительно падает обусловленность A , вплоть до понижения ранга. При достижении условия вырождения A также происходит вырождение узла графа, то есть пропадает зависимость от φ_{V_j} в уравнениях, описывающих распространение взаимодействия. Возникающее явление вырождения узла, можно объяснить тем, что гидравлика не может быть описана полноценно без воздействия переменной ε_i , которая принята константой в контексте линейной системы.

[1] Л. И. Седов. Механика сплошной среды // Москва: Наука, 1970. Т.2. 568 с.

Научный руководитель – канд. физ.- мат. наук, доц. К.И. Михайленко

Исследование свойств неявного одношагового метода численного решения линейных интегро-алгебраических уравнений с гладким ядром

К.П. Сактоева

Иркутский государственный университет

Систему интегральных уравнений вида

$$A(t)x(t) + \int_0^t K(t,s)x(s)ds = f(t), \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

называют интегро-алгебраическим уравнением (ИАУ), здесь $A(t)$ и $K(t, s)$ – заданные матрицы размерности $(n \times n)$, $f(t)$ и $x(t)$ – n -мерная известная и искомая вектор-функции соответственно и

$$\det A(t) \equiv 0. \quad (2)$$

Теория ИАУ в самом начале своего становления. Активное их изучение началось с публикации работы В. Ф. Чистякова [1], в которой были сформулированы условия существования единственного непрерывного решения таких задач. Данная заметка является продолжением исследований начатых в статье [2].

В докладе будут представлены веса k –шаговых методов при $k = 1, 4, 5$. Показана причина неустойчивости четырех- и пятишаговых методов. Для устойчивого одношагового метода будут приведены расчёты модельных задач, подтверждающих первый порядок точности и построены области устойчивости.

[1] В. Ф. Чистяков. О сингулярных системах обыкновенных дифференциальных уравнений и их интегральных аналогов// *Функции Ляпунова и их применения*. – Новосибирск: Наука. – 1987. С. 231-239.

[2] M. V. Bulatov, M. Hadizadeh, E. V. Chistyakova. Construction of implicit multistep methods for solving integral algebraic equations// *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2019, Vol. 15, Iss. 3, P. 310-322.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. О.С. Будникова

Математическое моделирование и обработка данных наблюдений планктонного сообщества озера Байкал.

В.С. Шапаренко

Новосибирский государственный университет

Актуальными сегодня являются проблемы глобального потепления, уменьшения концентрации кислорода в атмосфере и роста концентрации CO₂ [4]. В связи с этим становится важным поиск и изучение факторов, влияющих на качество воздуха и рост температуры на планете. Установлено, что планктонное сообщество вырабатывает до 50% всего кислорода, находящегося в атмосфере Земли [5]. При этом незначительные изменения в окружающей среде могут влиять на скорость производства кислорода, круговорот вещества и энергии, осуществляющийся водной экосистемой [6]. Кроме того, планктон служит индикатором чистоты водоемов [7], а зоопланктон составляет кормовую базу рыб, а следовательно, влияет и на нерп, и на околородных птиц [8].

Целью работы является прогнозирование объема планктонного сообщества в будущем с помощью обработки данных временных рядов [1] на основе экспоненциального сглаживания и модели ARMA (и ее более продвинутые версии, ARIMA, SARIMA и SARIMAX), а также технологий машинного обучения, построение пищевой цепи планктонного сообщества и выявление взаимосвязи между видами планктонов.

-
- [1] Forecasting: Principles and Practice (3rd ed) Rob J Hyndman and George Athanasopoulos Monash University, Australia
 - [2] <https://habr.com/ru/company/ods/blog/327242/>
 - [3] <https://www.dmitrymakarov.ru/intro/time-series-20/2-analiz-vremennykh-ryadov>
 - [4] Szulejko J.E., Kumar P., et al, Global warming projections to 2100 using simple CO₂ greenhouse gas modeling and comments on CO₂ climate sensitivity factor. Atmospheric Pollution Research, 8(1), 2017. pp.136-140.
 - [5] Weiss R. F., Carmack E. C. C., Koropalov V. M. Deep-water renewal and biological production in Lake Baikal //Nature. — 1991. — Т. 349. — №. 6311. — С. 665-669.
 - [6] Sarker, et al, "Rising temperature and marine plankton community dynamics: Is warming bad?." Ecological Complexity 43, 100857, 2020.
 - [7] Деревенская О.Ю., Методы оценки качества вод по гидробиологическим показателям: учебно-методическая разработка по курсу «Гидробиология», Казань, 2015.
 - [8] Беркин Н.С. Макаров А.А., Рунек О.Т. Байкаловедение. (2009).

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. РАН. М.А. Шишленин

ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ

УДК 517

О сечениях производящих рядов в задачах о решеточных путях

В.С. Алексеев

Сибирский федеральный университет

Пусть $\Delta = \{\alpha^1, \alpha^2, \dots, \alpha^n\} \subset \mathbb{Z}^N$ — это набор из n векторов с целочисленными координатами такой, что конус

$$K = \{\lambda : \lambda = k_1\alpha^1 + \dots + k_n\alpha^n, k_i = 1, 2, \dots, i = 1, \dots, n\}$$

заостренный, то есть целиком лежит в некотором полупространстве. Обозначим $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ число путей из начала координат в точку $(x_1, x_2, \dots, x_N) \in K$ с шагами из Δ и рассмотрим формальный степенной ряд

$$F(z) = F(z_1, z_2, \dots, z_N) = \sum_{(x_1, x_2, \dots, x_N) \in K} f(x_1, x_2, \dots, x_N) z_1^{x_1} z_2^{x_2} \dots z_N^{x_N},$$

который назовем производящим рядом для числа путей $f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ с шагами из Δ .

Степенной ряд вида

$$F(k_{p+1}, \dots, k_n; z) = \sum_{(x_1, x_2, \dots, x_N) \in K_{p+1, \dots, n}} f(x_1, x_2, \dots, x_N) z_1^{x_1} z_2^{x_2} \dots z_N^{x_N}$$

где $K_{p+1, \dots, n}$ — это конус, натянутый на вектора $\{\alpha^{p+1}, \dots, \alpha^n\}$, будем называть сечением производящего ряда $F(z)$ (см. [1], [2]).

Теорема 1. *Сечения производящего ряда $F(k_{p+1}, \dots, k_n; z)$ для числа решеточных путей имеют вид:*

$$F(k_{p+1}, \dots, k_n; z) = \frac{\frac{(k_{p+1} + \dots + k_n)!}{k_{p+1}! \dots k_n!}}{(1 - z\alpha^1 - z\alpha^2 - \dots - z\alpha^p)^{k_{p+1} + \dots + k_n + 1}}.$$

В работе получена формула для вычисления сечений производящего ряда в задачах о решеточных путях.

- [1] Lyapin A. P., Cuchta T. Sections of the Generating Series of a Solution to a Difference Equation in a Simplicial Cone// The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics. 2022, vol. 42, pp. 75–89.
- [2] А. П. Ляпин, С. С. Ахтамова. Рекуррентные соотношения для сечений производящего ряда решения многомерного разностного уравнения // Вестник Удмуртского университета. Математика. 2021. Т. 31. Вып. 3. С. 414–423.

Научный руководитель – кандидат физ.-мат. наук, доцент А. П. Ляпин

О попарных пересечениях копий самоподобных дендритов на плоскости

К.Б. Аллабергенова

Новосибирский государственный университет

Пусть $\mathcal{S} = \{S_1, \dots, S_m\}$ — система сжимающих подобий на плоскости. Непустой компакт K называется *аттрактором* системы \mathcal{S} , если $K = \bigcup_{i=1}^m S_i(K)$. Говорят, что система \mathcal{S} удовлетворяет *условию открытого множества* (OSC), если существует такое открытое множество U , что для любых $S_i, S_j \in \mathcal{S}$, $S_i(U) \subset U$ и $S_i(U) \cap S_j(U) = \emptyset$.

Если аттрактор K системы \mathcal{S} связан и не содержит простых замкнутых кривых, то K является *самоподобным дендритом* [1]. Как известно, в этом случае порядки ветвления точек K ограничены [2].

Так как K – дендрит, для любых $S_i, S_j \in \mathcal{S}$ пересечения $(S_i(K) \cap S_j(K))$ его копий являются поддендритами в K . Если хотя бы один из таких поддендритов K' отличен от точки или жордановой дуги, то его множество точек ветвления всюду плотно в K' , поэтому открытое множество U для системы \mathcal{S} несвязно.

Теорема 1. Если для некоторых $S_i, S_j \in \mathcal{S}$ пересечение $(S_i(K) \cap S_j(K))$ отлично от точки или жордановой дуги, то при любом выборе открытого множества U в условии OSC, U является счетным объединением связных компонент.

Теорема 2. Для любого $n \geq 2$ существует такая система $\mathcal{S} = \{S_1, \dots, S_m\}$, $m > n$ сжимающих подобий на плоскости, аттрактор которой является дендритом K со следующим свойством: существует такой поддендрит $K' \subset K$, что для любых неравных $i, j \in \{1, \dots, n\}$, пересечение копий $(S_i(K) \cap S_j(K))$ равно K' . При этом $\dim_{\mathbb{H}} K' < \dim_{\mathbb{H}} K$.

[1] M. Samuel, A. Tetenov, D. Vaulin, Self-similar dendrites generated by polygonal systems in the plane // Sib. El. Math. Rep., № 14 (2017), С. 737 – 751.

[2] A. Tetenov, Finiteness properties for self-similar sets, arxiv.org/abs/2003.04202, (2020)

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. А.В. Тетенов

**Лучевое преобразование с неполными проекционными данными
симметричных тензорных полей на выпуклой области с негладкой
границей**

Н.А. Вайцель

Новосибирский государственный университет

В настоящей работе осуществляется характеристика ядра лучевого преобразования с неполными проекционными данными I_Γ . Лучевое преобразование I_Γ интегрирует симметричные тензорные поля валентности m , определенные на замкнутой выпуклой области $D \subset \mathbb{R}^n$, по прямым в \mathbb{R}^n , пересекающим D по отрезкам, концы которых лежат на $\gamma = \partial D \cap \mathbb{R}_+^n$, для некоторого полупространства $\mathbb{R}_+^n \subset \mathbb{R}^n$. Мы доказываем, что в случае, когда область D выпукла и имеет негладкую границу, ядро I_Γ в точности совпадает с пространством γ -потенциальных тензорных полей.

В работе [1] данное утверждение было доказано в случае, когда рассматриваемая область D строго выпукла и имеет гладкую границу. В настоящей работе, для ослабления условия строгой выпуклости области D , помимо формализации и уточнения рассуждений из выше упомянутой работы, использовалось некоторое обобщение теоремы о носителе для преобразования Радона. Для освобождения от условия на гладкость границы рассматриваемой области используется оператор Сен-Венана, введённый в монографии [2].

-
- [1] V.A. Sharafutdinov, *The ray transform of symmetric tensor fields with incomplete projection data, I: the kernel of transform*, Siberian Electronic Mathematical Reports, **18:2** (2021), 1219–1237
- [2] V.A. Sharafutdinov, *Integral geometry for tensor fields*, VSP, Utrecht, 1994
- [3] S. Helgason, *The Radon Transform*, 2nd ed., Birkhäuser, Boston, 1999.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. В.А. Шарафутдинов

Об аппроксимации решений параболической системы Ламе из пространства Лебега более регулярными решениями

П.Ю. Вилков

Сибирский федеральный университет

Рассмотрим сильно равномерно параболический дифференциальный оператор типа Ламе

$$\mathcal{L}_{x,t} = \frac{\partial}{\partial t} - \operatorname{div}_n(\mu \nabla_n) - \nabla_n((\mu + \lambda) \operatorname{div}_n), \text{ где } \mu > 0 \text{ и } (\mu + \lambda) \geq 0. \quad (1)$$

В работе доказана теорема об аппроксимации решений оператора (1) из пространства Лебега $L^2(\Omega \times (T_1, T_2))$ в цилиндрической области $\Omega \times (T_1, T_2)$, где Ω - область в \mathbb{R}^n , (T_1, T_2) -временной интервал, более регулярными решениями. Именно, пусть $S_{\mathcal{L}(\Omega \times (T_1, T_2))}$ обозначает множество всех обобщенных функций на $\Omega \times (T_1, T_2)$, удовлетворяющих однородному уравнению Ламе:

$$\mathcal{L}u = 0 \text{ в } \Omega \times (T_1, T_2)$$

Кроме того нам потребуются пространства вида $S_{\mathcal{L}(\overline{\Omega \times (T_1, T_2)})}$, которое представлено как объединение пространств $\cup_{G \supset \overline{\Omega \times (T_1, T_2)}} S_{\mathcal{L}}(G)$ по всем областям $G \subset \mathbb{R}^{n+1}$, содержащим замыкание области $\Omega \times (T_1, T_2)$.

В работе [2] была доказана следующая теорема.

Теорема 1 (Вилков П.Ю., Шлапунов А.А., [2]). *Если $\omega \subset \Omega$ и $\partial\omega, \partial\Omega \in C^2$, то $S_{\mathcal{L}(\overline{\Omega \times (T_1, T_2)})}$ всюду плотно в $L^2_{\mathcal{L}}(\omega \times (T_1, T_2))$ тогда и только тогда, когда $\Omega \setminus \omega$ не имеет компактных компонент в Ω .*

Теорему подобного типа для оператора теплопроводности можно найти в [1], а техника ее доказательства ведет свое начало от результатов С. Runge в аппроксимации голоморфных функций многочленами [3].

[1] А. А. Шлапунов, “Об аппроксимации решений уравнения теплопроводности класса Лебега L^2 более регулярными решениями”, Матем. заметки, 111:5 (2022), 778–794; Math. Notes, 111:5 (2022), 782–794.

[2] П.Ю. Вилков, И.А. Куриленко, А.А. Шлапунов, Приближение решений параболических операторов типа Ламе в цилиндрических областях и формулы Карлемана для них Сибирский Математический Журнал 63:6(2022), 1216-1228.

[3] Runge, С., *Zur Theorie der eindeutigen analytischen Funktionen*, Acta Math. 6 (1885), 229–244.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. А.А. Шлапунов

О свойствах функции векторного разбиения с весом и тождествах Чаунди-Булларда

С.А. Гимранов

Сибирский федеральный университет

Пусть $\varphi : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$, $A = (a_{ij})$ – матрица размером $n \times N$ с целочисленными коэффициентами, столбцы которой обозначим $\alpha_1, \dots, \alpha_N$. Пусть система линейных уравнений $Ax = \lambda$ имеет конечное число целочисленных неотрицательных решений для любых $x \in \mathbb{Z}^n$ и $\lambda \in \mathbb{Z}^N$. Функция векторного разбиения с весом была определена в работе [1] следующим образом

$$P_A(\lambda, \varphi) = \sum_{x: Ax=\lambda} \varphi(x).$$

Для $\varphi(x) \equiv 1$ функция векторного разбиения – есть число целых неотрицательных решений диофантова уравнения. В случае $\varphi(x) = \langle x, y \rangle$ данная функция исследовалась в работе [2] в связи с обобщением теоремы Римана-Роха. В работе [1] также был найден аналог тождества Чаунди-Булларда для функции векторного разбиения с весом. А именно, если $c_1 + \dots + c_N = 1$, $\varphi_j(x) = c_j \frac{(x_1 + \dots + x_n)!}{x_1! \dots x_n!} c_1^{x_1} \dots c_N^{x_n}$, $j = 1, \dots, N$, и K_j – конус, натянутый на вектора $A_j = \{\alpha_1, \dots, \alpha_j\}, \dots, \alpha_N\}$, то для любого целочисленного вектора $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_N)$ имеет место тождество

$$\sum_{j=1}^N \sum_{\nu \in K_j} P_{A_j}(\nu) P_A(\mu - \nu; \varphi_j) = P_A(\mu).$$

В этой работе мы рассматриваем целочисленные решения системы диофантовых уравнений $Ax = \lambda$ с целыми коэффициентами. На основе известных методов решения систем диофантовых уравнений мы получаем алгоритмы вычисления функции векторного разбиения с весом и генерации тождеств Чаунди-Булларда.

[1] A. P. Lyapin, S. Chandragiri, Generating functions for vector partition functions and a basic recurrence relation, *Journal of Difference Equations and Applications*, 25:7 (2019), 1052–1061.

[2] A.V. Pukhlikov and A.G. Khovanskii, The Riemann-Roch theorem for integrals and sums of quasipolynomials on virtual polytopes, *St. Petersburg Math. J.* 4(4) (1993), 789–812.

Научный руководитель – кандидат физ.-мат. наук, доцент А. П. Ляпин

О рациональности производящей функции для числа корневых лесов в циркулянтных графах

У.П. Камалов¹, А.Б. Кутбаев^{1,2}

¹Новосибирский государственный университет

²Нукусский государственный педагогический институт им. Ажинияза,
Нукус, Каракалпакстан

Пусть s_1, s_2, \dots, s_k такие натуральные числа, что $1 \leq s_1 < s_2 < \dots < s_k \leq \frac{n}{2}$. Граф $C_n(s_1, s_2, \dots, s_k)$ на n вершинах $0, 1, 2, \dots, n-1$ называется *циркулянтным* если вершина $i, i = 0, 1, \dots, n-1$ смежна с вершинами $i \pm s_1, i \pm s_2, \dots, i \pm s_k \pmod{n}$. Если $s_k < \frac{n}{2}$, то все вершины графа имеют четную степень $2k$. Если n четное и $s_k = \frac{n}{2}$, то все вершины имеют нечетную степень $2k-1$ ([1]).

Пусть $\Phi(x)$ - производящая функция для числа корневых лесов $f_\Gamma(n)$ в циркулянтном графе $\Gamma = C_n(s_1, s_2, \dots, s_k)$ или $\Gamma = C_{2n}(s_1, s_2, \dots, s_k, n/2)$. Мы покажем, что $\Phi(x)$ является рациональной функцией с целочисленными коэффициентами, удовлетворяющей условию $\Phi(x) = -\Phi(\frac{1}{x})$. *Корневым деревом* называется дерево, в котором одна вершина выделена. *Корневой лес*- это лес, связанные компоненты которого являются корневыми деревьями. *Корневым остовным лесом* в графе Γ называем корневой лес, содержащий все вершины графа Γ ([2]). Мы рассматриваем обыкновенные графы.

Основным результатом является следующая

Теорема 1. Пусть $f_\Gamma(n)$ число корневых остовных лесов в циркулянтном графе $\Gamma = C_n(s_1, s_2, \dots, s_k)$ четной валентности или $\Gamma = C_{2n}(s_1, s_2, \dots, s_k, n)$ нечетной валентности. Тогда

$$\Phi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_\Gamma(n)x^n$$

является рациональной функцией с целочисленными коэффициентами. Более того, $\Phi(x) = -\Phi(\frac{1}{x})$.

[1] A. D. Mednykh and I. A. Mednykh. The number of spanning trees in circulant graphs, its arithmetic properties and asymptotic, *Discrete Math.* **342** (2019), 1772–1781.

[2] L.A. Grunwald, I.A. Mednykh. The number of rooted forests in circulant graphs. *ARS MATHEMATICA CONTEMPORANEA* **22** (2022) № P4.10.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. А. Д. Медных

Разложение Тейлора и дискретные аналитические функции параболического типа

Лу Сяоцин

Новосибирский государственный университет

Целью настоящей работы является установление теорем существования и единственности для дискретной аналитической функции параболического типа в положительном квадранте гауссовой плоскости. Пусть $\mathbb{G}^+ = \{\mathbb{Z}^+ + i\mathbb{Z}^+\}$. Обозначим через $\mathcal{A}(\mathbb{C})$ и $\mathcal{D}(\mathbb{G}^+)$ — пространства аналитических экспоненциального типа и дискретных аналитических функций параболического типа, определённых в \mathbb{C} и \mathbb{G}^+ соответственно. Для экспоненты $e(\zeta, z) = e^{\zeta x} ((e^\zeta - 1)^2 + 1)^y$ определим псевдостепени $\{\pi_k(z)\}_{k=0}^\infty$, по формуле $e(\zeta, x, y) = \sum_{k=0}^\infty \frac{\pi_k(z)}{k!} \zeta^k$ для $\zeta \in \mathbb{C}$ и $z = x + iy \in \mathbb{G}^+$.

Зададим отображение Θ формулой

$$\begin{aligned} \Theta: F(\zeta) &\rightarrow f(z), \\ \Theta\left(\sum_{k=0}^\infty a_k \zeta^k\right) &= \sum_{k=0}^\infty a_k \pi_k(z). \end{aligned} \quad (1)$$

Следующая теорема доказана автором в [1].

Теорема 1. *Отображение $\Theta: \mathcal{A}(\mathbb{C}) \rightarrow \mathcal{D}(\mathbb{G}^+)$, определенное формулой (1) сюръективно. Ядро $\text{Ker } \Theta$ данного отображения состоит из целых функций $F(\zeta)$, имеющих вид:*

$$F(\zeta) = \frac{H(\zeta)}{\Gamma(-\zeta)}, \quad (2)$$

где $H(\zeta)$ — произвольная целая функция, а $\Gamma(\zeta) = \int_0^{+\infty} t^{\zeta-1} e^{-t} dt$, Γ - функция Эйлера.

В работе [2] теорема доказана для дискретных аналитических функций 2 рода.

[1] Лу Сяоцин. Дискретные аналитические функции параболического типа и ряды Тейлора // Магистерская диссертация, НГУ, – 2021. – С. 1–20.

- [2] Медных А. Д. *Дискретные аналитические функции и ряд Тейлора. В кн.: Теория отображений, ее обобщения и приложения* // Сб. науч. тр. Киев: Наук. думка.– 1982.– С. 137–144.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, О. А. Данилов

Исследование вейвлетов с коэффициентом масштабирования, отличным от двух

В.О. Миллер

Новосибирский государственный университет

Целью данной работы является исследование некоторых аспектов теории вейвлетов на случай параметра сжатия $N > 2$, а именно, изучение вида функций $\varphi(x)$, $\psi_k(x)$, $k = 1, \dots, N - 1$, целочисленные сдвиги и сжатия которых образуют ортонормированные базисы в V_j , вложенных друг в друга масштабированных подпространств

$$\dots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots$$

со следующими свойствами:

$$\overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(\mathbb{R}), \quad \bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = 0,$$

$$f(x) \in V_0 \Leftrightarrow f(N^j x) \in V_j.$$

Доказана следующая теорема:

Теорема. Матрица вида:

$$A = \begin{pmatrix} m_0(\xi) & m_0(\xi + \frac{2\pi}{N}) & \dots & m_0(\xi + \frac{2\pi(N-1)}{N}) \\ m_1(\xi) & m_1(\xi + \frac{2\pi}{N}) & \dots & m_1(\xi + \frac{2\pi(N-1)}{N}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{N-1}(\xi) & m_{N-1}(\xi + \frac{2\pi}{N}) & \dots & m_{N-1}(\xi + \frac{2\pi(N-1)}{N}) \end{pmatrix},$$

где

$$m_0(\xi) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k e^{-i\xi k}, \quad h_k = \langle \varphi(x) \varphi(Nx - k) \rangle,$$

$$m_l(\xi) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \psi_k^l e^{-ik\xi}, \quad \psi_k^l = \langle \psi^l(x), \varphi(Nx - k) \rangle, \quad l = 1, \dots, N - 1$$

является унитарной (идея объединения условий в матрицу взята из [1]).

[1] Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. Пер. с англ. Ижевск, НИЦ регулярная и хаотическая динамика, 2001.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Е. В. Мищенко

Свойство обобщенной периодичности вещественнозначных функций

М.А. Морева

Иркутский государственный университет

Планируемый доклад посвящен исследованию свойства вещественнозначных функций одной переменной, обобщающего их классическую периодичность, т. е. инвариантность функции относительно трансляции (сдвига) её аргумента на некоторую постоянную величину. Пусть далее $I = [x_0; +\infty)$ или $I = \mathbb{R}$. Функцию $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ будем называть (λ, T) -периодической [1], если найдутся скаляры $\lambda \neq 0$ и $T > 0$ такие, что для любого $x \in I$ выполняется следующее равенство

$$f(x + T) = \lambda f(x). \quad (1)$$

Соотношение (1) можно трактовать как спектральную задачу для линейного оператора трансляции $T : C_I \rightarrow C_I$ вида $Tf(x) = f(x + T)$, действующего в банаховом пространстве C_I непрерывных всюду на I функций с равномерной нормой. При изучении линейных разностных функциональных уравнений [2] описана структура (λ, T) -периодических функций. Если $\lambda > 0$, то

$$f(x) = \lambda^{\frac{x}{T}} \mathcal{P}(x),$$

где \mathcal{P} — произвольная периодическая с периодом T функция. Если $\lambda < 0$, то

$$f(x) = |\lambda|^{\frac{x}{T}} \mathcal{A}(x),$$

где \mathcal{A} — произвольная *антипериодическая* функция с *антипериодом* T , что получено комплексификацией значений функции $f : I \rightarrow \mathbb{R}$. Стало быть, при таком обобщении периодичности базовыми являются понятия периодической ($\lambda = 1$) и антипериодической ($\lambda = -1$) функций.

В заключении мы, автор заметки и его научные руководители, выражаем огромную благодарность доктору физико-математических наук, профессору Александру Дмитриевичу Медных за внимание и поддержку, а также желаем нашему Глубокоуважаемому Дорогому Учителю крепкого здоровья.

[1] M. T. Khalladi, M. Kostić, M. Pinto, A. Rahmani, D. Velinov. On semi- c -periodic functions // Journal of Mathematics, 2021, Vol. 2021, Article ID 6620625, 5 p.

[2] М. А. Морева. Построение общих решений линейных разностных функциональных уравнений // Материалы 60-й Международной научной студенческой конференции МНСК—2022: Математика. Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2022, С. 47.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук С.С. Орлов; Г.К. Соколова

Инварианты пространственных графов и построенных по ним зацеплений

О.А. Ошмарина

Новосибирский государственный университет

Пространственный граф — это вложение графа в трёхмерное евклидово пространство.

Диаграммой пространственного графа G называется образ проекции $p : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, где каждое пересечение является трансверсальным, всякая кратная точка является двойной, не совпадающей с вершинами, и каждый перекрёсток снабжён информацией, какая дуга находится выше, а какая ниже.

В работах [1] и [2] были введены полиномиальные инварианты графа $Y(D, A)$ и $J(D, A)$ соответственно, где D — диаграмма графа.

В [3] было доказано утверждение:

Предложение 1. Пусть G — планарный граф и D — диаграмма пространственного вложения G . Тогда

$$Y(D; A^4) = -(A^2 + A^{-2})^{|E(G)| - |V(G)| + 1} J(D; A), \quad (1)$$

где $|E(G)|$ — число рёбер, $|V(G)|$ — число вершин G .

Обозначим $V(L)$ — полином Джонса зацепления L , построенного по графу G [4]. Используя предложение 1 и нормированный полином $\tilde{J}(D; A)$, в [3] была доказана теорема:

Теорема 1. Пусть G — тета граф, D — его диаграмма, K_1, K_2, K_3 — подузлы G и L — зацепление, построенное по G . Тогда

$$\tilde{J}(D) - V(L) = \frac{1}{\varphi} \sum_{i=1}^3 \tilde{J}(K_i) - \frac{1}{\varphi^2}, \quad (2)$$

где $\varphi = A^2 + A^{-2}$.

В работе будут приведены результаты, аналогичные теореме 1, для других пространственных графов и построенных по ним зацеплений.

[1] S.Yamada. An invariant of spatial graphs. J.Graph Theory 13. 537-551. (1989).

- [2] F.Jaeger. On some graph invariants related to the Kauffman polynomial. Progress in knot theory and related topics, Travaux en Cours, 56, Hermann, Paris. 69-82. (1997).
- [3] Y.Huh. Yamada polynomial and associated link of θ -curves. Preprint available:
<https://arxiv.org/abs/2206.11450>.
- [4] L.H.Kauffman, J.Simons, K.Wolcott and P.Zhao. Invariants of theta-curves and other graphs in 3-space. Topology Appl. 49. 193-216. (1993).

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН А.Ю. Веснин

Объем 3-прямоугольного гиперболического тетраэдра

С.В. Степанищев

Новосибирский государственный университет

В данной работе рассматривается трехпараметрическое семейство тетраэдров в пространстве Лобачевского, у которых три ребра при одной вершине попарно ортогональны. Для простоты будем называть такие тетраэдры 3-прямоугольными. Удобно задавать представленное семейство длинами попарно перпендикулярных ребер.

Теорема 1. Пусть $T = T(l_1, l_2, l_3)$ — 3-прямоугольный гиперболический тетраэдр и l_1, l_2, l_3 — длины попарно перпендикулярных ребер. Тогда объем тетраэдра $V = V(T)$ задается формулой:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^{\operatorname{th} l_1} \int_0^{\frac{\operatorname{th} l_2 (\operatorname{th} l_1 - x)}{\operatorname{th} l_1}} \left[\frac{1}{1 - x^2 - y^2} - \frac{1}{e^{2l_3} - x(x - 2x_0) - y(y - 2y_0)} \right] dx dy,$$

где x_0 и y_0 заданы соотношениями:

$$x_0 = \frac{1 - e^{2l_3}}{2 \operatorname{th} l_1},$$

$$y_0 = \frac{1 - e^{2l_3}}{2 \operatorname{th} l_2}.$$

3-перпендикулярные тетраэдры интересны тем, что из них можно составить более сложные многогранники и, соответственно, найти их объем. Результат опубликован в работе [1].

[1] N. V. Abrosimov, S. V. Stepanishchev. The volume of a trirectangular hyperbolic tetrahedron // Siberian Electronic Mathematical Reports (to appear).

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Н. В. Абросимов

О некоторых свойствах полугамильтоновых систем, возникающих в задаче об интегрируемых геодезических потоках

Ж.Ш. Фахриддинов

Новосибирский государственный университет

Исследуется задача об интегрируемых геодезических потоках на двумерных поверхностях. В [1] доказано, что наличие у геодезического потока римановой метрики $ds^2 = g^2(t, x)dt^2 + dx^2$ полиномиального по импульсам первого интеграла произвольной степени n эквивалентно существованию решений системы дифференциальных уравнений вида

$$U_t + A(U)U_x = 0, \quad U = (a_0, \dots, a_{n-1})^T, \quad (1)$$

$$A(U) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a_1 \\ a_{n-1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 2a_2 - na_0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 & (n-1)a_{n-1} - 3a_{n-3} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{n-1} & n - 2a_{n-2} \end{pmatrix}.$$

В [1] также доказано, что система (1) — *полугамильтонова* (см. [2]). Давно известны общие решения (1) в случаях $n = 1, 2$. В [3] при помощи обобщенного метода годографа построены решения (1) при $n = 4$.

Основные результаты нашей работы заключаются в следующем.

- 1) Доказано, что интеграл, построенный в [3], *неприводим*.
- 2) Доказано, что (1) — *слабо нелинейная* ([4]) лишь при $n = 2$.
- 3) Описаны *симметрии* системы (1) при $n = 2, 3$.

- [1] M. Bialy, A.E. Mironov, Rich quasi-linear system for integrable geodesic flows on 2-torus, Disc. Cont. Dyn. Syst. - Series A, **29**:1 (2011), 81-90.
- [2] С.П. Царев, Геометрия гамильтоновых систем гидродинамического типа. Обобщенный метод годографа, Изв. АН СССР. Сер. матем., **54**:5 (1990), 1048–1068.
- [3] Г. Абдикаликова, А.Е. Миронов, О точных решениях системы квазилинейных уравнений, описывающей интегрируемые геодезические потоки на поверхности, Сиб. электронн. матем. изв., том 16 (2019), стр. 949-954.
- [4] E.V. Ferapontov, Integration of weakly nonlinear hydrodynamic systems in Riemann invariants - Physics Letters A, 158 (1991), 112-118.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук С.В. Агапов

Локальные однородные представления группы плоских виртуальных кос автоморфизмами свободной группы

Б.Б. ЧУЖИНОВ

Новосибирский государственный университет

При исследовании классических узлов важную роль играют инварианты, возникающие из представлений групп кос. В работе Л. Кауффмана [1] были введены виртуальные узлы и зацепления. Следуя Ито [2], мы ввели понятие локального представления группы плоских виртуальных кос автоморфизмами свободной группы. Группа FVB_n порождена элементами σ_i и ρ_i , см. [3].

В данной работе исследовалось семейство локальных однородных представлений группы плоских виртуальных кос автоморфизмами свободной группы, а именно, доказана следующая

Теорема 1. Пусть $F_{2n} = \langle x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n \rangle$ свободная группа с $2n$ образующими, и $w(a, b)$ — слово в алфавите $\{a, b\}$. отображение $\theta_n : FVB_n \rightarrow \text{Aut}(F_{2n})$, заданное на порождающих группы FVB_n следующим образом

$$\theta_n(\sigma_i) : \begin{cases} x_i \mapsto x_{i+1}w(y_i, y_{i+1}), \\ x_{i+1} \mapsto x_iw^{-1}(y_i, y_{i+1}), \\ x_j \mapsto x_j, \quad \text{для } j \neq i, i+1, \\ y_j \mapsto y_j, \quad \text{для всех } j, \end{cases} \quad \theta_n(\rho_i) : \begin{cases} x_i \mapsto x_{i+1}, \\ x_{i+1} \mapsto x_i, \\ x_j \mapsto x_j, \quad \text{для } j \neq i, i+1, \\ y_i \mapsto y_{i+1}, \\ y_{i+1} \mapsto y_i, \\ y_j \mapsto y_j, \quad \text{для } j \neq i, i+1 \end{cases}$$

является гомоморфизмом групп.

Установлен критерий точности этого гомоморфизма. В случае $n > 2$ показано, что ядро $\text{Ker}(\theta_n)$ содержит подгруппу, изоморфную свободной группе ранга два.

[1] L. Kauffman, Virtual knot theory, Eur. J. Comb., V. 20, N. 7, 1999, 663–690.

[2] Ito T. Actions of the n -strand braid groups on the free group of rank n which are similar to the Artin representation, The Q. J. of Math. V. 66, N. 2, 2015, 563–581.

[3] R. Fenn, D. Piyutko, L. Kauffman, V. Manturov, Unsolved problems in virtual knot theory and combinatorial knot theory, Banach Center Publications, V. 103, 2014, 9–61.

Научный руководитель – д-р физ.–мат. наук, чл.–корр. РАН А.Ю. Веснин

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

УДК 532.5.013.4

К неустойчивости установившихся сдвиговых плоскопараллельных течений идеальной баротропной жидкости

М.А. Бабенко

Новосибирский государственный университет

В работе изучается задача линейной устойчивости стационарных сдвиговых плоскопараллельных течений невязкой баротропной жидкости по отношению к плоским возмущениям в плоском же бесконечном канале с параллельными твердыми неподвижными непроницаемыми стенками.

Актуальность работы обусловлена тем, что модель идеальной баротропной жидкости по-прежнему является одной из основных математических моделей в механике жидкости, газа и плазмы, а проблема линейной устойчивости установившихся сдвиговых плоскопараллельных течений относительно плоских возмущений – фундаментальной задачей в газогидродинамике и смежных ей областях науки.

В данной работе посредством прямого метода Ляпунова [1] рассматривается устойчивость стационарных сдвиговых плоскопараллельных течений невязкой баротропной жидкости по отношению к малым плоским возмущениям. Цель работы – доказать абсолютную линейную неустойчивость этих течений относительно настоящих возмущений.

В работе были получены конструктивные достаточные условия практической неустойчивости установившихся сдвиговых плоскопараллельных течений идеальной баротропной жидкости по линейному приближению. Если данные условия выполнены, построена априорная экспоненциальная оценка снизу роста малых плоских возмущений, доказывающая абсолютную линейную неустойчивость изучаемых течений. Следовательно, известное достаточное условие линейной устойчивости М. А. Гринфельда [2] носит формальный характер и верно только для некоторого неполного незамкнутого подкласса плоских возмущений.

[1] Губарев Ю. Г. Прямой метод Ляпунова. Устойчивость состояний покоя и стационарных течений жидкостей и газов / Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing, 2012. 192 с.

[2] Гринфельд М. А. Устойчивость плоских криволинейных течений идеальной баротропной жидкости // Механика жидкости и газа. 1981. № 5. С. 19–25.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Ю. Г. Губарев

**Задача о равновесии композитной оболочки
с условиями непроникания на трещине**

С.Д. Верховцев

Северо-Восточный федеральный университет

В работе предлагается новая модель, описывающая равновесие пологой композитной оболочки, состоящей из двух частей, одна из которой (внутренняя) представляет собой оболочку Кирхгофа-Лява, а другая (внешняя) - оболочку Тимошенко. На стыке разных материалов находится вертикальная трещина.

На данный момент теория трещин представляет собой сочетание, с одной стороны, полуэмпирических теорий, величины в которых (к примеру, коэффициент интенсивности напряжений) зависят от вещества и геометрии сплошной среды и определяются экспериментально. С другой стороны, распространены математические теории, в которых в том числе равновесие и динамика сплошных сред с трещинами исследуется в виде вариационных задач, либо же эквивалентных им уравнений в частных производных, а трещины представляют собой часть границы, на которых задаются односторонние граничные условия [1], [2].

Настоящая задача исследуется в рамках математической теории трещин и представляет собой задачу со свободной границей. В дифференциальной постановке на трещине отражены соотношения, характеризующие механическое взаимодействие противоположных берегов трещины. В эквивалентной задаче минимизации функционала энергии минимизирующая функция ищется в подходящем пространстве функций, которые также удовлетворяют односторонним ограничениям на трещине.

Задача сформулирована в виде вариационного неравенства. Доказана теорема о существовании и единственности решения. Найдена эквивалентная дифференциальная постановка задачи.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ, соглашение № 075-02-2023-947 от 16.02.2023.

[1] Khludnev A. M., Sokolowski J. Modeling and control in solid mechanics. – Birkhäuser, 2012. – Т. 122.

[2] Хлуднев А. Задачи теории упругости в негладких областях. – Litres, 2022.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Н.П. Лазарев

О решении интегральных уравнений Гаммерштейна с линейными функционалами и бифуркационным параметром

Л.Р.Д. Дрегля Сидоров

Иркутский государственный университет

Рассматривается интегральное уравнение Гаммерштейна с линейным функционалом x_α и бифуркационным параметром λ

$$x(t) = \int_a^b G(t, s) \sum_{i+x \geq 2}^{\infty} f_{ik}(s, \lambda) x(s)^i x_\alpha^k ds + f(t, \lambda) x_\alpha, \quad t \in [a, b], \lambda \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

Здесь $x_\alpha \doteq \int_a^b \alpha(t)x(t)dt$ (или $x_\alpha \doteq x(\alpha)$, $\alpha \in [a, b]$), $\alpha(t)$ – кусочно-непрерывная функция. Ядро $G(t, s)$, коэффициенты f_{ik} и $f(t, \lambda)$ – непрерывные функции, достаточно гладкие по λ . Уравнение (1) при любом λ имеет тривиальное решение.

Цель работы – найти точки бифуркации λ_0 и построить асимптотики нетривиальных вещественных решений $x(t, \lambda) \rightarrow 0$ при $\lambda \rightarrow \lambda_0$.

Получены необходимые и достаточные условия на коэффициенты уравнения и те значения параметра λ (точки бифуркации λ_0), в окрестности которых уравнение имеет нетривиальные вещественные решения. Построены главные члены асимптотики таких ветвей решения.

В работе использованы аналитические методы теории ветвления решений нелинейных уравнений [2] и результаты работ [1], [3].

-
- [1] Сидоров Н. А., Дрегля Сидоров Л.Р.Д. О точках бифуркации решения интегрального уравнения Гаммерштейна с нагрузками // *Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2022): материалы 4-й Международной конференции*. Иркутск, 19–22 сентября 2022 г. С. 41–44.
- [2] Вайнберг М.М., Треногин В.А. *Теория ветвления решений нелинейных уравнений*. М.: Наука, 1969. 527 с.
- [3] Сидоров Н.А., Сидоров Д.Н. Нелинейные уравнения Вольтерры с нагрузками и бифуркационными параметрами: теоремы существования и построение решений // *Дифференциальные уравнения*. 2021. Т. 48, № 2. С. 1654–1664.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Н.А. Сидоров

К неустойчивости трехмерных состояний динамического равновесия плазмы Власова—Максвелла

Я.А. Журенков

Новосибирский государственный университет

Данная работа посвящена рассмотрению прямым методом Ляпунова устойчивости точных стационарных решений уравнений, описывающих пространственные движения безграничной бесстолкновительной электронейтральной полностью ионизованной плазмы Власова—Максвелла, по отношению к малым трехмерным возмущениям. Цель работы — доказать абсолютную линейную неустойчивость пространственных состояний динамического равновесия плазмы Власова—Максвелла относительно изучаемых трехмерных возмущений. Итогом проведенных исследований стали такие результаты, как: 1) получено достаточное условие устойчивости точных стационарных решений пространственных уравнений Власова—Максвелла по отношению к малым трехмерным возмущениям, которое соответствует ранее известному условию Ньюкомба—Гарднера—Розенблюта; 2) с применением эйлерово-лагранжевой замены независимых переменных (так называемой гидродинамической подстановки) пространственные уравнения Власова—Максвелла преобразованы к бесконечной системе трехмерных уравнений, похожих на уравнения пространственных изэнтропических течений идеальной сжимаемой жидкой среды в приближениях «вихревой мелкой воды» и Буссинеска; 3) найдены достаточные условия линейной практической неустойчивости точных стационарных решений несчетной системы трехмерных уравнений газодинамического типа и доказано, что для малых пространственных возмущений в форме нормальных мод эти условия служат и необходимыми тоже; 4) в случае, когда достаточные условия линейной практической неустойчивости точных стационарных решений бесконечной системы трехмерных уравнений газодинамического типа справедливы, построена априорная экспоненциальная оценка снизу роста рассматриваемых пространственных возмущений, которая свидетельствует об абсолютной неустойчивости данных стационарных решений; 5) известное раньше достаточное условие Ньюкомба—Гарднера—Розенблюта линейной устойчивости точных стационарных решений трехмерных уравнений Власова—Максвелла относительно изучаемых пространственных возмущений обращено и, к тому же, обнаружен его условный характер; 6) действие классической для электростатики теоремы Ирншоу не только распространено на безграничную бесстолкновительную

электронейтральную полностью ионизованную плазму Власова—Максвелла, но и обобщено с теоретической механики на статистическую.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Ю. Г. Губарев

Асимптотическое поведение решений одного линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

И.Д. Ильиных

Новосибирский государственный университет

Рассмотрим следующее дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом:

$$\begin{cases} \frac{dy(t)}{dt} = ay(t) + by(t - \tau), & t > 0 \\ y(t) = \varphi(t), & t \in [-\tau, 0] \\ y(0+) = \varphi(0) \end{cases} \quad (1)$$

где $\varphi \in C_{[-\tau, 0]}$, $a, b, \tau \in \mathbb{R}$ — постоянные, $\tau > 0$. Цель данной работы заключается в нахождении таких a и b , что любое решение $y(t)$ задачи (1) $\rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, а так же получение оценки скорости этой сходимости. В работе были получены следующие результаты:

Теорема 1. 1) В искомой области все решения сходятся к нулю с экспоненциальной скоростью

2) при $b > \max\{0, -a\}$, существуют решения $y(t)$ задачи (1), неограниченно возрастающие с ростом t с экспоненциальной скоростью;

3) при $|b| = -a \geq 0$, любое решение $y(t)$ ограничено;

4) при $0 \leq |b| < -a$, любое решение $y(t)$ убывает к нулю, причем

$$|y(t)| \leq C \cdot \left\lfloor \frac{t}{\tau} \right\rfloor e^{(-|a| + W(|b|e^{|a|})) \cdot \left\lfloor \frac{t}{\tau} \right\rfloor}$$

где $C > 0$ — константа, зависящая от a, b и φ , $W(z)$ — основная ветвь W -функции Ламберта.

Для $b < 0$ условие на a и b сходимости решений задачи (1) к нулю рассматривалось в книге [1]: $\frac{a}{-b} < \cos\left(\sqrt{|b^2 - a^2|}\right)$

[1] А. М. Зверкин, Г. А. Каменский, С. Б. Норкин, Л. Э. Эльсгольц, Дифференциальные уравнения с отклоняющимся аргументом, УМН, 1962, том 17, выпуск 2, 77–164

Научный руководитель — д-р физ.-мат. наук, проф. Г.В. Демиденко

Численное исследование спектра и псевдоспектра дифференциальных операторов

И.Д. Макаренко

Новосибирский государственный университет

Работа посвящена актуальной проблеме определения расположения спектра и псевдоспектра дифференциальных операторов, которая возникает во многих задачах, в частности, при определении устойчивости решений начально-краевых задач. Одним из аспектов данной проблемы является существенная зависимость спектра от способа дискретного представления дифференциального оператора [1].

В настоящей работе за основу взята аппроксимация функций в точках Гаусса-Лобатто и, соответственно, приближение дифференциальных операторов в виде матриц, построенных по методу коллокаций [2]. Исследовались различные виды дискретного представления линейных однородных граничных условий, которые были протестированы на операторе Штурма-Лиувилля.

Также был изучен спектр оператора Орра-Зоммерфельда, где в качестве основного, было выбрано течение Блазиуса. Особенность этой спектральной задачи заключается в том, что одно из краевых условий ставится на бесконечности. Рассмотрены различные подходы к данной проблеме. Проведено сравнение результатов с известными данными [3].

-
- [1] Годунов С. К. Жуков В. Т. Федоритова О. Б. Метод расчета инвариант подпространств для симметрических гиперболических уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2006, том 46, номер 6, 1019-1031
 - [2] Trefeten L. N. Spectral methods in Matlab // Philadelphia, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000. 167pp
 - [3] Веденеев В. В. Математическая теория устойчивости плоскопараллельных течений и развитие турбулентности // Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2016. 152 с.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, Э.А. Бибердорф

Нелокальные краевые задачи для уравнений третьего порядка с кратными характеристиками

Д.С. Маманазаров

Новосибирский государственный университет

Пусть Q есть прямоугольник $(0, 1) \times (0, T)$ переменных x и t , $C(x, t)$, $f(x, t)$ и $\gamma(t)$ есть заданные функции, определенные при $x \in [0, 1]$, $t \in [0, T]$. В прямоугольнике Q рассмотрим уравнения

$$u_{tt} + u_{xxx} + C(x, t)u = f(x, t)$$

и краевые задачи с условиями по переменной t

$$u(x, 0) = u(x, T) = 0, \quad x \in (0, 1),$$

а также с нелокальными условиями одного из видов

I. $u(0, t) = u_x(0, t) = 0, \quad u_{xx}(1, t) - \gamma(t)u_{xx}(0, t) = 0, \quad t \in (0, T);$

II. $u_x(0, t) = u_{xx}(0, t) = 0, \quad u(1, t) - \gamma(t)u(0, t) = 0, \quad t \in (0, T);$

III. $u(0, t) = u_{xx}(0, t) = 0, \quad u_x(1, t) - \gamma(t)u_x(0, t) = 0, \quad t \in (0, T);$

Для изучаемых задач доказываются теоремы существования и единственности регулярных решений – решений, имеющих все обобщенные по С. Л. Соболеву производные, входящие в уравнение. Приводятся также некоторые усиления и обобщения полученных результатов.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук А.И. Кожанов

Задача Коши для одного псевдогиперболического уравнения с переменными коэффициентами

В.С. Нурмахматов

Новосибирский государственный университет

В работе рассматривается начальная задача для уравнения четвертого порядка с переменными коэффициентами

$$(I - D_x^2)D_t^2 u + a^2(x)D_x^4 u + \sum_{i=0}^3 b_i(x)D_x^i u = f(t, x). \quad (1)$$

Уравнение (1) является уравнением, не разрешенным относительно старшей производной. Такие уравнения часто называют уравнениями *соболевского типа*, поскольку именно работы С.Л. Соболева послужили началом систематического изучения таких уравнений (см. [1, с. 333–447]). Уравнения вида (1) возникает при описании изгибно-крутильных колебаний упругого стержня[2], при моделировании волноводов[3] и др. Рассматриваемое уравнение входит в класс *псевдогиперболических уравнений*, введенных Г.В. Демиденко (см. [4]).

В работе доказана теорема существования и единственности решения начальной задачи для уравнения (1) в весовом анизотропном соболевском пространстве $W_{2,\gamma}^{2,4}(R_+^2)$, получены энергетические оценки решений.

-
- [1] *Соболев С. Л.* Избранные труды. Т. 1. Уравнения математической физики. Вычислительная математика и кубатурные формулы. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, Филиал “Гео” Изд-ва СО РАН, 2003.
- [2] *Власов В. З.* Тонкостенные упругие стержни. М-Л: Стройиздат, 1940.
- [3] *Bishop R. E. D.* Longitudinal waves in beams // *Aeronautical Quarterly*. 1952. V 3. 4. P. 280–293.
- [4] *Демиденко Г. В., Успенский С. В.* Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной. Новосибирск: Научная книга, 1998.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Г.В. Демиденко

О системах сингулярных уравнений параболических уравнений четвертого, шестого порядков с меняющимся направлением времени

М.Н. Попова

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова

В области $Q_T^- \cup Q_{a,T}^+ = (\mathbb{R}^- \cup (0; a) \cup (a; +\infty)) \times (0, T)$ ($a > 0$) рассматриваются параболические уравнения с меняющимся направлением времени

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha_k (-1)^m g(x) \cdot \frac{\partial^{2m} u}{\partial x^{2m}} = 0, \quad \alpha_k > 0, \quad m \in \mathbb{N}. \quad (1)$$

Здесь $g(x) = \operatorname{sgn} x$, если $x \in (-\infty; a)$ и $g(x) = \operatorname{sgn}(a - x)$, если $x \in (0; +\infty)$.

Известно, что в краевых задачах для параболических уравнений с меняющимся направлением времени гладкость начальных и граничных данных не обеспечивает принадлежность решения пространствам Гёльдера. Применение теории сингулярных уравнений дает возможность наряду с гладкостью данных задачи указать дополнительно необходимые и достаточные условия, обеспечивающие принадлежность решения таким пространствам.

Существование регулярного решения для уравнения

$$k(x, t)u_t - \Delta u + c(x, t)u = f(x, t),$$

без учета знакоопределенности функций $k(x, 0)$, $k(x, T)$ рассматривалась в работе [1].

В настоящей работе изучаются краевые задачи для уравнений параболического типа с меняющимся направлением времени при $m \geq 1$, уточняются результаты С.А. Терсенова, С.В. Попова при $m = 2, 3$, в частности, изучаются вопросы фредгольмовости системы сингулярных операторов и формулы индекса.

[1] Popova M.N. A Boundary Value Problem for a Second Order Forward-Backward Parabolic Equation // AIP Conference Proceedings. V.2328, Article ID 020005 (2021)

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. С.В. Попов

Принадлежность матричного спектра области, ограниченной параболой

В.С. Прохоров

Новосибирский государственный университет

В работе рассматривается матричное уравнение

$$HA + A^*H - \frac{1}{2p}A^*HA + \frac{1}{4p}(HA^2 + (A^*)^2H) = I, \quad (1)$$

где A – матрица размерности $n \times n$. Хорошо известно, что принадлежность спектра матрицы A области, ограниченной параболой

$$P = \{ \lambda : (Im\lambda)^2 < 2pRe\lambda \}, \quad p > 0$$

эквивалентна существованию решения уравнения (1) $H = H^* > 0$ (см., например, [1]). Из теоремы Крейна (см. [2] гл. 1) следует, что существует единственное решение уравнения (1) и его можно представить в виде двойного контурного интеграла. Однако данная формула представляет большие трудности в решении конкретных уравнений вида (1). В настоящей работе мы даём другое представление этого решения, которое является аналогом формулы Ляпунова.

Теорема 1. Пусть A – матрица $n \times n$, собственные числа которой находятся в области P , тогда решение матричного уравнения (1) можно представить в виде:

$$H = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{-1}{4p} \right)^k \left(\int_0^{+\infty} \dots \int_0^{+\infty} e^{-(t_0+\dots+t_k)A^*} \circ \left(\sum_{r=0}^{2k} C_{2k}^r (-A^*)^{2k-r} A^r \right) e^{-(t_0+\dots+t_k)A} dt_0 \dots dt_k \right)$$

[1] Мазко А.Г. Локализация спектра и устойчивость динамических систем // Труды Института математики НАН Украины. Т.28. Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1999.

[2] Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. М.: Наука, 1970.

[3] Демиденко Г.В. Матричные уравнения. Учебное пособие. Новосибирск, 2009.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Г. В. Демиденко

Априорные оценки радиально-симметричных решений уравнений с p -лапласианом

Р.Ч. Сафаров

Новосибирский государственный университет

Рассмотрим уравнение с p -лапласианом вида

$$-div(|\nabla u|^{p-2}\nabla u) = |u|^{q-1}u + f(x) + \lambda \frac{x \cdot \nabla u}{|x|} |\nabla u|^{s-1}. \quad (1)$$

Интерес к исследованию уравнений с p -лапласианом обусловлен большим количеством приложений в различных областях механики. Нас интересует проблема существования слабых ограниченных радиально-симметричных решений краевых задач для (1). Заметим, что градиентный член не удовлетворяет условию Бернштейна, иными словами имеет произвольный рост по градиенту. Задача Дирихле для (1) исследовалась в работах [1], [2]. Рассмотрим в шаре B_R радиуса R задачу Неймана для (1), которая принимает в радиально-симметричном случае следующий вид

$$-(u_r |u_r|^{p-2})_r - \frac{n-1}{r} |u_r|^{p-2} u_r = |u|^{q-1}u + f(r) + \lambda |u_r|^{s-1} u_r, \quad (2)$$

$$u_r(0) = 0 \quad u_r(R) = 0, \quad r = |x|. \quad (3)$$

Доказательство существования слабого решения задачи (2), (3) основано на приближении его последовательностью классических решений регуляризованных задач вида:

$$-((u'^\alpha + \varepsilon)^{\frac{p-2}{\alpha}} u')' - \frac{n-1}{r} (u'^\alpha + \varepsilon)^{\frac{p-2}{\alpha}} u' = g_M(u) + f(r) + \lambda |u_r|^{s-1} u_r, \quad (4)$$

где $g_M(z)$ – срезка функции $|u|^{q-1}u$. Постоянная $\alpha \in (0, 1)$ обеспечивает равенство $(u'^\alpha)^{\frac{p-2}{\alpha}} = |u'|^{p-2}$. Доклад посвящен получению априорных оценок классического решения задачи (4), (3) и его производной. Оценки выписаны в явном виде через построенный барьер.

[1] А.С. Терсенов. О влиянии градиентных членов на существование решения задачи Дирихле для уравнения p -лапласиана // Сиб. журн. чистой и прикл. матем. (2016), Т 1, с. 130–142.

[2] А.С. Терсенов. Радиально-симметричные решения уравнения p -лапласиана при наличии градиентного члена // Сиб. журн. индустр. матем. (2018), Т. 21 (4), с. 121–136.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. А.С. Терсенов

Условия несуществования циклов в моделях генных сетей

Е.А. Татаринова

Новосибирский государственный университет

Рассматривается динамическая система из трех уравнений, моделирующая простейшую генную сеть

$$\dot{u} = f_1(w) - k_1u, \quad \dot{v} = f_2(u) - k_2v, \quad \dot{w} = f_3(v) - k_3w. \quad (1)$$

Каждая функция f_i равна константе A_i слева от единицы и нулю справа от нее, положим $a_i = \frac{A_i}{k_i}$, $i = 1, 2, 3$, тогда система (1) принимает вид

$$\dot{u} = \begin{cases} -k_1u, & w \geq 1, \\ k_1(a_1 - u), & w < 1, \end{cases} \quad \dot{v} = \begin{cases} -k_2v, & u \geq 1, \\ k_2(a_2 - v), & u < 1, \end{cases}$$

$$\dot{w} = \begin{cases} -k_3w, & v \geq 1, \\ k_3(a_3 - w), & v < 1. \end{cases}$$

В работе [1] показано, при каких условиях рассматриваемая автономная система имеет периодическое решение, мы устанавливаем условия несуществования цикла в такой системе:

Теорема 1. Автономная система вида (1) не имеет цикла, если, хотя бы для одного $i = 1, 2, 3$ выполнено неравенство $a_i < 1$ или равенство $a_i = 1$.

Аналогичные условия могут быть получены для многомерных аналогов системы (1), рассмотренных в [2] и [3].

- [1] В. П. Голубятников, В. В. Иванов, Л. С. Минушкина О существовании цикла в одной несимметричной модели кольцевой генной сети, Сибирский журнал чистой и прикладной математики. 2018. Т. 18, No 3. С. 27–35.
- [2] А. А. Акиншин, В. П. Голубятников, И. В. Голубятников, О некоторых многомерных моделях функционирования генных сетей, Сиб. журн. индустр. матем. 2013. Т. 16, No 1. С. 3–9.
- [3] В. В. Иванов, Притягивающий предельный цикл модели нечетномерной кольцевой генной сети, Сиб. журн. индустр. матем. 2022. Т. 25, No 3. С. 25–32.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. В.П. Голубятников

Сходимость сферических квадратурных формул на классах функций

И.М. Тургунов

Новосибирский государственный университет

На окружности C единичного радиуса на плоскости рассматриваются квадратурные формулы [1,2] вида

$$\frac{1}{\sigma_1(p)} \int_0^{2\pi} p(\varphi) f(\varphi) d\varphi \cong \sum_{j=0}^{N-1} c_j f(\varphi_j), \quad (1)$$

где $\sigma_1(p) = \int_0^{2\pi} p(\varphi) d\varphi \neq 0$, весовая функция $p(\varphi) \geq 0$ кусочно-постоянна, узлы φ_j определяются равенствами $\varphi_j = \frac{2\pi}{N}j$, $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$, веса c_j подчинены условию

$$\sum_{j=0}^{N-1} c_j = 1. \quad (1')$$

Задача. Найти среди всех квадратурных формул вида (1) с условием (1') ту, функционал погрешности которой имеет минимальную $(H^s)^*$ -норму.

Здесь H^s — это пространство Соболева на окружности C , $s > 1/2$.

Теорема 1. Среди всех квадратурных формул вида (1) с заданным множеством узлов на единичной окружности и весами, удовлетворяющими условию $\sum_{j=0}^{N-1} c_j = 1$, существует в точности одна, для которой $(H^s)^*$ -норма функционала погрешности, $s > 1/2$, принимает минимально возможное значение.

[1] Соболев С. Л., Васкевич В. Л. Кубатурные формулы. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 1996.

[2] Васкевич В. Л. Погрешность, обусловленность и гарантированная точность многомерных сферических кубатур // Сиб. мат. журн. 2012. Т. 53, № 6. С. 1245–1262.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. В. Л. Васкевич

Сравнительное численное исследование спектров систем и уравнений

А.В. Шарова

Новосибирский государственный университет

Исследования гидродинамической устойчивости не теряют актуальности, начиная с 19 века. При этом одним из основных является спектральный подход, заключающийся в определении расположения спектра дифференциального оператора, линеаризованного в окрестности основного течения. Для плоскопараллельных течений вязкой несжимаемой жидкости спектральная задача для линеаризованной системы Навье-Стокса может быть сведена к задаче о спектре оператора четвертого порядка Орра-Зоммерфельда [1]. При этом известно, что результат численного исследования спектра дифференциального оператора зависит от способа его дискретизации.

В настоящей работе численно исследуются спектры оператора, соответствующего уравнениям Навье-Стокса, и оператора Орра-Зоммерфельда, их сходство и различие. Применяемый численный метод основан на интерполяции собственных функций полиномами Чебышева в точках Гаусса-Лобатто [2]. Для исследования спектров дискретизированных операторов использовались как стандартные методы так и спектральные портреты [3].

[1] А. В. Бойко, Г. Р. Грек, А. В. Довгаль, В. В. Козлов. Физические механизмы перехода к турбулентности в открытых течениях. Москва, 2006.

[2] L. N. Trefethen. Spectral methods in Matlab.

[3] С. К. Годунов. Современные аспекты линейной алгебры. Новосибирск, 1997.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Э.А. Бибердорф

**Смешанные задачи в четверти пространства для одного
псевдогиперболического уравнения**

В.В. Шеметова

*Институт математики им. С.Л. Соболева
Новосибирский государственный университет*

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$(I - \Delta)D_t^2 u + \Delta^2 u - a^2 \Delta u = f(t, x), \quad t > 0, \quad x \in \mathbb{R}_+^n, \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned} u|_{t=0} &= 0, \quad D_t u|_{t=0} = 0, \\ (b_{11}u + b_{12}D_{x_n} u + b_{13}D_{x_n}^2 u + b_{14}D_{x_n}^3 u)|_{x_n=0} &= 0, \\ (b_{21}u + b_{22}D_{x_n} u + b_{23}D_{x_n}^2 u + b_{24}D_{x_n}^3 u)|_{x_n=0} &= 0, \end{aligned}$$

где Δ – оператор Лапласа, I – тождественный оператор и $a \in \mathbb{R}$.

Уравнение (1) является уравнением, не разрешенным относительно старшей производной по времени. Подобные математические объекты называют уравнениями соболевского типа, в связи с тем, что именно исследования С. Л. Соболева стали основой для становления нового направления в теории уравнений в частных производных [1]. Более того, уравнение (1) является представителем класса псевдогиперболических уравнений [2].

В работе установлены условия однозначной разрешимости данной задачи в анизотропном весовом соболевском пространстве, получены оценки решений.

[1] С. Л. Соболев. Об одной новой задаче математической физики // Изв. АН СССР. Сер. матем., 1954, Т.18 № 1. С. 3–50.

[2] Г. В. Демиденко, С. В. Успенский. Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной. – Новосибирск: Научная книга. – 1998.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Г. В. Демиденко

Групповая классификация одного уравнения ценообразования опционов в частном случае

Х.В. Ядрихинский

Северо-Восточный Федеральный Университет им. М.К. Аммосова

В работе [2] получили уравнение цены безразличия опционов с учетом издержек и реакции рынка

$$\theta_t = r\theta + (\mu - rS)q - \mu\theta_S - \frac{1}{2}\sigma^2\theta_{SS} + \frac{1}{2}\gamma\sigma^2 e^{r(T-t)}(\theta_S - q)^2 + F(t, \theta_q), \quad (1)$$

где $\theta = \theta(t, S, q)$, F – свободная функция. Методом Ли-Овсянникова при $r = 0$, $\gamma\sigma \neq 0$ получены преобразования эквивалентности и операторы допускаемые уравнением (1) при $F = t^{-1}\tilde{F}(t^{-1/2}\theta_q)$, $\tilde{F}'' \neq 0$.

Теорема 1. *Если $r = 0$, то базис алгебры Ли генераторов группы преобразований эквивалентности уравнения (1) образуют операторы*

$$\begin{aligned} X_1 &= \partial_t, & X_2 &= \partial_q + S\partial_\theta, & X_3 &= q\partial_\theta, & X_\phi &= \phi(t)\partial_\theta + \phi_t\partial_F, \\ X_4 &= t\partial_t + \frac{S}{2}\partial_S - \frac{q}{2}\partial_q - \frac{\mu}{2\gamma\sigma^2}S\partial_\theta + \left(-\frac{\mu^2}{2\gamma\sigma^2} - F\right)\partial_F, \\ X_\psi &= \psi(t)\partial_S - \frac{\psi_t}{\gamma\sigma^2}\partial_q + \psi q\partial_\theta + \left(\mu\frac{\psi_t}{\gamma\sigma^2} + \theta_q\frac{\psi_{tt}}{\gamma\sigma^2}\right)\partial_F. \end{aligned}$$

Теорема 2. *Базис основной алгебры Ли для уравнения (1), где $r = 0$, $\gamma\sigma \neq 0$, $F = t^{-1}\tilde{F}(t^{-1/2}\theta_q)$ и $\tilde{F}'' \neq 0$, образуют операторы*

$$X_1 = \partial_\theta, X_2 = \partial_q + S\partial_\theta, X_3 = \partial_S, X_4 = t\partial_t + \frac{S}{2}\partial_S - \frac{q}{2}\partial_q + \frac{\mu(\mu t - S)}{2\gamma\sigma^2}\partial_\theta.$$

Сформулированный результат дополняет работы [3], где $r\gamma\sigma \neq 0$.

[1] Овсянников Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. – М.: Наука. – 1978. – 400 С.

[2] Gueánt O., Pu J. Option pricing and hedging with execution costs and market impact// Mathematical Finance. 2017. Vol. 27(3). P. 803-831.

[3] Sitnik, S.M., Yadrkhinskiy, K.V., Fedorov, V.E. Symmetry Analysis of a Model of Option Pricing and Hedging// Symmetry, 2022, Vol. 14(9), 1841.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. В.Е. Федоров

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 334.723

Optimization of photovoltaic power forecasting

D. Gutnik, Liu Song

Irkutsk State University

Irkutsk National Research Technical University

Due to the depletion of global fossil energy, and global environmental problems are increasing. Renewable energy power generation is becoming more and more popular, among which photovoltaic (PV) power generation has become one of the research hotspots. Due to the strong influence of the climate environment on the power output of PV generation, it is intermittent and inconstant.

With the continuous expansion of distributed solar installations, the problem of safe, reliable and high-quality operation of distribution networks has become increasingly prominent. When large-scale PV power generation is connected to the grid, it poses a huge security risk to the grid. PV power forecasting is one of the key technologies to solve this problem. Predicting wind power and PV power can not only effectively improve the stability, safety and economy of the power system, but also provide power grid dispatching plans and the allocation of each unit. At the same time, it can reduce the cost of new power plants and increase their economic attractiveness. Therefore, new energy power prediction is of great significance to the operation of the power system.

In this paper, the PV power generation and forecasting system collected ambient temperature, module temperature, irradiation, direct (DC) and alternating current (AC) power as inputs, and used mathematical methods such as regression models as forecasting algorithms to make predictions about the output power of PV plants. The forecast provided an important reference for the peak regulation and frequency regulation of the power grid and the scientific management of solar plants.

This paper was based on the data collected for 34 days with the 15 minutes intervals at a solar power plant in India [1], the obtained data included two sets: power generation reports and weather sensor readings. The power generation data was collected at the inverter level, each inverter was attached to multiple solar panels, while the sensor data was gathered at the plant level.

The generation dataset included: date and time for each observation, amount of DC and AC power generated by the every inverter, daily yield represented the cumulative sum of power generated on that day and total yield for inverter till that moment

of time. The weather sensor data consisted of date and time for each observation, ambient temperature at the plant, module (solar panel) temperature, and amount of irradiation.

After reordering and merging data, the dataset had 3259 observations for each variable. The collected data was divided into a test and a training sets. The preliminary analysis of data and plots showed the existence of missing values in the data. In order to impute missing data two approaches were applied: zero value of AC and DC power and Irradiation for non-solar hours (from 6 p.m. to 6 a.m.), linear (Irradiation and Module Temperature) and polynomial (AC and DC power) spline interpolation.

By performing exploratory data analysis some important features were observed: strong linear relation between variables, skewed distribution, increasing variation and presence of outliers. Correlation heatmap showed strong correlation and specifics of the relationship between variables. As outliers may strongly effect the accuracy of forecasting, especially in distance based algorithms they were handled by replacing all observations placing beyond the 99 percentile and below 1 percentile with the 99th and 1st percentile respectively.

To find the optimal forecasting model 7 different regression algorithms were chosen, including a 4 layered neural network with Keras Regressor, and embedded in Sklearn pipeline. Due to the need to make focus in model on big error rather than the small ones root mean square error (RMSE) was selected as performance measure of models. Standardization of the training set data was performed with StandardScaler.

Since a single run of the data can lead to noisy estimates of model performance, different splits of the data were used in stratified k-Fold Cross validation to select the optimal forecasting model. The optimal model is selected based on mean of RMSE for all iterations for each model. The best results were achieved by XG Boost Regressor (1.713) and Random Forest Regressor (1.738). The optimization of the hyperparameters of both algorithms didn't effect the scores ratio and XG Boost predictions were still slightly more accurate. Therefore, XG Boost prediction model was used to plot the results and visualize the comparison between actual and predicted data [2].

[1] Kannal A. Solar Power Generation Data // Kaggle : website. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/anikannal/solar-power-generation-data> (retrieved date: 14.12.22).

[2] Wang Y., Guo Y. K. Application of Improved XGBoost Model in Stock Forecasting. Computer Engineering and Applications, 2019(20); 202-207.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. РАН, Д.Н. Сидоров

Модель динамики вязкой среды в гидродинамике сглаженных частиц

М.С. Арендаренко

Новосибирский государственный университет

Математические и численные модели динамики вязкой двухфазной газопылевой среды используются в инженерных (химические технологии) и научных (астрофизика) задачах. В процессе поиска устойчивого метода высокого порядка точности на базе SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics, гидродинамика сглаженных частиц) [1], возникает необходимость в решении проблемы устойчивой аппроксимации вязкости. Известно, что непосредственное распространение подходов для нахождения первой производной в SPH на вторые производные, приводит к неустойчивым схемам. В результате чего вязкость, физический смысл которой состоит в стабилизации течения, в численной модели является источником его дестабилизации.

В работе рассмотрено решение модельных задач в частном случае – динамики вязкой однофазной среды в двумерном случае. Модель среды представляет собой уравнения Навье-Стокса. Система уравнений численно решается методом SPH с использованием различных схем аппроксимации производных [2]. Для определения наиболее устойчивой и точной схемы аппроксимации второй производной были решены тестовые задачи, в качестве которых были взяты одномерное и двумерное уравнения Бюргерса.

Численный метод реализован на языке C++. Для каждой из схем проведены сравнения численных результатов с аналитическими решениями. В результате была определена оптимальная схема аппроксимации вязкости. В дальнейшем планируется применить полученные результаты при моделировании двухфазной полидисперсной среды.

[1] Monaghan J.J., Smoothed particle hydrodynamics // Annual Rev. Astron. Astrophys. 1992. №30 P. 543-574.

[2] R. Fatehi, M.T. Manzari, Error estimation in smoothed particle hydrodynamics and a new scheme for second derivatives // Computers and Mathematics with Applications. 2011. №61 P. 482-498.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук О.П. Стояновская

Математическое моделирование антигипертензивной терапии азилсартаном медоксомил

А.Д. Бородулина^{1,2}

¹ *Новосибирский государственный университет*

² *ООО “BIOSOFT.RU”, Новосибирск*

Тема исследовательской работы представляется весьма актуальной в свете того, что артериальная гипертензия является многофакторным заболеванием, широко распространенным в мире. Контроль болезни может происходить посредством различных антигипертензивных препаратов. В работе производится моделирование ответа сердечно-сосудистой и почечной систем человека на монотерапию применяемым в медицинской практике препаратом азилсартаном медоксомил, а также двойными комбинациями этого препарата с тиазидным диуретиком гидрохлоротиазидом, β -адреноблокатором бисопрололом и блокатором кальциевых каналов амлодипином для пациентов с артериальной гипертензией. С этой целью на базе программного комплекса BioUML [1] использована агентная математическая модель сердечно-сосудистой и почечной систем человека, включающая в себя гибридную (дискретно-непрерывную) систему дифференциальных уравнений [2], а также встроенные функции влияния гидрохлоротиозида, бисопролола и амлодипина. В качестве функции влияния азилсартана в эту модель была добавлена дозозависимая константа, которая в соответствии с фармакологическим действием препарата снижает скорость связывания ангиотензина II с рецепторами AT1. Идентификация этой константы осуществлялась на основе известных клинических испытаний азилсартана. Далее на основе метода оптимизации с ограничениями была сгенерирована популяция виртуальных пациентов (равновесных параметризаций модели в рамках физиологических ограничений), имитирующая клинически измеренные показатели реального пациента с артериальной гипертензией. На этой популяции проводилась симуляция лечения упомянутыми выше лекарствами. В результате моделирования получены данные, показывающие изменение артериального давления и частоты сердечных сокращений при тестировании той или иной схемы лечения, а также произведена оценка статистической значимости этих изменений внутри популяции.

[1] Kolpakov F, Akberdin I, Kashapov T, Kiselev I, Kolmykov S, Kondrakhin Y, Kutumova E, Mandrik N, Pintus S, Ryabova A, Sharipov R, Yevshin I, Kel A (2019) BioUML: an integrated environment for systems biology and collaborative analysis of biomedical data. *Nucleic Acids Res* 47(W1):W225–W233. doi: 10.1093/nar/gkz440

- [2] Kutumova E, Kiselev I, Sharipov R, Lifshits G, Kolpakov F (2021) Thoroughly calibrated modular agent-based model of the human cardiovascular and renal systems for blood pressure regulation in health and disease. *Front Physiol* 12: 746300. doi: 10.3389/fphys.2021.746300

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Е.О. Кутумова

Применение DTW-алгоритма для визуализации и классификации различных динамических режимов

Д.А. Воробьева

Новосибирский государственный университет

Современная математическая биология повсеместно использует параметрические модели биологических систем, в частности системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), а также модели динамических систем, описанных в других формализмах, например, агентные модели. Параметрами являются численные значения величин, отражающих определённые свойства моделируемой системы и влияющие на решения модели. При этом в зависимости от значений параметров в системе могут реализовываться различные динамические режимы – стационарные, колебательные, устанавливающиеся в результате переходных процессов различного типа.

Предсказание изменения типа динамики решения в зависимости от изменения параметров модели является важной научной задачей. Тем не менее не для всех формализмов данная задача имеет аналитическое решение. Рутинно используемый метод проведения серии вычислительных экспериментов, т.е. решения серии прямых задач, при различных наборах параметров с последующим экспертным анализом графиков решений является трудоёмким при большом числе параметров и снижении шага параметрической сетки. В связи с этим является актуальным развитие методов, позволяющих получить и проанализировать информацию о множестве вычислительных экспериментов в агрегированном виде.

Данная работа посвящена разработке метода визуализации и классификации различных динамических режимов модели с использованием композиции алгоритма динамического сжатия временной шкалы (DTW-алгоритма [1]) и метода главных координат (РСоА [2]). Такой способ позволяет получить качественную визуализацию результатов множества решений математической модели и провести соответствие между значениями параметров модели и типом динамических режимов её решений. Данный метод был апробирован на модели Лотки-Вольтерры и искусственных наборах различных динамик.

[1] Giorgino T. Computing and visualizing dynamic time warping alignments in R: The dtw package // J. Stat. Softw. 2009. Vol. 31, № 7. P. 1–24.

[2] Gower J.C. Principal Coordinates Analysis // *Encycl. Biostat.* 2005.

Научный руководитель – канд. биол. наук А. И. Клименко

Исследование алгоритмов метода частиц в ячейках

Е.С. Воропаева

*Новосибирский государственный университет
Институт вычислительной математики и математической
геофизики СО РАН*

Для моделирования поведения плазмы широко используется метод частиц в ячейках. При этом плазма представляется в виде набора модельных частиц, движущихся в электромагнитном поле, которое определяется уравнениями Максвелла. Несколько ключевых этапов метода – вычисление траекторий частиц, интерполяция электрического и магнитного полей, раздача скоростей и зарядов частиц в узлы сетки – являются наиболее затратными по времени выполнения. Поэтому задача повышения точности вычислений и снижения временных затрат является крайне актуальной.

В настоящей работе для уточнения решения уравнений движения и ускорения процедуры расчётов используется оригинальная модификация метода Бориса второго порядка точности, который относится к разностным схемам типа "чехарда"[1, 2]. Результаты численного анализа указывают на более высокую точность без потери скорости вычислений схемы в сравнении с методом Бориса и его широко используемыми модификациями. Выполнен сравнительный анализ алгоритмов сортировки, используемых в задачах физики плазмы, и интерполяции электрического и магнитного полей. Проведенные исследования позволили оптимизировать компьютерную реализацию метода частиц в ячейках.

[1] Воропаева Е. С., Вшивков К.В., Вшивкова Л. В., Дудникова Г. И., Ефимова А. А. Алгоритмы движения в методе частиц в ячейках // Вычислительные методы и программирование. 2021. 22, 281–293. doi 10.26089/NumMet.v22r418

[2] Voropaeva E., Vshivkov K., Vshivkova L., Dudnikova G., Efimova A. Algorithms of motion in the particle-in-cell method // Journal of Physics: Conference Series. 2021. 2028, 012011. doi:10.1088/1742-6596/2028/1/012011

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. В.А. Вшивков

Разработка математической модели поворотного механизма двухзвенной роботизированной платформы

Д.А. Алешина, В.Е. Бянкин, В.Р. Гильмутдинов, Ф.Ф. Дерюгин, М.А. Попов

Иркутский национальный исследовательский технический университет

На данный момент на гидроэнергетику в России приходится около 20% установленной мощности российской электроэнергетики. В мире этот процент немного меньше, 16,8%.

Водовод ГЭС представляет собой трубу большого диаметра для подачи масс воды на лопасти гидротурбины. Ввиду продолжительного использования, в трубах водоводов образуются внутренние и внешние трещины, местами толщина стенки водовода уменьшается. Эти факторы несут опасность нарушения работы ГЭС.

В настоящий момент исследование состояния турбинных водоводов проводится за счет привлечения промышленных альпинистов. Для того, чтобы уменьшить трудозатраты и время проведение исследования, а также исключить риски травмирования и гибели людей при работе на высоте, предлагается решение по созданию роботизированного программно-аппаратного комплекса, цель которого проводить исследование водоводов ГЭС.

В процессе разработки данного комплекса, была выявлена необходимость в создании математической модели такого движения, которое позволит платформе двигаться плавно, без излишней нагрузки на резиновые прокладки колес.

Предположим, что 3 точки платформы двигаются по одной окружности с неизвестным радиусом, этот радиус можно рассчитать по следующей формуле

$$R_{middle} = \frac{a}{2 \cos(\frac{\alpha}{2})}, \quad (1)$$

где a – расстояние между 2 ближайшими точками α – угол между 2 звеньями платформы. В формуле (1) обозначим $\frac{\alpha}{2}$ как β .

Рассмотрим радиус, по которому движутся внутренние колеса, найдя радиус по формуле (1) и зная расстояние от колеса до радиуса, по теореме косинусов:

$$R_{in} = \sqrt{R_{middle}^2 + b^2 - 2bR_{middle} \cos(90 - \beta)}, \quad (2)$$

где b – расстояние от колеса до радиуса. Формула (2) может принимать следующий вид

$$R_{in} = \sqrt{R_{middle}^2 + b^2 - 2bR_{middle} \sin(\beta)}, \quad (3)$$

По теореме косинусов можно найти радиус движения внешних колес:

$$R_{out} = \sqrt{R_{middle}^2 + b^2 - 2bR_{middle} \cos(90 + \beta)}, \quad (4)$$

или же:

$$R_{out} = \sqrt{R_{middle}^2 + b^2 + 2bR_{middle} \sin(\beta)}. \quad (5)$$

После нахождения всех радиусов, их соотношения можно использовать для того, чтобы установить различные скорости вращения колес, если платформа будет двигаться с заданными скоростями достаточно долго, траектория ее движения замкнется в круг.

В итоге была разработана модель движения платформы, позволяющей проводить неразрушающий контроль стальных турбинных водоводов ГЭС. Проведены испытательные работы, в рамках которых были выявлены недостатки конструкции, работы над исправлением которых ведутся в данный момент.

Научный руководитель – канд. техн. наук Р.В. Кононенко

Оркестрация рабочих процессов в веб-ориентированной платформе облачных вычислений в задачах гидродинамики

Д.В. Городилов, И.Е. Салтыков

*Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
«Федеральный исследовательский центр информационных и
вычислительных технологий»*

Развитие вычислительной гидродинамики связано с проведением сложных численных экспериментов, которые в большинстве случаев состоят из множества этапов и требуют задействование вычислительных ресурсов [1]. Обработка данных на каждом из этапов вручную может оказаться трудной и ресурсоемкой задачей и занимать недопустимое для исследователя время, поэтому автоматизация управления процессом вычислений играет важную роль.

Для подобных задач требуются подсистемы оркестрации для управления процессами на удаленных вычислительных ресурсах. Основное его назначение — учет и распределение задач исполнения процессов между активными агентами с заданными заранее параметрами, обеспечение взаимодействия внешних систем с исполнением процессов расчета. [2].

Для выполнения моделирования предварительно подготавливают расчетный кейс, это набор определения геометрий сеток, файлов конфигураций, граничных условий, начальных условий, пользовательских функций и результатов, всё структурировано в различных файлах и каталогах [3]. Для управления расчетным кейсом на вычислительном ресурсе перед оркестратором ставятся следующие задачи: подготовка и развертывание расчетной задачи; планирование и конфигурация; масштабирование агентов сообразно рабочим нагрузкам; маршрутизация рабочих процессов по вычислительным ресурсам и отслеживание состояния вычислительных ресурсов и выполняемых процессов на них.

Эта работа посвящена разработке системы оркестрации рабочих процессов. Она связана с веб-ориентированной платформой для автоматизации гидродинамических расчетов, предназначенная для широкого круга исследователей, которые могут проводить расчеты через интерактивную веб-среду.

[1] Городилов, Д. В. Применение веб-ориентированной облачной платформы для проведения гидродинамических расчетов / Д. В. Городилов // *Фундаментальные и прикладные исследования в физике, химии, математике и информатике* : Материалы симпозиума в рамках XVI (XLVIII) Международной научной конференции студентов и молодых ученых "Образование, наука, инновации: вклад молодых исследователей приуроченной к 300-летию Кузбасса, Кемерово, 01–30 апреля 2021 года Том Выпуск 22. – Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2021. – С. 107-110.

- [2] Баранов, И. Н. Автоматизация документооборота посредством внедрения технологий роботизации / И. Н. Баранов // Наука, технологии, общество - НТО-II-2022: сборник научных статей по материалам II Всероссийской научной конференции, Красноярск, 28–30 июля 2022 года. – Красноярск: Общественное учреждение "Красноярский краевой Дом науки и техники Российского союза научных и инженерных общественных объединений 2022. – С. 38-45.
- [3] OpenFOAM® tutorial collection: Steady-state laminar flow / [Электронный ресурс] // [сайт]. URL: <https://vk.cc/cm1FdM> (дата обращения: 04.03.2023).

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук К.С. Иванов

Численный метод обратной задачи рассеяния для устойчивого анализа случайных волновых полей уравнения КдФ

А.С. Гудько

*Новосибирский государственный университет
Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск*

Метод обратной задачи рассеяния (МОЗР) является одним из наиболее ярких достижений математической физики. Теоретический анализ обратной задачи рассеяния для уравнения Кортевега–де Фриза (КдФ), основанный на методе одевания, показал, что численная реализация МОЗР на практике сталкивается с оперированием экспоненциально большими и малыми числами и требовательна к округлению чисел, в связи с чем классическая реализация эффективна только для простых волновых полей. Алгоритм прямой задачи рассеяния также сталкивается с так называемыми аномальными численными ошибками, делающими характеристики пространственного положения солитонов крайне неуловимыми при использовании стандартной машинной точности.

Поэтому, для устойчивой работы численных алгоритмов было предложено применение высокоточной арифметики [1]. Также было показано, что схемы высокого порядка позволяют эффективно бороться с экспоненциальным накоплением ошибок при увеличении числа солитонов. Чтобы подавить ошибки дискретизации, мы предлагаем алгоритмы 4–го и 6–го порядков, основанные на разложении Магнуса [2].

Был реализован численный метод в системе Wolfram Mathematica с использованием технологии распараллеливания и подключением высокоточных математических вычислений. Мы демонстрируем влияние порядка численной схемы на ошибки вычисления собственных чисел и нормировочных констант в зависимости от дискретизации и числа солитонов. При аналогичной дискретизации, эффективность предложенных схем может достигать целого порядка. Алгоритм был апробирован на случайных полях различной сложности, вплоть до волновых полей, содержащих 1000 солитонов. Это позволяет акцентировать внимание на статистических задачах, таких как солитонная газовая динамика.

[1] Gelash A., Mullyadzhyanov R. Anomalous errors of direct scattering transform //Physical Review E. – 2020. – Т. 101. – №. 5. – С. 052206.

[2] Gudko A., Gelash A., Mullyadzhyanov R. High-order numerical method for scattering data of the Korteweg—De Vries equation //Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2020. – Т. 1677. – №. 1. – С. 012011.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Р.И. Мулляджанов

Разработка одномерной математической модели мощного многорезонаторного клистрона

В.Е. Гущин, И.А. Кульбаченко

Новосибирский государственный университет

Для быстрого создания предварительного дизайна клистронов, имеющих значение для фундаментальной науки (например, проекта ускорителя Супер С-тау фабрики), целесообразно использовать полуаналитические модели, позволяющие получить на компьютере решение за несколько секунд. Однако, большинства из них нет в открытом доступе [1]. Поэтому в ИЯФ СО РАН ведётся разработка полуаналитической программы на основе одномерной дисковой математической модели клистрона [2]. Несмотря на существование публикации множества статей и книг, посвящённых расчёту и моделированию клистрона, детального описания алгоритма для создания программы не существует. Тем более ценным становится программа и детали её реализации, которые представлены в данной работе. В настоящий момент смоделировано движение пучка в клистроне.

Пучок в клистроне считается осесимметричным и разбивается на диски. Модель состоит из уравнений расчёта напряжений на входном резонаторе [3] и уравнения движения дисков в электромагнитном поле резонаторов и поле самих дисков. Для интегрирования движения дисков используется одношаговая консервативная схема 2-го порядка точности. Напряжения и фазы пассивных резонаторов взяты из программы AJDISK [2].

-
- [1] Lingwood C. Klystron Simulations. Review/comparison existing tools. URL: <https://clck.ru/vwPgh> (дата обращения: 19.02.2022).
 - [2] Jensen A. et al. Developing sheet beam klystron simulation capability in AJDISK //IEEE Transactions on Electron Devices. – 2014. – Т. 61. – №. 6. – С. 1666-1671.
 - [3] Vaughan J. R. M. The input gap voltage of a klystron //IEEE transactions on electron devices. – 1985. – Т. 32. – №. 11. – С. 2510-2511.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук В.Я. Иванов

**Уточнение решения задачи идентификации источников выбросов
методами машинного обучения**

М.К. Емельянов, Э.В. Цыбенова

Новосибирский государственный университет

Методы машинного обучения эффективно используются в качестве инструмента для анализа, обработки и генерации изображений, звука и текста. Одним из примеров таких приложений является обработка размытых изображений, в ходе которого восстанавливаются четкие границы изображенных объектов [1].

Мы используем алгоритмы обработки размытых изображений для уточнения приближенного решения обратной задачи идентификации источников выбросов по данным мониторинга качества воздуха, которое поступает в виде размытого изображения функции распределения источников [2]. В результате работы алгоритма требуется получить интерпретацию приближенного решения обратной задачи с учетом дополнительной априорной информации о решении, например, в виде набора точечных источников.

Целью работы является изучение эффективности применения для решения поставленной задачи нейросетей различной архитектуры, включая многослойный перспетрон и сверточные нейросети. Анализируется, насколько затратно по времени обучить каждую нейронную сеть, насколько полученная интерпретация совпадает с требуемым точным решением обратной задачи, и какова устойчивость получаемых решений.

[1] J. Koh, J. Lee, and S. Yoon, Single-image deblurring with neural networks: A comparative survey // Computer Vision and Image Understanding, vol. 203, p. 103134, Feb. 2021, doi: 10.1016/j.cviu.2020.103134.

[2] A. Penenko, V. Penenko, E. Tsvetova, A. Gochakov, E. Pyanova, and V. Konopleva, Sensitivity Operator Framework for Analyzing Heterogeneous Air Quality Monitoring Systems // Atmosphere, vol. 12, no. 12, p. 1697, Dec. 2021, doi: 10.3390/atmos12121697.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, А.В. Пененко

Математическое и численное моделирование равновесия двумерного упругого тела, имеющего трещину и тонкое жесткое включение

Л.Н. Жиркова

Северо-Восточный федеральный университет, Якутск

В работе рассматривается задача о равновесии двумерного упругого тела Ω с гладкой границей Γ , на части Γ_D которой задано условие жесткого закрепления. На другую часть внешней границы Γ_N действуют поверхностные усилия. Упругое тело содержит тонкое жесткое включение γ_1 , продолженное трещиной γ_2 . Неизвестным в задаче является $u = (u^1, u^2)$ – вектор перемещений упругого тела. Предполагается, что на берегах трещины заданы краевые условия взаимного непроникания берегов: $[u]\nu \geq 0$, где ν – нормаль к кривой $\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2$, $[u] = u^+ - u^-$ – скачок вектора u на γ_2 , а u^\pm соответствуют значениям u на берегах трещины γ_2^\pm .

Приводится дифференциальная и вариационная постановка. Вариационная постановка соответствует задаче о минимизации функционала энергии:

$$\Pi(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega_\gamma} \sigma_{ij}(u) \varepsilon_{ij}(u) - \int_{\Gamma_N} f_i u_i,$$

где $\varepsilon_{ij}(v) = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i})$, $\sigma_{ij} = A_{ijkl} \varepsilon_{kl}$; $v_{,i} = \frac{\partial v}{\partial x_i}$, $i = 1, 2$, $\Omega_\gamma = \Omega \setminus \gamma$.

Доказаны существование и единственность решения. Задача эквивалентна вариационному неравенству.

Данная задача является нелинейной ввиду условий непроникания, поэтому она решена в численном виде по описанному ниже алгоритму:

1. задача минимизации сводится к задаче о минимаксе функции Лагранжа;
2. коэффициенты Лагранжа параметризуются, при этом исходная задача регуляризуется;
3. задача о минимаксе решается с помощью алгоритма Удзавы, в котором на каждой итерации решается линейная задача.

Вычислительный эксперимент реализован с помощью пакета FreeFem++.

Приводятся результаты численных экспериментов.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, Т.С. Попова

Восстановление полиномов из экспонент по интервальным данным

М.А. Звягин

Новосибирский государственный университет

При исследовании плотности земной породы методом мюонной плотнометрии, описанным в [1], возникает задача восстановления зависимости интенсивности потока частиц от глубины. Эта функциональная зависимость в рамках модели из [1] представляет собой выражение вида

$$y = \sum_{j=1}^m a_j e^{-b_j x},$$

где $a_j, b_j \geq 0$. Для учета и анализа возникающих при измерении погрешностей было предложено использовать интервальную модель данных.

В работе описывается математическая постановка задачи восстановления функциональной зависимости при накрывающих интервальных данных. Предложена вычислительная технология решения задачи методом максимума совместности [2], сводящаяся к отысканию решения задачи негладкой невыпуклой условной оптимизации.

Реализованы несколько алгоритмов построения зависимости, использующие различные методы решения оптимизационной задачи.

Написан набор тестовых данных для сравнения реализованных алгоритмов.

[1] Зюбин В. Е., Петухов А. Д., Розов А. С. Автоматизация измерений мюонным скважинным плотномером // Промышленные АСУ и контроллеры, 2018, № 11, С. 35–41.

[2] С. П. Шарый. Восстановление функциональных зависимостей по данным с интервальной неопределенностью // Информатика и системы управления, 2022, № 3. С. 130-142.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. С. П. Шарый

Применение методов машинного обучения для обработки данных газового сенсора

Ю.А. Иванова

Новосибирский государственный университет

Современные сенсорные системы, позволяющие определять концентрации газов и химический состав газовых смесей, применяются для сопровождения технологических процессов в различных областях промышленности, для мониторинга атмосферного воздуха в городах и на предприятиях, для контроля параметров пищевой и сельскохозяйственной продукции и других направлениях.

Известно, что молекулы многих индустриальных газов и соединений имеют уникальные спектральные характеристики в ближнем и среднем инфракрасном диапазоне. Исходя из этого, имея источник излучения необходимой длины волны и данные о спектрах поглощения, можно оценивать концентрации исследуемых соединений. Кроме того, современные сенсорные системы способны производить огромные объёмы данных, к которым обеспечен легкий доступ для сбора, обработки и анализа. Методы машинного обучения могут помочь в интерпретации данных оптических и электрохимических газовых сенсоров в поиске важной информации для дальнейших исследований в области обработки данных газового сенсора.

Данная работа посвящена разработке метода интерпретации выходных данных оптоакустического газового сенсора с помощью машинного обучения. Целью работы является увеличение точности определения концентрации метана в воздухе. Экспериментальная схема газового сенсора включает в себя источник оптического сигнала, возбуждающий звуковые колебания в газовой ячейке, и микрофон, осуществляющий измерение звукового сигнала. Измеренный звуковой сигнал и оптический сигнал на выходе из ячейки являлись входными данными для нейронной сети. С помощью специализированной библиотеки PyTorch для машинного обучения на языке программирования Python было рассмотрено несколько моделей и архитектур нейронных сетей (такие как нейронные сети прямого распространения и сверточные нейронные сети), применяемых для обработки данных газового сенсора и определения концентрации газа. Была выполнена оптимизация рассмотренных архитектур нейронных сетей с целью улучшения точности определения концентрации метана в воздухе. В частности,

рассмотрены различные методы оптимизации и регуляризации. В результате удалось определить низкие концентрации метана в воздухе 3 и 9,7 ppm с погрешностью не более 15% (0,45 и 1,455 ppm соотв.), а концентрацию 954 ppm - не более 3.5% (33,4 ppm).

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук А. Е. Беднякова

Математическое моделирование оптического полупроводникового усилителя для резервуарных вычислений

Д.А. Ивойлов

Новосибирский государственный университет

Рекуррентные нейронные сети (РНС) являются перспективной технологией для моделирования динамических систем, поскольку они позволяют обрабатывать серии событий во времени. Однако обучение таких моделей является нетривиальной задачей из-за их сложной структуры. Для уменьшения вычислительной сложности РНС на этапе обучения была предложена их разновидность — нейронная эхо-сеть, позволяющая эффективно предсказывать последовательность значений временного ряда [1]. Сеть характеризуется одним скрытым слоем, который называется резервуаром, со случайными связями между нейронами. Обучению в таких моделях подлежит только выходной слой, поэтому они обладают низкой вычислительной сложностью, но требуют предварительной настройки и оптимизации параметров сети для каждой конкретной задачи.

Резервуарные вычисления, основанные на концепции нейронных эхо-сетей, являются привлекательной технологией для эффективного декодирования данных и могут применяться для постобработки искаженного сигнала в сверхбыстрых оптических линиях связи [2]. По этой причине важным является вопрос реализации концепции резервуарных вычислений в нелинейных фотонных системах. Одной из наиболее удачных физических реализаций нелинейного резервуара является оптический резервуар с временной задержкой, включающий в себя один нелинейный узел и линию задержки [3]. Недавно была предложена концепция резервуарных вычислений на основе полупроводникового оптического усилителя, выполняющего роль оптической нелинейности. Нами предложен новый подход к реализации резервуарных вычислений, в котором одно нелинейное устройство – полупроводниковый оптический усилитель, заменяет весь нелинейный резервуар. Мы построим численную модель системы с усилителем, используя данный подход. Эта модель представляет из себя систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих изменение оптического поля в полупроводниковом усилителе. В качестве начального поля рассмотрена последовательность гауссовских импульсов, с помощью которой кодируются входные данные. Затем решается задача Коши на равномерной сетке, и полученное решение используется для алгоритмов машинного обучения

и предсказания временных рядов. На заключительном этапе мы исследуем эффективность построенной модели в задачах прогнозирования временных рядов Маккея-Гласса (Mackey-Glass) и NARMA10.

-
- [1] Jaeger, Herbert. (2001). The "echo state" approach to analysing and training recurrent neural networks-with an erratum note'. Bonn, Germany: German National Research Center for Information Technology GMD Technical Report. 148.
 - [2] D. Brunner, B. Penkovsky, B. A. Marquez, M. Jacquot, I. Fischer, and L. Larger, "Tutorial: Photonic neural networks in delay systems Journal of Applied Physics 124, 152004 (2018).
 - [3] Marcucci, G., Pierangeli, D., and Conti, C., "Theory of neuromorphic computing by waves: Machine learning by rogue waves, dispersive shocks, and solitons," Phys. Rev. Lett. 125, 093901 (Aug 2020).

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук А.Е. Беднякова

Дисперсионные свойства метода “гидродинамика сглаженных частиц” на задаче о распространении звуковых волн в невязкой газопылевой среде

П.К. Ковылина

Новосибирский государственный университет

Моделирование динамики газопылевых сред имеет множество научных и инженерных приложений. В работе рассматривается метод "Гидродинамика сглаженных частиц"(SPH) [1], для решения одномерных уравнений двухфазной двухскоростной сплошной среды. Уравнения движения газа и пыли имеют релаксационные слагаемые, связанные с межфазным взаимодействием - см., например, [2]. Обозначим за t_{stop} время релаксации скорости пылевой частицы к скорости газа. Для частиц малого размера $t_{\text{stop}} \rightarrow 0$. Известно[3], что при этом условии использование методов расчёта межфазного взаимодействия, представленных в работах [4] и [5], даёт эффект избыточной диссипации волн.

В настоящей работе были построены и проанализированы дисперсионные соотношения для упомянутых методов. Для обоих методов дисперсионные соотношения при $t_{\text{stop}} \rightarrow 0$ содержат слагаемые, обратно пропорциональные t_{stop} . Эти слагаемые обеспечивают численную диссипацию волн, тогда как в исходных уравнениях при $t_{\text{stop}} \rightarrow 0$ эта диссипация отсутствует. Таким образом, удалось объяснить наблюдаемые при практических расчётах эффекты диссипации.

[1] J. J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics, URL: doi:10.1088/0034-4885/68/8/R01

[2] О. П. Стояновская, Ф. А. Окладников, Э. И. Воробьев, Я. Н. Павлюченков, В. В. Акимкин, Расчет динамики газопылевых околозвездных дисков: выход за пределы режима Эпштейна, doi: 10.31857/S0004629920010077

[3] G. Laibe, D. J. Price, Dusty gas with smoothed particle hydrodynamics – I. Algorithm, doi:10.1111/j.1365-2966.2011.20202.x

[4] Pablo Loren-Aguilar, Matthew R. Bate, Two fluid dust and gas mixtures in SPH: A semi-implicit approach, doi:10.1093/mnras/stu1173

[5] J.J. Monaghan, A. Kocharyan, SPH simulation of multi-phase flow, [https://doi.org/10.1016/0010-4655\(94\)00174-Z](https://doi.org/10.1016/0010-4655(94)00174-Z)

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, О.П. Стояновская

Создание «полярной карты» миокарда левого желудочка сердца для имитационного компьютерного моделирования в ядерной кардиологии

И.П. Колинко

*Новосибирский государственный университет
Институт теоретической и прикладной механики, Новосибирск*

Несмотря на широкое применение метода однофотонной эмиссионной компьютерной томографии (ОФЭКТ) в клинической практике, в ядерной кардиологии остаются нерешенными проблемы, обусловленные ограничениями алгоритма реконструкции. Эти проблемы приводят к неоднозначной интерпретации полученных изображений и требуют изучения. Для выполнения таких исследований в Лаборатории моделирования в ядерной медицине (ЛМЯМ) НГУ разрабатывается программный комплекс, направленный на имитационное моделирование процедуры обследования перфузии миокарда методом ОФЭКТ. Программный комплекс включает 4 блока программ: «виртуальный пациент», «виртуальный томограф», «алгоритм реконструкции» и «полярная карта». Целью данной работы является создание программы «полярная карта» для оценки перфузии миокарда левого желудочка (ЛЖ) сердца. Для оценки состояния миокарда при ОФЭКТ-исследовании используется графическое представление ЛЖ в виде полярной карты. Такой подход позволяет охватить всю поверхность миокарда в одном плоскостном изображении и оценить количественно распространенность поражения и степень его тяжести. На клинических ОФЭКТ системах программы «полярная карта» лицензированы и записаны в закрытых кодах, поэтому в исследовательских университетских группах часто создают свои 'home-made' программы. В рамках поставленной задачи разработана программа сегментации ЛЖ и его представления в виде «полярной карты». Чтобы не вносить дополнительных неопределенностей и ошибок, эндокардиальная и перикардиальная поверхности миокарда ЛЖ задавались на основе известных данных «виртуального пациента». Были выполнены имитационные компьютерные эксперименты, в которых использовались «пациенты» со здоровым сердцем и с ишемическим поражением миокарда. В этих исследованиях миокард ЛЖ «виртуального пациента» являлся эталоном для сравнительной оценки. Результаты численных экспериментов показали, что оценки состояния миокарда ЛЖ на основе «полярной карты» хорошо согласуются с эталонными оценками для «виртуального пациента». Все этапы моделирования и полученные результаты

обсуждались с врачами-радиологами. В данной работе выполнен базовый большой объем исследований, направленных на развитие и валидацию программы «полярная карта». Следующий шаг будет направлен на автоматическое определение эпикарда и перикарда на реконструированных изображениях миокарда ЛЖ.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Н.В. Денисова

Разработка графического интерфейса для моделирования мощного многорезонаторного клистрона

А.Р. Кочарина

Новосибирский государственный университет

Уравнения Навье-Стокса применяются в математическом моделировании многих природных явлений и технических задач, в том числе и для моделирования работы гидродинамических устройств (турбины, насосы). При расчёте течений в сложных проточных частях приходится использовать неравномерные сетки. Поэтому является актуальной задача вывода MUSCL-схемы для случая неравномерной сетки.

В данной работе уравнения Навье-Стокса несжимаемой жидкости решаются методом искусственной сжимаемости, в котором вводится член $\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t}$ в уравнение неразрывности. Система уравнений, полученная в результате применения метода искусственной сжимаемости, аппроксимируется неявным методом конечных объемов. Для вычисления невязких потоков через грани ячейки используется MUSCL-схема. В исходном алгоритме реализована классическая MUSCL-интерполяция 3-го порядка, не учитывающая неравномерность сетки. Цель данной работы - реализовать MUSCL-схему, которая будет учитывать неравномерность сетки.

Для подсчета коэффициентов MUSCL-схемы на неравномерной сетке были использованы результаты работы [1].

В работе было сделано следующее:

- на примере модельной 1D-задачи было показано, что MUSCL-схема с коэффициентами из [1] дает 3-й порядок точности на неравномерной сетке,
- реализованная MUSCL-схема была внедрена в численный метод конечных объемов и протестирована на 2D-задаче обтекания кругового цилиндра несжимаемой жидкостью,
- исследована точность базовой и модифицированной схемы в зависимости от степени неравномерности сетки.

[1] Chi-Wang Shu. High Order ENO and WENO Schemes for Computational Fluid Dynamics // Lecture Notes in Computational Science and Engineering. — 1999. — P. 443–449.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Д.В. Чирков

Схема 3-го порядка точности на неравномерной сетке для решения уравнений движения несжимаемой жидкости

И.А. Кульбаченко, В.Е. Гущин

Новосибирский государственный университет

Клистроны используются для получения мощных электромагнитных полей высокой частоты, которые необходимы для питания ускорителей заряженных частиц в ускорительной технике. Создание таких приборов включает задачи его расчета и изготовления. Клистроны мощностью десятки мегаватт в России ранее не производились. В связи с этим, реализация математической модели и создание алгоритма для расчета клистронов является важной задачей в ИЯФ СО РАН. Одномерная дисковая модель предоставляет возможность быстрого вычисления основных характеристик клистрона [1]. Точности данного подхода достаточно для начального технического проекта клистрона. Для анализа полученных данных, а также предварительной оценки допуска в изготовлении клистрона, необходим графический интерфейс, позволяющий быстро и интуитивно понятно получать наглядные изображения данных. Задачей данной работы являлось создание такого интерфейса и последующий анализ данных, полученных программным кодом на основе одномерной модели дисков. На данный момент был проведен анализ двухрезонаторного клистрона. Графический интерфейс реализован на языке программирования Java с использованием библиотеки Swing. Анализ проводился варьированием начальных характеристик клистрона с последующим сравнением выходных результатов с другими программами (например, с программой AJDISK [2]), а также оценкой характерного поведения параметрических зависимостей с помощью их графического представления.

[1] Lingwood C. Klystron Simulations. Review/comparison existing tools. URL: <https://clck.ru/vwPgh> (дата обращения: 26.02.2022).

[2] Jensen A. et al. Developing sheet beam klystron simulation capability in AJDISK //IEEE Transactions on Electron Devices. – 2014. – Т. 61. – №. 6. – С. 1666-1671.

Научный руководитель – д-р. физ.-мат. наук В.Я. Иванов

Автомодельное решение задачи движения двух взаимодействующих несжимаемых жидкостей в пористой среде

Э.И. Леонова

Алтайский государственный университет, г. Барнаул

В работе изучается движение двух взаимодействующих, несмешивающихся и несжимаемых жидкостей в пористой среде. Процесс описывается следующими уравнениями [1]:

$$\frac{\partial(\phi\rho_i^0s_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi\rho_i^0s_i\mathbf{u}_i) = \Gamma_i(s_i), \quad i = 1, 2,$$

$$\frac{\partial((1-\phi)\rho_3^0)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_3^0(1-\phi)\mathbf{u}_3) = 0,$$

$$s_i\phi(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_3) = -K_0\frac{k_{0i}}{\mu_i}(\nabla p_i + \rho_i^0\mathbf{g}), \quad i = 1, 2.$$

Здесь $\rho_i^0 = const$ - истинные плотности i -й фазы; ϕ - пористость среды; s_1, s_2 - насыщенности жидких фаз ($s_1 + s_2 = 1$); \mathbf{u}_i - скорость i -й фазы; $\Gamma_i(s_i) = (-1)^i d_1 s(1-s)$ - интенсивности обмена массой компонента смеси; k_{0i} - фазовые проницаемости; $K_0 = const$ - коэффициент фильтрации; $\mu_i = const$ - динамические вязкости; \mathbf{g} - вектор ускорения силы тяжести; p_i - давления фаз; $p_c = p_2 - p_1$ - капиллярное давление.

Доказано существование автомодельного решения типа «бегущей волны», кроме того установлен физический принцип максимума для насыщенности [2].

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ по теме «Современные методы гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики» (номер темы: FZMW-2020-0008).

[1] А. А. Папин. Краевые задачи двухфазной фильтрации: монография / А. А. Папин. - Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2009. – 220 с.

[2] Б. Т. Жумагулов, В. Н. Монахов. Гидродинамика нефтедобычи. - Изд-во: Алматы: КазгосИНТИ, 2001 г. – 336 с.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. А.А. Папин

Метод опережающей верификации канала с внезапным сужением

Д.А. Мечник, П.А. Брызгунов, М.А. Островский

Московский энергетический институт

Основное оборудование современных объектов генерации насчитывает множество агрегатов, каждый из которых выполняют свои определенные функции. При этом, каждый из типов этих агрегатов обладает уникальной формой проточной части, что делает процесс разработки унифицированных рекомендаций для моделирования газодинамических процессов, протекающих в них, невозможным. В связи с этим предлагаются к анализу эквивалентные типовые каналы узлов элементов энергооборудования.

Для численного моделирования важным аспектом является выбор оптимального значения линейного размера глобального элемента сетки. Более мелкая сетка позволяет с большей точностью решать дифференциальные уравнения, однако ведет к увеличению вычислительной трудоемкости вычисления [1]. В случае, если известно значение оптимального размера глобального элемента, нет необходимости проводить исследование на сеточную сходимость.

В работе исследовался канал с внезапным расширением, соотношение площадей в котором составляло 0,1; 0,3 и 0,5 [2]. Влияние изменения размера глобальной ячейки на точность моделирования газодинамических процессов в канале с внезапным расширением оценивалось в диапазоне чисел Рейнольдса от 20000 до 100000 с применением моделей турбулентности $k-\epsilon$, $k-\omega SST$, $k-\omega$.

В работе были получены корреляции для нахождения оптимального глобального размера сетки для канала с внезапным расширением с различными соотношениями площадей в диапазоне чисел Рейнольдса от 20000 до 100000.

[1] Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – Рипол Классик, 2013.

[2] Devenport W.J., Sutton E.P. An experimental study of two flows through an axisymmetric sudden expansion // Experiments in Fluids. — 1993. — Vol. 14. — № 6. — p. 423–432.

Научный руководитель – канд. техн. наук С.К. Осипов

**Иерархия математических моделей заживления
хирургической кожной раны**

Т.С. Михаханова

Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий Новосибирский государственный университет

В работе исследуются механизмы заживления кожных ран с невысокой степенью микробного заражения, характерной для хирургических операций. Для описания биохимических процессов, протекающих во время стадии воспалительного ответа, привлекаются две оригинальные математические модели. Они учитывают влияние клеток иммунной системы (тромбоцитов, нейтрофилов, макрофагов, лимфоцитов), 9 цитокинов (про- и противовоспалительных интерлейкинов, фактора некроза опухолей, хемокинов и факторов роста), болевых факторов (нейропептидов и нейротрофинов), а также тучных клеток и фибриногена. Модели представляют собой жесткие нелинейные системы дифференциальных уравнений 1-го порядка с запаздыванием.

В работе показано, что предложенные математические модели описывают не только классические сценарии острого и хронического воспалительного ответа, но и известные сценарии воспаления кожной раны при наиболее распространённых нарушениях функций клеток крови и её клеточного состава. Выполнен численный анализ качественных свойств решений, исследована способность моделей быть инструментом для раннего прогноза характера иммунного ответа, а также для анализа гипотетических терапевтических стратегий, предотвращающих прогрессирование острого воспаления в хроническое. Оценка адекватности результатов моделирования основана на количественном и качественном согласии с широким кругом экспериментальных данных.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук О.Ф. Воропаева

Бризеры на спонтанно возмущенном постоянном фоне

И.И. Мулляджанов

Институт Автоматики и Электрoметрии СО РАН, Новосибирск

Нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) является фундаментальной моделью распространения нелинейных волн, применимой в различных областях физики. Например, НУШ описывает в первом приближении распространение гравитационных волн на поверхности глубокой воды и распространение света в оптоволокне с кубической (керровской) нелинейностью. НУШ можно полностью проинтегрировать (решить) с помощью метода обратной задачи рассеяния (МОЗР), который преобразует волновое поле в так называемые данные рассеяния, представляющие собой нелинейный аналог традиционных Фурье гармоник [reference1,reference2]. Данные рассеяния НУШ могут быть получены в результате решения задачи рассеяния для вспомогательной линейной системы Захарова - Шабата, в которой волновое поле играет роль потенциала.

Мы изучаем численно задачу о модуляционной неустойчивости возмущенного постоянного фона (конденсата) с периодическими граничными условиями. Размер численной области, в которой мы проводим моделирование, существенно больше характерной длины волны возмущений конденсата. Это позволяет наблюдать распространение пространственно-локализованных когерентных структур – бризеров. Нас интересуют так называемые суперрегулярные бризеры НУШ, которые могут возникнуть, как результат развития модуляционной неустойчивости конденсата из локализованных возмущений [3,4]. Для суперрегулярных бризеров НУШ ранее была построена теория на бесконечном пространственном интервале [reference3,reference4], а также изучен механизм их появления из случайных локализованных возмущений конденсата [reference5]. В данной работе мы рассматриваем периодические возмущения конденсата и демонстрируем примеры формирования суперрегулярных бризеров в данной задаче. Каждому бризеру, помещенному в периодические граничные условия, соответствует разрешенная зона небольшой ширины в спектре собственных чисел системы Захарова – Шабата. Для изучения спектра периодической задачи Захарова – Шабата мы используем адаптированный вариант алгоритма метода Фурье – коллокаций. Численно решая прямую задачу рассеяния, получаем спектральные портреты и изучаем их особенности для суперрегулярных бризеров, строим диаграммы ширины разрешенных зон в зависимости

от параметров бризеров и формулируем критерий, по которому разрешенной зоне соответствует локализованный в пространстве бризер. Затем мы изучаем особенности спектральных портретов системы Захарова – Шабата для начального условия вида бризер плюс шум. Наконец, мы генерируем начальные условия в виде возмущенного конденсата, в котором спонтанно формируются бризеры. Для всех начальных условий мы также рассчитываем пространственно-временные диаграммы распространения, которые позволяют визуализировать распространение бризеров на фоне развивающейся из шума модуляционной неустойчивости. В заключении мы обсуждаем условия, при которых возможно формирование суперрегулярных бризеров в периодически возмущенном конденсате, и сравниваем наши результаты с результатами работы [reference6].

-
- [1] Захаров В.Е., Шабат А.Б. // ЖЭТФ. 1971. Т.61, No.1. С. 118–134.
 - [2] Теория солитонов: Метод обратной задачи. Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П. М.: Наука, 1980. 319 стр.
 - [3] V. E. Zakharov and A. A. Gelash, Nonlinear stage of modulation instability, Phys. Rev. Lett. 111, 054101 (2013).
 - [4] A. Gelash, Formation of rogue waves from a locally perturbed condensate, Phys. Rev. E 97, 022208 (2018).
 - [5] M. Conforti, S. Li, G. Biondini, and S. Trillo, Automodulation versus breathers in the nonlinear stage of modulational instability, Optics letters 43, 5291 (2018).
 - [6] J. M. Soto-Crespo, N. Devine, and N. Akhmediev, Integrable turbulence and rogue waves: breathers or solitons?, Phys. Rev. Lett. 116, 103901 (2016).

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук А.А. Гелаш

Сравнительная оценка двух статистических подходов реконструкции изображений мозга при обследовании пациентов методом ОФЭКТ

А.В. Нестерова

Новосибирский государственный университет

Цель. В настоящее время при обследовании пациентов методом однофотонной эмиссионной компьютерной томографии (ОФЭКТ) для реконструкции изображений используются статистические методы. Статистические алгоритмы учитывают пуассоновское распределение регистрируемых данных, а также эффекты, связанные с прохождением гамма-излучения в биологических тканях и через коллиматор и сцинтилляционный детектор гамма-камеры.

Методы. В данной работе представлены исследования, направленные на сравнительный анализ двух статистических подходов к решению обратной некорректной задачи реконструкции ОФЭКТ изображений: стандартного алгоритма Ordered Subsets Expectation Maximization (OSEM) [1] и алгоритма, основанного на байесовском подходе Maximum a Posteriori (MAP) с заданием априорной плотности вероятности с помощью функционала энтропии (MAP-Entropy) [2]. Чтобы исследовать свойства алгоритмов, было проведено компьютерное моделирование, имитирующее обследование головного мозга пациентов методом ОФЭКТ. Компьютерные симуляции выполнялись с цифровым фантомом головного мозга человека (фантом Хоффмана), который играл роль «виртуального пациента». Сырые проекционные данные генерировались с использованием статистического метода Неймана, имитируя сбор данных вращающейся вокруг пациента гамма-камеры. Реконструкция осуществлялась параллельно алгоритмами OSEM и MAP-Entropy. Условия имитационного эксперимента были приближены к клинической практике ОФЭКТ. Количественная точность алгоритмов оценивалась путем сравнения реконструированных изображений с точным изображением фантома по среднеквадратичной ошибке.

Результаты и выводы. В численных экспериментах были получены артефакты на изображениях опухолевых очагов, аналогичные тем, которые наблюдаются на клинических изображениях. Поведение алгоритма MAP-Entropy в итерационном процессе зависело от значения параметра регуляризации и продемонстрировало более устойчивое решение по сравнению с OSEM.

[1] L. A. Shepp and Y. Vardi. Maximum Likelihood Reconstruction for Emission Tomography // IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 1, no. 2, pp. 113-122, Oct. 1982, doi:10.1109/TMI.1982.4307558.

- [2] Skilling J., Bryan R. K. Maximum entropy image reconstruction-general algorithm // Monthly notices of the royal astronomical society, 1984, vol. 211, pp. 111.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Н.В. Денисова

Биомеханика одновременного бесшажного лыжного хода

А.М. Нургалиев

Новосибирский государственный университет

Одновременный бесшажный классический вид хода (даблполинг) приобретает все большую популярность как среди спортсменов высокого уровня, так и среди любителей: легендарные лыжные марафоны Vassaloppet и Marcialonga ежегодно собирают почти до 100 тысяч участников каждый. С точки зрения изучения такой вид передвижения является наиболее простым и поэтому именно ему посвящено большинство научных работ в этой области [1]. В то же время, ввиду комплексности проблемы оптимизации передвижения по трассе, полученные результаты слабо применяются в спорте. Для достижения успеха в применении результатов анализа движения спортсменов необходим синтез эксперимента, компьютерной обработки данных и математического моделирования. Данная работа посвящена исследованию биомеханики движений спортсменов-лыжников при передвижении по трассе классическим ходом.

Для выполнения работы мы использовали видеосъемку реальных спортсменов при выполнении ими тренировок, а также видеозаписи соревнований. По данным видеозаписей была проведена раскадровка с выделением на ней углов между суставами рук, ног и корпуса спортсменов. Техника измерения базировалась на результатах работы [2]. Результаты обработки видеоизображений были использованы для реализации цифрового двойника лыжника в программе Wolfram Mathematica.

Полученные результаты позволят в будущем разработать комплексную модель передвижения лыжника по трассе, что позволит достигать лучших результатов спортсменами по ходу соревнований (за счет оптимального распределения энергетических ресурсов), а также в совершенствовании методик высокоинтенсивных тренировок [3].

[1] L.J.Holmberg, A.M.Lund. A musculoskeletal full-body simulation of cross-country skiing, 2008

[2] А.Е.Кубяк, Д.В.Паршин. Об исследовании кинематики движений лыжников элитного уровня при использовании техники дабл полинг, 2021.

[3] Ofsteng S., Sandbakk O., Beekvelt M.V. Strength training improves double poling performance after prolonged submaximal exercise in cross-country skiers // Scandinavian Journal of Medicine & Science in Sports - 2018. - Vol. 28. -P. 893-904

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Д.В.Паршин

Численное моделирование распространения лазерного излучения в многосердцевинных оптических световодах

Г.А. Патрин

Новосибирский государственный университет

Многосердцевинные оптические волокна (multi-core fibers – MCF) состоят из нескольких сердцевин, расположенных под общей оболочкой. Такие структуры можно рассматривать как нелинейные дискретные физические системы, важные как для фундаментальных исследований, так и для практического использования. Распространение электромагнитного поля в MCF может быть описано системой связанных нелинейных уравнений Шрёдингера (НУШ) [1], заданных в приближении медленно меняющейся огибающей.

В лазерных системах MCF может выступать в качестве усиливающей среды. При моделировании в этом случае важно учитывать распределённое комбинационное усиление [2]. Систему НУШ, описывающую распространение сигнала по $(N + 1)$ -сердцевинному активному MCF с учётом насыщения усиления, можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{A} = -i \frac{\beta}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{A} + i \gamma |\mathbf{A}|^2 \mathbf{A} + \sigma \mathbf{A} + i \mathbf{C} \mathbf{A}, \quad (1)$$

где $\mathbf{A} = (A_0 \ A_1 \ \dots \ A_N)^T$, $A_n(t, z)$ – это комплексная огибающая сигнала в n -й сердцевине, t – время, z – пространственная координата, β_n – коэффициент дисперсии групповых скоростей, γ_n – коэффициент нелинейности Керра, $\sigma_n = \frac{g_n(A_n)}{2} - \frac{\alpha_n}{2}$ – разность усиления и потерь, α_n – коэффициент линейных потерь, $g_n(A_n) = \frac{g_n^0}{1 + E_n(A_n)/E_n^{sat}}$ – коэффициент насыщенного усиления.

Для моделирования динамики оптического сигнала в MCF в рамках системы (1) был разработан эффективный численный алгоритм на основе Фурье метода расщепления по физическим процессам (split-step Fourier method – SSFM). Его особенностью является возможность учета линейных потерь и комбинационного усиления в волокне. Кроме того, алгоритм обладает бесконечным порядком точности по времени, что особенно важно для сохранения спектральных характеристик лазерного излучения.

[1] I. S. Chekhovskoy, A. M. Rubenchik et. al., Optics Letters 40, 721-724 (2015).

[2] C. Barnard, P. Myslinski et. al., IEEE J. Quantum Electron. 30, 1817–1830 (1994).

Моделирование течений вокруг сплошных объектов произвольной структуры методом решеточных уравнений Больцмана

М.С. Плеханов

*Новосибирский государственный университет
Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН*

Численное моделирование физических процессов играет важную роль во многих областях производства, поскольку позволяет экономить физические и временные ресурсы. Задача моделирования гидродинамики и газовой динамики является востребованной в области конструирования систем сложной геометрии с тепло- и массопереносом. Стандартным методом моделирования задач гидродинамики является численное решение уравнения Навье-Стокса при помощи разностных схем. Однако данный подход обладает существенным недостатком в плане временных затрат, поскольку время вычислений линейно возрастает с увеличением числа пространственных ячеек. В противовес ему в настоящее время развивается альтернативный подход, основанный на решении кинетического уравнения Больцмана (Lattice Boltzmann Method, LBM).

LBM моделирует эволюцию функции распределения частиц вещества пространству скоростей в каждой ячейке пространства. При этом эволюция определяется только взаимодействием с соседними ячейками пространства, в связи с чем алгоритм данного метода может быть распараллелен. Реализация алгоритма на графических картах позволяет степенным образом уменьшить время вычислений, что является основным преимуществом данного метода.

В данный момент существуют успешные реализации LBM, однако они не способны решать задачи взаимодействия нескольких компонент или фаз вещества. Для решения задач такого характера в лаборатории 7.2 ИТ СО РАН ведется разработка программного обеспечения на основе открытого кода FluidX3D. В данной работе было проведено первичное исследование данного кода на предмет имплементированных алгоритмов и расчет типовых задач для проверки производимых расчетов на корректность.

Анализ кода показал наличие имплементации базовых алгоритмов LBM и качественного графического интерфейса. Моделирование типовых задач (течение Пуазейля, Куэтта, течение в каверне) находится в согласовании с результатами научно верифицированных программных пакетов. Данный факт является доказательством корректности имплементации LBM и предпосылкой для дальнейшего развития открытого кода FluidX3D.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИТ СО РАН.

- [1] Krüger T., Kusumaatmaja H., Kuzmin A. et al. (2016). The Lattice Boltzmann Method - Principles and Practice. Switzerland: Springer.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, М. В. Сальников

Метод точной оценки общей вероятности инфицирования индивида в эпидемиологических моделях

П.Н. Подзолков

Тюменский государственный университет

Одной из основных задач системы здравоохранения является контроль за распространением инфекционных заболеваний. Процедура защиты населения опирается на возможности прогнозирования распространения патогена в заданных условиях с использованием математического моделирования.

Для моделирования эпидемических процессов широко применяются компартментальные эпидемиологические модели. Подобные модели представляют из себя системы дифференциальных уравнений, описывающие скорость изменения численности различных групп населения во времени. Классическим представителем данного класса моделей является SIR модель, разбивающая популяцию на группы восприимчивых, инфицированных и иммунных [1].

Основным параметром компартментальных моделей является коэффициент интенсивности инфицирования β . Данный коэффициент отражает среднее количество индивидов, которое заразит один инфицированный за единицу времени. Учитывая общий объём популяции N , в модели оценивается её доля, которая будет заражена от одного индивида, как $\frac{\beta}{N}$. Данный показатель рассмотрим, как удельную вероятность инфицирования индивида, то есть вероятность того, что конкретный восприимчивый индивид может быть инфицирован от одного из инфицированных.

Для описания уравнений эпидемической модели необходимо оценить общую вероятность инфицирования индивида, то есть вероятность того, что восприимчивый индивид будет заражён от любого из инфицированных. В компартментальных моделях данный показатель оценивается как $\frac{I \cdot \beta}{N}$. Уравнение скорости изменения количества восприимчивых приобретает следующий вид.

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{S \cdot I \cdot \beta}{N} \quad (1)$$

где S , I – количество восприимчивых и инфицированных в момент времени t соответственно [2].

Описанный подход хорошо оценивает общую вероятность инфицирования при низких значениях удельной вероятности. При больших значениях получаемая оценка может оказаться больше единицы, что приводит к появлению отрицательных величин в численностях различных групп.

Точное вычисление общей вероятности предлагается производить с использованием вероятности события обратного инфицированию. В таком случае уравнение скорости изменения количества восприимчивых приобретает следующий вид.

$$\frac{dS}{dt} = -S \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{\beta}{N}\right)^I\right) \quad (2)$$

При таком подходе общая вероятность инфицирования асимптотически приближается к единице с увеличением количества инфицированных при любом значении удельной вероятности.

Предложенная оценка вероятности позволяет строить модели, отражающие эпидемические процессы с высокой интенсивностью заражения без появления отрицательных значений в численностях групп.

[1] Tolles J., Luong T.B. Modeling epidemics with compartmental models // *Jama*. 2020. V. 323. No. 24. P. 2515–2516.

[2] Weiss H. H. The SIR model and the foundations of public health // *Materials matematics*. 2013. No. 3. P. 1–17.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, проф. И.Г. Захарова

Методы совместного решения уравнений движения несжимаемой жидкости

А.К. Рогачева

Новосибирский государственный университет

Одним из методов решения уравнений движения несжимаемой жидкости является метод искусственной сжимаемости [1]. Суть метода заключается во введении дополнительного члена $\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial \tau}$ (производная по псевдовремени от давления) в уравнение неразрывности, где $\beta = const$ – коэффициент искусственной сжимаемости. Такой подход позволяет использовать схемы совместного решения уравнений, хорошо зарекомендовавшие себя для решения уравнений Эйлера и Навье—Стокса сжимаемого газа. В [1] для аппроксимации невязких потоков в полученной системе используется противопотоковая схема 3-го порядка с расщеплением матрицы Якоби невязкого потока на сумму матриц A^+ и A^- , обладающих неотрицательными и неположительными собственными значениями. В данной работе показано, что решение, полученное описанным методом, зависит от β , и для получения хорошей точности β должен быть порядка U^2 , где U – характерная скорость потока. Это сложно обеспечить в реальных течениях, где скорость потока может сильно меняться.

В работе предлагается альтернативный алгоритм совместного решения уравнений, не использующий подход искусственной сжимаемости, в котором соответственно нет зависимости от β . Для аппроксимации невязких потоков используется противопотоковая схема, заимствованная из метода SIMPLE, где предварительно вычисляется поток массы через грань ячейки. Для расчета потока массы используется Рхи—Чоу интерполяция. Однако расщепление системы на отдельные уравнения не производится. В работе проведена линеаризация схемы, в результате которой получена СЛАУ $Ax = b$, где A – это разреженная матрица с блоками 4×4 . Решение полученной СЛАУ будет осуществляться без факторизации с помощью алгебраического многосеточного метода из библиотеки HYPRE.

[1] С.Г. Черный, Д.В. Чирков, В.Н. Лапин и др. Численное моделирование течений в турбомашинах — Новосибирск: Наука, 2006 — 202с.

Научный руководитель – канд физ.-мат. наук Д.В. Чирков

Моделирование сейсмических волн в неоднородных изотропных средах на многопроцессорных вычислительных системах

Д.Р. Саидбаталов

Новосибирский государственный технический университет

Численное моделирование распространения сейсмических волн представляет существенную часть работ при проведении геологоразведки в нефтяной отрасли. Математическое моделирование проводится в различных геологических средах, в том числе, в слоистых средах и в средах с наличием различных неоднородностей. Задачи такого рода представляются очень ресурсоемкими с точки зрения вычислительных ресурсов. Появление высокопроизводительных вычислительных систем с параллельной архитектурой открыло новые возможности в моделировании и изучении сейсмических волновых полей в геологических средах путем проведения численных экспериментов.

В работе рассматривается модель распространения сейсмических волн в идеально упругой изотропной среде. В качестве численного метода решения применяется сеточно-характеристический метод [1].

Цель работы – разработать и реализовать параллельный численный алгоритм решения задачи распространения сейсмических волн в неоднородной изотропной среде ограниченного объема.

Сеточно-характеристический метод обладает рядом особенностей, из-за которых его применение в определенных постановках более целесообразно, чем использование классических конечно-разностных методов, которые дают нежелательные эффекты, такие как сильное размазывание волновых фронтов или осцилляции за волной. В работе [2] было произведено сравнение разрывного метода Галеркина с сеточно-характеристическим методом на регулярной и неструктурированной сетке. Авторами была продемонстрирована более высокая скорость расчета с использованием сеточно-характеристического метода, а точность расчета показала применимость метода к практическим задачам.

В работе реализован параллельный алгоритм численного метода решения для системы дифференциальных уравнений, описывающих распространение сейсмических волн в неоднородной изотропной сплошной среде в трехмерной постановке. Исследование проводилось с точки зрения ускорения и эффективности реализованных параллельных версий программ. Показано, что наилучшим вариантом является параллельная версия программы с совместным использованием технологий MPI и OpenMP. Таким образом, последовательная версия

программы была ускорена до 15,2 раза с эффективностью распараллеливания равной 23% при масштабировании до 8 двухпроцессорных вычислительных узлов.

-
- [1] 1. Применение сеточно-характеристического метода для решения задач распространения динамических волновых возмущений на высокопроизводительных вычислительных системах [Электронный ресурс] / Н.И. Хохлов, И.Б. Петров. – Электрон. дан. – Режим доступа : [https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2019-31\(6\)-16](https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2019-31(6)-16), свободный. – Загл. с экрана.
- [2] 2. Моделирование распространения упругих волн в геологической среде: сравнение результатов трех численных методов [Текст] / В.А. Бирюков, В.А. Миряха, И.Б. Петров, Н.И. Холодов // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. / гл. ред. Е.Е. Тыртышников. – М.: Наука, 2006. – Т. 56, N 6. – С. 1104-1114.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, проф. Р. К. Газизов,
д-р физ.-мат. наук, проф. В.А. Чеверда

Исследование влияния вынужденного комбинационного рассеяния света на генерацию высокоэнергетических импульсов в осцилляторе Мамышева с кольцевым резонатором

К.П. Сараева

Новосибирский государственный университет

Осциллятор Мамышева является разновидностью волоконного лазера, вызывающей в последние годы большой интерес благодаря возможности получения ультракоротких импульсов мегаваттной мощности при сохранении стабильной генерации, устойчивой к внешним механическим воздействиям [1]. Перечисленные выше свойства, наряду с известными преимуществами волоконных лазеров (компактность, простота интеграции), делают его идеальным кандидатом для практического применения в различных промышленных задачах.

При генерации в области высоких энергий нелинейные эффекты, связанные с вынужденным комбинационным рассеянием света (ВКР), имеют критическое значение, существенно влияя на форму распространяющегося импульса и определяя режим генерации [2]. Не менее важным является корректное описание усиления фемтосекундных оптических импульсов в активном световоде. Таким образом, актуальной является задача построения полной численной модели осциллятора Мамышева, учитывающей нелинейные эффекты в волоконном световоде. Одновременный учёт перечисленных эффектов позволит приблизить получаемые с помощью моделирования результаты к экспериментальным и сформулировать фундаментальные ограничения на устойчивую генерацию одиночных импульсов в осцилляторе Мамышева.

Нами выполнено детальное исследование нелинейной динамики сигнала в осцилляторе Мамышева. Реализована модель волоконного осциллятора, представляющая собой систему связанных уравнений: обобщённого нелинейного уравнения Шрёдингера (НУШ) и скоростных уравнений итербия. Численное решение НУШ найдено с помощью метода расщепления по физическим процессам, с использованием приближения колебательной модели Холленбека для функции отклика ВКР.

Моделирование типичных компонент лазера проводилось с использованием библиотеки Pyofss. Исследовано влияние ВКР на генерацию и масштабирование высокоэнергетических импульсов, произведено сравнение с результатами, описанными в [1]. Новизна данной работы состоит в использовании полной теоретической модели применительно к данному типу волоконных лазеров.

- [1] Liu, Z., Ziegler, Z.M., Wright, L.G. and Wise, F.W., 2017. Megawatt peak power from a Mamyshev oscillator. *Optica*, 4(6), pp.649-654.
- [2] Bednyakova, A.E., Babin, S.A., Kharenko, D.S., Podivilov, E.V., Fedoruk, M.P., Kalashnikov, V.L. and Apolonski, A., 2013. Evolution of dissipative solitons in a fiber laser oscillator in the presence of strong Raman scattering. *Optics express*, 21(18), pp.20556-20564.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук., с.н.с. А.Е. Беднякова

**Численное исследование резонанса длинных поверхностных волн
в узком зазоре между неподвижным полупогруженным телом и
вертикальной стенкой**

В.С. Скиба

Новосибирский государственный университет

Работа является продолжением исследований, начатых в [1] и посвященных изучению воздействия поверхностных волн на неподвижные полупогруженные в воду сооружения прямоугольной формы, располагающиеся в мелководной прибрежной зоне на удалении от причальных стенок. Актуальность исследований связана с возможным воздействием на такие сооружения волн типа цунами. Известно [2], что при расположении полупогруженного тела вблизи причальной стенки может возникнуть резонанс волн в узкой щели между стенкой и телом — явление многократного увеличения заплеска волн на стенки сооружения и силовых нагрузок на него по сравнению со случаем расположения сооружения в открытой акватории. Явление резонанса достаточно хорошо изучено в случае наката коротких волн. Цель настоящей работы состояла в численном исследовании влияния вертикальной стенки, установленной за полупогруженным телом, на характеристики взаимодействия с ним волны типа цунами, головная часть которой представлена длинной одиночной волной. Численные эксперименты проводились в рамках двумерной модели потенциальных течений жидкости [1] при различных значениях определяющих параметров: амплитуды и длины одиночной волны, заглубления и длины полупогруженного тела, расстояния от его тыльной грани до вертикальной стенки. Показано, что при некоторых сочетаниях значений определяющих параметров резонансное явление возникает и для длинных набегающих волн, хотя его проявление не столь значительно как для коротких волн.

[1] Гусев О.И., Скиба В.С., Хакимзянов Г.С. Силовое воздействие длинных поверхностных волн на полупогруженное в воду тело. I. Влияние формы набегающей волны // Вычислительные технологии. 2022. Т. 27, № 4. С. 33-62. DOI:10.25743/ICT.2022.27.4.004.

[2] Tan L., Lu L., Liu Y., Sabodash O.A., Teng B. Dissipative effects of resonant waves in confined space formed by floating box in front of vertical wall // In: Proceedings of the Eleventh ISOPE Pacific/Asia Offshore Mechanics Symposium. Shanghai, China, 2014. P. 250–255.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Г.С. Хакимзянов

Агентное моделирование воздействия качества воздуха на городское население

К.А Сортоева

Новосибирский государственный университет

Качество воздуха в городе влияет на состояние здоровья его жителей. Однако для принятия взвешенных решений властями и бизнесом относительно тех или иных мер по улучшению качества воздуха, требуется сопоставлять экологические и экономические факторы. В этой связи важной становится разработка моделей, которые позволяют количественно описать работу тех или иных источников выбросов в терминах риска возникновения соответствующих заболеваний у населения городов [1].

В работе строится агентная модель для оценки воздействия качества воздуха (на примере NO₂) на городское население [2]. Основная идея модели - выбор маршрута на основе предпочтений агента и, как следствие, разное количество вдыхаемого NO₂. Одним из входных параметров модели является неоднородное в пространстве и времени распределение концентрации примеси в атмосфере города. Агенты наделяются характеристиками, одни из которых влияют на выбор пути: выбор транспорта, способность к адаптации, приоритеты критериев маршрута (время, стоимость); другие - на объем вдыхаемого воздуха: активность, расположение дома, офиса, ВУЗа и т.д. Агенты подразделяются на подгруппы (работающие, студенты, пенсионеры), каждая из которых имеет своё расписание дня. Расписание нелинейно, агент имеет вероятности выбора пойти по той или иной ветке. Количество вдыхаемого NO₂ подсчитывается в зависимости от выбора маршрута, времени, активности и содержания NO₂ в местах, где бывает агент. Модель разрабатывается и тестируется на примере города Новосибирска.

[1] R. S. Sokhi et al., "Advances in air quality research – current and emerging challenges," Atmospheric Chemistry and Physics, vol. 22, no. 7, pp. 4615–4703, Apr. 2022, doi: 10.5194/acp-22-4615-2022.

[2] Liang Emlyn Yang, Peter Hoffmann, Jürgen Scheffran, Sven Rühle, Jana Fischereit, Ingenuin Gasser. An Agent-Based Modeling Framework for Simulating Human Exposure to Environmental Stresses in Urban Areas. Urban science, 2018

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, А. В. Пененко

Анализ эффективности различных типов адаптивных сеток в задачах со слоями

С.Е. Стрелкова

Новосибирский государственный университет

Для задач со слоями использование равномерных сеток весьма затратно из-за ограничений на размер шага. Потому целесообразно применять адаптивные сетки, сгущающиеся в слоях. Важное место среди них занимают сетки с явным заданием координатного преобразования по априорной информации о характере слоев. Исследованием таких сеток и вопросами сходимости разностных схем на них занимались многие авторы (см., например, монографию [1] и приведенную в ней библиографию). В данной работе использовались, в основном, формулы координатных преобразований, описанные в [2].

В некоторых случаях из-за недостатка информации сложно предсказать тип слоя и его параметры, а проводить многочисленные расчеты в поисках удачной сетки затруднительно, особенно в многомерных задачах. Вместо этого в данной работе предлагается иной способ выбора типа и параметров отображения для генерации сетки. Его суть в интерполировании типичного решения на различные адаптивные сетки, ранжирование которых осуществляется по объективным критериям. Например, в задаче о течении жидкости в каверне в качестве надежного исходного материала брались профили скоростей, полученные из расчетов на достаточно детальной сетке. Еще проще проведение теста для уравнений, располагающих известными точными решениями, как в случае уравнений Бюргера или Шредингера.

Для упомянутых выше задач по описанной технологии проведен анализ различных типов сеток с выбором подходящих параметров отображений, получен графический и табличный материал, иллюстрирующий результаты исследования.

[1] Liseikin V.D. Grid generation for problems with boundary and interior layers // Novosibirsk: NGU, 2018. 296 p.

[2] Лисейкин В.Д., Паасонен В.И. Адаптивные сетки и высокоточные схемы для решения сингулярно-возмущенных задач // Сибирский журнал вычислительной математики. – 2021. – Т. 24, № 1. – С. 77 - 92.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. В.И. Паасонен

Математическое моделирование иммунного ответа на ВИЧ

П.С. Сурнин

Новосибирский государственный университет

Вирус иммунодефицита человека (ВИЧ) остается одной из основных проблем глобального общественного здравоохранения. ВИЧ поражает иммунную систему и ослабляет защиту от многих инфекций и некоторых типов рака, с которыми может справиться иммунитет здорового человека. Не существует метода, позволяющего вылечить ВИЧ-инфекцию. Однако благодаря расширению доступа к эффективным средствам профилактики, диагностики и лечения ВИЧ и оппортунистических инфекций, а также ухода за пациентами, ВИЧ-инфекция перешла в категорию поддающихся терапии хронических заболеваний [1]. Для предупреждения наихудшего сценария прогрессирования инфекции применяется математическое моделирование [2].

Для описания патогенеза ВИЧ-инфекции сформулирована система обыкновенных дифференциальных уравнений [3]. Модель состоит из восьми уравнений, описывающих четыре состояния CD4+ Т-клеток и два вида CD8+ Т-клеток, которые относятся к клеточному иммунитету человека.

Для описанной математической модели приведено решение задачи Коши вычислительными методами, а также проведен анализ чувствительности от входных данных для параметров. Поставлена и решена обратная задача оптимизационными методами.

[1] Всемирная организация здравоохранения. URL: <https://www.who.int/ru/news-room/fact-sheets/detail/hiv-aids> (дата обращения: 08.02.2022).

[2] Ю. М. Нечепуренко, М. Ю. Христиненко, Д. С. Гребенников, Г. А. Бочаров, “Анализ бистабильности моделей вирусных инфекций с запаздывающим аргументом”, Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2019, 017, 26 с.

[3] H.T. Banks, M. Davidian, Shuhua Hu, Grace M. Kepler and E.S. Rosenberg. Modelling HIV immune response and validation with clinical data. Journal of Biological Dynamics Vol. 2, No. 4, October 2008, 357–385

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. М.А. Шишленин

Ускорение численного решения трехмерной задачи распыла жидкости потоком газа посредством циклической постановки задачи

Д. Тарраф

Новосибирский государственный университет

Технический углерод (сажа) – продукт получаемый термическим разложением (пиролизом) углеводородов (как правило нефти) в потоке газа-теплоносителя. Технический углерод широко применяется в качестве усиливающего компонента в производстве резин и пластических масс. В производстве шин используется 70% всего выпускаемого углерода. При печном производстве углерода жидкое углеводородное сырьё впрыскивается форсунками в поток продуктов сгорания природного газа. Происходит распыл и испарение сырья с дальнейшим пиролизом. Важно, чтобы сырьё полностью испарилось до начала пиролиза, иначе будет образовываться кокс, загрязняющий продукт. Для совершенствования технологии производства углерода, в частности, обеспечения полного испарения сырья до начала пиролиза, невозможно обойтись без математического моделирования самого процесса. Оно является важнейшим способом получения наиболее полной и детальной информации об особенностях работы реактора. Рассматривается трехмерная модель и метод расчета распыла и испарения сырья в потоке газа-теплоносителя. За основу взята Эйлера модель трехфазного (газ, сырьё, продукты испарения сырья) течения, реализуемая на основе VOF метода [1]. Численная реализация модели многофазных течений выполнена на основе пакетов программ OpenFoam [2] и ANSYS FLUENT [3]. Геометрия реактора имеет цилиндрическую форму с шестью форсунками, равномерно расположенными по окружности. Вместо всей геометрии, расчет проводится только в секторе, представляющем одну шестую часть всей геометрии и содержащем только одну форсунку. На боковых границах сектора ставятся периодические условия, которые реализуются поворотом одной стороны на 60 градусов вокруг оси цилиндра. Предполагается, что во всех остальных секторах картины течений повторяются.

[1] Hirt, C. W. Nichols, B. D. (1981) Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. Journal of Computational Physics 39 (1981), 201-226.

[2] Greenshields C. J. User Guide –The OpenFOAM Foundation.

[3] Ansys® FLUENT 20R, Inc. –16.3 Volume of Fluid (VOF) Model Theory.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. С. Г. Черный

**Разработка алгоритмов для численного моделирования открытых
плазменных ловушек**

У.А.Холияров

Новосибирский государственный университет

В работе рассматриваются алгоритмы для решения отдельных уравнений в кинетической численной модели течения плазмы в режиме диамагнитного удержания в осесимметричной открытой ловушке. Модель основана на кинетическом приближении для ионной и электронной компонент плазмы. Использование диамагнитного удержания потенциально позволяет кардинально улучшить параметры термоядерной системы, поэтому исследование таких его свойств, как эффективность запираания плазмы, возможности развития магнитогидродинамических и кинетических неустойчивостей и методов их стабилизации является актуальной задачей. Поскольку физические процессы, имеющие место в открытых ловушках, характеризуются сильно различающимися пространственно-временными масштабами и слишком сложны для аналитического анализа, то возникает необходимость использования для их исследования численного моделирования. В докладе приводится постановка задачи, приведение уравнений к безразмерному виду, аппроксимация на сетке дифференциальных уравнений. Подробно рассмотрено задание начального магнитного поля. Предложен эффективный итерационный метод решения уравнения Пуассона.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. В.А.Вшивков

Моделирование формирователя воздушно - углеводородных смесей в осесимметричной постановке

А.Р. Яппарова

Новосибирский государственный университет

В последнее время в мире создается много разработок концепций реакторов и катализаторов автотермического риформинга жидких углеводородных топлив для создания топливных элементов. Автотермический риформинг дизельного топлива представляет собой каталитический процесс, протекающий при температуре 970–1170 К, в котором молекулы углеводородов реагируют с водяным паром и воздухом, образуя газообразный продукт, который попадает на катализатор для дальнейших преобразований.

Работа является частью проекта по разработке реактора с каталитическим модулем для переработки дизельного топлива в синтез газ, эксперимент описан в [1].

В данной работе идёт речь о моделировании в среде ANSYS Fluent процессов испарения дизельного топлива и смешения пародизельной смеси с воздухом. В реактор впрыскивается дизельное топливо в виде капель жидкости с заданными характеристиками и подается перегретый пар, капли топлива испаряются, вся смесь перемешивается с воздухом, заходящим в другой вход, и далее всё попадает на катализатор. Модель реализована в двумерной осесимметричной постановке. В докладе будут представлены результаты расчетов для различных термодинамических условий в реакторе.

-
- [1] Zazhigalov, S. V., Shilov, V. A., Rogozhnikov, V. N., Potemkin, D. I., Sobyenin, V. A., Zagoruiko, A. N., & Snytnikov, P. V. (2021). Modeling of hydrogen production by diesel reforming over Rh/Ce_{0.75}Zr_{0.25}O_{2-δ}-η-Al₂O₃/FeCrAl wire mesh honeycomb catalytic module. *Catalysis Today*, 378, 240-248.
URL: <https://doi.org/10.1016/j.cattod.2020.11.015>

Научный руководитель – Т. В. Маркелова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИКА

УДК 519.863

Новые модели экономического роста в условиях неопределенности

Р.Р. Абдулатыпов

Новосибирский государственный университет

Объектом исследования является модификация варианта модели Рамсея – Солоу, предложенного в [1]. Целью данной работы является исследование поведения инвестора в условиях неопределённости. Для этого, аналогично [2], рассматривается производственная функция вида $f_0(k) = f(k)(1 + \tau(k))$, где $f(k)$ удовлетворяет условиям неоклассичности, а возмущение $\tau(k)$ является функцией из класса C^2 . Социальный планировщик находит минимальное значение функционала, отражающее меру усилий:

$$\int_0^T f_0(k(t))dt \rightarrow \min_{s(t)},$$

при ограничении:

$$(1 - s(t))f_0(k(t))e^{-\delta t} \geq C.$$

Выполнения данного ограничения обеспечивает необходимый уровень потребления C на каждом интервале рассматриваемого периода: $t \in [0, T]$. Капитало-вооруженность $k(t)$ удовлетворяет условиям:

$$\dot{k}(t) = s(t)f_0(k(t)) - \mu k(t),$$

$$0 \leq s(t) \leq 1, k(0) = k_0, k(T) \geq k_T,$$

где $s(t)$ –доля выпуска, направляемая на инвестиции, δ – коэффициент дисконтирования, μ – мера амортизации. В работе для исследования неоклассической функции $f(k)$ используются следующие условия Инады: $f(0) = 0$, $f'(k) > 0$, $f''(k) < 0$. В докладе будет показано, как в случае возмущения неоклассической функции $f(k)$ изменяется "золотое правило накопления"(смотри [3] стр. 246).

[1] Antsyz S.M. On Refinement of the Simplest Growth Model // 17th International Asian School-Seminar Optimization Problems of Complex Systems (OPCS), Moscow, Novosibirsk (Russia), Almaty (Kazakhstan). IEEE Xplore, 2021. – P. 9-12.

- [2] *Трубачева А. Е.* Об особом оптимальном режиме управления при возмущении функции производства // Вестн. НГУ. Сер. матем., мех., информ. (2011), т. 11, вып. 2, с. 105–118.
- [3] *Ашманов С. А.* Введение в математическую экономику. М.: Наука. 1984.

Научный руководитель – канд. техн. наук, ст. науч. сотр. С.М. Анцыз

Методы оптимальной стабилизации высокого качества электроэнергии в распределительных сетях

Д.А. Алехин

Новосибирский государственный университет

Тема умных электросетей становится все более актуальной. Количество электроприборов растет с каждым днем. Многие из этих приборов являются умными, умеют включаться и выключаться удаленно, выполнять заранее заданные сценарии. В то же время сами электросети, которые используют данные приборы, остаются на уровне прошлого столетия.

Дисбаланс фаз более 10 процентов может приводить к необратимым последствиям в сети и электроприборах. На данный момент проблема асимметричной нагрузки на фазы решается исключительно в ручном режиме [2].

В исследовании анализируется уровень развития и внедрения интеллектуальных сетей в действующие электросети. Выделены основные показатели качества электроэнергии и их влияние на всю систему. Предложен метод интеллектуального регулирования некоторых ключевых показателей электрической сети.

В предыдущем исследовании проблема несимметричной нагрузки на фазы решалась путем создания программного обеспечения для устройств, позволяющих переключаться с одной фазы на другую в автоматическом режиме [2]. Целью данного исследования являются методы снижения реактивной мощности и подавления высших гармоник. Разрабатываются методы, которые позволят рассчитать оптимальное расположение устройств регулирования реактивной мощности в распределительной сети.

-
- [1] 1. Xi Fang, Satyajayant Misra, Guoliang Xue, Dejun Yang. Smart Grid – The New and Improved Power Grid: A Survey, IEEE COMMUNICATIONS SURVEYS & TUTORIALS, VOL. 14, NO. 4, FOURTH QUARTER 2012
 - [2] 2. Алехин Д. А. Самоорганизация симметрирования напряжения в трехфазной электрической сети. НГУ, 2022
 - [3] 3. Catalin Iosif Ciontea, Florin Iov. A Study of Load Imbalance Influence on Power Quality. Assessment for Distribution Networks

Научный руководитель – канд. экон. наук Воронов Ю.П.

Об учёте налогообложения в уточнённой модели роста экономики

А.Ю. Арнольд

Новосибирский государственный университет

В данной работе проводится исследование влияния налогообложения на рост экономики в новой модели развития субъекта экономики [1]. Возникает задача двухуровневой оптимизации. На нижнем уровне управления решается следующая задача:

$$\int_0^T f(k(t))dt \rightarrow \min_{s(t)}, \quad (1)$$

$$(1 - s(t))f(k(t))e^{-\delta t} \geq C, \quad (2)$$

$$\dot{k}(t) = s(t)(1 - \rho(k(t))f(k(t)) - \mu k(t), \quad (3)$$

$$0 \leq s(t) \leq 1, k(0) = k_0, k(T) \geq k_T, \quad (4)$$

где $f(k(t))$ – неоклассическая функция, $\rho(k(t))$ – налоговая ставка, $k(t)$ – величина фондовооруженности, $s(t)$ – искомое управление, δ – коэффициент дисконтирования, μ – коэффициент амортизации. Цель решения: минимизировать усилия для достижения необходимого уровня благосостояния C . На верхнем уровне отыскивается налоговая ставка, при которой достигается максимум налоговых сборов

$$\int_0^T \rho(k(t))f(k(t))dt \rightarrow \max_{\rho}, \quad (5)$$

при условии, что $k(t)$ определяется в результате решения задачи (1)-(4).

Будут рассмотрены две формы налогообложения: плоская и прогрессивная шкалы. В случае плоской шкалы полагаем $\rho = const$. Для нее были получены вид функции $k(t)$ и рациональное значение управления s на нижнем уровне управления, а также рациональное значение налоговой ставки ρ на верхнем.

В случае прогрессивной шкалы налогообложения $\rho(k(t)) = \chi f(k(t))$, где χ – скорость роста налоговой ставки, $\chi \geq 0$. В этом случае предполагается получить вид $k(t)$, рациональное значение управления s и величину χ , решая задачи на основе принципа максимума Понтрягина.

[1] Antsyz S.M.: On Refinement of the Simplest Growth Model // 17th International Asian School-Seminar Optimization Problems of Complex Systems (OPCS), Moscow, Novosibirsk (Russia), Almaty (Kazakhstan). IEEE Xplore, 2021. – P. 9-12.

Научный руководитель – канд. техн. наук, ст. науч. сотр. С.М. Анцыз

Агент-ориентированные модели геомаркетинга

К.И. Гилёва

Новосибирский государственный университет

Основной целью геомаркетинга является повышение эффективности предпринимательской деятельности на основе анализа географических и статистических данных.

Одна из частых задач геомаркетинга – задача об оптимальном размещении нового объекта торговли [1].

Основная идея агент-ориентированных моделей заключается в построении вычислительного инструмента, описывающего поведение независимых агентов, которые могут взаимодействовать друг с другом и с окружающей средой, а также позволяющего проводить симуляции реальных явлений.

Для построения агент-ориентированной модели с помощью которой возможно произвести прогнозирование прибыли был выбран рынок автозаправочных станций. АЗС Академгородка будут являться агентами при моделировании.

Агент-ориентированные подходы выступают за декомпозицию решаемой проблемы. Этот приём хорошо подходит для географических приложений, таких как рынок ценообразования на бензин, где существует дискретный набор пространственно распределенных объектов, в нашем случае заправочных станций.

Есть класс имитационных моделей, позволяющих моделировать поведение потребителей, анализировать последствия проведения разной политики организаций для получения прогнозов. Целью работы является исследование возможности применения агент-ориентированного моделирования для модели пространственного взаимодействия.

С помощью построенной модели будут проведены эксперименты для прогнозирования прибыли агентов, а также можно будет сделать выводы об рациональности открытия новой автозаправочной станции в заданной области.

[1] И.А. Тахтаров, А.В. Сергеев Разработка и исследование технологии геомаркетинга на основе транспортных факторов и нелинейной регрессионной модели, 2017.

Научный руководитель – канд. экон. наук, доц. Н. М. Ибрагимов

Об одном способе повышения уровня благосостояния в модели развития экономики

Н.С. Гусарева

Новосибирский государственный университет

Работа посвящена исследованию новой модели развития экономики, предложенной в [1]. Модель Рамсея Солоу не учитывает всех факторов, необходимых для поддержания уровня благосостояния населения C . Для выполнения этого условия в [1] предложено неравенство (1):

$$(1 - s(t))f(k(t))e^{-\delta t} \geq C, \quad (1)$$

где $f(k)$ – производственная неоклассическая функция, аргумент k которой – капиталовооруженность, $s(t)$ – доля валовой функции (выпуска), направляемая на инвестиции, δ – коэффициент дисконтирования. Условие (1) ограничивает значение величины C .

В настоящей работе рассматривается задача максимизации уровня благосостояния с помощью получения и погашения кредитов.

-
- [1] Antyz S.M. One Refinement of the Siplest Growth Model // 17th International Asian School – Seminar “Optimization Problems of Complex Systems” (OPCS), Moscow, Novosibirsk (Russia), Almaty (Kazakhstan). IEEE Xplore, 2021. – P. 9 -12.

Научный руководитель – канд. техн. наук, ст. науч. сотр. С.М. Анцыз

О новой модели оптимизации уровня благосостояния

Д.К. Друзева

Новосибирский государственный университет

Объектом исследования является динамическая модель управления хозяйствующим субъектом. Исследования направлены на определения условий, при которых существует рациональная стратегия развития субъекта. Стратегия называется рациональной, если благосостояние превышает заданный уровень на каждом интервале за рассматриваемый период. В [1] была предложена новая модель поиска рациональных стратегий на основе уравнения Солоу. Требование рациональности стратегий в этой модели реализуется условием:

$$(1 - s(t))f(k(t))e^{-\delta t} \geq C, \quad (1)$$

где $f(k(t))$ – возрастающая, вогнутая, неоклассическая функция, $k(t)$ – фондovoоруженность, $s(t)$ – доля выпуска, направляемая на инвестиции, δ – коэффициент дисконтирования, C – заданный уровень благосостояния. Сравнительный анализ стратегий, полученных с учетом (1), со стратегиями, разработанными по классической модели Рэмсея-Касса-Купманса, выявил превосходство новых стратегий на среднесрочную перспективу. Для того, чтобы определить правую часть неравенства (1) в докладе предлагается, отыскав наибольшее допустимое значение уровня благосостояния C_{max} :

$$C_{max} \rightarrow \max_{s(t)},$$

$$(1 - s(t))f(k(t))e^{-\delta t} \geq C_{max},$$

$$\dot{k}(t) = s(t)(1 - \rho(k(t))f(k(t))) - \mu k(t),$$

$$0 \leq s(t) \leq 1, k(0) = k_0, k(T) \geq k_T,$$

где μ – норма амортизации, далее в качестве C взять часть γ этой величины ($0 < \gamma < 1$). В докладе рассматриваются условия, которым должны удовлетворять предполагаемые известными величины δ, k_0, k_T, μ для существования рациональных стратегий.

[1] Antsyz S.M.: On Refinement of the Simplest Growth Model // 17th International Asian School-Seminar Optimization Problems of Complex Systems (OPCS), Moscow, Novosibirsk (Russia), Almaty (Kazakhstan). IEEE Xplore, 2021. – P. 9-12.

Научный руководитель – канд. техн. наук, ст. науч. сотр. С.М. Анцыз

Равновесие в модели международной торговли двух стран с инвестициями в НИОКР при монополистической конкуренции: ситуация свободы торговли

М.Е. Ефремов

Новосибирский государственный университет

Исследуется модель международной торговли двух несимметричных стран при монополистической конкуренции производителей [1], [3] с нелинейными функциями издержек производителей и

Исследуется модель международной торговли двух стран при монополистической конкуренции производителей [1],[3]. Предполагается, что потребители обладают аддитивно-сепарабельной функцией полезности, а функция издержек производителей нелинейная с инвестициями в научно - исследовательские и опытно-конструкторские работы (НИОКР). Транспортные издержки являются “iceberg type”.

Рассматривается ситуация свободы торговли для двух симметричных и несимметричных стран. Проводится локальная сравнительная статика по транспортным издержкам, оценивается изменение равновесных величин (индивидуальное потребление, размер и масса фирм, инвестиции производителей в НИОКР, общественное благосостояние) при изменении параметра транспортных издержек [2].

Исследование частично выполнено в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН (проект FWNF-2022-0019).

[1] A. Dixit, J. Stiglitz. Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity // American Economic Review, 1977, Vol. 67, No. 3. P. 297-308.

[2] S. Kokovin, P. Molchanov, I. Bykadorov. Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade: Revisiting Gains from Trade // Journal of International Economics, 2022, Vol. 137. P. 103595.

[3] P. Krugman. Increasing returns, monopolistic competition and international trade // Journal of International Economics, 1979, Vol. 9, No. 4. P. 469-479.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. И.А. Быкадоров

Модель международной торговли при монополистической конкуренции производителей с инвестициями в НИОКР

Я.В. Жуков

Новосибирский государственный университет

Исследуется модель международной торговли двух несимметричных стран при монополистической конкуренции производителей [1], [3] с нелинейными функциями издержек производителей и транспортными издержками "iceberg type". Получена сравнительная статика равновесных состояний по транспортным издержкам. Рассматриваются два частных случая: случай свободы торговли и автаркии. Оценивается чувствительность индивидуального потребления, размера и массы фирм, цен и общественного благосостояния к изменению транспортных издержек в ситуации рыночного равновесия. Для случая автаркии оценивается рост благосостояния перед полным прекращением торговли [2].

Исследования частично выполнено в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН (проект FWNF-2022-0019).

-
- [1] A. Dixit, J. Stiglitz. Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity // American Economic Review, 1977, Vol. 67, No. 3. P. 297-308.
- [2] S. Kokovin, P. Molchanov, I. Bykadorov. Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade: Revisiting Gains from Trade // Journal of International Economics, 2022, Vol. 137. P. 103595.
- [3] P. Krugman. Increasing returns, monopolistic competition and international trade // Journal of International Economics, 1979, Vol. 9, No. 4. P. 469-479.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. И.А. Быкадоров

Исследование факторов, оказывающих влияние на выбросы CO₂

В.Г. Леонтьева

Новосибирский государственный университет

Важной проблемой экологии в последнее время является уровень парникового эффекта (повышение температуры нижних слоев атмосферы). Углекислый газ является одним из основных парниковых газов. В 2015 году было подписано Парижское соглашение — соглашение в рамках Рамочной конвенции ООН об изменении климата, регулирующее меры по снижению содержания углекислого газа в атмосфере с 2020 г.[1] В этой связи актуальной задачей является нахождение факторов, оказывающих влияние на уровень выбросов CO₂.

Целью работы является исследование влияния различных факторов на уровень выбросов CO₂. В соответствии с целью исследования были поставлены задачи:

- Изучение подходов к исследованию уровня выбросов на основе панельных данных
- Отбор факторов и построение моделей на основе панельных данных для стран мира.
- Интерпретация результатов исследования.

Было выбрано 12 факторов с 1965 по 2020 годы, включающая в себя данные по 81 стране мира. Важным критерием отбора факторов является их независимость, для исключения зависимых переменных производится корреляционный анализ. Для решения проблемы мультиколлинеарности производится анализ собственных чисел матрицы парных коэффициентов корреляции и ее определителя. После интерпретации результатов было выявлено, что среди многообразия комбинаций факторов численность населения, ВВП и добыча нефти подходит для дальнейшего исследования.

Далее были построены модели по панельным данным:

- а) Сквозной регрессии;
- б) С фиксированными эффектами;
- в) Со случайными эффектами. [2]

После проведения статистических тестов Вальда, Бройша-Пагана и Хаусмана [3] было отдано предпочтение модели с фиксированными эффектами.

Согласно этой модели, выбранные факторы оказывают следующее влияние на уровень выбросов CO₂:

- Повышение ВВП страны на 1% влечет увеличение выбросов на 0,94%
- Повышение численности населения на 1% влечет увеличение выбросов 0,208%
- Повышение добычи нефти на 1% влечет увеличение выбросов на 0,029%

Результаты работы в общем согласуются с работами других авторов.

[1] Организация объединенных наций. URL: <https://www.un.org/ru/>

[2] Балаш В. А., Балаш О. С. Модели линейной регрессии для панельных данных. – 2002.

[3] Ратникова Т. А. Анализ панельных данных в пакете STATA //Методические указания к компьютерному практикуму по курсу «Эконометрический анализ панельных данных». М.: ГУ-ВШЭ. – 2004.

Научный руководитель – канд. экон. наук, доц. И.В. Проворная

Оценка тепловых потоков по данным тепловизионного мониторинга

Н.В. Притупов

Новосибирский национальный исследовательский государственный университет

Использование тепловизора позволяет выявить участки, где тепло выходит из здания. Подсчет теплопередачи через ограждающие конструкции требует вычисления многих параметров. Такие методы дают возможность понять сколько тепла выходит из здания в данный момент времени только в баллах, а не количественных параметрах теплового потока. В работах [1], [2] сделана попытка решить проблему перехода от баллов (цветовых диапазонов) напрямую, с помощью отслеживания реальных теплопотерь по трём типовым зданиям с разными результатами тепловизионного контроля.

Притупов Н.В., предложил оценку тепловой защиты по массиву данных длительного мониторинга температуры внутри и снаружи здания без использования дополнительного оборудования. Оригинальным элементом такого подхода является выявление линейных участков понижения внутренней температуры за промежутки времени более часа. [3] Такой подход позволяет отследить теплопотери в параметрах теплового потока.

Сведение информации тепловизионного контроля ограждающих поверхностей зданий по пяти категориям (окна, подоконные поверхности, стены, швы, крыша) и длительного мониторинга температуры внутри и снаружи здания должно позволить оценивать тепловые потери тепловизионного мониторинга в количественном выражении, а не в балльных оценках.

В отличие от упомянутых выше работ волгоградских исследователей, предлагается сделать расчёты по некоторой условной модели, в которой теплопотери идут через градуированное пятно с разной степенью яркости при разных внешних и внутренних температурах. В дальнейшем одноточечная модель может быть превращена в многоточечную, и далее — в модель поверхностей оттока тепла по данным тепловизионного контроля.

[1] Корниенко С.В. «Комплексная оценка энергоэффективности и тепловой защиты зданий» // Строительство уникальных зданий и сооружений. ISSN 2304-6295. №11 (26). 2014. С. 33-48.

[2] Корниенко С.В. Комплексная оценка теплозащиты ограждающих конструкций оболочки здания // Инженерно-строительный журнал, 2012. №7(33). С. 43-49.

[3] Притупов Н.В. «Новый метод оценки тепловой защиты здания»

Научный руководитель – канд. экон. наук Ю.П. Воронов

Управление инвестиционным портфелем с использованием методов машинного обучения

А.А. Ряженова

Новосибирский государственный университет

Развитие современных финансовых технологий привело к росту интереса, связанного с управлением инвестиционными портфелями. В результате на рынке появилось большое количество физических и юридических лиц, пытающихся получить доход за счет приобретения ценных бумаг на определенный срок. Многочисленные факты неудачных инвестиционных проектов позволили говорить о том, что теории и методы, на которые опираются инвесторы имеют определенные недостатки.

На сегодня в научной литературе для задачи построения оптимального портфеля ценных бумаг предлагается большое количество решений, опирающихся на научные идеи Г. Марковица, У.Шарпа, С.Росса, Джека Л. Трейнора, Фамы – Френча, но не существует однозначного мнения о неоспоримом достоинстве определенного метода. Развитие цифровых технологий и методов искусственного интеллекта предоставили возможность по-новому взглянуть на проблемы, связанные с портфельным инвестированием. В частности, они позволили решить проблему оценки акций, объединив представление о доходности акций, как случайной величины, движение которой описывается марковскими процессами (процесс Ито, автотегрессионные процессы). Использование нейросетей сделало возможным создание информационной модели, имеющей уникальную структуру, с помощью которой на основе исторических данных можно получать результаты по оценке акций.

Адекватная оценка стоимости акций укажет на перспективность акций, что позволит выбирать финансово-выгодные активы для инвестирования и проводить ребалансировку инвестиционного портфеля.

Мы попробовали соединить методы создания инвестиционного портфеля на основе классических методов, опирающихся на понимание риска как средне-квадратического отклонения доходности и диверсификацию несистематических рисков, путем комбинирования разных наборов активов, сформировав, при этом, не один портфель, а несколько. Оценку доходности и риску каждого портфеля получили методом случайных блужданий и выбрали лучший. Таким образом, объединяя различные научные достижения, такие как классическая теория инвестирования, использование методов машинного обучения

для оценки доходности акций, стохастическое стресс тестирование допустимых портфелей позволило не только получить более надежный результат, но и сделать понятным процесс инвестирования.

Научный руководитель – канд. техн. наук, доц. А. А. Перфильев

Оценка целесообразности строительства солнечной электростанции на широте Новосибирска

М.А. Сатров

Новосибирский государственный университет

Развитие технологий ВИЭ и рост тарифов на электроэнергию делают энергию солнечных электростанций (СЭС) насущной и для централизованных потребителей. Закономерности, характеризующие солнечную инсоляцию, носят вероятностный характер. Уточнение законов распределения вероятностей инсоляции на основании статистического анализа позволяет прогнозировать получение энергии с солнечной электростанции (СЭС). Цель работы – исследование солнечного потенциала на широте Новосибирска, моделирование закона распределения вероятностей солнечной инсоляции и анализ эффективности СЭС методами математической экономики.

Инсоляция на широте Новосибирска достаточна для работы СЭС, оптимальный угол наклона солнечных панелей в зимний и летний периоды различен и определяется в зависимости от координат местности. Распределения солнечной инсоляции зависят от ориентации панелей. Уточнение законов распределения вероятностей инсоляции [1] на основании статистического анализа на широте Новосибирска позволяет прогнозировать получение энергии с СЭС.

Режим работы солнечной станции определяет состав оборудования и экономические показатели. Методами математической экономики [2], [3] показана эффективность солнечной станции для кампуса НГУ.

Возможности солнечной инсоляции на широте Новосибирска допускают строительство СЭС. Реализована методика оценки проекта и показана целесообразность строительства солнечной станции.

[1] Боровков А.А. Математическая статистика: учебник. - [3-е изд., испр.]. - М.: Физматлит, 2007.

[2] Е.А.Яковлева; Э.А.Козловская. Оценка экономической эффективности деятельности предприятия: учебное пособие, Санкт-Петербург, 2013

[3] А.В.Лукашов. Метод Монте-Карло для финансовых аналитиков. Finance-Credit.News.2007г.

Научный руководитель – канд. экон. наук, доц. Л.В. Скопина

Управление инвестиционным портфелем с использованием методов машинного обучения

Я.А. Семков

Новосибирский государственный университет

Объектом данного исследования являются компании-участники ресурсного мегапроекта, целью которых является увеличение прибыли. В работе рассмотрены инвестиционные стратегии нефтегазовых компаний, охватывающие 15-летний период в разрезе четырех регионов (Иркутская область, Республика Саха, Красноярский край, Дальний Восток), которые отражают изменение конъюнктуры рынка, налоговой системы, капитальные и эксплуатационные затраты, кроме того отдельное внимание уделяется затратам на охрану окружающей среды. Анализ состава атмосферы в процессе добычи и переработки нефти и газа показал, что основным загрязняющим веществом атмосферы является диоксид углерода.

Для выбора эффективных направлений инвестирования построена имитационная модель, варьируемыми параметрами которой являются: цены на сырье и переработку, доля экспорта, налоговые ставки, эксплуатационные затраты, мощность по добыче и переработке, капитальные вложения, доля удельных затрат на экологию. Выбор эффективной стратегии компаний осуществляется при условиях ограничения предельно допустимой концентрации техногенного воздействия на окружающую среду. Выходными показателями модели являются объемы добычи и переработки углеводородного сырья, инвестиции на нейтрализацию негативного воздействия на природную среду, капиталоемкость продукции, чистая прибыль и эффективность капиталовложений компаний. Выбор стратегий развития компаний осуществляется на основе показателя эффективности капитальных вложений, с учетом штрафов за превышение предельно допустимых выбросов [1].

На основе модели определяются основные экономические показатели альтернативных стратегий для компаний ПАО «Роснефть» и «Газпром» и их нагрузка на окружающую среду в рассматриваемом периоде. Стратегии добычи были рассчитаны с использованием сетевой модели мегапроекта [2].

Имитационная модель реализована на языке программирования Silab. Апробация модели проведена на примере мегапроекта Восточно-Сибирского нефтегазового комплекса.

- [1] Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов. Теория и практика: Учебное пособие - 2 изд., перераб. и доп. - М.: Дело, 2002 - 888 с.
- [2] Гимади Э.Х., Гончаров Е.Н., Залюбовский В.М., Пляскина Н.И., Харитонов В.Н. Подходы к моделированию и анализу развития мезо- и микроэкономических систем в общем социально-экономическом пространстве. Новосибирск, 2013 г.

Научный руководитель – д-р экон. наук, проф. Н. И. Пляскина

Равновесие в моделях торговли с инвестициями в НИОКР при монополистической конкуренции: ситуация автаркии

В. Е. Сергеева

Новосибирский государственный университет

Исследуется модель международной торговли двух стран (неодинаковых по населению) при монополистической конкуренции производителей [1] [3], аддитивно-сепарабельной функции полезности потребителей и функции производственных издержек, в которой предельные издержки являются убывающей функцией от инвестиций в научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы (НИОКР). Транспортные издержки являются "iceberg type". Предполагается, что фирмы входят на рынок до тех пор, пока их прибыли положительные (условие "свободы входа"). Кроме того, в каждой стране выполняются баланс по труду и торговый баланс.

Рассматривается рыночное равновесие в ситуации автаркии (транспортные издержки настолько велики, что международная торговля "почти"прекращается).

Проведена сравнительная статика по транспортным издержкам равновесных переменных (индивидуального потребления, размера и массы фирм, цен), а также общественного благосостояния [2].

Исследование частично выполнено в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН (проект FWNF-2022-0019).

[1] A. Dixit, J. Stiglitz. Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity // American Economic Review, 1977, Vol. 67, No. 3. P. 297-308.

[2] S. Kokovin, P. Molchanov, I. Bykadorov. Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade: Revisiting Gains from Trade // Journal of International Economics, 2022, Vol. 137. P. 103595.

[3] P. Krugman. Increasing returns, monopolistic competition and international trade // Journal of International Economics, 1979, Vol. 9, No. 4. P. 469-479.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. И. А. Быкадоров

Оценка проекта освоения нефтяного промысла с вводом НПЗ малотоннажной мощности (на примере Якутии)

Д.В. Стародубцев

Новосибирский государственный университет

В настоящее время нефтегазовый сектор имеет ключевое значение в экономике России. Однако, в связи с санкциями и ограничениями объемы добычи и экспорта российской нефти сокращаются, что негативно сказывается на бюджете страны. Развитие отрасли нефтедобычи требует значительных ресурсов, поэтому экономия финансовых и материальных затрат становится актуальной задачей.

Для достижения этой цели предлагается не только искать новые направления экспорта сырой нефти и темных нефтепродуктов, но и сокращать расходы, например, за счет уменьшения кредитов по поставкам нефтепродуктов в отдаленные районы Восточной Сибири. А для этого предлагается имитационное моделирование добычи и переработки на мини НПЗ.

Разработка такой модели является одной из задач нижнего уровня планирования в нефтяной отрасли. Эта модель позволяет определить оптимальные параметры ввода синхронных мини НПЗ, которые могут быть использованы для переработки нефти на местном уровне. Основными элементами такой модели являются блоки переработки, которые могут быть введены синхронно в зависимости от добычи нефти. Каждый блок состоит из нескольких модулей, которые выполняют определенные функции, такие как дистилляция, крекинг и гидроочистка. Решение задачи нижнего уровня планирования в нефтяной отрасли является важным шагом в обеспечении устойчивой и эффективной добычи нефти и производства нефтепродуктов.

Работа построена с использованием научных статей и прогнозов ведущих специалистов в области оценки нефтяных запасов [1] и демонстрирует, что решение данной задачи на примере промыслов Якутии является целесообразным [2].

[1] Скопина Л.В., Шубников Н.Е. Методический подход к оценке инвестиционных проектов в нефтедобыче в условиях неопределенности и рисков // Вестник НГУ. – 2014. – Т. 14, № 2. – С. 24–37

[2] Скопина Л.В. Эффективность развития нефтедобычи в районах нового хозяйственного освоения (на примере нефтедобычи в Якутской АССР): Дис. на соиск. уч. ст. кан. экон. наук: 08.00.05. – Новосибирск, 1984.

Научный руководитель – канд. экон. наук, доц. Л.В. Скопина

Экономический анализ и оптимизация энергопотребления

О.В. Тимофеева

Новосибирский государственный университет

С развитием технологий на рынке появляется всё больше аналогов различного оборудования, которое использует меньшее количество электроэнергии, что позволяет снизить расходы на электроэнергию, а также уменьшить выбросы вредных веществ в атмосферу. Благодаря этому крупные потребители энергии, переходящие на энергоэффективное оборудование, могут не только сэкономить средства, затрачиваемые на электроэнергию, но и внести свой вклад в улучшение экологической обстановки. Однако, даже с появлением этого оборудования, многие крупные потребители энергии не готовы переходить на более экологичное и энергоэффективное оборудование, так как подобные инвестиции могут привести к финансовым потерям.

Организациям, решившим сменить своё оборудование на энергосберегающие альтернативы необходимо провести внутренний анализ, который позволит определить насколько высока окупаемость вложенных инвестиций. В связи с чем возникает необходимость построить модель оптимизации, позволяющая вести внутренний мониторинг альтернатив энергопотребления.

Целью данной работы является разработка алгоритма оптимизации для определения возможных экономических альтернатив для замены существующего оборудования на оборудования с более низким энергопотреблением. В дополнение к анализу альтернатив для снижения энергопотребления необходимо рассмотреть экономический анализ, чтобы он также оказал влияние на результаты. Для экономического анализа используются два метода: метод внутренней нормы доходности и метод окупаемости.

Получены следующие результаты:

1. Выделены три основных потребителя энергии для заданного предприятия: система сжатого воздуха, система освещения и система кондиционирования.

2. Для каждой системы составлена модель сравнения потребления энергии старого устройства и его энергоэффективного аналога, содержащая в себе такие данные, как количество часов работы в день, потребляемая мощность начального и альтернативного оборудования, стоимость покупки и установки альтернативного оборудования, максимально допустимое количество рабочих дней для возврата инвестиций и стоимость киловатта электроэнергии.

3. На основе составленной модели на языке программирования Python с использованием математических пакетов NumPy и SciPy были разработаны два алгоритма принятия решения на основе метода внутренней нормы доходности и метода окупаемости.

4. На основе тестовых и реальных данных Института нефтегазовой геологии и геофизики была проведена серия тестов разработанного алгоритма.

Таким образом, анализ альтернатив энергопотребления является важной задачей, позволяющей проводить деятельность с минимальным воздействием на окружающую среду, одновременно уменьшив экономические затраты. Результаты, полученные в этой работе, могут помочь крупным потребителям энергии принять решение о внедрении более экологически чистых технологий и улучшении эффективности энергосбережения, путём замены оборудования, использующегося на объектах.

Научный руководитель – канд. экон. наук, доц. И.В. Проворная

Подход к выбору эффективной стратегии нефтяной компании с учетом введения углеродного налога

Е.В. Тимошенко

Новосибирский государственный университет

В мире наблюдается глобальное изменение климатических условий, которое проявляется в росте температуры и обусловлено увеличением концентрации парниковых газов в атмосфере. [1] В целях сокращения выбросов парниковых газов Европейский Союз планирует внедрение механизма трансграничного углеродного регулирования, включая введение обязательного углеродного налога. [2] По оценке экспертов годовая плата углеродного налога для компаний нефтяной и газовой промышленности будет достигать €1–3,5 млрд. [3] Цель работы - оценить влияние углеродного налога на эффективность развития нефтяной компании и выбрать эффективную стратегию поведения в условиях введения углеродного налога. Для решения задачи разработана имитационная модель следующего вида:

$$TR_t = TR_t^{in} \times V_t \times q + TR_t^{exp} \times V_t \times r \quad (1)$$

$$t_{\text{ЭП}} = K_{\text{нефть}} \times (0.3 \times (\Pi_{\text{нефть}} - 182.5) + 29.2) \quad (2)$$

$$t_{\text{НДПИ}} = 919/C \times (\Pi_{\text{нефть}} - 15) \times \frac{C}{261} - 559/C \times (\Pi_{\text{нефть}} - 15) \times \frac{C}{261} + K_k \quad (3)$$

$$N_u = (V_t \times n_t + (q + r) \times V_t \times l_t) * C_t * f(V_t \times n_t + (q + r) \times V_t \times l_t) \quad (4)$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$T_t = V_t \times t_{\text{НДПИ}} + V_t \times r \times t_{\text{ЭП}} + P_t \times t_{\text{пр}} + N_u \quad (5)$$

$$R_t = V_t \times OC_t + T_t \quad (6)$$

$$P_t = TR_t - V_t \times OC_t \quad (7)$$

$$NP_t = TR_t - R_t \quad (8)$$

$$ECI_t = \frac{NP_t}{R_t} \quad (9)$$

Условные обозначения: $t = 1, \dots, T$ – индекс региона; TR_t^{exp} – экспортная цена реализации 1 тонны нефти; TR_t^{in} – цена реализации 1 тонны нефти на внутреннем рынке; TR_t – общая выручка от реализации продукции; OC_t – затраты на 1

добываемой продукции; NP_t – чистая прибыль компании; P_t – валовая прибыль; N_u – углеродный налог; V_t – объём добываемой продукции; n_t, l_t – доля выбросов углерода при добыче и транспортировке единицы продукции соответственно; C_t – углеродный налог за тонну углерод; R_t – общегодовые затраты; q – доля внутреннего потребления нефти; r – доля экспорта нефти; T_t – суммарный налог; $t_{\text{НДПИ}}$ – НДПИ на единицу продукции; $t_{\text{эп}}$ – экспортная пошлина на единицу продукции; $t_{\text{пр}}$ – ставка налога на прибыль; $K_{\text{нефть}}$ – корректирующий коэффициент, $C_{\text{нефть}}$ – средняя цена на нефть; C – среднее значение курса доллара; K_k – повышающий коэффициент; ECI_t – эффективность компании.

В работе рассматривается развитие нефтяной компании ПАО «Роснефть» в трех регионах мегапроекта ВСНГК: Иркутской области, Красноярском крае и республике Саха-Якутия, прогнозируемый период - 2021 - 2025 гг. Для решения модели использован метод DEA (Data Envelopment Analysis) [4]. Рассмотрена ориентированная на вход модель с постоянными коэффициентами масштаба. В качестве входных данных взяты объёмы V_t , в качестве выходных - NP_t и ECI_t . Для решения оптимизационной задачи написана программа на языке СИ++, в результате получен показатель эффективности нефтяной компании для каждого из рассмотренных регионов, для неэффективных построена эффективная стратегия путем изменения выходных данных.

-
- [1] Стратегия социально-экономического развития Российской Федерации с низким уровнем выбросов парниковых газов до 2050 года, 2021
URL: <http://government.ru/docs/43708/>
 - [2] Еврокомиссия ужесточает механизм трансграничного углеродного регулирования. 26 сентября 2022 г.
URL: <https://gaap.ru/news/164640/?ID=164640&/>
 - [3] Россия может торговать воздухом, очищенным от CO2. (2020, ноябрь 24).
URL: <https://www.kommersant.ru/doc/4584070/>
 - [4] Краткое описание метода Data Envelopment Analysis, 2018
URL: http://morgunov.org/docs/DEA_intro.pdf/

Научный руководитель – д-р экон. наук, проф. Н.И. Пляскина

Оценка двух подходов к моделированию развития экономики

М.В. Цекот

Новосибирский государственный университет

Рассматриваются две модели экономического развития, базирующиеся на уравнении динамики Солоу (2), одной из которых является новая модель [2]. Новыми условиями являются минимизация усилий (1) и добавочное условие (3), которое накладывается для ограничения минимального объёма благосостояния заданой величиной C . Оптимальное управления $s(t)$ удовлетворяет ограничению (4). Модель имеет следующий вид:

$$\int_0^T f(k(t)) dt \rightarrow \min_{s(t)}, \quad (1)$$

$$\dot{k}(t) = s(t)f(k(t)) - \mu k(t), \quad (2)$$

$$(1 - s(t))(f(k(t)) \geq C(t), \quad (3)$$

$$0 \leq s(t) \leq 1, 0 \leq t \leq 1, \quad (4)$$

$$k(0) = k_0 > 0, \quad (5)$$

$$k(T) = k_T, \quad (6)$$

где f - неокласическая производственная функция от капиталовооружённости k , δ - коэффициент инфляции (дисконтирования), μ - коэффициент амортизации. Искомой переменной является s .

Вторая модель - модель Рамсея [1]. В ней максимизируемым функционалом является интегральное удельное потребление (интеграл от левой части неравенства (3)).

Проведенный ранее сравнительный анализ этих моделей показал превосходство новой модели при конкретном виде производственной функции и конкретных значениях параметров моделей. В докладе будет предложено обобщение этих результатов.

[1] Ашманов С. А.: Введение в математическую экономику. – М.: Наука. – 1984.

[2] Antsyz S.M.: On Refinement of the Simplest Growth Model // 17th International Asian School-Seminar Optimization Problems of Complex Systems (OPCS), Moscow, Novosibirsk (Russia), Almaty (Kazakhstan). IEEE Xplore, 2021. – P. 9-12.

Научный руководитель – кандидат тех. наук, доцент С. М. Анцыз

МЕТОДЫ МОНТЕ–КАРЛО И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ

УДК 519.245

Решение системы уравнений Ламе с помощью итеративного метода с применением метода блуждания по сферам.

И.А. Аксюк

Новосибирский государственный университет

Мы решаем систему уравнений изотропной упругости Ламе с помощью итерационного метода, на каждой итерации которого решаются два линейных уравнения анизотропной диффузии с помощью метода глобального блуждания по сферам [1].

Система уравнений Ламе в двумерном случае имеет вид:

$$\begin{cases} \mu \Delta \bar{u}(x, y) + (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \bar{u}) = \bar{f}, & (x, y) \in \Omega, \quad \bar{u}(x, y) = (u_1, u_2), \\ \bar{u}(x, y) = \bar{g}(x, y), & (x, y) \in \Gamma, \end{cases} \quad (1)$$

где Ω - ограниченная область, Γ - граница области Ω .

Представленная система уравнений Ламе решается с помощью итерационного процесса:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_1^i}{\partial x^2} + \frac{\mu}{\lambda+2\mu} \frac{\partial^2 u_1^i}{\partial y^2} = -\frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} \frac{\partial^2 u_2^{i-1}}{\partial x \partial y} + \frac{1}{\lambda+2\mu} f_1(x, y) \\ \frac{\partial^2 u_2^i}{\partial x^2} + \frac{\lambda+2\mu}{\mu} \frac{\partial^2 u_2^i}{\partial y^2} = -\frac{\lambda+\mu}{\mu} \frac{\partial^2 u_1^i}{\partial x \partial y} + \frac{1}{\mu} f_2(x, y) \\ \bar{u}^i(x, y) = \bar{g}(x, y), & (x, y) \in \Gamma \end{cases} \quad (2)$$

Для вычисления неизвестных значений функции $\frac{\partial^2 u_j^i}{\partial x \partial y}$ мы используем функцию $\tilde{u}_j^i(x, y)$, полученную с помощью полиномиального приближения значений функции $u_j^i(x, y)$.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант 19-11-00019.

[1] Sabelfeld K.K. Kireeva A.E. A new Global Random Walk algorithm for calculation of the solution and its derivatives of elliptic equations with constant coefficients in an arbitrary set of points. // Applied Mathematics Letters. —2020. — Vol. 107, article 106466.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. К.К. Сабельфельд

Экономичный алгоритм двустороннего метода исключения для моделирования случайной величины с монотонной плотностью распределения

В.Л. Брызгалов

Лицей № 130 города Новосибирска

В данной работе представлена экономичная версия алгоритма двустороннего метода исключения [1] с кусочно-постоянными мажорантой и минорантой в применении к моделированию случайных величин, распределенных на конечном интервале согласно монотонной плотности распределения [2]. Можно отметить следующие наши новые достижения (по сравнению с работой [2]):

– за счет применения новой технологии уравнивания вероятностей (см., в частности, работу [3]) удалось реализовать наиболее экономичную версию соответствующего варианта метода дискретной суперпозиции;

– удалось оптимизировать алгоритм по числу M узлов вводимой сетки (оказалось целесообразным брать $M = 106$), а также, с помощью соображений из работы [4], определить класс элементарных плотностей, для которых формулы метода обратной функции распределения целесообразно заменить на разработанный алгоритм метода исключения;

– существенно расширен класс распределений, для которых эффективен разработанный алгоритм (см., в частности, работу [5]).

[1] А. В. Войтишек. Лекции по численным методам Монте-Карло. – Новосибирск: ИПЦ НГУ. – 2018.

[2] Д. А. Черкашин. О применении различных версий двустороннего метода исключения для компьютерного моделирования степенного распределения // Математика: Материалы 60-й Международной науч. студ. конф. 10–20 апреля 2022 г. / Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2022. – С. 112.

[3] Х. Чао, Т. Чжан. Уравнивание вероятностей в алгоритмах метода дискретной суперпозиции для составных плотностей // Данный сборник.

[4] В. Л. Брызгалов. Применение компьютерной системы NMPUD для сравнения вычислительных затрат на основные математические операции // Математика: Материалы 60-й Международной науч. студ. конф. 10–20 апреля 2022 г. / Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2022. – С. 98.

[5] И. А. Смирнов. Сравнительный анализ алгоритмов мажорантного метода исключения для бета-распределения // Данный сборник.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. А. В. Войтишек

Реализация распределенных вычислений по методу Монте-Карло на ПК

В.А. Гузевский

Новосибирский государственный университет

Известно, что точность вычислений по методу Монте-Карло определяется количеством N независимых значений случайной величины. При этом погрешность получаемых оценок имеет вид Const/\sqrt{N} и для заданного уровня ошибки в реальных задачах время вычислений стандартными алгоритмами может исчисляться сутками даже на суперкомпьютерах. Одним из стандартных способов уменьшения расчетного времени является использование распределенных вычислений реализаций N на имеющихся в наличии ядрах процессоров.

На примере модельной задачи теории переноса излучения сквозь толстый слой вещества в докладе представлены реализации (C++, Python) распределенных вычислений по методу Монте-Карло на ядрах процессора и анализ их эффективности.

Научный руководитель – канд. физ. - мат наук, доц. И. Н. Медведев

Исследование методом Монте-Карло глубинного оптического режима в океане

М.С. Ипполитов

Новосибирский государственный университет

Цель данной работы – исследовать методом статистического моделирования процессы переноса излучения в водном слое и рассчитать различные характеристики глубинного режима. На различных глубинах в океане выделяют три зоны с разными световыми режимами: подповерхностную, промежуточную и глубинную. В верхних слоях значительную роль в формировании светового поля играют характеристики внешнего излучения. По мере погружения - свет все больше рассеивается, и, начиная с некоторого момента, на достаточно большой оптической глубине наступает глубинный (асимптотический) режим, при котором прямой свет практически исчезает, и угловые распределения яркости определяются в основном оптическими характеристиками среды. В глубинном режиме угловое распределение яркости практически не меняется и не зависит от азимутального угла [1].

Для определения глубинного режима предлагается использовать величину отклонения азимутального распределения поля освещённости от равномерного и анализировать изменение зенитного распределения с глубиной. Для статистического анализа близости распределений применяется расстояние Колмогорова-Смирнова. Применение данного подхода изучения глубинного режима демонстрируется вычислительным экспериментом, который проводился с использованием известных алгоритмов метода Монте-Карло [2], [3] и оптических моделей водных сред из [4].

[1] А. П. Иванов. Оптика рассеивающих сред. – Минск:Наука и техника – 1969

[2] С. М. Пригарин. Моделирование переноса оптического излучения методом Монте-Карло. - Lambert Academic Publishing. - 2019.

[3] Г. А. Михайлов, А. В. Войтишек. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. — Москва : Издательский центр "Академия". – 2006.

[4] V. I. Mankovsky, V. I. Haltrin. Light scattering phase functions measured in waters of Mediterranean Sea. - Oceans 2002 MTS-IEEE Proc. 2002. V. 4.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. С. М. Пригарин

Исследование методом Монте-Карло влияния атмосферной облачности на освещённость земной поверхности

Ш. Ли

Новосибирский государственный университет

Данная работа является продолжением [1], где изучалось влияние сплошной слоистой облачности на освещённость подстилающей поверхности с учётом многократного рассеяния и переотражения излучения между поверхностью и облачным слоем. На основе простых формул получены предельные соотношения для освещённости поверхности в случае сплошной облачности большой оптической толщины. Для изолированных облаков были проведены вычисления, которые показали, что при некоторых условиях может возникать эффект «контрастной тени». Эффект состоит в том, что на границе тени от облака на светлом участке у самой границы освещённость поверхности увеличивается, а на тёмном участке у самой границы освещённость уменьшается. Другими словами, вокруг тени возникает светлый ореол, а по краям тень от облака может быть более густая, чем в середине. Вычисления проводились для вертикально падающего излучения и простых геометрических моделей облаков с индикатрисой рассеяния OPAC Cumulus Maritime [2] в видимом диапазоне длин волн. Рассеяние света в атмосфере не учитывалось. Использовалось предположение о ламбертовости подстилающей поверхности. Расчёты проводились по известным алгоритмам статистического моделирования [3].

[1] Ли Ш. Статистическое моделирование освещённости земной поверхности в условиях слоистой облачности. В книге: Математика. Материалы 60-й Международной научной студенческой конференции. Новосибирск, 2022. С.106.

[2] M. Hess, P. Koepke, I. Schult. Optical properties of aerosols and clouds: the software package OPAC // Bull. Am. Met. Soc., V. 79 (1998), P. 831-844.

[3] Г. А. Михайлов, А. В. Войтишек. Численное статистическое моделирование (методы Монте-Карло). – М.: Издательский центр «Академия». – 2006.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. С.М. Пригарин

Численный метод нахождения распределения вероятностей числа заявок на орбите в RQ-системе с катастрофами

Н.П. Мелошникова

*Национальный исследовательский Томский государственный университет
«НИ ТГУ»*

Теория массового обслуживания — раздел теории вероятностей, целью исследований которого является рациональный выбор структуры системы обслуживания и процесса обслуживания на основе изучения потоков требований на обслуживание, поступающих в систему и выходящих из неё, длительности ожидания и длины очередей.

Retrial Queueing System или RQ-системы – математические модели теории массового обслуживания, широко используемые для анализа и оптимизации различных телекоммуникационных систем, сетей мобильной связи, call-центров [1].

В работе проводится исследование многолинейной RQ-системы с отрицательными заявками. Входящий поток положительных заявок простейший, закон их обслуживания на приборе – экспоненциальный. Заявки, не получившие обслуживание, находятся на орбите случайное время, распределенное экспоненциально, после которого обращаются к блоку обслуживания согласно протоколу случайного множественного доступа. В систему также поступает простейший поток отрицательных заявок, которые "обнуляют" все приборы, то есть все обслуживаемые заявки покидают систему и блок обслуживания становится свободным. Такая модель называется системой с катастрофами [2] в блоке обслуживания. Ставится задача нахождения стационарного распределения вероятностей числа заявок на орбите. Для рассматриваемой задачи была составлена система уравнений Колмогорова и предложено решение с помощью численного метода.

Метод заключается в усечении системы уравнений до достаточного большого числа K такого, что вероятности \dots . Дальнейший алгоритм метода включает в себя переход к матричному уравнению и написания блока решения уравнения с элементами программирования, в программной среде Mathcad Prime, в результате чего будет найдено двумерное распределение числа заявок на орбите и состояния блока обслуживания, и также показан график искомых распределений.

[1] Falin G.I., Templeton J.G.C. Retrial queues. 2nd edn. Chapman and Hall, London, 1999.

[2] Shin Y.W. Multi-server retrial queue with negative customers and disasters. Queueing Syst., 223–337 (2007)

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. каф.ТВиМС Е.А. Фёдорова

Имитационная модель для исследования потока повторных обращений в многофазной системе массового обслуживания с неограниченным числом приборов

А.В. Подгайнов

Томский государственный университет

Рассмотрим многофазную систему массового обслуживания с мгновенной обратной связью. На вход системы поступает простейший поток заявок с заданной интенсивностью. Время обработки заявки на i -ой фазе является экспоненциально распределенной случайной величиной с параметром μ_i , $i = 1, 2, 3, \dots, K$. После обработки на первой фазе заявка с вероятностью r_1 переходит на повторное обслуживание или с вероятностью $(1 - r_1)$ выходит из системы. На последней фазе после обслуживания заявка с вероятностью r_K снова обращается к K -ой фазе, а с вероятностью $(1 - r_K)$ выходит из системы. В основном, при имитационном моделировании измеряют такие показатели, как число заявок на обслуживании, на орбите, в очереди и т.п. Но есть некоторые системы, которые требуют измерить более сложные показатели. Например, число заявок поступивших на следующую фазу в многофазной системе [1] или в системах с обратной связью [2][3]. В исследуемой системе нам интересно более подробно изучить такую особенность, как повторное обращение заявки к системе. Таким образом, ставится задача найти распределение вероятностей количества повторных обращений заявки к системе и основные вероятностные характеристики, математическое ожидание и дисперсию. Для имитационного моделирования будем использовать дискретно-событийный подход. Перед запуском программы на главном экране вводятся все необходимые параметры: "Параметр входящего потока", "Количество фаз в системе" и для каждой фазы "Вероятность повторного обращения" и "Параметр экспоненциального распределения для времени обслуживания". Затем необходимо нажать кнопку "Старт/Стоп" для запуска программы. После окончания работы программы, на экран будут выведены следующие результаты: дискретное распределение количества повторных обращений заявки к системе, математическое ожидание и дисперсия.

[1] Shklennik M., Moiseeva S., Moiseev A. Optimization of two-level discount values using queueing tandem model with feedback // Communications in Computer and Information Science. 2018. V. 912. P. 321–332.

[2] Melikov A., Zadiranova L., Moiseev A. Two asymptotic conditions in queue with MMPP arrivals and feedback // Communications in Computer and Information Science. 2016. V. 678. P. 231–240.

- [3] Жидкова Л.А., Моисеева С.П. Исследование системы GIM_{∞} с повторными обращениями. // Труды Томского государственного университета. Серия физикоматематическая: Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем: материалы II Всероссийской молодежной научной конференции. Т. 295. Томск: Издательский Дом Томского государственного университета, 2014. С. 94–100.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. М.А. Шкленник

Сравнительный анализ алгоритмов мажорантного метода исключения для бета-распределения

И.А. Смирнов

Новосибирский государственный университет

В данной работе исследуются экономичные алгоритмы моделирования случайной величины $\beta^{(\mu, \nu)}$, имеющей плотность бета-распределения $f_{\beta}^{(\mu, \nu)}(u) = Hu^{\mu-1}(1-u)^{\nu-1}$, $0 < u < 1$ (рассматривается случай относительно больших параметров μ и ν – как минимум, больших единицы).

В разделе 12.4 книги [1] утверждается, что для рассматриваемого случая наиболее экономичным является мажорантный метод исключения, в котором при построении мажоранты меньший параметр (пусть для определенности $1 < \nu \leq \mu$) заменяется на целую часть $[\nu]$, и при реализации выборочного значения $\xi_0^{(1)}$ по плотности, пропорциональной мажоранте, используется моделирующая формула $\xi_0^{(1)} = \prod_{i=1}^{[\nu]} \alpha_i^{1/(\mu+i-1)}$; $\alpha_i \in U(0, 1)$.

Последняя формула, однако, может оказаться трудоемкой из-за необходимости неоднократного обращения к генератору стандартных случайных чисел для получения значений α_i ; $i = 1, \dots, [\nu]$ и необходимости вычисления такого же количества значений неэкономично вычисляемой степенной функции (см., в например, работу [2]). С учетом того, что в рассматриваемом случае функция $f_{\beta}^{(\mu, \nu)}(u)$ имеет два отрезка монотонности (сначала возрастает, а затем убывает), возникает идея, по аналогии с работой [3], использовать соответствующую версию двустороннего метода исключения с кусочно-постоянными мажорантой и минорантой. В данной работе показано, что такой подход дает значительно более экономичные схемы метода исключения по сравнению с алгоритмом 12.6 из [1].

[1] А. В. Войтишек. Лекции по численным методам Монте-Карло. – Новосибирск: ИПЦ НГУ. – 2018.

[2] В. Л. Брызгалов. Применение компьютерной системы NMPUD для сравнения вычислительных затрат на основные математические операции // Математика: Материалы 60-й Международной науч. студ. конф. 10–20 апреля 2022 г. / Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2022. – С. 98.

[3] В. Л. Брызгалов. Экономичный алгоритм двустороннего метода исключения для моделирования случайной величины с монотонной плотностью распределения // Данный сборник.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Войтишек

Применение алгоритмов компенсационного суммирования в методе Монте-Карло

Ш. Хэ

Новосибирский государственный университет

При решении задач методом Монте-Карло требуется вычислять суммы большого количества случайных величин [1]. При этом может накапливаться существенная погрешность. Для уменьшения погрешности суммы последовательности чисел существуют специальные вычислительные алгоритмы, которые называют компенсационным суммированием. В работе на конкретных примерах изучается влияние алгоритмов компенсационного суммирования последовательности чисел на результаты статистического моделирования. Рассматривается алгоритм Кэхэна [2] и две его модификации: алгоритм Кэхэна – Бабушки [3] и алгоритм Кэхэна – Бабушки – Клейна [4].

-
- [1] Г. А. Михайлов, А. В. Войтишек. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М.: Академия, 2006.
- [2] Kahan summation algorithm – Wikipedia. [Электронный ресурс] URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Kahan_summation_algorithm (дата обращения 6 июля 2022).
- [3] A. Neumaier. Rundungsfehleranalyse einiger Verfahren zur Summation endlicher Summen [Rounding Error Analysis of Some Methods for Summing Finite Sums]. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (in German), V.54 (1974), No.1, P. 39–51.
- [4] A. Klein. A generalized Kahan–Babuška–Summation-Algorithm. Computing, 76 (2006), P. 279–293.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. С.М. Пригарин

Уравнивание вероятностей в алгоритмах метода дискретной суперпозиции для составных плотностей

Х. Чао, Т. Чжан

Новосибирский государственный университет

При применении алгоритма модифицированного метода дискретной суперпозиции для составных плотностей (см. разделы 11.2, 11.3 учебника [1]) обстоятельством, замедляющим работу этого алгоритма, является выбор случайного номера $\mu = \mu_0$ соответствующего полуинтервала разбиения множества значений соответствующей случайной величины (как правило, вероятности $\{p_i; i = 1, \dots, M\}$ номеров различны, и число M этих номеров достаточно велико). В этом случае фактически только для случая равных вероятностей

$$\mathbf{P} \{ \mu = i \} = p_i \equiv \frac{1}{M}; \quad i = 1, \dots, M \quad (1)$$

имеется экономичная формула $\mu_0 = [M\alpha_0] + 1$ выбора случайного номера (здесь $\alpha_0 \in U(0, 1)$, а $[A]$ – целая часть числа A).

В данной работе исследуются такие приложения модифицированного метода дискретной суперпозиции, в которых можно конструктивно задать сетку составной плотности так, чтобы выполнялось соотношение (1). Конкретнее, рассматривается кусочно-линейное приближение плотности (по аналогии с работой [2]) и моделирование выборочного значения по плотности, пропорциональной кусочно-постоянной мажоранте в алгоритме двустороннего метода исключения из работы [3]. В одном случае удастся предложить приближенный, а в другом – точный (с подбором) алгоритмы уравнивания вероятностей (т. е. получения соотношения (1)).

[1] А. В. Войтишек. Лекции по численным методам Монте-Карло. – Новосибирск: ИПЦ НГУ. – 2018.

[2] М. Г. Гаджихмедов. Компьютерное моделирование случайных величин согласно кусочно-полиномиальным приближениям их плотностей распределения // Математика: Материалы 60-й Международной науч. студ. конф. 10–20 апреля 2022 г. / Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2022. – С. 100.

[3] В. Л. Брызгалов. Экономичный алгоритм двустороннего метода исключения для моделирования случайной величины с монотонной плотностью распределения // Данный сборник.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. А. В. Войтишек

Сравнение различных алгоритмов статистического моделирования импульсного лазерного эхо-сигнала от слоя рассеивающей и поглощающей излучение среды

П. Чжэн

Новосибирский государственный университет

Цель работы – исследовать эффективность алгоритмов статистического моделирования для решения нестационарной задачи переноса излучения на примере лазерного дистанционного зондирования рассеивающих и поглощающих сред. Основная сложность таких расчетов связана со значительными статистическими вариациями отраженного сигнала на относительно больших временах регистрации многократно рассеянного излучения.

Построены программные реализации алгоритмов прямого моделирования переноса излучения, простая и двойная локальные оценки [1], для повышения эффективности расчетов также применяется алгоритм экспоненциального преобразования [1, глава 2] и дополнительная оптимизация моделирования угла рассеяния излучения за счет использования приближенного асимптотического решения сферической проблемы Милна [1, глава 5].

Представлены результаты моделирования и сравнение трудоемкостей алгоритмов для задачи наземного дистанционного зондирования облачности моностатическим лидаром.

Научной новизной работы является анализ эффективности основных алгоритмов статистического моделирования, разработанных на данный момент, для решения нестационарных задач лазерного дистанционного зондирования рассеивающих и поглощающих сред.

[1] Марчук Г.И. и др. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука, 1976.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Б.А. Каргин,
канд физ.-мат. наук, н.с. Е.Г. Каблукова

Моделирование процессов диффузии–дрифта методом блуждания по сферам для расчета экстремально больших времен диффузии и малых потоков на квантовые точки

И.А. Шафигулин

Новосибирский государственный университет

Процессы дрифта–диффузии наблюдаются в большом спектре прикладных задач. Особый интерес представляет проблема поиска потока частиц на экстремально малые подобласти, которая встречается, например, в задаче транспорта веществ в клетках. Данная задача является трудной для многих известных вычислительных методов. Поэтому в этой работе будет исследован алгоритм с искусственным вектором скорости в сторону малых величин.

Для решения данной задачи мы будем использовать метод блуждания по максимальным сферам, который рассмотрен в работах [1, 2]. Траектории частиц моделируются последовательно с помощью специально моделируемых случайных сфер. При этом распределение на поверхностях сфер моделируется согласно распределению фон Мизеса–Фишера. Решение задачи было разобрано на одном из частных случаев, где исследуемой областью является трехмерный слой высоты H , а малой подобластью является узкая полоса на верхней части слоя. Так как полоса очень мала, на нее попадает очень малое число частиц, что ухудшает точность вычислений. Поэтому для решения этой задачи использовался метод с искусственным введением вектора скорости в направлении полосы, что уменьшило разброс частиц и увеличило их количество в искомой подобласти. В работе использовались различные по величине векторы скорости, чтобы определить оптимальное значение путем сравнения дисперсий.

[1] K.K.Sabelfeld. Random walk on spheres algorithm for solving transient drift–diffusion–reaction problems // Monte Carlo Methods and Applications. – 2017. – Vol. 23, № 3. – P. 189–212.

[2] K.K. Sabelfeld, N. Popov. Monte Carlo tracking drift–diffusion trajectories algorithm for solving narrow escape problems // Monte Carlo Methods and Applications. 2020. – Vol. 26, № 3. P. 177–191.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. К.К. Сабельфельд

Уточнение значения усредненной константы в выражении для погрешности метода Монте-Карло

Н.Х. Шлымбетов

Новосибирский государственный университет

В данной работе уточняются результаты из [1], [2], связанные с получением константы H в широко используемом гипотетическом соотношении $\delta_n = H\sqrt{D\zeta}/\sqrt{n}$ для погрешности $\delta_n = |I - Z_n|$ основной схемы метода Монте-Карло $I \approx Z_n = (\zeta_1 + \dots + \zeta_n)/n$ для компьютерного приближения величины $I = E\zeta$ (здесь ζ_1, \dots, ζ_n – полученные на компьютере выборочные значения случайной величины ζ) – см., например, раздел 1 учебника [3].

Как и в работах [1], [2], на компьютере реализовывались выборочные значения ζ_1, \dots, ζ_n случайных величин ζ с различными распределениями и с фиксированными математическими ожиданиями $E\zeta$ и дисперсиями $D\zeta$ и вычислялись значения $H \approx H_n = \delta_n\sqrt{n}/\sqrt{D\zeta}$. Отметим полученные нами следующие новые (по сравнению с работами [1], [2]) результаты:

– более подробно исследовано неявно используемое в [1], [2] усреднение $\bar{H}_{n,K} = (H_n^{(1)} + \dots + H_n^{(K)})/K$ для K различных наборов выборочных значений $\{\zeta_1, \dots, \zeta_n\}$: оказалось, что такое усреднение дает абсолютно одинаковый результат приближения константы H для всех n (даже малых) с относительно небольшой дисперсией $D\bar{H} \approx 0,36$;

– на основе подсчета значений $\bar{H}_{n,K}$ для относительно небольших n удалось уточнить то, что усредненная константа H располагается в пределах от 0,797 и 0,800, что вполне соответствует осредненному до второго знака после запятой значению $H \approx 0,80$, приведенному в работах [1] и [2].

[1] Е. Н. Андорный. Clarification of the value of «mean» constant in the ratio for the error of the Monte Carlo method // Материалы 54-й Международной студенческой конференции МНСК–2016. 16–20 апреля 2016 г. Математика. – Новосибирск: НГУ, 2016. – С. 129.

[2] В. Л. Брызгалов, А. В. Войтишек. Оценка константы в выражении для погрешности метода Монте-Карло // Материалы XXI Международной конференции имени А. Ф. Терпугова «Информационные технологии и математической моделирование» (Карши, Узбекистан, 25–29 октября 2022 года). – Томск: ТГУ, 2023.

[3] А. В. Войтишек. Лекции по численным методам Монте-Карло. – Новосибирск: ИПЦ НГУ. – 2018.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Войтишек

МЕХАНИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

УДК 539.3

Численное моделирование формирования блочной структуры в геосреде при сдвиге

А.А. Бритик

Новосибирский государственный университет

Хорошо известно, что в ряде случаев в процессе деформирования различных материалов возникают регулярные структуры. Известны формирование ячеек Бенара при равномерном нагреве жидкости, неустойчивость Релея-Тейлора, Кельвина-Гельмгольца в гидродинамике [1]. В механике грунтов и сыпучих сред регулярные диссипативные структуры возникают при сдвиге сыпучих материалов, при выпуске сыпучих сред из сходящихся радиальных каналов, при высыхании глинистых почв [2]]. В геологии похожие структуры могут возникать при тектонических сдвигах плит, в процессах горообразования. В горных породах и грунтах мы можем наблюдать полигональные системы трещин и т.д.

Указанные явления играют важную роль с теоретической точки зрения. Исследование явления самоорганизации привело к появлению новой науки – синергетики [3]. В ее основу легли вопросы самоорганизации, формирования регулярных структур, процесс хаотизации этих структур в различных активных средах. Подобные явления очень важны также и с практической точки зрения. Так, в механике горных пород формирование регулярных систем трещин играет роль при решении задач деформирования массива вблизи подземных выработок, в вопросах анализа устойчивости целиков и бортов карьеров.

Настоящая работа посвящена изучению механизмов формирования регулярных структур в слое упругой среды на основе численного решения задачи о сдвиге с учетом контактного взаимодействия берегов сформировавшихся трещин. На основе численного решения показано, что формирование трещины приводит к разгрузке материала в ее ближайшей окрестности и, соответственно, к повышению концентрации напряжений и формированию новых трещин в элементах среды на определенном расстоянии от исходной трещины.

[1] Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. М., Мир, 1986.

[2] Ревуженко А.Ф. Механика упругопластических сред и нестандартный анализ. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 2000.

[3] Пригожин И. Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой. — М.: Прогресс, 1986.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук С.В. Лавриков

Развитие концепции представительных направлений

О.Д. Вардосанидзе

Новосибирский государственный университет

Концепция представительных направлений позволяет обобщать одноосные определяющие соотношения на случай произвольного непропорционального трехосного нагружения, путем представления материала в каждой точке как конечного набора волокон. При этом, полученная модель удовлетворяет основным принципам механики определяющих соотношений, таким как термодинамическая совместность и объективность.

Классическая концепция представительных направлений обладает недостатком, связанным с проявлением анизотропии при моделировании изотропных материалов в режиме больших деформаций.

В работе приводится модификация классической концепции, основанная на разбиении волокон на пучки – кластеры. Вместо удлинений отдельных волокон рассматриваются удлинения кластеров, которые определяются как усредненное удлинение всех волокон, входящих в данный кластер. Также предполагается, что волокна в каждом кластере распределены согласно распределению Мизеса-Фишера. Модель полученная в рамках модифицированной концепции также сохраняет свойства термодинамической согласованности и объективности.

Показано, что данная модификация позволяет получить модель более изотропного материала, не увеличивая количество волокон. Исследовано отклонение поля напряжений, вычисленного при помощи модели с кластерами от некоторого эталонного поля напряжений. Показано, что это отклонение при больших деформациях становится меньше, в сравнении с полем, полученным при помощи классической концепции представительных направлений.

Для генерации набора волокон использовался метод установления, описанный в работе [1].

[1] Shutov A. et al. Computationally Efficient Concept of Representative Directions for Anisotropic Fibrous Materials //Polymers. – 2022. – Т. 14. – №. 16. – С. 3314.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, г.н.с. А.В.Шутов

Бегущие волны в одной модели гемодинамики

С.А. Васюткин

Новосибирский государственный университет

Описание движения крови в сосудистой системе представляет собой сложную математическую задачу. Сложность этой проблемы обусловлена разветвленной структурой и нетривиальной геометрией сети кровеносных сосудов. В гемодинамике используются математические модели различных уровней: от моделей, основанных на гидравлических и электрических аналогиях, до 3D-расчетов в реальных конфигурациях. Важное место среди них занимают одномерные модели. Введение в задачу небольшого параметра - соотношения этих величин - позволяет нам перейти к приближенной модели, в которой скорость усредняется по сечению трубы. Существует много работ, посвященных изучению распространения волн и их устойчивости в этой системе, мы выделяем недавние [1], [2]. Анализ точек равновесия и режимов течения этой системы был начат в [3].

Мы рассматриваем одномерную модель гемодинамики для трубки, определяемой оболочкой Койтера, и исследуем решения типа бегущей волны. Для таких решений система дифференциальных уравнений в частных производных сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению четвертого порядка. Для соответствующей системы дифференциальных уравнений первого порядка находим единственную точку равновесия и определяем условие изменения типа равновесия, формулируем условие устойчивости решения типа бегущей волны. А после этого мы вводим классификацию режимов кровотока в зависимости от типа точки равновесия. Чтобы подтвердить и проанализировать полученные результаты, проводим численные эксперименты и рассматриваем различные режимы кровотока.

-
- [1] A. T. P'ichev, V. A. Shargatov, Stability of an aneurysm in a membrane tube filled with an ideal fluid, Theoret. and Math. Phys. 211: 2 (2022), 642 - 652.
 - [2] A. T. P'ichev, V. A. Shargatov, Y. B. Fu, Characterization strain solitary waves in a fluid – filled hyperelastic membrane tubes, Acta Mechanica. 2020. 231. 4095 – 4110.
 - [3] Barlukova A.M., Cherevko A.A., Chupakhin A.P., Traveling waves in a one-dimensional model of hemodynamics, J. Appl Mech Tech Phy 55, 917–926 (2014).

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. А. П. Чупахин

Анализ устойчивости движения вязкой несжимаемой жидкости в канале с податливыми стенками

Е.С. Голуб

Новосибирский государственный университет

Исследование влияния вязкоупругих свойств стенок канала на устойчивость течения является важной задачей фундаментальной гидродинамики и имеет многочисленные практические приложения при описании течения крови в сосудах, движения сплошных сред в трубопроводах и т.д. Принципиальной задачей является выбор покрытия с оптимальными физическими характеристиками для задержки ламинарно-турбулентного перехода и снижения потерь на трение.

В работе проводится численное исследование устойчивости течения Пуазейля вязкой несжимаемой жидкости в канале с податливыми стенками, выполненными из различных вязкоупругих материалов [1]. Распространение возмущений в потоке и в стенках канала описываются уравнениями Навье-Стокса и Навье соответственно, вязкоупругие свойства материала покрытия стенок — моделью Кельвина-Фойгта. В расчётах используются оригинальные экспериментальные данные для реальных покрытий. Численный расчёт основан на методе коллокаций. Проведено численное моделирование зависимости критического числа Рейнольдса для различных материалов стенок и различных толщин покрытий, сравниваются результаты расчётов для податливых и жёстких покрытий. Ранее эта задача была решена для течений жидкости над многослойным податливым покрытием [2].

[1] Кулик В. М., Бойко А. В. Физические основы методов измерения вязкоупругих свойств // Прикладная механика и техническая физика, 2018, № 5, с. 123-136.

[2] Даржаин А. Э., Бойко А. В., Кулик В. М., Чупахин А. П. Анализ устойчивости пограничного слоя плоской пластины над двухслойным податливым покрытием конечной толщины // Прикладная механика и техническая физика, 2019, № 4, с. 35-46.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. А.П. Чупахин
чл.-корр. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Бойко

Аналитический метод решения задачи Коши для уравнения Ламе в прямоугольной области

Р. Г. Дьяконов

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск

В работе решается задача нахождения напряженно-деформированного состояния в плоской области по заданным значениям перемещений и напряжений на части границы, т.е. задача Коши для уравнения Ламе. В классических задачах для решения задач теории упругости требуется задание тех или иных граничных условий. Однако во многих реальных задачах часть границы недоступна для измерений ни перемещений, ни напряжений, либо известны лишь некоторые интегральные характеристики. Поэтому возникает вопрос эффективного решения задачи по данным на одной части границы области. Известно, что при определенных предположениях решение задачи существует и единственно. Однако задача некорректна по Адамару, т.е. характер некорректности такой же, как в задаче Коши для уравнения Лапласа. Основной трудностью решения таких задач является численная неустойчивость.

Для прямоугольной области нами предлагается обобщение метода Лиу [1], в которой применяется метод регуляризации по М.М. Лаврентьеву. Для решения задачи вводится вспомогательная функция, пропорциональная дивергенции вектора перемещения. Для этой вспомогательной функции получается задача Коши для уравнения Лапласа. Полученная задача решается методом Лиу [1]. Далее для компонент вектора перемещения получаем задачи Коши для уравнения Пуассона, которые также решаются аналитическим методом. В результате для компонент смещения мы получаем решения в виде суммы рядов с тремя параметрами регуляризации.

Получена оценка сходимости регуляризованного решения к точному. Показано, что разность между точным решением и регуляризованным решениями стремится к нулю при стремлении параметров регуляризации к нулю. Приведен пример численной реализации метода. Метод может быть использован в случаях других граничных условий, его можно обобщить для трехмерной задачи.

[1] Liu C. S. 2011. An Analytical Method for the Inverse Cauchy Problem of Laplace Equation in a Rectangular Plate J. Mech.

Исследование стабильности аттракторов в нелинейном режиме для внутренних волн

Е.В. Замараева

Новосибирский государственный университет

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Данная работа посвящена исследованию внутренних волн, генерируемых в океане при взаимодействии приливных течений с подводными горными хребтами. В замкнутой системе, когда имеют место два параллельных горных хребта, как например в Лусонском проливе, внутренние волны отражаются от поверхностей под определенным углом в силу дисперсионного соотношения, и как следствие, фокусировать энергию на т.н. волновом аттракторе ([1]). Целью данной работы является экспериментальное исследование нелинейных эффектов, возникающих при образовании аттрактора. Эксперименты были выполнены на установке в Институте гидродинамики, представляющей из себя резервуар из оргстекла с наклонными стенками по бокам и совершающей колебания пластиной - генератором волн - разделяющей резервуар на две равные части. Для визуализации волн использовался синтетический шпирен-метод и PIV-метод. Анализ данных производился с помощью приложения PIVLab в среде Matlab. Исследовано возникновение триадного резонанса при различных амплитудах колебания генератора посредством построения частотно-временных характеристик, а также его влияние на разрушение аттрактора. Выяснено, что при больших амплитудах возникает волновая турбулентность. При умеренных амплитудах колебаний наблюдаются стоячие волны на удвоенной частоте колебания. Проведено сравнение основных волновых характеристик, полученных PIV методом и шпирен-методом. Показано, что последний особенно чувствителен к коротковолновым процессам.

[1] [1] Echeverri, P., Yokossi, T., Balmforth, N. J., Peacock, T. Tidally generated internal-wave attractors between double ridges // J. Fluid. Mech. 2011. V. 669. PP. 354-374.

Научный руководитель – канд.физ.-мат.наук, Н.Д. Шмакова,
д-р физ.-мат.наук Е.В. Ерманюк

Нестационарные течения вязкоупругой жидкости в модели Джонсона — Сигалмана с несколькими временами релаксации

С.Р. Кармушин

Новосибирский государственный университет

Одной из характерных особенностей движения вязкоупругих сред, привлекающих внимание исследователей, является неустойчивость потока при определенных параметрах течения, приводящая к проявлению эффекта сдвигового расслоения (shear banding). Этот эффект заключается в возникновении конечного числа однонаправленных слоев, на границе которых скорость сдвига терпит разрыв. Такое явление проявляется в широком классе течений и характеризуется резким уменьшением сопротивления потока при транспортировке вязкоупругих жидкостей в каналах и трубах.

В работе [1] эффект сдвигового расслоения описывается на основе нелинейной модели Джонсона — Сигалмана — Олдройда для несжимаемой вязкоупругой жидкости. Она объединяет в себе модель Джонсона — Сигалмана с несколькими временами релаксации и подход с введением искусственной ньютоновской вязкости в законе сохранения импульса. Ключевая особенность этой модели — существование стационарных решений с немотонной зависимостью напряжения сдвига от скорости сдвига. Такое поведение является неустойчивым, что приводит к образованию разрывов скорости сдвига при превышении ею некоторого критического значения. В работе [2] эффект сдвигового расслоения в течении Куэтта описывается в рамках модели Джонсона — Сигалмана с двумя временами релаксации, которая в отсутствие ньютоновской вязкости является гиперболической в классе одномерных течений. Отмечено явление гистерезиса в течении Куэтта, состоящее в зависимости структуры сдвиговых слоев стационарного решения от предыстории его формирования.

В данной работе численная модель [2] провалидирована путем сравнения с экспериментальными результатами, приведенными в работах [3] и [4]. Выполнено обобщение численной модели для описания одномерных нестационарных течений между параллельными пластинами или в трубе под действием градиента давления (течение Пуазейля). На основе серии расчетов нестационарных течений продемонстрировано возникновение эффекта сдвигового расслоения при увеличении средней скорости потока. Исследована структура стационарных решений со сдвиговым расслоением, получаемых как численный предел

нестационарных решений. Выведен алгоритм отбора стационарного решения, асимптотически реализующегося в нестационарном расчете при заданном градиенте давления. Построены диаграммы зависимости напряжения сдвига на стенке канала от скорости для стационарных течений Куэтта и Пуазейля. В течении Пуазейля отмечено отсутствие явления гистерезиса при циклическом изменении скорости потока.

-
- [1] Malkus D. S., Nohel J. A., Plohr B. J. Analysis of new phenomena in shear flow of non-Newtonian fluids // SIAM Journal on Applied Mathematics. – 1991. – V. 51. – N. 4. – P. 899-929.
 - [2] Ляпидевский В. Ю. Течение Куэтта вязкоупругой среды максвелловского типа с двумя временами релаксации // Труды Математического института имени В.А. Стеклова. – 2018. – Т. 300. – С. 146-157.
 - [3] Salmon J. B. et al. Velocity profiles in shear-banding wormlike micelles // Physical review letters. – 2003. – V. 90. – N. 22. – P. 228303.
 - [4] Salipante P. F., Little C. A. E., Hudson S. D. Jetting of a shear banding fluid in rectangular ducts // Physical review fluids. – 2017. – V. 2. – N. 3. – P. 033302.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. В. Ю. Ляпидевский,
д-р физ.-мат. наук, проф. РАН С. В. Головин

Численное моделирование нерегулярного отражения прерывной волны в модели мелкой воды

А.А. Кудрявцева

Новосибирский государственный университет

Со времен работ Э. Маха (1878) хорошо известно, что при достаточно больших углах падения регулярное отражение ударной волны невозможно и сменяется нерегулярным (маховским) [1]. Это справедливо не только для ударных волн в газах, но также для сильных разрывов, возникающих в других физических системах, в частности для прерывных волн в модели мелкой воды [2]. Хотя отражение волн на мелкой воде исследуется достаточно давно, возникающие при этом типы нерегулярных конфигураций исследованы гораздо хуже, чем в случае ударных волн в газах.

В настоящей работе численно моделируется наклонный накат прерывной волны на твердую стенку. Расчеты проведены с помощью TVD схемы сквозного счета на структурированной расчетной сетке. Для вычисления переменных на грани ячеек сетки использована монотонная реконструкция высокого порядка точности, потоки через грани вычисляются путем приближенного решения задачи о распаде разрыва методом HLLE [3].

Вычисления проведены в достаточно широком диапазоне углов падения и числа Фруда падающей прерывной волны (отношения скорости волны к скорости распространения малых возмущений). Численно воспроизведены регулярная и маховская конфигурации, исследован переход между двумя типами отражения, выполнено сравнение углов перехода с имеющимися теоретическими критериями. Изучены типы нерегулярных конфигураций прерывных волн, возникающих при различных значениях параметров задачи.

[1] G. Ben-Dor. Shock Wave Reflection Phenomena, 2nd ed. — Springer. — 2007.

[2] Дж. Стокер. Волны на воде. — М.: Изд-во иностр. литер. — 1959.

[3] B. Einfeldt, C.D. Munz, P.L. Roe, B. Sjögreen. On Godunov-type methods near low densities // J. Comput. Phys., 1991, V. 92. P. 273–295.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Г. В. Шоев

Гемодинамика абдоминальной аневризмы аорты

Л. Мержоева

Новосибирский государственный университет

Аневризма брюшной аорты (АБА) представляет собой выпячивание стенки брюшного сегмента аорты и является широко распространенным заболеванием [1]. Несмотря на множество экспериментальных [2] и численных [3] исследований в этой области понимание происхождения аневризмы и критерии ее разрыва до сих пор не имеют однозначного понимания в медицинском сообществе. Получение результатов общего характера на модельных конфигурациях аневризмы брюшной аорты является перспективным направлением численной гемодинамики. В работе приводится исследование численной гемодинамики модели АБА на стволе.

Для проведения исследования использовались идеализированные конфигурации аневризмы на стволе аорты. Были вычислены основные гемодинамические параметры в стационарной и в нестационарной постановках. Был обнаружен рост давления проксимальнее аневризмы. Такая зависимость может характеризовать известное ретроградное влияние абдоминальной аневризмы на сердечную деятельность. Также были построены центральные (осевые) линии сосудистых сетей с патологиями и проанализированы геометрические характеристики персонализированных конфигураций. Кроме того, оказалось, что для таких случаев соотношение диаметров сосудов на бифуркации соответствует закону Мюррея с показателем приблизительно 1.4 при том, что по данным различных литературных источников подобный показатель для здоровых сосудов должен быть близок к 2.7.

-
- [1] A. Wanhainen, F. Verzini, I. Van Herzele, E. Allaire, et al. European Society for Vascular Surgery (ESVS) 2019 Clinical Practice Guidelines on the Management of Abdominal Aorto-iliac Artery Aneurysms// European Journal of Vascular and Endovascular Surgery, 2018.
 - [2] А.И. Липовка, А.А. Карпенко, А.П. Чупахин, Д.В. Паршин. Исследование прочностных свойств сосудов абдоминального отдела аорты: результаты экспериментов и перспективы// ПМТФ, Т. 6, 2022.
 - [3] E. Soudah, E.Y.K. Ng, T.H. Loong, M. Bordone, U. Pua, S. Narayanan. CFD Modelling of Abdominal Aortic Aneurysm on Hemodynamic Loads Using a Realistic Geometry with CT// Computational and Mathematical Methods in Medicine, 2013.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук А. К. Хе

Исследование интегральных характеристик волновых аттракторов

Я.Е. Рудая

Новосибирский государственный университет

Исследование внутренних волн имеет множество приложений в геофизике и климатологии [1]. Внутренние волны в океане возникают в стратифицированной жидкости при взаимодействии приливных течений с рельефом океанического дна. В лабораторных экспериментах часто рассматривается система отсчета, связанная с приливным течением, т.е. жидкость находится в покое, а колебания осуществляет погруженное в жидкость тело. Дисперсионное соотношение для таких волн имеет вид

$$\frac{\omega}{N} = \sin\theta, \quad (1)$$

где ω - частота колебания, N - частота плавучести, θ – угол распространения волны с горизонталью.

Из дисперсионного соотношения (1) следует специфический закон отражения волновых лучей от наклонной стенки: падающая и отраженная волны распространяются под одним и тем же углом к вектору силы тяжести, что приводит к фокусировке волновой энергии. При определенном сочетании геометрии области и угла распространения волновых лучей фокусировка может привести к концентрации энергии волн вблизи замкнутых геометрических конфигураций, называемых волновыми аттракторами [2].

Целью работы является исследование интегральных характеристик квазидвумерных аттракторов $(1, 1)$ внутренних волн, генерируемых угловыми колебаниями пластины. Экспериментальная установка представляет собой резервуар из оргстекла длиной 110 см, шириной 23 см и глубиной 50 см, с наклонными под углом 32° боковыми стенками и помещенной в центре пластиной, совершающей колебания с определенными амплитудой и частотой. Т.о. колебания пластины в однородно–стратифицированной жидкости генерируют два симметричных волновых аттрактора. Для визуализации течения используется метод PIV. Датчик силы, закрепленный на пластине позволяет напрямую измерить работу, совершаемую в системе. Проведено сравнение мощностей, полученных тремя способами: вычисленных из данных, полученных с датчика момента силы, из экспериментальных полей скорости и из численных расчетов [3].

[1] Ferrari, R. What goes down must come up // Nature. – 2014. – 513. – 179–180.

- [2] Maas, L. R. M., Benielli, D., Sommeria, J., Lam, F.-P. A. Observation of an internal wave attractor in a confined, stably stratified fluid // Nature. – 1997. – 388. – 557–561.
- [3] Geraldine Davis. Attracteurs d'ondes internes de gravité : des résonances en cascade : une approche expérimentale des régimes linéaire et non linéaire. Université de Lyon, 2019.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Е.В. Ерманюк

Поступательное колебание погруженного в жидкость тела в замороженном канале с линейно изменяющейся толщиной льда

Т.А. Сибирякова

Алтайский государственный университет, Барнаул

Рассматриваются гидроупругие волны, создаваемые подводным телом, совершающим поступательные колебания вдоль декартовых осей под водой в замороженном канале. Канал имеет прямоугольное сечение конечной глубины и конечной ширины. Лед моделируется тонкой упругой пластиной с изменяющейся толщиной поперек канала и постоянной толщиной вдоль канала, а края ее при морожены к стенкам. Прогиб ледового покрова описывается в рамках линейной теории упругости [1]. Рассматривается случай линейного изменения толщины ледового покрова, симметричного относительно центральной линии канала. Жидкость под пластиной невязкая и несжимаемая. Течение жидкости, вызванное прогибом пластины, является потенциальным. Осциллирующее подводное тело моделируется трехмерным диполем, который при колебании в неограниченной жидкости, генерирует поток и давление, соответствующие жесткой сфере. Радиус сферы связан со скоростью диполя и его интенсивностью. Скорость изменяется периодически в следствие чего изменяется его интенсивность, при этом форма тела остается неизменной. Потенциал скорости диполя, помещенного в прямоугольный канал с жесткими стенками, определяется методом зеркальных отображений. Определены прогибы и распределение деформаций в ледовом покрове. Исследована зависимость прогибов и удлинений от параметра изменения толщины ледового покрова. Также проведено сравнение с результатами для канала с постоянной толщиной льда [2]. Периодические гидроупругие волны, распространяющиеся вдоль канала с линейно изменяющейся толщиной, исследованы в [3].

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ по теме “Современные методы гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики” (тема FZMW-2020-0008).

-
- [1] V. Squire, R. Hosking, A. Kerr, P. Langhorne. Moving loads on ice. Kluwer Academic Publishers, 1996. 230 p
- [2] K. A. Shishmarev, T. A. Khabakhpasheva, A. A. Korobkin. Ice response to an underwater body moving in a frozen channel // Applied Ocean Research, 2019, V. 91, 101877.
- [3] K. Shishmarev, K. Zavyalova, E. Batyaev, T. Khabakhpasheva. Hydroelastic Waves in a Frozen Channel with Non-Uniform Thickness of Ice // Water 2022, V. 14, 281

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. К.А. Шишмарев

К вопросу о применении редуцированных моделей для анализа материалов с микроструктурой

К.П. Уфимцев

*Институт гидродинамики имени М.А. Лаврентьева, Новосибирск,
Новосибирский государственный университет*

FEM², также известный как многоуровневый подход к моделированию методом конечных элементов [1], применяется для вычислительной гомогенизации. FEM² учитывает микроструктурные свойства анализируемых композитных материалов, поскольку микроструктура явно определяется представительным объёмным элементом (RVE). Когда задействованы геометрические и физические нелинейности применение FEM² становится вычислительно затратным, поскольку в каждой точке Гаусса требуется полномасштабное КЭ моделирование дискретизированного RVE. Частичное решение этой проблемы предложено в [2], основанное на введении упрощённых статистически подобных RVE. В докладе предлагается более эффективное решение с использованием редукции модели. Для заданного дискретизированного RVE создается эрзац-модель (ЭМ), имитирующая механические свойства RVE для произвольных непропорциональных нагрузок. Отличительной особенностью ЭМ является крайне малое число степеней свободы. Предложены алгоритмы автоматической калибровки и проверки ЭМ. Кроме того, мы оцениваем работоспособность ЭМ с точки зрения вязкоупругой композитной модели, основанной на подходе Simo & Mihe [3, 4]. Мы показываем, что некоторые композиты могут быть смоделированы с хорошей точностью при 5-10 степенях свободы, что ускоряет вычисления на несколько порядков.

-
- [1] C. Miehe, J. Schotte and J. Schröder, Computational micro–macro transitions and overall moduli in the analysis of polycrystals at large strains, *Comp. Mater. Sci.*, 16, 372-382 (1999).
 - [2] J. Schröder, D. Balzani and D. Brandts, Approximation of random microstructures by periodic statistically similar representative volume elements based on lineal-path functions, *Arch. Appl. Mech.*, 81, 975-997 (2011).
 - [3] A.V. Shutov, R. Landgraf and J. Ihlemann, An explicit solution for implicit time stepping in multiplicative finite strain viscoelasticity, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 256, 213-225 (2013).
 - [4] A.V. Shutov, *Int. J. Num. Meth. Engrng.*, Efficient time stepping for the multiplicative Maxwell fluid including the Mooney-Rivlin hyperelasticity, 113(12), 1851-1869 (2018).

Научный руководитель – д-р физ.-мат наук А.В. Шутов

Применение метода дискретных элементов для моделирования одноосного нагружения сорбентов, подверженных спеканию

В.Д. Чепеленкова

Новосибирский государственный университет

Выбросы углекислого газа являются одним из наиболее значимых антропогенных факторов парникового эффекта, способствующего глобальному потеплению. Одним из вариантов сокращения выбросов парниковых газов является улавливание и хранение CO_2 с помощью сорбентов. В частности, подходящим для этого материалом является оксид кальция, имеющий высокую способность к поглощению CO_2 при низкой стоимости. Однако основным недостатком этого сорбента является быстрая потеря сорбционной емкости в результате спекания частиц в ходе циклов абсорбции-десорбции, что требует увеличения начального объема пор при создании сорбента [1]. Поэтому существует необходимость в определении оптимальной прочности этого материала при использовании в условиях высоких температуры и давления.

В данной работе представлена реализация двумерного метода дискретных элементов со связями для моделирования одноосного нагружения пористого материала и произведена модификация метода, позволяющая учесть спекание сорбентов на основе CaO . С целью значительного сокращения времени вычислений произведено распараллеливание алгоритма для работы на GPU с использованием архитектуры CUDA. Для упрощения процесса калибровки метода проведено численное исследование влияния входных параметров модели на модуль Юнга и прочность на сжатие полученного материала.

[1] Liu W. et al. Calcium precursors for the production of CaO sorbents for multicycle CO_2 capture // Environmental science & technology. – 2010. – Vol. 44. – No. 2. – P. 841-847.

[2] Potyondy D. O., Cundall P. A. A bonded-particle model for rock // International journal of rock mechanics and mining sciences. – 2004. – Vol. 41. – No. 8. – P. 1329-1364.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук В.В. Лисица

Гомогенизация модели динамики композита методом двухмасштабной сходимости Аллера – Нгуетсенга

Чжун Цзябинь

Новосибирский государственный университет

В докладе рассматривается пространственно-одномерная начально-краевая задача для классической системы нестационарных уравнений линейной термоупругости [1] с периодически быстро осциллирующими по пространственной переменной физическими характеристиками: плотностью, объемной удельной теплоемкостью, коэффициентом теплопроводности, коэффициентом удельной теплоемкости, коэффициентом упругости и модулем линейного теплового расширения. Задача содержит положительный малый параметр ε — отношение минимального периода пространственных осцилляций и диаметра всего термоупругого тела. Корректность задачи при фиксированных значениях ε гарантируется известными положениями теории обобщенных решений уравнений математической физики. Изучается вопрос гомогенизации, то есть ставится цель перейти к пределу при стремлении ε к нулю, и, соответственно, описать предельный режим осцилляций при стремлении их частоты к бесконечности. Для достижения этой цели конструируется система равномерных по ε оценок семейства решений задачи и с помощью метода двухмасштабной сходимости Аллера – Нгуетсенга проводится построение двухмасштабной предельной системы. Решениями этой системы служат слабые и двухмасштабные пределы последовательности решений исходной задачи. Затем проводится асимптотическая декомпозиция — разделение масштабов, и в результате устанавливается предельная эффективная модель динамики «среднего» термоупругого тела. Наконец, в качестве примера, явно вычисляются эффективные коэффициенты предельной модели в случае двухкомпонентного композита. Настоящее исследование дополняет работу [2], в которой процедура гомогенизации для рассматриваемой задачи была проведена другим методом. Отмечается, что получаемое в настоящей работе представление предельной системы более предпочтительно для дальнейшего анализа, чем равносильное ей представление в [2].

[1] Купрадзе В.Д. и др. Трехмерные задачи математической теории упругости и термоупругости / В.Д. Купрадзе, Т.Г. Гегелиа, М.О. Башелейшвили, Т.В. Бурчуладзе. – М.: Наука. – 1976.

[2] Francfort G. Homogenization and linear thermoelasticity // SIAM J. Math. Anal., 1983, Vol. 14. No. 4. P. 696-708.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. С. А. Саженов

СИСТЕМНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

УДК 004.94

Моделирование таймаутов процесс-ориентированного языка роST в системе Isabelle/HOL

А.Д. Ищенко

Новосибирский государственный университет

Процесс-ориентированное программирование — парадигма программирования, основанная на понятиях процесса и состояния процесса. Процесс-ориентированная программа определяется как множество взаимодействующих процессов, которые могут находиться в различных состояниях. Язык роST [1] является процесс-ориентированным расширением языка Structured Text стандарта IEC 61131-3, предназначенного для программирования систем промышленной автоматизации.

Цена ошибки в управляющем программном обеспечении для систем промышленной автоматизации может быть крайне высока, а полное тестирование такого программного обеспечения зачастую невозможно. Моделирование конструкций языка роST в системе машинного доказательства теорем Isabelle/HOL [2] позволяет формально определять роST-программы в этой системе и проверять (доказывать) свойства этих программ.

В данной статье рассматривается моделирование работы таймаутов процессов языка роST в Isabelle/HOL. Таймаут процесса может устанавливаться в конце обработки конкретного состояния посредством следующего оператора: `TIMEOUT t THEN s END TIMEOUT`, где t — время процесса на которое оператор реагирует (указывается константой или переменной), а s — список команд которые требуется выполнить в случае реакции.

При срабатывании оператора таймаута происходит проверка таймера процесса в рамках глобального контекста. В случае превышения процессом времени указанного в операторе таймаута происходит исполнение связанного списка команд, иначе текущий этап обработки сразу завершается. Проверка на таймаут выполняется для текущего состояния. Любой переход из текущего состояния, вызванный операторами текущего состояния, активируется только на следующем цикле управления.

На данный момент реализованы глобальный контекст и проверка процесса на условие таймаута, а также исполнение связанных операций при удовлетворении

условию. В будущем планируется реализовать изменение таймера в процессе исполнения программы и полностью смоделировать работу языка `poST` в системе Isabelle/HOL.

-
- [1] Zyubin V.E., Rozov A.S., Anureev I.S., Garanina N.O., Vyatkin V. `poST`: A Process-Oriented Extension of the IEC 61131-3 Structured Text Language // IEEE Access. 2022. Т. 10. С. 35238–35250.
 - [2] Nipkow, Tobias, Markus Wenzel, and Lawrence C. Paulson, eds. Isabelle/HOL: a proof assistant for higher-order logic. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2002.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. И.С. Ануреев

Аксиоматическая семантика таймаутов в процесс-ориентированном языке роST

И.М. Черненко

Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Новосибирск

Во многих системах управления предъявляются повышенные требования к надежности управляющих программ, что требует их верификации. Дедуктивная верификация является одним из методов формальной верификации и основана на аксиоматической семантике языка программирования, в которой свойства операторов выражаются отношениями между программными переменными в виде логических формул.

Процесс-ориентированное программирование — одно из перспективных подходов к разработке программного обеспечения для систем управления, в котором программа определяется как гиперпроцесс [1]. Язык роST [2] является процесс-ориентированным расширением языка ST из семейства языков МЭК 61131-3.

Целью работы является определение аксиоматической семантики таймаутов языка роST. Разработанная семантика базируется на сильнейшем постусловии [3], типе данных «состояние изменений», хранящем всю историю изменений состояния программы, и наборе специализированных функций, ориентированных на предметную область систем управления. Так, конструктор $reset(u, p)$ типа данных «состояние изменений» сбрасывает таймер процесса p , а специализированная функция $ltime(u, p)$ возвращает значение таймера процесса p .

Сильнейшее постусловие sp для операторов TIMEOUT и RESET TIMER языка роST, работающих с таймаутами, определяется следующими правилами:

- $sp(\text{RESET TIMER}, P \wedge u_0 = u) \equiv P \wedge u_0 = reset(u, p);$
- $sp(\text{TIMEOUT } t \text{ THEN } w \text{ END_TIMEOUT}, P \wedge u_0 = u) \equiv$
 $sp(w, P \wedge u_0 = u \wedge t' \leq ltime(u, p)) \vee P \wedge u_0 = u \wedge \neg(t' \leq ltime(u, p))$

где p — процесс, в теле которого встречаются эти операторы, $t' = \lceil t/q \rceil$, $\lceil \cdot \rceil$ — операция округления до ближайшего целого в верхнюю сторону, q — период одной итерации цикла управления, u и u_0 — состояния изменений, P — утверждение, зависящее от u_0 , t — выражение временного типа, и w — последовательность операторов.

В дальнейшем планируется определить аксиоматическую семантику остальных конструкций языка poST и разработать генератор условий корректности, основанный на этой семантике.

-
- [1] Zyubin V.E. Hyper-automaton: A Model of Control Algorithms // Proceedings of the IEEE Intern. Siberian Conf. on Control and Communications (SIBCON-2007). 2007. P. 51–57.
 - [2] Zyubin V. E, Rozov A. S., Anureev I. S, Garanina N. O., Vyatkin V. poST: A process-oriented extension of the IEC 61131–3 structured text language // IEEE Access. 2022.
 - [3] Dijkstra E. W., Scholten C. S. The strongest postcondition // Predicate Calculus and Program Semantics. Springer, 1990. pp. 209—215.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. И.С. Ануреев

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

УДК 519.233

Tests for text homogeneity using simple probabilistic model

A.B. Abebe

Novosibirsk State University

Researches shows that the relationship between frequency and rank order of a variable flows a Zipf's or Zipfian like distributions. So far a tremendous number of phenomena flows such distribution. To mention some: population of a city, intensity of earth quakes, frequency of posts on Usenet news group, . . .

Particularly such distributions draw the attention researches in natural language processing to model frequencies of words in a text. It has got a wide applications in handwriting recognition, spelling correction, part of speech tagging, machine translation as well as acoustically ambiguous utterances. Hence for such and similar kind of applications a statistically trained probabilistic model is vital.

Abebe et al. (2022) [1] focus on building a simple probabilistic model for statistical analysis of natural languages and diagnostics of text homogeneity. Sonnets written by three authors have been selected for testing text homogeneity within and between the sonnets. A graphical diagnostics revealed that sonnets written by each of the authors are homogeneous text within a single author. Whereas concatenations two authors are heterogeneous between them.

The simple probabilistic model shows that the forward and backward process of the number of different words are homogeneous with in an author and heterogeneous between authors. The motivations behind this research is to identify whether a senior paper written by undergraduate students is a simple compilation of two or more articles using search engine, or it shows the student's intellectual contribution.

Let R_n be the number of unique words in a text of length n , with $R_0 = 0$. Let the number of words at the i th position be X_i for $1 \leq i \leq n$, with the following assumptions:

$$\mathbf{P}(X_i = j) = p_j > 0, \quad j \geq 1, \quad p_1 + p_2 + \dots = 1.$$

Bahadur (1960) proved the next results for R_n under these assumptions:

$$\mathbf{E}R_n = \sum_{i=1}^{\infty} (1 - (1 - p_i)^n),$$

$$\mathbf{E}R_n/n \rightarrow 0$$

Karlin (1975) [2] proved the Strong Law of Large Numbers (SLLN):

$$R_n/\mathbf{E}R_n \xrightarrow{a.s.} 1.$$

And under regular conditions, $(R_n - \mathbf{E}R_n)/\sqrt{\mathbf{E}R_n}$ converges weakly to the centered normal distribution with variance $2^\theta - 1$.

Chebunin and Kovalevskii (2016) [3] verified that

$$Z_n = \{Z_n(t), 0 \leq t \leq 1\} = \{(R_{[nt]} - \mathbf{E}R_{[nt]})/\sqrt{\mathbf{E}R_n}, 0 \leq t \leq 1\}$$

converges weakly in $D(0, 1)$ with uniform metrics to a centered Gaussian process Z_θ with continuous a.s. sample paths and covariance function

$$K(s, t) = (s + t)^\theta - \max(s^\theta, t^\theta).$$

Weak convergence to two-dimensional Gaussian centered process have been proved. Consistency and stability of the estimators, algorithms for detecting violation of homogeneity and comparison with other models of text heterogeneity will be future works.

-
- [1] B. Abebe, M. Chebunin, A. Kovalevskii, N. Zakrevskaya, Statistical tests for text homogeneity: using forward and backward processes of numbers of different words, *Glottometrics* 53, 42-58, 2022/
 - [2] M. Chebunin, A. Kovalevskii, Functional central limit theorems for certain statistics in an infinite urn scheme. *Statistics and Probability Letters*, V. 119, 344-348, 2016.
 - [3] S. Karlin, Central Limit Theorems for Certain Infinite Urn Schemes, *Journal of Mathematics and Mechanics*, 17, No. 4 (1967), 373–401.
 - [4] R.R. Bahadur, On the number of distinct values in a large sample from an infinite discrete distribution, *Proceedings of the National Institute of Sciences of India* 26A (190), 67–75. MR0137256

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. НГТУ А.П. Ковалевский

Смешанный объем бесконечномерных выпуклых компактов

М.К. Досполова

Санкт-Петербургский государственный университет

Пусть K – выпуклое компактное подмножество сепарабельного гильбертова пространства H . Одной из важных геометрических характеристик компакта K являются его *внутренние объемы*. В конечномерном случае ($K \subset \mathbb{R}^d$) внутренние объемы $V_k(K)$, $k = 0, 1, \dots, d$, определяются как коэффициенты в формуле Штейнера. Штейнер показал, что объем λ -окрестности компакта K представляется многочленом от λ с коэффициентами $V_k(K)$ (где нормировка подобрана специальным образом). Можно понять, что внутренние объемы не зависят от размерности d объемлющего пространства \mathbb{R}^d . Это наблюдение позволило Судакову и Шеве обобщить понятие внутренних объемов на бесконечномерные выпуклые множества.

Примерно в то же время Судаковым [1] и Цирельсоном [2] была обнаружена глубокая связь между внутренними объемами компакта K и гауссовскими процессами с параметрическим множеством K .

Обобщением внутренних объемов являются так называемые *смешанные объемы*, которые определяются схожим образом, а именно как коэффициенты в формуле Минковского для объема суммы по Минковскому произвольного числа конечномерных компактов. В данной работе мы обобщили результат Цирельсона на случай смешанных объемов бесконечномерных выпуклых компактов в H , предварительно введя понятие смешанного объема для бесконечномерных выпуклых множеств. Кроме того, с помощью полученного результата мы вычислили смешанный объем замкнутых выпуклых оболочек двух ортогональных спиралей Винера.

-
- [1] В. Н. Судаков. Геометрические проблемы теории бесконечномерных вероятностных распределений. // Труды МИАН, 1976, Т. 141, Р. 3-191.
- [2] Б.С. Цирельсон. Геометрический подход к оценке максимального правдоподобия для бесконечномерного гауссовского сдвига. II // Теория вероятн. и ее примен., 1985, Т. 30, № 4, Р. 772-779.
- [3] H. Minkowski. Theorie der konvexen Körper, insbesondere Begründung ihres Oberflächenbegriffs // Gesammelte Abhandlungen, 1911, T.2, P. 131-229.
- [4] R. Schneider. Convex bodies: the Brunn-Minkowski theory.– Cambridge: Cambridge University Press. – 2014.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. РАН Д.Н. Запорожец

**Центральная предельная теорема для произведений частичных сумм
схемы серий независимых случайных величин**

Е.В. Ефремов

Новосибирский государственный университет

В работе [1] была доказана центральная предельная теорема для произведений частичных сумм схемы серий независимых и одинаково распределенных положительных случайных величин.

Следующая теорема является основным результатом данной работы. В ней результаты работы [1] распространяются на случай, когда независимые случайные величины, по которым строится схема серий, имеют разное распределение.

Теорема 1. Пусть $\{X_{k,i}\}_{i=1,\dots,k}$, $k = 1, 2, \dots$ схема серий положительных независимых случайных величин. Обозначим $S_k = X_{k,1} + \dots + X_{k,k}$, $\sigma_{k,i}^2 = \mathbb{D}X_{k,i} > 0$, $\mu_{k,i} = \mathbb{E}X_{k,i} > 0$, $\sigma_k^2 = \sigma_{k,1}^2 + \dots + \sigma_{k,k}^2$, $\mu_k = \mu_{k,1} + \dots + \mu_{k,k}$, $\gamma_k = \sigma_k / \mu_k$, $c_n^2 = \sum_{k=1}^n \gamma_k^2$. Пусть

1. $\lim_{k \rightarrow \infty} k\gamma_k^2 = \gamma^2 > 0$;
2. для некоторых $p > 2$ и $M > 0$ выполнено

$$\sup_{k,i} \mathbb{E}|X_{k,i}|^p \leq M.$$

Тогда

$$\left(e^{\frac{c_n^2}{2}} \prod_{k=1}^n \frac{S_k}{\mu_k} \right)^{\frac{1}{c_n}} \xrightarrow{d} e^{\xi},$$

где $\xi \sim N_{0,1}$.

[1] G. Rempala, J. Wesolowski. Asymptotics for products of independent sums with an application to Wishart determinants // Statistics and Probability Letters, 2005, v. 74. P. 129–138.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. А.В. Логачёв

Метод двойного бутстрапа для оценивания степенного индекса при помощи экспектилей

А. Е. Лукьянов

Новосибирский государственный университет

Пусть $\bar{F}(x) = L(x)x^{-\frac{1}{\gamma}}$ - хвост некоторого распределения F , где $L(x)$ - медленно меняющаяся функция, а константа $\gamma > 0$ называется степенным индексом. Степенной индекс позволяет понять характер убывания хвоста распределения, а так же оценить вероятность превысить определенное значение. Например, в теории страхования параметр γ определяет потерю инвестиционного портфеля, а в задачах сетевых графов описывает динамику крупномасштабных кластеров.

Наиболее известным подходом оценивания степенного индекса является группа оценок, использующих свойства порядковых статистик распределения. Самым популярным из них является оценка Хилла

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{k(n)} \sum_{i=1}^{k(n)} \log \left(\frac{X_{(n-i+1)}}{X_{(n-k(n))}} \right),$$

где $X_{(1)}, \dots, X_{(n)}$ - порядковые статистики для выборки из распределения F . Однако общей проблемой искомых методов является их зависимость от количества максимальных элементов выборки $k(n)$. Для поиска оптимального количества был представлен метод двойного бутстрапа [1].

Другие методы оценки степенного индекса используют экспектили [2]]. Экспектили, в отличие от квантилей, позволяют оценивать не только частоту экстремального события, но и его величину.

В рамках данной работы создан метод двойного бутстрапа поиска оптимального уровня для оценок степенного индекса по экспектилям. Доказана сходимость оптимального уровня в среднем квадратичном смысле, а также доказана эквивалентность теоретического оптимума и оптимума, получаемого в результате метода бутстрапа. Искомый метод реализован на языке Python.

[1] Draisma, G., de Haan, L., Peng, L., Pereira, T. T., A Bootstrap-based Method to Achieve Optimality in Estimating the Extreme-value Index // *Extremes*, 1999, 2(4), 367-404.

[2] Daouia, A., Girard S., Stupfler G., ExpectHill estimation, extreme risk and heavy tails // *Journal of Econometrics*, 2021, 221(1), 97-117.

Непрерывные ветвящиеся марковские процессы на \mathbb{Z}_+ : подход с использованием ортогональных многочленов

А.В. Люлинцев

Санкт-Петербургский государственный университет

Рассматривается однородный марковский процесс $X_n(t)$ с непрерывным временем на фазовом пространстве $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$, который мы интерпретируем как движение частицы. Процесс предполагается непрерывным в том смысле, что частица не может «перескакивать» через точки \mathbb{Z}_+ , то есть при каждой смене положения частицы ее координата изменяется на единицу. Процесс снабжен механизмом ветвления. Источники ветвления могут находиться в каждой точке \mathbb{Z}_+ . В момент ветвления новые частицы появляются в точке ветвления и дальше начинают эволюционировать независимо друг от друга (и от остальных частиц) по тем же законам, что и начальная частица (подробнее см. [1], [2], [3]). Такому ветвящемуся марковскому процессу соответствует матрица трехдиагональная матрица Якоби H .

Матрице H соответствует семейство многочленов $\{P_n(\lambda)\}_{n=0}^\infty$, которые ортонормированы по вероятностной мере ρ (см. [4]), [5]).

Теорема 1. Пусть $X_n(t)$, $X_n(0) = \delta_n$, – процесс ветвящегося случайного блуждания на \mathbb{Z}_+ . Тогда для среднего числа $N_n(t, m)$ частиц в точке $m \in \mathbb{Z}_+$ в момент времени $t \geq 0$ справедливо равенство

$$N_n(t, m) = \int_{\mathbb{R}} e^{t\lambda} P_m(\lambda) P_n(\lambda) \rho(d\lambda).$$

Проведены вычисления для трех моделей ветвящихся случайных блужданий, матрицы которых соответствуют классическим ортогональным многочленам.

-
- [1] Гихман И.И., Скороход А.В. Теория случайных процессов, т. III // Изд-во "Наука", Главная редакция физико-математической литературы, 1973, 598-622.
 - [2] Яровая Е.Б. Ветвящиеся случайные блуждания в неоднородной среде // М.: Издательство Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2007. – 104 с. ISBN 978-5-211-05431-8.
 - [3] Смородина Н.В., Яровая Е.Б. Мартингалный метод исследования ветвящихся случайных блужданий // УМН, 77:5(467) (2022), 193–194.
 - [4] Ахиезер Н.И. Классическая проблема моментов и некоторые вопросы анализа, связанные с ней. // Государственное издательство физико-математической литературы, Москва, 1961, 9-79.

- [5] Сегё Г. Ортогональные многочлены // Государственное издательство физико-математической литературы, Москва, 1962, 420-436.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук., проф. Н.В.Смородина

Интегральные тождества для границы выпуклого тела

Т.Д. Мосеева

*Санкт-Петербургское отделение Математического института им.
В.А.Стеклова РАН*

Пусть K — выпуклая фигура на плоскости с C^1 -гладкой границей. Рассмотрим случайную прямую G , пересекающую K .

Плейелем [1] было получено тождество, позволяющее выразить значение интегрального функционала от длины хорды $G \cap K$ в терминах интегрирования по границе K : для любой функции $h \in C^1(\mathbb{R})$, такой что $h(0) = 0$,

$$\int_{G \cap K \neq \emptyset} h(|G \cap K|) dG = \frac{1}{2} \int_{(\partial K)^2} h'(|x_1 - x_2|) \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 dx_1 dx_2, \quad (1)$$

где α_1 и α_2 — углы между касательными в точках x_1 и x_2 и хордой $[x_1, x_2]$.

Из равенства (1) можно вывести (см.[2]) явную форму дефекта в изопериметрическом неравенстве:

$$|\partial K|^2 - 4\pi|K| = 2 \int_{(\partial K)^2} \sin^2 \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} dx_1 dx_2.$$

Существует аналог тождества Плейеля для выпуклых тел в \mathbb{R}^3 с гладкой границей (см. [3]):

$$\int_{G \cap K \neq \emptyset} h(|G \cap K|) dG = 4 \int_{(\partial K)^2} \frac{h'(|x_1 - x_2|)}{|x_1 - x_2|} \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \phi_0 dx_1 dx_2,$$

где α_1, α_2 — углы между хордой $[x_1, x_2]$ и касательными плоскостями в точках x_1 и x_2 , а ϕ_0 — угол между проекциями нормалей в точках x_1, x_2 на ортогональное дополнение прямой, проходящей через x_1 и x_2 .

Один из результатов данной работы — многомерное обобщение тождества Плейеля.

Теорема 1. Рассмотрим выпуклое тело K в \mathbb{R}^d с C^1 -гладкой границей. Для функции $h \in C^1(\mathbb{R})$, такой что $h(0) = 0$,

$$\int_{G \cap K \neq \emptyset} h(|G \cap K|) dG = C_d \int_{(\partial K)^2} \frac{h'(|x_1 - x_2|)}{|x_1 - x_2|^{d-2}} \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \phi_0 dx_1 dx_2,$$

где α_1, α_2 — углы между хордой $[x_1, x_2]$ и касательными плоскостями, ϕ_0 — угол между проекциями нормалей в точках x_1, x_2 на ортогональное дополнение прямой, проходящей через x_1 и x_2 , а C_d — некоторая константа.

Плейелем также было показано, что

$$\int_{G \cap K \neq \emptyset} h(|G \cap K|) dG = \int_{G \cap K \neq \emptyset} h'(|G \cap K|) |G \cap K| \cot \alpha_1 \cot \alpha_2 dG. \quad (2)$$

Амбарцумяном в [4] была получена версия тождества (2) в случае, когда P — выпуклый многоугольник с длинами сторон a_1, \dots, a_n :

$$\int_{G \cap P \neq \emptyset} h(|G \cap P|) dG = \int_{G \cap P \neq \emptyset} h'(|G \cap P|) |G \cap P| \cot \alpha_1 \cot \alpha_2 dG + \sum_{i=1}^n \int_0^{a_i} h(t) dt.$$

Второй результат данной работы — многомерный аналог данного тождества.

-
- [1] Pleijel, A. Zwei kurze Beweise der isoperimetrischen Ungleichung. // Archiv der Mathematik, 1956, Т. 7, №. 4, Р. 317–319
- [2] Ambartzumian, R.V. and Mecke, J., Stoyan, D. Introduction to stochastic geometry. – Nauka, Moscow – 1989.
- [3] Ambartzumian, R.V. Combinatorial integral geometry: with applications to mathematical stereology. – John Wiley & Sons – 1982.
- [4] Ambartzumian, R.V. Factorization calculus and geometric probability. // Cambridge University Press, 1990, № 33.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. РАН Д.Н. Запорожец

Оценки скорости роста в модели бернуллиевского града

А.В. Резлер

Новосибирский государственный университет

В представленной работе мы изучаем модель бернуллиевского града, падающего на горячую поверхность (Bernoulli Nail on a Hot Ground). Модель была введена в работе С.Г. Фосса и Ф. Бачелли 2011 года. Главным объектом изучения является величина наибольшего времени обслуживания клиента в заданный момент времени. Для описания модели можно построить специальный случайный направленный граф, узлами которого являются элементы множества $(i, n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{N}$ в предположении, что каждый узел "черный" с вероятностью p и "белый" с вероятностью $1 - p$. Каждый черный узел (i, n) , где $n > 1$ и $i \in \mathbb{Z}$, соединяется исходящими ребрами с узлами $(i - 1, n - 1)$, $(i, n - 1)$ и $(i + 1, n - 1)$ вне зависимости от их цвета. В случае, если узел $(i - 1, n)$ черный, то он соединяется с узлом (i, n) ребром, которое направлено влево с вероятностью $1/2$ или вправо с вероятностью $1/2$. Аналогичные построения производятся, если узел $(i + 1, n)$ черный. Каждый белый узел (i, n) , где $n > 1$ и $i \in \mathbb{Z}$, имеет только одно исходящее ребро, соединяющее его с узлом $(i, n - 1)$. Узлы $(i, 1)$ не имеют вертикальных исходящих ребер. Путь, имеющий наибольшее количество черных узлов среди всех путей, которые начинаются в узле (i, n) , где $i \in \mathbb{Z}$ и $n \in \mathbb{N}$, обозначается $H_n^i(p)$. Он соответствует упомянутой величине наибольшего времени обслуживания клиента в момент времени n .

В [1] показано, что

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{H_n^0(p)}{n} \leq c(p),$$

где $p \in [0, 1]$ и $c(p) \in (0, \infty)$. Основным результатом нашего исследования является оценка коэффициента линейного роста $c(p)$. Компьютерная симуляция модели показывает, что среднее значение ошибки составляет 84%. При этом для значений $p \in (0.2, 1]$ среднее значение ошибки составляет 68%.

[1] Baccelli, F., & Foss, S. (2011). Poisson hail on a hot ground. *Journal of Applied Probability*, 48(A), 343-366. doi:10.1239/jap/1318940476

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, М.Г. Чебунин

Исследование вероятностных моделей для числа уникальных слов текста

Ш.Ш. Файзуллаев

Новосибирский государственный университет

Независимые одинаково распределенные случайные величины X_1, X_2, \dots, X_n имеют целочисленное степенное распределение:

$$\mathbf{P}(X_1 = k) = p_k = L(\alpha, k)k^{-\alpha}, \quad k \geq 1,$$

где $\alpha > 1$ — неизвестный параметр, $L(\alpha, k) > 0$ — функция такая, что выполнено условие нормировки

$$\sum_{k=1}^{\infty} L(\alpha, k)k^{-\alpha} = 1,$$

и $L(\alpha, k)$ — медленно меняющаяся по k функция для любого $\alpha > 1$.

Примерами таких распределений являются модель 1:

$p_k = k^{-\alpha}/\zeta(\alpha)$, где $\zeta(\alpha) = \sum_{k=1}^{\infty} k^{-\alpha}$ — функция Римана; и модель 2:

$$p_k = k^{1-\alpha} - (k+1)^{1-\alpha}.$$

Изучается число различных элементов выборки

$$R_n = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{I}(\exists X_j = i)$$

и число элементов выборки, встретившихся ровно k раз ($k = 1, \dots, n$):

$$R_{n,k} = \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n} \mathbf{I}\{X_{i_1} = \dots = X_{i_k} \neq X_j, j \in \{1, \dots, n\} \setminus \{i_1, \dots, i_k\}\}.$$

Мы будем исследовать статистику $R_{n,1}$ — число уникальных (встретившихся ровно один раз) элементов выборки.

Карлин [4] доказал, в частности, усиленный закон больших чисел и центральную предельную теорему для $R_{n,1}$.

Кей [5] изучил асимптотику числа уникальных слов. В частности, показано, что если $\lim_{i \rightarrow \infty} p_{i+1}/p_i = 1$, то $R_{n,1} \xrightarrow{p} \infty$ при $n \rightarrow \infty$. Если $\limsup_{i \rightarrow \infty} p_{i+1}/p_i < 1$, то $\mathbf{E}R_{n,1}$ равномерно ограничено.

Статистики R_n и $R_{n,1}$ в этих моделях изучаются также в работах Бахадура [1], Чебунина и Ковалевского [2, 3], Закревской и Ковалевского [6].

В работе доказано, что математическое ожидание числа разных слов ER_n строго монотонно по α , а математическое ожидание числа уникальных слов $R_{n,1}$ немонотонно по α при достаточно больших n в моделях 1 и 2.

-
- [1] R.R. Bahadur, *On the number of distinct values in a large sample from an infinite discrete distribution*, Proceedings of the National Institute of Sciences of India, **26A**, Supp. II (1960), 67–75.
 - [2] M. Chebunin, A. Kovalevskii, *Functional central limit theorems for certain statistics in an infinite urn scheme*, Statistics and Probability Letters, **119** (2016), 344–348.
 - [3] M. Chebunin, A. Kovalevskii, *Asymptotically normal estimators for Zipf's law*, Sankhya A (2019), **81**, 482–492.
 - [4] S. Karlin, *Central Limit Theorems for Certain Infinite Urn Schemes*, Journal of Mathematics and Mechanics, **17**, No. 4 (1967), 373–401. MR0216548
 - [5] E. S. Key, 1992. Rare Numbers. Journal of Theoretical Probability, Vol. 5, No. 2, 375–389.
 - [6] Н. С. Закревская, А. П. Ковалевский, 2001. Однопараметрические вероятностные модели статистик текста. Сиб. журн. индустр. матем., Т. 4, 2, с. 142–153.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. НГТУ А.П. Ковалевский

**Об асимптотике вероятности отдаления от невозрастающей границы для
обобщенных однородных процессов восстановления**

А.Д. Шелепова

Новосибирский государственный университет

Пусть $(X_1, v_1), (X_2, v_2), \dots$ – бесконечная последовательность независимых одинаково распределенных пар случайных величин таких, что

$$(A) \quad \mathbf{E}X_1 = 0, \quad \mathbf{E}X_1^2 = 1 = \mathbf{E}v_1, \quad v_1 > 0 \quad \text{п.н.}, \quad \mathbf{E}v_1^{3/2} < \infty.$$

Введем также условия на границу:

(B) функция $g(t)$ – монотонно невозрастающая при $t \geq T_0$ для некоторого $T_0 > 0$, и

$$g(0) < 0, \quad g(t) = o(\sqrt{t}) \quad \text{при} \quad t \rightarrow \infty.$$

При $t \geq 0$ построим $N(t) = \max\{k \geq 0 : V_k \leq t\}$ – простой процесс восстановления, а с его помощью – обобщенный процесс восстановления (ОПВ) $S(t) = S_{N(t)}$. Введем случайную величину

$$\tau := \inf \{t > 0 : S(t) \leq g(t)\},$$

которая является моментом первого пересечения сверху вниз границы $g(t)$ нашим ОПВ $S(t)$.

Теорема 1. Пусть выполнены условия (A), (B) и

$$\mathbf{P}(\tau > T) > 0 \quad \text{для всех} \quad T > 0.$$

Тогда для любого $v \geq 0$

$$\mathbf{P}(S(T) > g(T) + v\sqrt{T} \mid \tau > T) \rightarrow e^{-v^2/2} \quad \text{при} \quad T \rightarrow \infty.$$

[1] D. Denisov, A. Sakhanenko, V. Wachtel. First-passage times for random walks with nonidentically distributed increments // Ann. Probab., 2018, 46:6, 3313–3350.

[2] А.Д. Шелепова, А.И. Саханенко. Об асимптотике вероятности невыхода неоднородного обобщенного процесса восстановления за невозрастающую границу // Сибирские Электронные Математические Известия, 2021, Т.18, №2. Р. 1667-1688.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. А.И. Саханенко

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

УДК 519.7 + 519.85

Solving Short Integer Solution (SIS) Problem by Quantum Annealing and its applications in Cryptanalysis

Haris Muhammad

Novosibirsk State University

A crucial component of the cyber security architecture that offers a secure environment for communications in a world that is becoming more connected is cryptography. Because most of the asymmetric cryptography algorithms used to ensure confidentiality, authenticity, and other benefits are broken by quantum computing, the underpinnings of the currently used cryptography model are in danger. Because of this, a new set of cryptography protocols known as post-quantum cryptography have been developed in order to be resistant to quantum computers (PQC). A forerunner among PQC is lattice-based cryptography, whose security relies upon the hardness of a number of closely related mathematical problems, one of which is known as the Short Integer Solution (SIS) Problem [1].

The Short Integer Solution (SIS) is a basic cryptography problem that helps find the shortest non-zero vector in a lattice Vector Space. The Short Integer Solution (SIS) problem has many cryptography applications, most known in the creation of key exchange and digital signature technologies. The NTRU Encrypt and NTRU Sign approach, for example, was developed in response to the complexity of the SIS problem. These systems have been proposed as viable post-quantum cryptography solutions because they are believed to be resistant to attacks by quantum computers. In this thesis, we converted the SIS problem into an objective function of QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization). It is a mathematical formulation that can be used to tackle optimization problems on quantum computers. It uses a set of binary variables and a quadratic objective function. This objective function then will be minimized by the Quantum Annealer [1]. Quantum Annealer is a path to solve optimization problems on quantum computers. We also estimated the number of qubits for this algorithm.

[1] A. Miklós. Generating hard instances of lattice problems, in proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on theory of computing, (1996).

[2] D-wave The quantum computing company, choosing good problems for quantum annealing, technical Report, (2020).

Scientific supervisor – Ph.D. A.V. Kutsenko

Cryptanalysis of LWE-based Cryptosystems by using Quantum Annealing

Qayyum Abdul

Novosibirsk State University

Cryptography is a mathematical security to protect the data in the presence of an Adversary. It is widely used to provide many security services: confidentiality, integrity, authentication, authorization, and non-repudiation [1]. The advent of quantum computing has a serious threat to many cryptography foundations. Because of this worry, many researchers have started looking at Post Quantum Cryptography (PQC). The objective of the PQC study is to create cryptography algorithms that are resistant to both conventional and quantum computers. In this scenario, the National Institute of Standards and Technology (NIST) announced the four selected algorithms among all proposals in 2022. Most of the selected algorithms are lattice-based. Therefore, it is important to analyze and optimize these mathematical objects.

In this thesis, we study the Learning with Errors (LWE) computational problem [2] which is a well-known cryptographic primitive that is believed to be resistant to quantum attacks. Due to the advancement in quantum computing the quantum algorithms are powerful enough to solve certain instances of the LWE problem. In our study, we formulate the LWE problem as a Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO) problem that can be solved by using a quantum annealer [3]. Quantum annealing is used for optimization by finding the global minimum of a given objective function. Quantum annealer put the states in superposition at the start. Then these states change according to quantum mechanics over which we don't have any control. So we give the QUBO problem at the beginning, and the configuration at the end corresponds to the answer. We have considered the estimation of qubits and parameters. Our results show that this approach can be used to efficiently solve small instances of the LWE problem.

[1] M. Adhikari and A. Adhikari, Introduction to mathematical cryptography (2014).

[2] O. Regev, The learning with errors problem, in proceedings of the annual IEEE conference on computational complexity (2010).

[3] D-wave the quantum computing company, Problem formulation guide, whitepaper (2022).

Scientific supervisor – Ph.D. A.V Kutsenko

**Полудискретное геометрическое моделирование объектов
задачи двумерной упаковки**

В.В. Акентьев

Новосибирский государственный университет

Задачи двумерной упаковки имеют широкую сферу прикладного применения в различных отраслях промышленности, например: листовой, стекольной, кожевенной, текстильной и бумажной промышленности. Упаковка прямоугольных и круглых предметов хорошо изучена, однако во многих областях работать приходится с объектами произвольной формы, что существенно усложняет задачу.

Исследуемая задача состоит в размещении заданного числа двумерных фрагментов, возможно, не выпуклых или с отверстиями, без перекрытий на листах фиксированной формы, минимизируя число использованных листов, либо в полосе, минимизируя использованную длину полосы.

Целью этой работы является доработка существующего способа полудискретизации объектов [1] задачи двумерной упаковки для достижения более высокой плотности компоновки с сохранением высокой производительности и, следовательно, короткого времени выполнения базового метода размещения, который в дальнейшем может быть использован в качестве базовой операции или "строительного блока" в эвристическом методе для эффективного решения поставленной задачи.

-
- [1] Sahar Chehrazad, Dirk Roose, and Tony Wauters. 2021. A fast and scalable bottom-left-fill algorithm to solve nesting problems using a semi-discrete representation. *European Journal of Operational Research* Accepted (2021). URL: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.10.043>

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук И.А. Давыдов

Метаэвристики для задачи маршрутизации грузового электромобиля

А.С. Алеко

Новосибирский государственный университет

В работе рассматривается задача маршрутизации, возникающая во время поиска оптимального маршрута при перевозке однородного груза на электромобиле. Требуется учесть два ограничения: на вместимость кузова и на необходимость подзарядки между пунктами обслуживания. Учет этих ограничений приводит к задаче коммивояжера с двумя типами вершин: черными и белыми. Транспортное средство должно посетить все белые вершины для загрузки или выгрузки товара, заезжая при этом в черные вершины для подзарядки. Ограничения на количество посещений черных вершин нет.

Для задачи были разработаны две метаэвристики: генетический алгоритм и поиск с запретами. Также была построена модель целочисленного-линейного программирования, которая тестировалась пакетом оптимизации Gurobi. Проведено сравнение результатов работы этих алгоритмов между собой и с решениями, полученными пакетом Gurobi. Тестирование показало, что приближенные методы способны находить решение близкое к оптимальному и значительно быстрее, чем Gurobi.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. А.В. Кононов

Сегментация с неточной разметкой с использованием сверточной нейронной сети

В.С. Астахов

Новосибирский государственный университет

Создание модели принятия решений с использованием сверточной нейронной сети (CNN) может быть сложной задачей, когда часть данных помечена неправильно или не помечена вообще. Для того, чтобы решить эту проблему, был разработан алгоритм для обучения CNN на основе архитектуры 3D U-Net с такого рода данными.

На наборе данных из 20 снимков компьютерной томографии мозга, для каждого из которых три разных врача сделали разметку инсульта, была построена модель неопределенности, позволяющая выявлять неточную либо неоднозначную разметку.

На основе данной модели неопределенности был построен алгоритм, позволяющий снизить влияние некорректной разметки при обучении. Это позволило модели извлекать уроки из данных, не подвергаясь влиянию неправильных меток.

Также модель была обучена на большем наборе данных, состоящем более чем из 50 снимков компьютерной томографии мозга с 1 доступной разметкой, а затем протестирована на тестовом наборе. Это помогло определить, способна ли модель точно предсказать правильные метки.

Научный руководитель – д-р техн. наук, проф. В.Б. Бериков

Разработка и анализ моделей квантового оракула для криптоанализа постквантовых криптосистем, основанных на решётках

А.О. Бахарев

Новосибирский государственный университет

Квантовые вычисления — это быстроразвивающаяся область компьютерных исследований, которая ставит под угрозу криптографическую стойкость стандартов шифрования, используемых в настоящее время. Поэтому возникает необходимость в разработке и анализе криптосистем (постквантовых), устойчивых к атакам с использованием квантового компьютера. Важными направлениями анализа данных криптосистем являются построение и исследование квантовых схем, которые могут быть использованы для атак на них.

В настоящей работе разработаны и описаны две модели квантового оракула из алгоритма Гровера [1] для реализации гибридного квантово-классического алгоритма на основе GaussSieve [2], который может быть использован для атак на криптосистемы, стойкость которых зависит от решения NP-трудной [3] задачи SVP. Получены выражения для верхних оценок числа кубитов и глубины схемы двух реализаций для каждой предложенной модели квантового оракула. Одним из полученных результатов является следующая

Теорема 1. *Пусть имеется список из алгоритма GaussSieve длины K , содержащий векторы из \mathbb{Z}^d , каждая координата которых кодируется битовой строкой длины m . Тогда для реализации модели квантового оракула из алгоритма Гровера требуется количество кубит не превосходит*

$$\lceil \log_2 K \rceil + 2^{\lceil \log_2 K \rceil} + Kdm + 3dm^2 + 14dm + 2d + 6m + 3\lceil \log_2 d \rceil + 3.$$

Также проанализирована сложность реализации предложенных моделей для атаки на криптосистемы, основанные на решётках и являющиеся финалистами третьего раунда конкурса постквантовой криптографии NIST.

-
- [1] L. K. Grover. A fast quantum mechanical algorithm for database search // Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing. 1996. P. 212–219.
 - [2] T. Laarhoven, M. Mosca, J. van de Pol. Finding shortest lattice vectors faster using quantum search // Designs, Codes and Cryptography. 2015. V. 77. №. 2. P. 375–400. P. 1468–1480.
 - [3] D. Micciancio. Inapproximability of the shortest vector problem: Toward a deterministic reduction // Theory of Computing. 2012. V. 8. №. 1. P. 487–512.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук А.В. Куценко

Совершенные раскраски гиперграфа подматриц

С.О. Бородин

Новосибирский государственный университет

Рассматриваются совершенные раскраски 4-униформных гиперграфов в 2 и k цветов, вершинами которых являются элементы $n \times m$ матрицы, а гиперребрами все возможные четверки вершин, образующие подматрицу порядка два в исходной $n \times m$ матрице.

Раскраска вершин гиперграфа называется совершенной, если для любой вершины цвета a цветовой состав инцидентных ей гиперребер одинаков.

Цвет гиперребра определяется цветовым составом входящих в него вершин.

Определим матрицу параметров совершенной раскраски с элементами a_{ij} , где $i \in \{0, 1\}$, $j \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$, а элемент a_{ij} отражает число гиперребер цвета j , инцидентных вершине цвета i .

Пусть J_1, \dots, J_n – строки матрицы $n \times m$. Конфигурация $[J_i, J_j]$ между строками J_i и J_k – это набор чисел $(t_{ij}^0, t_{ij}^1, t_{ij}^2, t_{ij}^3)$, где $(t_{ij}^k$ – это число пар вида 00, 01, 10 и 11 между данными строками.

Если в совершенной раскраске выполнено равенство $[J_i, J_j] = [J_k, J_l]$ для любых различных индексов строк i, j, k, l , то раскраска называется конфигурационно однородной.

Теорема 1. *Если раскраска конфигурационно однородная по строкам и столбцам (или конфигурационно однородная по строкам, а столбцовые суммы совпадают для каждого из столбца), то раскраска является совершенной.*

Доказано, что матрицы инцидентности некоторых комбинаторных объектов являются конфигурационно однородными раскрасками, для построенных совершенных раскрасок посчитаны матрицы параметров. Также найдены примеры не конфигурационно однородных раскрасок.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, А.А. Тараненко

Полиномиально разрешимый подслучай трехмашинной двухстадийной задачи Open Shop

Е.А. Бунькова

Новосибирский государственный университет

В работе рассматривается частный случай классической задачи Open Shop с дополнительным условием двухстадийности. Это означает, что каждая работа имеет не более двух операций ненулевой длительности. В случае четырех машин задача является NP-трудной [1]. Вопрос алгоритмической сложности трёхмашинной задачи уже много лет является открытым.

При этом известно два полиномиально разрешимых подслучая трёхмашинной двухстадийной задачи. Первый подслучай носит название "bottleneck machine" [2] и заключается в существовании специальной машины, на которой длительность операции любой работы ненулевая. Вторым подслучаем описывается в терминах ограничений на нагрузку машины. Если максимальная нагрузка машины составляет по крайней мере три максимальных длительности операции, то задача является полиномиально разрешимой и длина оптимального расписания совпадает со стандартной нижней оценкой [3]. Целью работы является нахождение новых полиномиально разрешимых подслучаев двухстадийной задачи с тремя машинами.

В результате получены новые достаточные условия полиномиальной разрешимости трехмашинной двухстадийной задачи Open Shop. При выполнении этих условий гарантируется, что длина оптимального расписания совпадает со стандартной нижней оценкой. В частности такие условия выполняются для задачи с "псевдосоразмерными" длительностями, то есть задачи, в которой для каждой работы длительности ее ненулевых операций совпадают.

-
- [1] Gonzalez T., Sahni S.: Open shop scheduling to minimize finish time. J. Assoc. Comput. Math. V. 23, N 4. P. 665-679 (1976)
 - [2] Drobouchevitch I. G., Strusevich V. A.: A polynomial algorithm for the three-machine open shop with a bottleneck machine. Ann. Oper. Res. V. 92. P. 185-214 (1999)
 - [3] Каширских К. Н., Кононов А. В., Севастьянов С. В., Черных И. Д.: Полиномиально разрешимый случай двухстадийной задачи openshop с тремя машинами, Дискретн. анализ и исслед. опер., том 8, выпуск 1, 23-39 (2001)

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук И. Д. Черных

Пестрые реберные замощения циклов

В.С. Бураков, В.Ю. Утюпина

Новосибирский государственный университет

Сопоставим вершинам правильного $2n$ -угольника натуральные числа от 0 до $2n - 1$. Для пары чисел (i, j) , где $i < j$, определим величину

$$F(i, j) = \min(j - i, 2n - j + i), \quad (1)$$

которую будем называть длиной хорды (i, j) . Рассматривается задача замощения всех вершин правильного $2n$ -угольника хордами с несовпадающими длинами. Нетрудно доказать следующее утверждение.

Лемма 1. *Искомое замощение может существовать лишь при $n = 0$ или $n = 1 \pmod{4}$.*

Лемма (1) дает лишь необходимое условие существования. Ручной перебор показал, что для всех n , не превосходящих 25, оно оказалось и достаточным. Разработанная нами конструкция позволяет доказать следующее.

Теорема 1. *Замощение существует для $n = 12t + 1$ и $n = 12t + 4$ при любых целых неотрицательных t .*

[1] Ф.Харари Теория графов М.: Мир, 1973, с. 300

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук С.В. Августинovich

**Достижимость нижней оценки числа бент-функций,
лежащих на минимальном расстоянии от бент-функций из класса
Мэйорана – МакФарланда**

Д.А. БЫКОВ

Новосибирский государственный университет

Бент-функцией называется булева функция от чётного числа переменных, для которой расстояние Хэмминга до ближайшей аффинной функции максимально. Богатой конструкцией бент-функций от $2n$ переменных является класс Мэйорана – МакФарланда \mathcal{M}_{2n} . Количество бент-функций, лежащих на конкретном расстоянии от заданной бент-функции, является одним из вопросов, связанных с метрическими характеристиками множества бент-функций. В работе [1] дана нижняя оценка $2^{2n+1} - 2^n$ числа всех бент-функций, лежащих на минимально возможном расстоянии 2^n от исходной функции из \mathcal{M}_{2n} .

Определим $\langle x, y \rangle = x_1y_1 \oplus x_2y_2 \oplus \dots \oplus x_ny_n$ для $x, y \in \mathbb{F}_2^n$. Класс \mathcal{M}_{2n} состоит из функций вида $f(x, y) = \langle x, \pi(y) \rangle \oplus \varphi(y)$, где π — произвольная перестановка на \mathbb{F}_2^n и φ — произвольная булева функция от n переменных. Следующая теорема устанавливает критерий достижимости нижней оценки.

Теорема 1. *На расстоянии 2^n от бент-функции $f(x, y) = \langle x, \pi(y) \rangle \oplus \varphi(y) \in \mathcal{M}_{2n}$ лежит в точности $2^{2n+1} - 2^n$ бент-функций тогда и только тогда, когда для любого аффинного подпространства $E \subseteq \mathbb{F}_2^n$ размерности $2 \leq k \leq n$ выполнено одно из условий:*

- 1) $\pi(E) = \{\pi(x) : x \in E\}$ не аффинное подпространство \mathbb{F}_2^n ,
- 2) $\langle h(y), \pi(y) \rangle \oplus \varphi(y)$ не аффинна на E для любой аффинной $h : \mathbb{F}_2^n \rightarrow \mathbb{F}_2^n$.

С помощью этой теоремы можно найти бент-функции из \mathcal{M}_{2n} , для которых нижняя оценка достигается. В частности, построить бент-функции для $n = p^k$, где $p \geq 5$ — простое. При этом можно использовать как представление булевых функций над векторным пространством \mathbb{F}_2^n , так и алгебраическое представление в виде полинома над конечным полем \mathbb{F}_{2^n} , где линейные подпространства понимаются как аддитивные подгруппы поля.

[1] Kolomeec N. The graph of minimal distances of bent functions and its properties // Des. Codes Cryptogr. 2017. V. 85. P. 395–410.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Н.А. Коломеец

Выбор порогов в балльной системе оценивания

А.Г. Вишнева

Новосибирский государственный университет

В статье [1] предложена модель, описывающая поведение агентов в условиях выполнения работ с дедлайнами. Адаптировав эту модель (добавив функцию ожидаемого агентом вознаграждения), можно получить модель для описания поведения студентов при выполнении заданий в балльной системе оценивания. В рамках работы выполнялась оптимизация выбора порогов (количества баллов, необходимого для получения оценок „отлично“, „хорошо“ и „удовлетворительно“) в балльной системе оценивания, обеспечивающая максимизацию количества выполненных студентами заданий.

Задача решалась методом оптимизации чёрного ящика. Разработан и реализован алгоритм выбора порогов в балльной системе оценивания, проведено сравнение со стандартными алгоритмами из библиотеки BlackBoxOptim.jl [2] и Nevergrad [3].

[1] M. Saez-Marti, A. Sjögren. Deadlines and distractions // Journal of Economic Theory, 2008, No. 1. P. 153–176.

[2] Официальный сайт BlackBoxOptim.jl. URL: <https://github.com/robertfeldt/BlackBoxOptim.jl> (дата обращения: 18.02.2023)

[3] Официальный сайт Nevergrad. URL: <https://facebookresearch.github.io/nevergrad/> (дата обращения: 18.02.2023)

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, А. А. Мельников

Классификация диагоналей в латинских гиперкубах

С.Ю. Владимиров

Новосибирский государственный университет

В 1967г. была выдвинута гипотеза Райзера [1] о существовании трансверсали в латинских квадратах нечетного порядка и позже расширена Уонлессом в [2] о существовании трансверсали в латинских гиперкубах нечетного порядка. Существование трансверсали в латинском гиперкубе нечетного порядка является открытой задачей. Существует частные численные решения данной проблемы для латинских гиперкубов фиксированного порядка и размерности [3]. Сложность численного доказательства данной задачи состоит в том, что при увеличении размерности или порядка латинского гиперкуба, экспоненциально возрастает число случаев для перебора. Данную проблемы пытаются решать на специализированных вычислительных машинах.

Латинские гиперкубы и трансверсали используются в криптографии, теории кодирования, комбинаторике.

Данная работа посвящена нахождению и классификации кубов, не имеющих трансверсаль, составленных из латинских квадратов.

Для программной реализации был использован язык C++. Для вычислений использовался ИВЦ НГУ.

В ходе работы были получен и описан 241 класс эквивалентности кубов, не имеющих трансверсаль, составленных из латинских квадратов.

Данный результат предполагается использовать для доказательства существования трансверсали в латинских гиперкубах порядка 5.

[1] H. J. Ryser, Neuere Probleme der Kombinatorik, in Vorträge über Kombinatorik, Oberwolfach, Germany, 69–91, 1967.

[2] I. M. Wanless, Transversals in Latin squares: A survey, in Surveys in Combinatorics 2011, Cambridge Univ. Press, 403–437, 2011.

[3] McKay, B.D. Latin cubes and hypercubes / Monash University, 2008. – URL: <http://users.cecs.anu.edu.au/bdm/data/latincubes.html> (дата обращения: 25.02.2023).

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. А.Л. Пережогин

Параллельная эвристика для оптимизационных моделей с неявно заданными функциями

А.Ю. Голубев

Новосибирский государственный университет

В докладе рассматривается адаптирующийся кооперативный параллельный эвристический алгоритм saCeSS (представленный в [1]), встроенный в универсальный решатель для задач оптимизации черного ящика. saCeSS основан на алгоритме Scatter Search, и используется нами для поиска решений в оптимизационных моделях с непрерывными и целочисленными переменными.

Scatter Search является разновидностью эволюционных алгоритмов, оперирующих множеством решений, которые в процессе работы программы подвергаются скрещиванию и отбору для нахождения наилучших с точки зрения целевой функции. Для данного метода используются следующие модификации

- механизм диверсификации – отслеживание стагнирующих решений, не дающих хороших потомков.
- движение в перспективном направлении – для всех новых решений y^i , лучших чем их предок x^i , строим новые из отрезка

$$x_{new} \in [y^i - \Lambda(x^i - y^i), y^i]$$

Если x_{new} улучшает y^i , то $\Lambda = 2\Lambda$, $y^i = x_{new}$, $x^i = y^i$. Повторяем, пока решения улучшаются.

В алгоритме saCeSS реализована модель начальник-подчиненный, в которой подчинные параллельно соревнуются в решении задачи. Множество подчиненных реализуют Scatter Search, а начальник координирует их взаимодействие и кооперацию. Связь между ними происходит путем обмена сообщениями. Сообщения хранятся в специальных буферах, что гарантирует асинхронность процесса выполнения программы.

Подчиненные отправляют перспективные решения начальнику. Если решение улучшает рекорд начальника более чем на ϵ , тогда начальник отправляет это решение всем подчиненным. Программа заканчивает работу, когда кто-то из подчиненных достигает критерия остановки.

Алгоритм протестирован на наборе различных задач оптимизации черного ящика. Проведено сравнение с пакетом алгоритмов Nevergrad [2]. Результаты показали улучшение стартового решения и уменьшение работы алгоритма благодаря использованию параллелизации и кооперации.

-
- [1] David R. Penas, David Henriques, Patricia González, et al. A parallel metaheuristic for large mixedinteger dynamic optimization problems, with applications in computational biology – 2017.
- [2] Nevergrad - A gradient-free optimization platform.
URL: <https://facebookresearch.github.io/nevergrad/> (дата обращения: 01.02.2023)

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук А.А. Мельников

Анализ сложности задачи на построение кратчайшего расписания для выполнения работ с ограничениями предшествования и ветвлением на параллельных идентичных машинах

А.А. Григорьевская

Новосибирский государственный университет

Для моделирования структуры параллельных вычислений часто используется *ориентированный ациклический граф (DAG)*, который задает ограничения предшествования между работами. В этом докладе исследуется сложность задачи на построение кратчайшего расписания, когда дополнительно присутствуют условные конструкции (if-then-else):

Дано: m параллельных машин, n работ, крайний срок t . Между работами есть ограничения предшествования. Каждой работе присваивается определенный процессор. Необходимость выполнения определенных работ зависит от внешних обстоятельств.

Требуется: найти расписание, которое выполняет все работы до крайнего срока t при любых внешних обстоятельствах.

Из более ранних результатов известно: когда условных конструкций неограниченное число, задача будет PSPACE-полной, а когда число условных конструкций ограничено константой, принадлежит классу NP [1]. Возникает вполне естественный вопрос: какие частные случаи задачи будут лежать в классах полиномиальной иерархии? *Полиномиальная иерархия* включает в себя классы сложности, которые находятся между NP и PSPACE. В данной работе мы выяснили, что сложность задачи зависит от крайнего срока t :

Теорема 1. *Проблема определения возможности выполнения всех работ до срока t лежит в классе Σ_{2t-1}^P .*

Гипотеза 1. *Проблема определения возможности выполнения всех работ до срока t является Σ_t^P -трудной.*

[1] Sanjoy Baruah, Alberto Marchetti-Spaccamela. Feasibility Analysis of Conditional DAG Tasks. ECRTS 2021 - 33rd Euromicro Conference on Real-Time Systems, Jul 2021, Modena, Italy. pp.1- 17, 10.4230/LIPIcs.ECRTS.2021.12 . hal-03395589

Распознавание изображений на основе комбинации сверточной нейронной сети и нечеткого дерева решений

М.В. Гутова

Новосибирский государственный университет

В широком спектре задач распознавания изображений необходимо иметь объяснение предсказания модели для повышения уверенности в принятии решения.

Цель данной работы — разработать алгоритм, обеспечивающий возможность интерпретации предсказания. Для этого используется комбинация глубокой сверточной нейронной сети и нечеткого дерева решений.

Нечеткое дерево решений — модифицированная нейронная сеть, которая по архитектуре похожа на классическое дерево решений, но, в отличие от дерева решений, её можно обучить с помощью градиентных методов. Кроме того, каждый лист дерева соответствует распределению вероятностей принадлежности объекта к тому или иному классу. В основе предложенной модели лежит объединение сверточной нейронной сети и нечеткого дерева решений. Сверточная нейронная сеть извлекает информативные признаки из изображения, а нечеткое дерево решений используется в качестве классификатора [1]. Для упрощения модели и уменьшения количества узлов дерева используется метод отсечения ветвей, то есть удаление из дерева узлов, отсечение которых не приведёт к значимому ухудшению качества модели.

На основе данного подхода соответствующая модель была построена и исследована на различных наборах данных. Процесс распознавания построенной модели представлен в виде последовательности логических правил вывода прогноза.

-
- [1] Kozinets R., Berikov V. Visual Word based Neural Tree for Interpretable Recognition of Images // 2022 IEEE International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON). IEEE, 2023. С. 1830-1835.

Научный руководитель — д-р техн. наук, доц. В.Б. Бериков

О 3-раскрашиваемости графов без некоторых индуцированных подграфов

А.Е. Киреева

Новосибирский государственный университет

Известно [1], что любой граф, не содержащий в качестве индуцированного подграфа треугольников (K_3) и пары путей длины 2 ($2P_3$), является 4-раскрашиваемым, причем данная оценка числа цветов достижима, например, на графах Мицельского или Хватала. Рассмотрена задача поиска условий (дополнительных запрещенных подграфов), при которых такой граф можно раскрасить в три цвета. Обозначим через C'_5 граф, полученный из цикла длины 5 дублированием одной вершины. Доказано, что если граф не содержит $2P_3$, K_3 и C'_5 , то он раскрашиваем в 3 цвета.

Теорема 1. Пусть граф $G = (V, E)$ не содержит в качестве индуцированного подграфа ни $2P_3$, ни K_3 , ни C'_5 . Тогда G можно правильно раскрасить в 3 цвета.

[1] A. V. Pyatkin. Triangle - free $2P_3$ - free graphs are 4-colorable // Discrete Mathematics 313 (2013) 715-720

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. РАН А.В. Пяткин

Матэвристика для задачи составления индивидуализированного расписания в ВУЗе

А.Е. Клоков

Новосибирский государственный университет

Во многих университетах существуют и появляются новые программы, обучаясь на которых, студент волен сам выбрать траекторию обучения. Такой подход к образованию дает студентам свободу выбора. В таком формате обучения нельзя заведомо знать сколько студентов будут посещать те или иные занятия, так же каждый семестр распределение учеников по предметам может меняться, все это существенно усложняет задачу составления расписания, относительно традиционного формата обучения.

Исследуемая задача состоит в выборе времени и помещения для проведения того или иного предмета, в соответствие с выбором студентов, таким образом, чтобы минимизировать штрафы, которые могут накладываться на выбор в соответствие с условиями задачи.

Для решения задачи предлагается подход на основе матэвристики.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук И.А. Давыдов

**Алгоритм локального поиска для нахождения честных сроков
выполнения необязательных заданий**

Д.И. Коновалов

Новосибирский государственный университет

Рассматривается симуляционная модель выполнения необязательных заданий, в которой агенты с заданными параметрами планируют выполнение заданий с известными параметрами вознаграждений и сроками выполнения. Агент приступает к выполнению задания, если ощущаемая им прибыль превосходит стоимость начала работы.

На множестве всех заданий задано разбиение на непересекающиеся подмножества, для каждого такого подмножества известны целевые показатели числа выполненных заданий. Рассматривается задача о нахождении сроков выполнения заданий, обеспечивающих, что ожидаемое число выполненных заданий на каждом подмножестве будет не меньше целевых показателей и общее число выполненных заданий при этом максимально.

Для поиска приближенного решения задачи разработан и протестирован алгоритм локального поиска. Также приводится сравнение разработанного алгоритма с алгоритмами из пакета BlackBoxOptim.jl.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук А.А. Мельников

Визуализация замощений

Д.С. Королёва, И.В. Ткачёв

Новосибирский государственный университет

В процессе исследования периодических замощений бесконечной плоскости с использованием полимино произвольного вида [1], часто приходится решать задачи, связанные с перечислением и перебором. Поскольку такого рода задачи иногда приобретают значительные масштабы, мы решили запрограммировать некоторые процессы, связанные с построением и визуализацией замощений.

Мы создали приложение, которое способно визуализировать замощение по задаваемым параметрам, а также генерировать их случайным образом. Стек приложения: C++/Qt/WinOS. Программа принимает на вход координаты векторов и точек фундаментальной области и, проверяя корректность введенных данных, рисует замощение, которое получается путём трансляций на вектора фундаментальной области.

Данное приложение упрощает работу, связанную с перечислением и делает её более наглядной. В результате появляются возможности для ускорения решения задач с большим объемом переборов.

[1] Голомб С. Полимино. – Пер. с англ. Ю.А.Данилова – М.: Мир, 1975

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук С.В. Августинovich

Бесконфликтная агрегация данных в иерархических структурах

И.С. Ладыгин

Новосибирский государственный университет

В распределенных беспроводных сетях, таких как беспроводные сенсорные сети, вершины передают собранные данные одной выделенной вершине - базовой станции (БС). Для экономии энергии каждая вершина передает агрегированные данные один раз за весь сеанс. Это означает, что в коммуникационной сети сначала необходимо определить агрегационное дерево (АД) с корнем в БС, по рёбрам которого передаются пакеты данных. Для передачи пакета данных по любому ребру достаточно одного временного интервала. В один и тот же временной интервал каждая вершина может общаться (получать или передавать данные) не более чем с одной другой вершиной. Более того, вершина не может передавать данные, пока не получит пакеты от всех своих дочерних вершин в АД. Для передачи данных часто используется одна радиочастота, что приводит к интерференции волн. Для получения пакета адресатом необходимо, чтобы в зоне приема работал только один передатчик. Требуется найти расписание бесконфликтной агрегации данных минимальной длины, то есть определить моменты передачи данных для каждой вершины таким образом, чтобы не было конфликтов, и все данные попадали в БС за минимальное время. Хотя проблема остается NP-трудной даже при известном АД [1], нахождение АД является важным шагом в бесконфликтной агрегации данных.

В данной работе предлагается алгоритм построения агрегационных деревьев в специальных иерархических структурах (ИС) [2], k -ИС, которые изначально могут содержать до $k \geq 1$ копий одной и той же вершины, расположенных на k соседних уровнях. Затем для каждого k строится дерево, k -ИСД, в котором для каждой копии вершины определена ее родительская вершина. Предложена эвристика, которая позволяет в k -ИСД оставить по одной копии каждой вершины. В результате получается АД.

Для поиска бесконфликтного расписания предлагается приближённый алгоритм разнесения вершин построенного АД по уровням таким образом, чтобы вершины одного уровня могли передавать пакеты данных одновременно без конфликтов. Тогда количество уровней является длиной расписания бесконфликтной агрегации. Для оценки качества предложенного метода проведен численный эксперимент на графах-решетках и случайных unit disk graphs. Решения, построенные различными модификациями предложенного метода, сравнивались

как с оптимальными, так и с решениями, построенными известными алгоритмами. Можно сделать вывод, что построение АТ в k -НС значительно ускоряет агрегирование.

-
- [1] A. Erzin and A. Pyatkin, *Convergecast scheduling problem in case of given aggregation tree: The complexity status and some special cases*. Proceedings of 10th International Symposium on Communication Systems Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP), IEEE (2016), pp. 1–6, doi: <http://doi.org/10.1109/CSNDSP.2016.7574007>.
- [2] A.I. Erzin, R.V. Plotnikov and I.S. Ladygin, *Constrained Shortest Path and Hierarchical Structures*. Springer Nature Switzerland AG 2022 D. E. Simos et al. (Eds.): LION 2022, LNCS 13621, pp. 394–410, 2022, doi: http://doi.org/10.1007/978-3-031-24866-5_29.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. А.И. Ерзин

О задаче выбора размеров вознаграждений за выполнение необязательных заданий

Э.Р. Лоевец

Новосибирский государственный университет

В условиях обучения в университете невозможно сделать выполнение домашних заданий студентами в полной мере обязательным. При невыполнении домашнего задания в нужный срок либо студенту предоставляется время для «реабилитации» как минимум до конца семестра, и часть невыполненных домашних заданий студент сдает именно в этот период, либо это вовсе не влечет за собой никаких последствий, что в какой-то мере обесценивает всю работу в семестре.

Таким образом, конец семестра получается чрезмерно загруженным как для студентов, так и для преподавателей, принимающих домашние задания; у студентов падает эффективность обучения за счет меньшего погружения в предмет.

Поэтому важно разработать способ мотивации студентов к выполнению заданий, и в рамках балльной системы это можно сделать как при помощи установления дедлайнов, так и с помощью введения вознаграждений в виде определенного количества баллов за выполнение заданий.

Рассматривается симуляционная модель выполнения обязательных заданий, основанная на работе [1], в которой агенты с заданными параметрами планируют выполнение заданий с известными размерами вознаграждений. Агент планирует выполнить задание в день t с нагрузкой $u(t)$, если стоимость начала работы (цена прокрастинации) не превышает воспринимаемый им размер вознаграждения.

В рамках данной работы модель была дополнена с учетом возможности выбора и распределения баллов вознаграждений, а так же введен механизм инфляции баллов. Разработан симулятор и алгоритм, оптимизирующий количество сделанных домашних заданий. Проведено сравнение со стандартными средствами оптимизации черного ящика [2] [3].

[1] Maria Saez-Marti, Anna Sjögren Deadlines and distractions // Journal of Economic Theory. - 2008. - С. 153-176.

[2] GitHub URL: <https://github.com/robertfeldt/BlackBoxOptim.jl/>

[3] A gradient-free optimization platform // Nevergrad URL: <https://facebookresearch.github.io/nevergrad>

Применение вероятностного поиска с запретами для задачи составления расписания в школе английского

А.И. Ляпин

Новосибирский государственный университет

Задача составления расписания заключается в создании плана занятий или событий в определенном порядке на заданный период времени, обычно в школе, колледже, университете или другом учебном заведении. Для создания расписания, соответствующего потребностям учебного заведения, предполагается работа с множеством ограничений, таких как доступность классов, доступность учителей и расписания учащихся. Цель - найти наилучшее из возможных расписаний, которое удовлетворяет всем ограничениям. В настоящей работе рассматривается задача, в которой помимо составления расписания, необходимо сформировать группы(классы) учеников. Формирование групп происходит на основе списка заявок, в которых указаны свободное время и курс студента. Созданные группы должны удовлетворять следующим условиям: курс учеников в группе совпадает, занятия проходят два раза в неделю, в разные не соседствующие дни, все студенты в это время свободны. При построении решения требуется максимизировать число обучающихся, при этом обеспечивая высокую плотность студентов в группах. В данной работе представлен эвристический алгоритм, опирающийся на вероятностный поиск с запретами. Результаты численных экспериментов показали, что разработанный алгоритм обладает небольшой относительной погрешностью и малым временем работы на входных данных, соответствующих реальным задачам.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук И.А. Давыдов

Кодовые расстояния кодов из матриц Уилсона $W_{2,l}$ и $W_{3,l}$

А.Д. Марьин

Новосибирский государственный университет

Двоичным кодом длины n называется некоторое множество двоичных векторов длины n . Код C называется *линейным*, если он является подпространством двоичного векторного пространства размерности n . *Кодовое расстояние* кода C – это минимальное расстояние Хэмминга между двумя различными кодовыми словами x и y кода C . Матрица H , имеющая r строк и n столбцов называется *проверочной матрицей* кода C , если $Hx^T = 0^r$ тогда и только тогда, когда $x \in C$. Через $W_{s,l}^N$ будем обозначать *матрицу Уилсона*, строки которой пронумерованы s – элементными, а столбцы l – элементными подмножествами множества $\{1, \dots, N\}$ элемент (U, V) которой равен 1 тогда и только тогда когда подмножество U содержится в подмножестве V и 0 иначе. Определим код $C_{s,l}^N$ как линейный код с проверочной матрицей $W_{s,l}^N$.

Введенные выше матрицы $W_{s,l}^N$ часто возникают в разнообразных проблемах теории кодирования, например, в задачах локального восстановления данных [1] и комбинаторике [3], [4].

Данная работа посвящена вычислению минимальных расстояний кодов $C_{s,l}^N$. При $s = l - 1$ и любых $l > 1$, N в работах [1] и [2] было найдено минимальное расстояние кода $C_{s,l}^N$.

Для построения кодовых слов малого веса был использован язык тагма.

Теорема 1. Пусть d – минимальное расстояние кода $C_{2,l}^N$. Тогда, при больших N , верно следующее:

1. $d = 4$, если $l = 3$;
2. $d = 6$, если l нечетно и $l > 3$
3. $d = 7$, если l кратно 4;
4. $d = 8$, если l кратно 2 и некратно 4.

Отметим, что теорема выше полностью была доказана аналитически.

Помимо кодовых расстояний, были также получены все кодовые слова весов вплоть до 9. Анализ полученных решений позволил улучшить оценку снизу для кодового расстояния кодов $C_{3,l}^N$ при нечетном l .

Теорема 2. Пусть d – минимальное расстояние кода $C_{3,l}^N$. Тогда, при нечетном l , верно следующее:

$$d \geq 10.$$

-
- [1] Wang, Z. Zhang, M. Liu, Achieving arbitrary locality and availability in binary codes, IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), 1866-1870, 2015.
 - [2] V. N. Potapov, Splitting of hypercube into k-faces and DP-colorings of hypergraphs (Published online), arXiv: 1905.04461, 2019.
 - [3] R. M. Wilson. On set systems with restricted intersections modulo p and p -ary t -designs. Discrete mathematics, 309(3), 606-612, 2009.
 - [4] D. de Caen A note on the ranks of set-inclusion matrices. Department of Mathematics and Statistics Queen's University Kingston, Ontario, Canada, 2001.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. И.Ю. Могильных

О покрытии циклами графа с ограниченной древовидной шириной

С.В. Миркина

Новосибирский государственный университет

Веллер и др. [1] сформулировали следующую NP-полную задачу комбинаторной оптимизации в контексте реконструкции ДНК. Даны граф G с четным числом вершин, совершенное паросочетание M , весовая функция $\omega : E \setminus M \rightarrow \mathbb{N}$ и числа $\sigma_p \in \mathbb{N}$, $\sigma_c \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{N}$. Путь или цикл p назовем *чередующимся* относительно паросочетания M , если каждое второе ребро p принадлежит M . Требуется понять существует ли такое подмножество $S \subseteq E \setminus M$, что $G(S \cup M)$ является набором не более чем σ_p чередующихся путей и σ_c чередующихся циклов общего веса $\omega(S) \geq k$.

В [1] предложен параметризованный алгоритм, работающий за время $O(tw^{tw})poly(n, \sigma_p, \sigma_c)$, где tw — ширина древовидного разложения, а $n = |V|$. Мы предполагаем, что с помощью подхода Бодландера и др. [2] этот результат можно улучшить до времени работы $2^{O(tw)}poly(n)$. Первым шагом к получению такой трудоемкости является поиск покрытия графа σ_c циклами:

Вход: граф $G = (V, E)$, $\sigma_c \in \mathbb{N}$.

Требуется: определить, существует ли покрытие графа G σ_c непересекающимися циклами.

На докладе будет представлен алгоритм, работающий за данное время:

Теорема 1. *Задача о покрытии графа G не более чем σ_c циклами решается за время $2^{O(tw)}poly(n)$.*

[1] M. Weller, A. Chateau, R. Giroudeau: Exact approaches for scaffolding. BMC Bioinformatics 2015 16(Suppl 14):S2.

[2] H.L. Bodlaender, M. Cygan, S. Kratsch, J. Nederlof: Deterministic single exponential time algorithms for connectivity problems parameterized by treewidth. Information and Computation 243(2015) 86-111

Научный руководитель – Д-р естеств. наук (PhD) Р.А. ван Беверн

**Алгоритмы с оценками для некоторых труднорешаемых
многокластерных максиминных задач кластеризации**

С.М. Нещадим

Новосибирский государственный университет

В данной работе рассматриваются три задачи нахождения семейства непесекающихся подмножеств в конечном множестве точек евклидова пространства. Моделируемая рассматриваемыми задачами проблема возникает, например, в анализе и интерпретации данных, машинном обучении и распознавании образов.

Во всех рассматриваемых задачах требуется максимизировать размер минимального по мощности кластера так, чтобы в каждом кластере суммарный внутрикластерный разброс точек относительно центра кластера не превышал заранее заданного порога. В первой задаче центры кластеров — произвольные, но заданные на входе точки пространства. Во второй задаче центры кластеров неизвестны, но принадлежат входному множеству. В третьей задаче центром кластера служит среднее арифметическое всех его элементов.

Известно [1], что двухкластерные случаи всех трёх рассматриваемых задач NP -трудны даже в одномерном случае. Одним из результатов данной работы является доказательство NP -трудности рассматриваемых задач для произвольного фиксированного числа кластеров, даже в одномерном случае.

Другим результатом работы являются приближенные алгоритмы с гарантированными оценками точности для всех трех задач, при фиксированном количестве кластеров. Для первых двух задач предложены $1/K$ -приближенные полиномиальные алгоритмы для произвольной размерности пространства, где K — фиксированное количество кластеров. Также $1/K$ -приближенный полиномиальный алгоритм построен для одномерного случая третьей задачи.

[1] Khandeev V., Neshchadim S. Max-Min Problems of Searching for Two Disjoint Subsets // Lecture Notes in Computer Science, vol. 13078, p. 231-245. https://doi.org/10.1007/978-3-030-91059-4_17

Научный руководитель — канд. физ.-мат. наук В. И. Хандеев

Оптимизация алгоритма поиска гарантированного числа активаций в криптографических XS-схемах и его применение к анализу и дизайну шифров

Д.Р. Парфенов

Новосибирский государственный университет

XS-схемы используются как удобное представление криптографических примитивов определённого вида, позволяющее выражать их криптографические свойства средствами линейной алгебры и абстрагироваться от конкретных S-блоков. XS-схема определяется тройкой параметров (a, B, c) , где a — вектор-столбец, а c — вектор-строка размерности n , а B — $n \times n$ матрица. Гарантированное число активаций является важной криптографической характеристикой, позволяющей получить оценку стойкости криптографического примитива на основе XS-схем к разностному криптоанализу [1].

В данной работе предложена дополнительная оптимизация алгоритма вычисления гарантированного числа активаций, предполагающая замену вычисления ранга матрицы соответствующей XS-схемы на проверку префикса пути в дереве перебора. Предлагаемый алгоритм был реализован, и дал двукратный прирост производительности по сравнению с предыдущим вариантом.

С использованием оптимизированной версии алгоритма было проведено несколько вычислительных экспериментов, направленных на перебор XS-схем размерности меньше 8 и были найдены их гарантированные числа активаций. На основе полученных данных была предложена конструкция XS-схем переменной размерности, обладающая оптимальными числами активации. Также, было предложено достаточное условие, позволяющее выявлять потенциально наименее стойкие схемы, обладающие минимальными гарантированными числами активации:

Теорема 1. Пусть (a, B, c) — XS-схема в первой канонической форме размерности n и $a + b = (1, 0, \dots, 0)$. Тогда k -ая активация происходит на раунде kn .

[1] С. В. Агиевич. XS-circuits in block ciphers // Матем. вопр. криптогр. 2019, №10 (2). с. 7–30

Профили графских инвариантов

З.О. Полынская

Новосибирский государственный университет

Для всякой оптимизационной задачи можно построить ее так называемый профиль – функцию, которая каждому целому неотрицательному числу n сопоставляет количество объектов, на которых количество оптимальных решений равно в точности n . В нашей работе в качестве исследуемых объектов рассмотрены графы с фиксированным числом вершин, а в качестве оптимизационной задачи поиск в них гамильтонова цикла. Компьютерные эксперименты подтвердили следующие закономерности.

1. При увеличении параметров профиль является асимптотически унимодальным.
2. С одной стороны от максимума профиль ведет себя монотонно, а с противоположной – кусочно-монотонно
3. Профиль имеет провалы, частота которых растет с увеличением параметров
4. Профили ряда оптимизационных задач сводятся к вычислению инвариантов диаграмм Юнга.

Затем в качестве оптимизационной задачи был рассмотрен поиск подграфов, образующих открытые/закрытые треугольники и их дополнения. Были получены следующие закономерности.

1. Профили для подграфа и его дополнения совпадают.
2. Профили для подграфов отличаются при увеличении параметров; для профиля первого типа характерен обрыв по одну сторону от максимума и асимптотическая унимодальность, для второго – симметричность относительно максимума.
3. Профиль ведет себя кусочно-монотонно
4. С увеличением размерности задачи профиль становится более островершинным

[1] Ф.Харари ТЕОРИЯ ГРАФОВ М.: Мир, 1973, 300

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук С.В. Августинovich

**О модификации метрик динамических систем
для задачи кластеризации временных рядов**

Д.В. Рыжков

Новосибирский государственный университет

В работе рассматривается задача кластеризации одномерных временных рядов, поведение которых можно описать некоторой динамической системой. Используемый подход к данной задаче заключается в том, что временным рядам сопоставляются описывающие их динамические системы типа АРСС и кластеризация проводится уже в пространстве динамических систем. То есть задача кластеризации временных рядов при таком подходе сводится к задаче кластеризации динамических систем.

Для решения задачи кластеризации динамических систем необходимо определить метрики в пространстве динамических систем. В работе предложены модификации класса спектральных метрик динамических систем [1], исследованы их аналитические свойства, необходимые для численного подсчета, проведен набор численных экспериментов на синтетических данных для сравнения предложенных модифицированных метрик с классами спектральных и кепстральных метрик. Показано, что в проведенных численных экспериментах предложенная модификация не ухудшает качество кластеризации и в некоторых случаях значительно улучшает его. А также то, что модификация исправляет некоторые недостатки спектральных метрик, указанные в работе [1].

[1] Jeroen Boets, Katrien De Cock, Bart De Moor, DISTANCES BETWEEN DYNAMICAL MODELS FOR CLUSTERING TIME SERIES, IFAC Proceedings Volumes, Volume 39, Issue 1, 2006, Pages 392-397.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. А.А. Ломов

О задаче кластеризации ребер больших графов

Д.А. Скачков

Московский физико-технический институт

Рассмотрим неориентированный граф $G = (V, E)$, настолько большой, что хранить его целиком на одной машине не представляется возможным. Тогда естественным образом возникает задача распределения графа по нескольким машинам. А именно, для заданных $p \in \mathbb{N}$ и $\alpha \in [1, +\infty)$ требуется найти “сбалансированное” разбиение

$$E = E_1 \uplus E_2 \uplus \dots \uplus E_p \quad (1)$$

множества ребер, такое что, для любого $i \in \{1, 2, \dots, p\}$,

$$|E_i| \leq \alpha \cdot \frac{|E|}{p}. \quad (2)$$

Качество разбиения оценивается относительно числа машин, на которые распределяются рёбра, инцидентные одной вершине v , то есть,

$$rf(v) = |\{E_i \mid \exists u \in V : \{u, v\} \in E_i\}|. \quad (3)$$

А именно, минимизируется среднее значение этой величины по всем вершинам

$$\mathbf{RF} := \frac{1}{|V|} \sum_{v \in V} rf(v) \rightarrow \min \quad (4)$$

при ограничениях 1 и 2. Получены следующие результаты:

1. Потребление памяти алгоритма из [1] сокращено до логарифмической.
2. Доказана оценка значения \mathbf{RF} в худшем случае для классического жадного алгоритма (см., например, [2]), предложена потоковая версия, требующая $O(\min\{p, |V|\} \log |E|)$ памяти.
3. Предложена дерандомизация алгоритма из [1], позволяющая за полиномиальное время найти разбиение со значением $\mathbf{RF} = O(\sqrt{p})$.
4. Для графов вершинного покрытия размера $o(\frac{|V|}{p})$ предложен экспоненциальный алгоритм, позволяющий добиться результата $\mathbf{RF} = O(\log p)$.

-
- [1] Chenzi Zhang, Fan Wei, Qin Liu, Zhihao Gavin Tang, and Zhenguo Li. 2017. Graph Edge Partitioning via Neighborhood Heuristic. In Proceedings of the 23rd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD '17). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 605–614. <https://doi.org/10.1145/3097983.3098033>
- [2] Yifan Li. Edge partitioning of large graphs. Social and Information Networks [cs.SI]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2017. English. NNT : 2017PA066346 . tel-01956979

Научный руководитель – д-р естеств. наук (PhD) Р.А. ван Беверн

Динамическая задача упаковки в контейнеры с конфликтами

М.А. Стененко

Новосибирский государственный университет

В задаче упаковки в контейнеры предметы известных размеров необходимо упаковать в минимальное количество одинаковых контейнеров ограниченной вместимости. В задаче с конфликтами, если имеется конфликт между двумя предметами, их нельзя упаковывать в один контейнер. Еще более сложной представляется динамическая задача [1], где имеется некоторый горизонт планирования, и для каждого предмета задано окно, в течении которого предмет должен находиться в контейнере. Такая задача имеет приложения во многих сферах: составление расписаний, облачные вычисления, транспортные задачи.

Для решения данной задачи разработан приближенный алгоритм, основанный на методе генерации столбцов. Для моментов времени с максимальной нагрузкой решаются статические задачи, которые дают нижние оценки оптимума. Для нахождения верхних оценок допустимые решения статических задач распространяются на весь горизонт планирования с помощью эвристики, основанной на поиске универсального набора упаковок. Алгоритм запрограммирован на языке C++. Приводятся результаты расчетов на реальных данных с числом предметов до 7000.

-
- [1] Furini, F., Shen, X. (2018). Matheuristics for the Temporal Bin Packing Problem. In: Amodeo, L., Talbi, EG., Yalaoui, F. (eds) Recent Developments in Metaheuristics. Operations Research/Computer Science Interfaces Series, vol 62. Springer, Cham.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Ю. А. Кочетов

Задача об устойчивом вершинном покрытии

С.Ю. Утюпин

Новосибирский государственный университет

Рассматривается игра защитник-атакующий, представляющая собой один шаг игры, фигурирующей в определении вечного вершинного покрытия, предложенной в [1]. Пусть задан обыкновенный связный граф. Защитнику разрешено размещать охранников в некоторых вершинах графа так, чтобы вершины, в которых размещены охранники, образовывали вершинное покрытие. Атакующий может атаковать одно ребро. При этом, если в вершине, инцидентной атакованному ребру, находится охранник, он перемещается по данному ребру в соседнюю вершину. Помимо этого защитник может переместить некоторых охранников в вершины, соседние с их текущим местоположением. Если после ответа на атаку расстановка охранников снова образует вершинное покрытие, то считаем, что начальное вершинное покрытие было устойчивым по отношению к атаке на выбранное ребро. Задача состоит в том, чтобы определить, является ли заданное вершинное покрытие устойчивым по отношению к атаке на любое из ребер.

Для проверки свойства устойчивости покрытия по отношению к атаке на заданное ребро сформулирована вспомогательная задача смешанно-целочисленного линейного программирования. На ее основе разработана процедура проверки свойства устойчивости вершинного покрытия, обсуждаются вопросы устойчивости покрытия в ситуации повторяющегося игрового взаимодействия.

[1] **William F. Klostermeyer** and **Christina M. Mynhardt** Edge protection in graphs, *Australas. J Comb.* **45**, 235–250 (2009).

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, А.А. Мельников

**Алгоритм локального поиска для
построения расписаний учебных занятий**

А.А. Цыганов

Новосибирский государственный университет

Рассматривается задача построения расписаний учебных занятий в постановке с соревнования International Timetabling Competition 2019 [1]. Задано множество занятий, каждому из которых предписаны группа студентов и преподаватель, множество подходящих аудиторий, временные слоты, а также штрафы за выбор того или иного варианта. Имеются дополнительные мягкие и жесткие ограничения на подмножества занятий. Они задают требования и предпочтения преподавателей и учебного заведения по расположению занятий в течение семестра. Требуется построить расписание с минимальной суммой штрафов.

Для решения задачи разработан алгоритм локального улучшения по окрестностям большой мощности [2]. На каждой итерации формируется подмножество занятий и для них решается задача перестройки расписания. Если удалось улучшить значение целевой функции, то полученное решение вставляется в общее расписание. Алгоритм реализован на языке Python. Приводятся результаты расчетов на примерах с числом занятий до 2700 и сравнение с результатами пакета Gurobi.

[1] Müller T., Rudová H., Müllerová Z. University course timetabling and International Timetabling Competition 2019. In Proceedings of PATAT-2018, pages 5–31, 2018.

[2] Taillard, É.D., Voss, S. (2002). Popmusic — Partial Optimization Metaheuristic under Special Intensification Conditions. In: Essays and Surveys in Metaheuristics. Operations Research/Computer Science Interfaces Series, vol.15. Springer, Boston, MA.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Ю.А. Кочетов

Метаэвристики для задачи маршрутизации транспорта для утилизации отходов

Д.А. Чистяков

Новосибирский государственный университет

В данной работе исследуются проблема маршрутизации транспорта для утилизации отходов и возможность применения метаэвристик для поиска эффективного решения.

Задача определяется на полном графе, множество вершин которого разделено на черные и белые. Требуется спроектировать кратчайший маршрут, посещающий все белые вершины, при котором выполняются следующие ограничения:

1. Каждая белая вершина (пункт сбора) имеет свой груз q_i и может быть посещена только один раз;
2. Вместимость транспорта ограничена целым числом Q ;
3. Посещение чёрных вершин (пунктов утилизации) разрешено неограниченное количество раз, и при каждом посещении транспортом его загрузка сбрасывается до нуля.

Для задачи разработаны две метаэвристики: алгоритм имитации отжига и алгоритм муравьиной колонии, и построена модель целочисленного линейного программирования, которая позволяет использовать для решения задачи пакет оптимизации Gurobi. Проведено сравнение результатов работы этих алгоритмов между собой и с решениями, полученными пакетом Gurobi. Исследование показывает, что на примерах большой размерности метаэвристики находят решения, близкие к оптимальным, за меньшее время, чем неспециализированные пакеты оптимизации.

Результаты исследования могут быть полезны организациям, которые занимаются утилизацией отходов, для оптимизации их операций по сбору и вывозу, что приведет к более эффективному построению маршрутов и уменьшению затрат. Кроме того, результаты исследования расширяют область применения метаэвристических алгоритмов, подчеркивая их универсальность и потенциал для более широкого применения.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. А.В. Кононов

**Локализация оптимумов для цеховых задач теории расписаний:
улучшение компьютеризированного подхода.**

А.Д. Чечушков

Новосибирский государственный университет

Целью исследования является нахождение точных интервалов локализации оптимумов для многостадийных задач теории расписаний с помощью компьютеризированного подхода, основанном на методе ветвей и границ. Идея этого подхода разработана С.В. Севастьяновым и И.Д. Черных и применялась ими для локализации оптимумов трехмашинной задачи Open shop в 1998 году.

Получены следующие результаты.

1. Написана универсальная программа на языке C++, которую можно применять для исследования как классических многостадийных задач, так и для моделей с дополнительными параметрами, например, задач с маршрутизацией машин.

2. Опробован ряд идей для ускорения работы программы построения доказательства. На тестовых примерах наблюдается ускорение работы в несколько раз.

3. Получены новые результаты по локализации оптимумов для ряда задач теории расписаний. Одной из исследованных задач является так называемая задача Open shop с маршрутизацией.

Ранее для двухмашинной задачи open shop с маршрутизацией было известно, что оптимум не превосходит $6/5$ от стандартной нижней оценки для транспортной сети, являющейся деревом. Была высказана гипотеза, что такая же оценка сохраняется для произвольной транспортной сети. В ходе моей работы эта гипотеза была опровергнута на циклах длины 4. Найден пример, для которого оптимум отличается от нижней оценки в $5/4$ раз и доказано, что такая же оценка справедлива для любого примера двухмашинной задачи на цикле длины 4. Эти результаты получены с помощью компьютерной программы.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. И.Д. Черных

Исследование циклической структуры обобщенных блинчиковых графов

И.М. Шаповалова

Новосибирский государственный университет

Обобщенные блинчиковые графы являются обобщением известных ранее блинчиковых графов [1] и двухсторонних блинчиковых графов, используемых в области генетики и моделировании компьютерных сетей.

Определение. Обобщенный блинчиковый граф - ориентированный граф, набор вершин которого представляет из себя набор k -цветных перестановок. Направленное ребро из $\pi_1 \in P_k(n)$ в $\pi_2 \in P_k(n)$ строится в том случае, если π_1 можно преобразовать в π_2 с помощью префикс-реверсала длины l с увеличением цвета, который меняет порядок и увеличивает цвет по модулю мощности палитры k первых l символов.

Впервые данный объект был введен в работе [2], в которой изучали гамильтоновы циклы в обобщенных блинчиковых графах и алгоритмы поиска. Введенный объект новый, его особенности и свойства изучались только в работах [2] и [3]. В работе изучена циклическая структура обобщенных блинчиковых графов: исследованы обхваты ориентированного графа, обхваты соответствующего данному ориентированному графу неориентированного графа и их зависимость от мощности палитры, заданного для данных графов, и длины перестановок.

-
- [1] W. H. Gates, C. H. Papadimitriou. Bounds for sorting by prefix reversal. *Discrete Math*, 1979, Vol. 27, Pp 47-57.
 - [2] B. Cameron, J. Sawada, A. Williams. A Hamilton Cycle in the k -Sided Pancake Network, 2021, Vol. 12757 of *Lecture Notes in Computer Science*, Pp. 137—151.
 - [3] Ben Cameron, Joe Sawada, Wei Therese, Aaron Williams. Hamiltonicity of k -Sided Pancake Networks with Fixed-Spin: Efficient Generation, Ranking, and Optimality, 2021.

Научный руководитель – канд. техн. наук, доц. Е.В. Константинова

Задача упаковки гистограмм в полосу

К.И. Шаранхаев

Новосибирский государственный университет

Задача упаковки гистограмм в полосу формулируется следующим образом. Задано множество гистограмм, каждая из которых состоит из нескольких столбцов единичной длины и высоты не более 1, а также горизонтальная полоса единичной высоты, которая разбита на ячейки – квадраты со стороной 1. Требуется найти допустимую упаковку гистограмм в минимальное число ячеек полосы. При этом, в допустимой упаковке столбцы каждой гистограммы нельзя менять местами и разрывать, но можно перемещать вертикально в пределах полосы.

Ранее достаточно детально была исследована задача упаковки гистограмм, состоящих из двух столбиков каждая, которая является обобщением NP-трудных задач упаковки в контейнеры и двумерной векторной упаковки [1, 2], [4, 5]. А также ранее была рассмотрена задача упаковки в полосу гистограмм, состоящих из трёх столбиков каждая. Были предложены несколько полиномиальных алгоритмов для построения приближенных упаковок, как для общего, так и для частных случаев [3].

Если в каждой гистограмме один столбик имеет высоту больше $1/2$, то мы называли её 1-большой. Если два столбика выше $1/2$, то такая гистограмма 2-большая.

В данной работе предложен новый полиномиальный алгоритм упаковки гистограмм и получены нетривиальные гарантированные оценки точности для частных случаев 1- и 2-больших гистограмм, состоящих из трех столбиков и $(k - 1)$ -больших гистограмм состоящих из k столбиков.

-
- [1] Erzin A., et al.: Two-Bar Charts Packing Problem. Optimization Letters 15(6), 1955-1971 (2021)
 - [2] Erzin A., et al.: A $3/2$ -approximation for big two-bar charts packing. J. of Combinatorial Optimization 42, 71-84 (2021)
 - [3] Three-Bar Charts Packing Problem. Communications in Computer and Information Science 1739
 - [4] A. Erzin, V. Shenmaier. An Improved Approximation for Packing Big Two-Bar Charts // Journal of Mathematical Sciences, v. 267, No. 4, 465-473, 2022 <https://doi.org/10.1007/s10958-022-06151-w>
 - [5] Adil Erzin, Alexander Kononov, Georgii Melidi, Stepan Nazarenko. A $4/3$ -OPT+ $2/3$ approximation for big two-bar charts packing problem. <https://arxiv.org/abs/2212.00944>

Научный руководитель – д-р. физ.-мат. наук, проф. А. И. Ерзин

Алгоритмы приближенного решения задачи Open Shop с маршрутизацией и работами на ребрах

А.С. Шигина

Новосибирский государственный университет

В задаче Open Shop с маршрутизацией заданы множество работ и множество машин. Работы расположены в вершинах транспортной сети, заданной неориентированным реберно-взвешенным графом. Машины перемещаются по транспортной сети, выполняя операции и подчиняясь ограничениям классической задачи Open Shop. Изначально все машины находятся в одной вершине - базе - и должны вернуться в нее после выполнения всех операций. Цель задачи - минимизировать длину расписания, равную времени завершения последнего действия, будь то перемещение в базу или выполнение операции в базе. В работе [1] доказано, что задача NP -трудна для двух машин и двух вершин, а также для двух машин существует приближенный алгоритм с оценкой $\frac{13}{8}$, который описан в работе [2].

В моей работе рассматривается обобщение данной задачи, в которой работы могут быть расположены не только в вершинах, но и на ребрах транспортной сети. На ребре может быть расположено не более одной работы. Выполнение работы на ребре не препятствует перемещению других машин по данному ребру.

В результате описан 2-приближенный алгоритм для задачи Open Shop с маршрутизацией и работами на ребрах, найден точный интервал локализации оптимума для частного случая данной задачи с простой структурой транспортной сети.

[1] Averbakh I., Berman O., Chernykh I. The routing open-shop problem on a network: complexity and approximation. European Journal of Operational Research. 2006. Vol. 173, No.2, P. 521-539.

[2] Chernykh, I., Kononov, A.V., Sevastyanov, S.: Efficient approximation algorithms for the routing open shop problem. Computers & Operations Research 40(3), 841–847 (2013).

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. И.Д. Черных

Алгоритм решения задачи о рюкзаке с прямоугольными объектами при ограничениях на расположение центра тяжести

С.М. Шперлинг

Новосибирский государственный университет

Задан набор объектов прямоугольной формы, а также большой прямоугольник (рюкзак). Для каждого объекта известна длина, ширина и масса, а для рюкзака — длина и ширина. Наша задача найти поднабор объектов и их упаковку в рюкзаке без пересечений, чтобы разница между их общим центром тяжести и геометрическим центром рюкзака не превосходила заданной величины по каждой из осей, а пустое место в рюкзаке было бы минимальным.

Для решения этой задачи построена модель частично-целочисленного линейного программирования. Модель позволяет находить оптимальные решения задачи при небольшой размерности, до 50 объектов. Для случаев с большим количеством объектов, разработан алгоритм имитации отжига, в котором решения представляются в виде перестановок, а в роли декодирующей процедуры выступает известный skyline алгоритм [1]. Ограничение на расположение центра тяжести включается в целевую функцию в виде штрафа за выход центра тяжести из требуемой зоны. Для поиска соседних решений два объекта меняются местами в перестановке, а при нарушении ограничений используется специальное правило для сдвига центра тяжести в нужную сторону.

Приводятся результаты численных экспериментов для примеров с числом прямоугольников до 300. В одном случае тестовые данные строятся таким образом, что мы знаем оптимальное решение. Для следующих экспериментов, мы изменяем предыдущие тестовые данные таким образом, что бы иметь лишь решение, близкое к оптимальному, отличающееся от него на 1-5%.

[1] I. Vasilyev, A. V. Ushakov, M. V. Barkova: Fast Heuristic Algorithms for the Multiple Strip Packing Problem. CCIS, vol. 1476, 285 - 297 (2021).

Научный руководитель — д-р физ.-мат. наук, проф. Ю.А. Кочетов

О якобиане и сложности дельта-графа

И.Н. Юдин

ИМ СО РАН, Новосибирск

Пусть G - конечный связный граф. Понятие сложности для графа возникает по-разному. Например, он может варьироваться от простых параметров, таких как количество ребер или вершин, до количества порождающих деревьев или корневых порождающих лесов графа. Все вышеупомянутые инварианты могут быть найдены как функция собственных значений оператора Лапласа графа. Итак, они являются спектральными инвариантами.

Сложность графа играет важную роль в статистической физике, где рассматриваются графы с произвольно большим числом вершин [1]. Группа Якобиана допускает естественную интерпретацию в различных областях физики, теории кодирования и финансовой математики.

Мы упоминаем, что количество порождающих деревьев и количество порождающих корневых лесов для циркулянтных графов выражаются в терминах полиномов Чебышева [3]. В настоящей работе мы рассматриваем разложение графа циклов на 3 вершины, так называемый Δ -граф. Мы находим количество порождающих деревьев и корневых порождающих лесов и исследуем структуру якобиана.

Теорема 1. *Число порождающих деревьев в графе $\tau(n)$ в графе $\Delta(n; k, l, m)$ дается формулой*

$$\tau(n) = \frac{n}{k^2 + l^2 + m^2} \prod_{p=1}^{s-1} |2T_n(w_p) - 2|,$$

где $s = k + l + m$, и $w_p, p = 1, 2, \dots, s - 1$ — все отличные от единицы корни алгебраического уравнения

$$Q(w) = -2 - A(w) - B(w) - C(w) + A(w)B(w)C(w) = 0.$$

При этом, $A(w) = 4 - 2T_k(w)$, $B(w) = 4 - 2T_l(w)$, $C(w) = 4 - 2T_m(w)$ и $T_j(w)$ — полином Чебышева j -го порядка первого рода.

Теорема 2. Число корневых порождающих лесов в Δ -графе $\Delta(n; k, l, m)$ дается формулой

$$f(n) = \prod_{p=1}^s |2T_n(w_p) - 2|,$$

где $w_p, p = 1, 2, \dots, s$ — все корни алгебраического уравнения $\tilde{Q}(w) = 0$,

$$\tilde{Q}(w) = \det \begin{pmatrix} K & -1 & -1 \\ -1 & L & -1 \\ -1 & -1 & M \end{pmatrix},$$

При этом, $K(w) = 5 - 2T_k(w)$, $L(w) = 5 - 2T_l(w)$, $M(w) = 5 - 2T_m(w)$ и $T_j(w)$ — полином Чебышева j -го порядка первого рода.

[1] F. Y. Wu, Number of spanning trees on a lattice, J. Phys. A: Math. Gen. 10, (1977), L113–115.

[2] Zhang Yuanping, Yong Xuerong, M.J. Golin, The number of spanning trees in circulant graphs, Discrete. Math., 223 (2000), no.1, 337–350.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. А.В. Тетенов

Гиперэвристики для построения расписаний на параллельных машинах с транспортными роботами

А.Д. Юськов

Новосибирский государственный университет

Имеется конечный набор заказов для упаковки на параллельных машинах. Каждый заказ состоит из нескольких предметов, хранящихся на складе на специальных поддонах. На каждом поддоне предметы одного типа. Для упаковки заказа поддоны необходимо доставить при помощи транспортных роботов, произвести упаковку заказа, а затем вернуть поддоны на склад. Каждый заказ может быть выполнен на одной из нескольких упаковочных машин. Во время упаковки поддоны хранятся в специальной буферной зоне ограниченной вместимости. Буферная зона общая для всех машин, они могут пользоваться всеми поддонами одновременно. Количество транспортных роботов ограничено. Требуется построить расписание минимальной длины.

Для решения задачи рассмотрен новый подход к построению оптимизационных алгоритмов: гиперэвристики. Гиперэвристика – это метод поиска, направленный на автоматизацию процесса выбора, комбинирования, обобщения или адаптации нескольких более простых эвристик (или их частей) для эффективного решения вычислительной задачи.

В работе произведено интегрирование предложенной задачи в фреймворк NuFlex [1]. Реализован набор низкоуровневых эвристик, учитывающих особенности конкретной задачи, а также разработаны два высокоуровневых алгоритма, использующие идею «популяции» решений. Произведено сравнение данных алгоритмов с алгоритмами локального поиска [2]. Результаты показывают эффективность нового подхода.

[1] Ochoa G. et al. Nuflex: A benchmark framework for cross-domain heuristic search // European conference on evolutionary computation in combinatorial optimization. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2012. – С. 136-147.

[2] Yuskov A., Kochetov Y. Local search heuristics for the identical parallel machine scheduling with transport robots // The International Journal of Artificial Intelligence, 2023 (accepted).

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Ю. А. Кочетов

Авторский указатель

- Абдулатыпов Р.Р., 166
Афанасьев В.А., 47
Акентьев В.В., 241
Аксюк И.А., 191
Алехин Д.А., 168
Алеко А.С., 242
Алексеев В.С., 82
Алешина Д.А., 123
Аллабергенова К.Б., 84
Анищенко Д.М., 45
Аношин С.А., 68
Антошкин А.А., 46
Арендаренко М.С., 118
Арнольд А.Ю., 169
Астахов В.С., 243
Бабенко М.А., 99
Бахарев А.О., 244
Быков Д.А., 248
Бородин С.О., 245
Бородулина А.Д., 119
Братчиков Д.С., 69
Брылякова Е.В., 49
Брызгалов В.Л., 192
Брызгунов П.А., 142
Бритик А.А., 205
Бунькова Е.А., 246
Бураков В.С., 247
Бянкин В.Е., 123
Цекот М.В., 190
Цыбенова Э.В., 129
Цыганов А. А., 274
Цзябинь Чжун, 221
Чао Х., 201
Чечушков А.Д., 276
Чепеленкова В.Д., 220
Черненко И.М., 224
Чистяков Д.А., 275
Чужинов Б.Б., 98
Чжан Т., 201
Чжэн П., 202
Дерюгин Ф.Ф., 123
Дорожкина М.С., 74
Досполова М.К., 228
Дрегля Сидоров Л.Р.Д., 101
Друзева Д.К., 172
Дьяконов Р.Г., 209
Ефремов Е.В., 229
Ефремов М.Е., 174
Емельянов М.К., 129
Фахриддинов Ж.Ш., 97
Файзуллаев Ш.Ш., 236
Гильмутдинов В.Р., 123
Гилёва К.И., 170
Гимранов С.А., 87
Голуб Е.С., 208
Голубев А.Ю., 251
Городилов Д.В., 125
Григорьевская А.А., 253
Губер А.В., 72
Гудько А.С., 127
Гусарева Н.С., 171
Гущин В.Е., 128, 140
Гутова М.В., 254
Гузевский В.А., 193
Хэ Ш., 200
Холияров У.А., 164
Ильиных И.Д., 104
Ипполитов М.С., 194
Ищенко А.Д., 222
Иванова Ю.А., 132

Ивойлов Д.А., 134
Камалов У.П., 88
Кармушин С.Р., 211
Киреева А.Е., 255
Клоков А.Е., 256
Кочарина А.Р., 139
Колинко И.П., 137
Коновалов Д.И., 257
Королёва Д.С., 258
Ковылина П.К., 136
Кудрявцева А.А., 213
Кульбаченко И.А., 128, 140
Кутбаев А.Б., 88
Ладыгин И.С., 259
Леонова Э.И., 141
Леонтьева В.Г., 176
Ли Ш., 195
Лоевец Э.Р., 261
Логинова В.С., 51
Лу Сяоцин, 89
Лукьянов А.Е., 230
Ляпин А.И., 262
Люлинцев А.В., 231
Макаренко И.Д., 105
Мальшев С.Б., 52
Маманазаров Д.С., 106
Марьин А.Д., 263
Мечник Д.А., 142
Мелошникова Н.П., 196
Мержоева Л., 214
Михаханова Т.С., 143
Миллер В.О., 91
Миркина С.В., 265
Морева М.А., 92
Мосеева Т.Д., 233
Мулляджанов И.И., 144
Нестерова А.В., 146
Нещадим С.М., 266
Новиков С.Д., 53
Нургалиев А.М., 148
Нурмахматов В.С., 107
Оксогоева И.П., 75
Островский М.А., 142
Ошмарина О.А., 94
Паньшин В.В., 54
Парфенов Д.Р., 267
Патрин Г.А., 149
Плеханов М.С., 150
Плевако Т.С., 76
Подгайнов А.В., 197
Подгорная Ю.С., 55
Подзолков П.Н., 152
Польнская З.О., 268
Попов М.А., 123
Попова М.Н., 108
Притупов Н.В., 178
Привалов Л.Ю., 78
Прохоров В.С., 109
Резлер А.В., 235
Рыскин Л.А., 58
Рыжков Д.В., 269
Родионов В.М., 57
Рогачева А.К., 154
Рудая Я.Е., 215
Ряженова А.А., 179
Сафаров Р.Ч., 110
Саидбаталов Д.Р., 155
Саидов С.С., 59
Сактоева К.П., 80
Салтыков И.Е., 125
Сараева К.П., 157
Сатров М.А., 181
Семков Я.А., 182
Сергеева В.Е., 184
Сибирякова Т.А., 217
Скачков Д.А., 270

Скиба В.С., 159
Скок Д.С., 60
Смелых К.А., 61
Смирнов И.А., 199
Соколов П.П., 62
Сортеева К.А., 160
Стародубцев Д.В., 185
Стененко М.А., 272
Степанищев С.В., 96
Стрелкова С.Е., 161
Сурнин П.С., 162
Шафигулин И.А., 203
Шапаренко В.С., 81
Шаповалова И.М., 277
Шаранхаев К.И., 278
Шарова А.В., 113
Шелепова А.Д., 238
Шеметова В.В., 114
Шепелев В.Д., 66
Шигина А.С., 279
Шлымбетов Н.Х., 204
Шперлинг С.М., 280
Тарраф Д., 163
Татарина Е.А., 111
Тимофеева О.В., 186
Тимошенко Е.В., 188
Ткачѐв И.В., 258
Тургунов И.М., 112
Уфимцев К.П., 219
Усиков А.В., 64
Утюпин С.Ю., 273
Утюпина В.Ю., 247
Вайцель Н.А., 85
Вардосанидзе О.Д., 206
Васюткин С.А., 207
Верховцев С.Д., 100
Вилков П.Ю., 86
Вишнева А.Г., 249
Владимиров С.Ю., 250
Воробьева Д.А., 121
Воронич А.П., 50
Воропаева Е.С., 122
Вотинцева Д.И., 71
Ядрихинский Х.В., 115
Яппарова А.Р., 165
Юдин И.Н., 281
Юськов А.Д., 283
Замараева Е.В., 210
Звягин М.А., 131
Жиркова Л.Н., 130
Жуков Я.В., 175
Журенков Я.А., 102
Abebe A.B., 226
Alekhin D.A., 6
Avzalov D.R., 7
Baranov I.N., 8
Batalov M.A., 67
Boldinov A.K., 10
Bratenkov M.A., 11
Chepelenkova V.D., 12
Dmitrachkov D.K., 14
Dudukalov D.V., 15
Gorenkov I.A., 13
Gutnik D., 116
Haris Muhammad, 239
Kamenev V.A., 16
Karmushin S.R., 17
Khalilov R.D., 19
Khodzitskii A.F., 43
Kovalevskaya M., 20
Kovalevskaya O.A., 21
Legchenko A.E., 22

Litvinenko D.E., 23
Liu Song, 116
Lozhnikov V.P., 24
Martirosyan S.A., 25
Maryanovskaya T.A., 26
Matroshilov N.O., 28
Matveeva E.E., 27
Mohammad Furqan Ali, 5
Motorin K.O., 29
Myagkikh K.S., 30
Novoselov K.V., 31
Pritupov N.V., 32
Qayyum Abdul, 240
Redko A.Y., 36
Shishin K.S., 33
Shukalo V.I., 35
Tatarinova E.A., 37
Tsydenov A.S., 38
Yunosheva E.V., 39
Zhukov I.V., 40
Zhukov O.V., 41

Содержание

PROBLEMS AND PROSPECTS FOR THE DEVELOPMENT OF THE SCIENTIFIC AND TECHNOLOGICAL SPACE	5
Mohammad Furqan Ali Security Analysis in Underwater Optical Wireless Communications	5
Alekhin D. A. Optimal models for the stabilization of high quality electricity in the distribution network	6
Avzalov D. R. Development of an algorithm for segmentation and counting of touching wheat grains	7
Baranov I. N. Development of a prototype application for processing of experimental data on high-speed impact of droplets on a surface	8
Boldinov A. K. Multimodal learning for speech recognition task using cross-aligned semantic space	10
Bratenkov M. A. Using cluster analysis instead of cross-validation to model data shifts in the training set	11
Chepelenkova V. D. GPU-based implementation of discrete element method for modeling porous material involved in the process of sintering	12
Gorenkov I.A. Detection of fast waterflows in experiment of dynamic imaging of methane hydrate formation in coal media	13
Dmitrachkov D. K. Hydraulic fracturing model including poroelastic effects and simplified fracture mechanics	14
Dudukalov D. V. Stability of spatial random multiple-access multiple-departure models	15
Kamenev V. A. Application of neural networks for construction of abdominal aortic aneurysm surface for hemodynamics modeling	16
Karmushin S. R. Unsteady flows of a viscoelastic fluid in the Johnson — Sigalman model with several relaxation times	17

Khalilov R. D. Using the PCA-Seq method and neural network approach to analyze solar activity data	19
Kovalevskaya M. Neural Network-Based Approach to Study of the 19th Century Russian Poets Texts' Stylistic Features	20
Kovalevskaya O. A. Development of methods for creating chatbots that support the analysis and expression of emotions	21
Legchenko A. E. Automatic detection of phonetic proximity of languages based on cross-language acoustic models	22
Litvinenko D.E. Building an ensemble of time series models using empirical risk space	23
Lozhnikov V. P. Comparison of different distance calculation methods in the processing of molecular sequences by the principal component analysis	24
Martirosyan S. A. A study of the syntactic-semantic aspects of contextual vector representations of named entities in natural language texts	25
Maryanovskaya T. A. Modeling of the genetic regulation of L-valine synthesis in <i>Corynebacterium glutamicum</i>	26
Matveeva E. E. EEG recognition using transfer learning and synthetic data.	27
Matroshilov N.O. Mechanistic friction model implementation for gas-oil hydraulic simulator	28
Motorin K. O. The development of an approach for diagnostics of multiple sclerosis manifestation via computer vision.	29
Myagkikh K. S. On the Robust Stability of Stationary Solutions to a Class of Mathieu-Type Equations	30
Novoselov K.V. Simulation of two-phase flow in a porous medium using the lattice Boltzmann equation	31
Pritupov N. V. Estimation of heat flows according to thermal imaging monitoring data	32
Shishin K. S Review of the experience of using the automated Do-it-yourself insulin injection system in patients with type 1 diabetes	33
Shukalo V. I. On the acceleration of hydraulic fracture simulation .	35
Redko A.Y. Development of a morpho-syntactic parser for the DeepPavlov library	36
Tatarinova E.A. Conditions for the existence and non-existence of cycles in the models of a circular gene network	37

Tsydenov A.S. Deep learning-based diagnosis of Ankylosing Spondylitis using hip X-ray images for Sacroiliitis detection .	38
Yunosheva E.V. Mesoscopic modeling of multicomponent multiphase flows	39
Zhukov I. V. Dixit-Stiglitz-Krugman Model with Investments in R&D	40
Zhukov O. V. Synthesis of sound of the specified music instruments using deep neural network based on WaveNet model	41
АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА	43
Khodzitskii A.F Monomial Rota—Baxter operators of weight zero on $F_0[x, y]$	43
Анищенко Д.М. Решетка расширений минимальной логики с аксиомой Даммета	45
Антошкин А.А. Спектры и автоморфизмы квазиполей малых порядков	46
Афанасьев В.А. О классификации 3-порожденных групп 6-транспозиций	47
Брылякова Е.В. Диаграммы унификаторов в предтабличных расширениях Int	49
Воронич А.П. Хопфовость некоторых HNN расширений групп Баусмлага – Солитера	50
Логинова В.С. Структурные вопросы для квазиполей Холла порядка 64	51
Мальшев С.Б. О видах предгеометрий ациклических теорий . .	52
Новиков С.Д. Полиномиальная вычислимость на блокчейн структурах	53
Паньшин В.В. О распознавании групп по множеству размеров классов сопряженности	54
Подгорная Ю.С. Об одном способе нахождения изоморфных графов	55
Родионов В.М. О строении групп, изоспектральных $PSp_4(q)$. . .	57
Рыскин Л.А. Требование ковариантности для нахождения пропускной способности квантовых каналов, заданных с помощью проективных унитарных неприводимых представлений конечных групп	58
Саидов С.С. Почти-кольца Галуа и схемы отношений над ними .	59
Скок Д.С. Полуполевы проективные плоскости с диэдральной подгруппой автотопизмов	60

Смелых К.А. Семантика STLK. Свойства и формульная характеристика	61
Соколов П.П. Об инварианте виртуальных узлов	62
Усиков А.В. \mathcal{F}_π -аппроксимируемость некоторых цилиндрических групп	64
Шепелев В.Д. О конечных простых группах, удовлетворяющих сильной π -теореме Силова	66
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА	67
Batalov M.A. On parallel multigrid methods for solving SLAEs . . .	67
Аношин С.А. О способах повышения порядка аппроксимации метода гидродинамика сглаженных частиц на гладких решениях	68
Братчиков Д.С. Исследование связности скоростных и поглощающих параметров вязкоупругой среды при решении многопараметрической обратной задачи методом обращения полного волнового поля	69
Вотинцева Д.И. О моделировании Пуассоновской случайной величины при достаточно больших значениях параметра . .	71
Губер А.В. Tensor-Train разложение в обратной задаче определения источника волн	72
Дорожкина М.С. Численная реализация модели лазерного импульса в кильватерном ускорителе	74
Оксогова И.П. Tensor-Train разложение в обратной задаче определения источника волн	75
Плевако Т.С. Ускорение вычисления агентской модели COVASIM для прогнозирования распространения инфекции в человеческой популяции	76
Привалов Л.Ю. Условие вырождения оператора распространения взаимодействия в системе потокораспределения на графах	78
Сактоева К.П. Исследование свойств неявного одношагового метода численного решения линейных интегралгебраических уравнений с гладким ядром	80
Шапаренко В.С. Математическое моделирование и обработка данных наблюдений планктонного сообщества озера Байкал.	81
ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ	82
Алексеев В.С. О сечениях производящих рядов в задачах о решеточных путях	82

Аллабергенова К.Б. О попарных пересечениях копий самоподобных дендритов на плоскости	84
Вайцель Н.А. Лучевое преобразование с неполными проекционными данными симметричных тензорных полей на выпуклой области с негладкой границей	85
Вилков П.Ю. Об аппроксимации решений параболической системы Ламе из пространства Лебега более регулярными решениями	86
Гимранов С.А. О свойствах функции векторного разбиения с весом и тождествах Чаунди-Булларда	87
Камалов У.П., Кутбаев А.Б. О рациональности производящей функции для числа корневых лесов в циркулянтных графах	88
Лу Сяоцин Разложение Тейлора и дискретные аналитические функции параболического типа	89
Миллер В.О. Исследование вейвлетов с коэффициентом масштабирования, отличным от двух	91
Морева М.А. Свойство обобщенной периодичности вещественнозначных функций	92
Ошмарина О.А. Инварианты пространственных графов и построенных по ним зацеплений	94
Степанищев С.В. Объем 3-прямоугольного гиперболического тетраэдра	96
Фахриддинов Ж.Ш. О некоторых свойствах полугамильтоновых систем, возникающих в задаче об интегрируемых геодезических потоках	97
Чужин Б.Б. Локальные однородные представления группы плоских виртуальных кос автоморфизмами свободной группы	98
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ	99
Бабенко М.А. К неустойчивости установившихся сдвиговых плоскопараллельных течений идеальной баротропной жидкости	99
Верховцев С.Д. Задача о равновесии композитной оболочки с условиями непроникания на трещине	100
Дрегля Сидоров Л.Р.Д. О решении интегральных уравнений Гаммерштейна с линейными функционалами и бифуркационным параметром	101
Журенков Я.А. К неустойчивости трехмерных состояний динамического равновесия плазмы Власова—Максвелла . . .	102

Ильиных И.Д. Асимптотическое поведение решений одного линейного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом	104
Макаренко И.Д. Численное исследование спектра и псевдоспектра дифференциальных операторов	105
Маманазаров Д.С. Нелокальные краевые задачи для уравнений третьего порядка с кратными характеристиками	106
Нурмахматов В.С. Задача Коши для одного псевдогиперболического уравнения с переменными коэффициентами	107
Попова М.Н. О системах сингулярных уравнений параболических уравнений четвертого, шестого порядков с меняющимся направлением времени	108
Прохоров В.С. Принадлежность матричного спектра области, ограниченной параболой	109
Сафаров Р.Ч. Априорные оценки радиально-симметричных решений уравнений с r -лапласианом	110
Татарина Е.А. Условия несуществования циклов в моделях генных сетей	111
Тургунов И.М. Сходимость сферических квадратурных формул на классах функций	112
Шарова А.В. Сравнительное численное исследование спектров систем и уравнений	113
Шеметова В.В. Смешанные задачи в четверти пространства для одного псевдогиперболического уравнения	114
Ядрихинский Х.В. Групповая классификация одного уравнения ценообразования опционов в частном случае	115
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	116
Gutnik D., Liu Song Optimization of photovoltaic power forecasting	116
Арендаренко М.С. Модель динамики вязкой среды в гидродинамике сглаженных частиц	118
Бородулина А.Д. Математическое моделирование антигипертензивной терапии азилсартаном медоксомил	119
Воробьева Д.А. Применение DTW-алгоритма для визуализации и классификации различных динамических режимов	121
Воропаева Е.С. Исследование алгоритмов метода частиц в ячейках	122

Алешина Д.А., Бянкин В.Е., Гильмутдинов В.Р., Дерюгин Ф.Ф., Попов М.А. Разработка математической модели поворотного механизма двухзвенной роботизированной платформы	123
Городилов Д.В., Салтыков И.Е. Оркестрация рабочих процессов в веб-ориентированной платформе облачных вычислений в задачах гидродинамики	125
Гудько А.С. Численный метод обратной задачи рассеяния для устойчивого анализа случайных волновых полей уравне- ния КдФ	127
Гущин В.Е., Кульбаченко И.А. Разработка одномерной матема- тической модели мощного многорезонаторного клистрона	128
Емельянов М.К., Цыбенова Э.В. Уточнение решения задачи идентификации источников выбросов методами машин- ного обучения	129
Жиркова Л.Н. Математическое и численное моделирование рав- новесия двумерного упругого тела, имеющего трещину и тонкое жесткое включение	130
Звягин М.А. Восстановление полиномов из экспонент по интер- вальным данным	131
Иванова Ю.А. Применение методов машинного обучения для обработки данных газового сенсора	132
Ивойлов Д.А. Математическое моделирование оптического полупроводникового усилителя для резервуарных вычис- лений	134
Ковылина П.К. Дисперсионные свойства метода “гидродинамика сглаженных частиц” на задаче о распространении звуко- вых волн в невязкой газопылевой среде	136
Колинко И.П. Создание «полярной карты» миокарда левого же- лудочка сердца для имитационного компьютерного моде- лирования в ядерной кардиологии	137
Кочарина А.Р. Разработка графического интерфейса для моде- лирования мощного многорезонаторного клистрона . . .	139
Гущин В.Е., Кульбаченко И.А. Схема 3-го порядка точности на неравномерной сетке для решения уравнений движения несжимаемой жидкости	140

Леонова Э.И. Автомодельное решение задачи движения двух взаимодействующих несжимаемых жидкостей в пористой среде	141
Мечник Д.А., Брызгунов П.А., Островский М.А. Метод опережающей верификации канала с внезапным сужением . . .	142
Михаханова Т.С. Иерархия математических моделей заживления хирургической кожной раны	143
Мулладжанов И.И. Бризеры на спонтанно возмущенном постоянном фоне	144
Нестерова А.В. Сравнительная оценка двух статистических подходов реконструкции изображений мозга при обследовании пациентов методом ОФЭКТ	146
Нургалиев А.М. Биомеханика одновременного бесшажного лыжного хода	148
Патрин Г.А. Численное моделирование распространения лазерного излучения в многосердцевинных оптических световодах	149
Плеханов М.С. Моделирование течений вокруг сплошных объектов произвольной структуры методом решеточных уравнений Больцмана	150
Подзолков П.Н. Метод точной оценки общей вероятности инфицирования индивида в эпидемиологических моделях . . .	152
Рогачева А.К. Методы совместного решения уравнений движения несжимаемой жидкости	154
Саидбаталов Д.Р. Моделирование сейсмических волн в неоднородных изотропных средах на многопроцессорных вычислительных системах	155
Сараева К.П. Исследование влияния вынужденного комбинационного рассеяния света на генерацию высокоэнергетических импульсов в осцилляторе Мамышева с кольцевым резонатором	157
Скиба В.С. Численное исследование резонанса длинных поверхностных волн в узком зазоре между неподвижным погруженным телом и вертикальной стенкой	159
Сортоева К.А. Агентное моделирование воздействия качества воздуха на городское население	160
Стрелкова С.Е. Анализ эффективности различных типов адаптивных сеток в задачах со слоями	161

Сурнин П.С. Математическое моделирование иммунного ответа на ВИЧ	162
Тарраф Д. Ускорение численного решения трехмерной задачи распыла жидкости потоком газа посредством циклической постановки задачи	163
Холияров У.А. Разработка алгоритмов для численного моделирования открытых плазменных ловушек	164
Яппарова А.Р. Моделирование формировавателя воздушно - углеводородных смесей в осесимметричной постановке	165
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИКА	166
Абдулатыпов Р.Р. Новые модели экономического роста в условиях неопределенности	166
Алехин Д.А. Методы оптимальной стабилизации высокого качества электроэнергии в распределительных сетях	168
Арнольд А.Ю. Об учёте налогообложения в уточнённой модели роста экономики	169
Гилёва К.И. Агент-ориентированные модели геомаркетинга	170
Гусарева Н.С. Об одном способе повышения уровня благосостояния в модели развития экономики	171
Друзева Д.К. О новой модели оптимизации уровня благосостояния	172
Ефремов М.Е. Равновесие в модели международной торговли двух стран с инвестициями в НИОКР при монополистической конкуренции: ситуация свободы торговли	174
Жуков Я.В. Модель международной торговли при монополистической конкуренции производителей с инвестициями в НИОКР	175
Леонтьева В.Г. Исследование факторов, оказывающих влияние на выбросы CO ₂	176
Притупов Н.В. Оценка тепловых потоков по данным тепловизионного мониторинга	178
Ряженова А.А. Управление инвестиционным портфелем с использованием методов машинного обучения	179
Сатров М.А. Оценка целесообразности строительства солнечной электростанции на широте Новосибирска	181
Семков Я.А. Управление инвестиционным портфелем с использованием методов машинного обучения	182

Сергеева В. Е. Равновесие в моделях торговли с инвестициями в НИОКР при монополистической конкуренции: ситуация автаркии	184
Стародубцев Д.В. Оценка проекта освоения нефтяного промысла с вводом НПЗ малотоннажной мощности (на примере Якутии)	185
Тимофеева О.В. Экономический анализ и оптимизация энергопотребления	186
Тимошенко Е.В. Подход к выбору эффективной стратегии нефтяной компании с учетом введения углеродного налога .	188
Цекот М.В. Оценка двух подходов к моделированию развития экономики	190
МЕТОДЫ МОНТЕ–КАРЛО И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ	191
Аксюк И.А. Решение системы уравнений Ламе с помощью итеративного метода с применением метода блуждания по сферам.	191
Брызгалов В.Л. Экономичный алгоритм двустороннего метода исключения для моделирования случайной величины с монотонной плотностью распределения	192
Гузевский В.А. Реализация распределенных вычислений по методу Монте-Карло на ПК	193
Ипполитов М.С. Исследование методом Монте-Карло глубинного оптического режима в океане	194
Ли Ш. Исследование методом Монте-Карло влияния атмосферной облачности на освещенность земной поверхности . .	195
Мелошников Н.П. Численный метод нахождения распределения вероятностей числа заявок на орбите в RQ-системе с катастрофами	196
Подгайнов А.В. Имитационная модель для исследования потока повторных обращений в многофазной системе массового обслуживания с неограниченным числом приборов	197
Смирнов И.А. Сравнительный анализ алгоритмов мажорантного метода исключения для бета-распределения	199
Хэ Ш. Применение алгоритмов компенсационного суммирования в методе Монте-Карло	200
Чао Х., Чжан Т. Уравнивание вероятностей в алгоритмах метода дискретной суперпозиции для составных плотностей . . .	201

Чжэн П. Сравнение различных алгоритмов статистического моделирования импульсного лазерного эхо-сигнала от слоя рассеивающей и поглощающей излучение среды	202
Шафигулин И.А. Моделирование процессов диффузии–дрифта методом блуждания по сферам для расчета экстремально больших времен диффузии и малых потоков на квантовые точки	203
Шлымбетов Н.Х. Уточнение значения усредненной константы в выражении для погрешности метода Монте-Карло . . .	204
МЕХАНИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ	205
Бритик А.А. Численное моделирование формирования блочной структуры в геосреде при сдвиге	205
Вардосанидзе О.Д. Развитие концепции представительных направлений	206
Васюткин С.А. Бегущие волны в одной модели гемодинамики .	207
Голуб Е.С. Анализ устойчивости движения вязкой несжимаемой жидкости в канале с податливыми стенками	208
Дьяконов Р Г. Аналитический метод решения задачи Коши для уравнения Ламе в прямоугольной области	209
Замараева Е.В. Исследование стабильности аттракторов в нелинейном режиме для внутренних волн	210
Кармушин С.Р. Нестационарные течения вязкоупругой жидкости в модели Джонсона — Сигалмана с несколькими временами релаксации	211
Кудрявцева А.А. Численное моделирование нерегулярного отражения прерывной волны в модели мелкой воды	213
Мержоева Л. Гемодинамика абдоминальной аневризмы аорты .	214
Рудая Я.Е. Исследование интегральных характеристик волновых аттракторов	215
Сибирякова Т.А. Поступательное колебание погруженного в жидкость тела в замороженном канале с линейно изменяющейся толщиной льда	217
Уфимцев К.П. К вопросу о применении редуцированных моделей для анализа материалов с микроструктурой	219
Чепеленкова В.Д. Применение метода дискретных элементов для моделирования одноосного нагружения сорбентов, подверженных спеканию	220

Цзябинь Чжун	Гомогенизация модели динамики композита методом двухмасштабной сходимости Аллера – Нгуетсенга	221
СИСТЕМНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ		222
Ищенко А.Д.	Моделирование таймаутов процесс-ориентированного языка роST в системе Isabelle/HOL . .	222
Черненко И.М.	Аксиоматическая семантика таймаутов в процесс-ориентированном языке роST	224
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ		226
Abebe A.B.	Tests for text homogeneity using simple probabilistic model	226
Досполова М.К.	Смешанный объем бесконечномерных выпуклых компактов	228
Ефремов Е.В.	Центральная предельная теорема для произведений частичных сумм схемы серий независимых случайных величин	229
Лукьянов А.Е.	Метод двойного бутстрапа для оценивания степенного индекса при помощи экспектилей	230
Люлинцев А.В.	Непрерывные ветвящиеся марковские процессы на \mathbf{Z}_+ : подход с использованием ортогональных многочленов	231
Мосеева Т.Д.	Интегральные тождества для границы выпуклого тела	233
Резлер А.В.	Оценки скорости роста в модели бернуллиевского града	235
Файзуллаев Ш.Ш.	Исследование вероятностных моделей для числа уникальных слов текста	236
Шелепова А.Д.	Об асимптотике вероятности отдаления от невозрастающей границы для обобщенных однородных процессов восстановления	238
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА		239
Naris Muhammad	Solving Short Integer Solution (SIS) Problem by Quantum Annealing and its applications in Cryptanalysis . .	239
Qayyum Abdul	Cryptanalysis of LWE-based Cryptosystems by using Quantum Annealing	240
Акентьев В.В.	Полудискретное геометрическое моделирование объектов задачи двумерной упаковки	241

Алеко А.С. Метаэвристики для задачи маршрутизации грузового электромобиля	242
Астахов В.С. Сегментация с неточной разметкой с использованием сверточной нейронной сети	243
Бахарев А.О. Разработка и анализ моделей квантового оракула для криптоанализа постквантовых криптосистем, основанных на решётках .	244
Бородин С.О. Совершенные раскраски гиперграфа подматриц .	245
Бунькова Е.А. Полиномиально разрешимый подслучай трехмашинной двухстадийной задачи Open Shop	246
Бураков В.С., Утюпина В.Ю. Пестрые реберные замощения циклов	247
Быков Д.А. Достижимость нижней оценки числа бент-функций, лежащих на минимальном расстоянии от бент-функций из класса Мэйорана – МакФарланда	248
Вишнева А.Г. Выбор порогов в балльной системе оценивания . .	249
Владимиров С.Ю. Классификация диагоналей в латинских гиперкубах	250
Голубев А.Ю. Параллельная эвристика для оптимизационных моделей с неявно заданными функциями	251
Григорьевская А.А. Анализ сложности задачи на построение кратчайшего расписания для выполнения работ с ограничениями предшествования и ветвлением на параллельных идентичных машинах	253
Гутова М.В. Распознавание изображений на основе комбинации сверточной нейронной сети и нечеткого дерева решений .	254
Киреева А.Е. О 3-раскрашиваемости графов без некоторых индуцированных подграфов	255
Клоков А.Е. Матэвристика для задачи составления индивидуализированного расписания в ВУЗе	256
Коновалов Д.И. Алгоритм локального поиска для нахождения честных сроков выполнения необязательных заданий . . .	257
Королёва Д.С., Ткачёв И.В. Визуализация замощений	258
Ладыгин И.С. Бесконфликтная агрегация данных в иерархических структурах	259
Лоевец Э.Р. О задаче выбора размеров вознаграждений за выполнение необязательных заданий	261
Ляпин А.И. Применение вероятностного поиска с запретами для задачи составления расписания в школе английского . . .	262

Марьин А.Д. Кодовые расстояния кодов из матриц Уилсона $W_{2,1}$ и $W_{3,1}$	263
Миркина С.В. О покрытии циклами графа с ограниченной дре- вовидной шириной	265
Нещадим С.М. Алгоритмы с оценками для некоторых трудно- решаемых многокластерных максиминных задач класте- ризации	266
Парфенов Д.Р. Оптимизация алгоритма поиска гарантированно- го числа активаций в криптографических XS-схемах и его применение к анализу и дизайну шифров	267
Полынская З.О. Профили графских инвариантов	268
Рыжков Д.В. О модификации метрик динамических систем для задачи кластеризации временных рядов	269
Скачков Д.А. О задаче кластеризации ребер больших графов . .	270
Стененко М.А. Динамическая задача упаковки в контейнеры с конфликтами	272
Утюпин С.Ю. Задача об устойчивом вершинном покрытии . . .	273
Цыганов А.А. Алгоритм локального поиска для построения расписаний учебных занятий	274
Чистяков Д.А. Метаэвристики для задачи маршрутизации транс- порта для утилизации отходов	275
Чечушков А.Д. Локализация оптимумов для цеховых задач тео- рии расписаний: улучшение комьютеризированного под- хода.	276
Шаповалова И.М. Исследование циклической структуры обоб- щенных блинчиковых графов	277
Шаранхаев К.И. Задача упаковки гистограмм в полосу	278
Шигина А.С. Алгоритмы приближенного решения задачи Open Shop с маршрутизацией и работами на ребрах	279
Шперлинг С.М. Алгоритм решения задачи о рюкзаке с прямо- угольными объектами при ограничениях на расположение центра тяжести	280
Юдин И.Н. О якобиане и сложности дельта-графа	281
Юськов А.Д. Гиперэвристики для построения расписаний на па- раллельных машинах с транспортными роботами	283

Научное издание

МНСК-2023

МАТЕМАТИКА

Материалы
61-й Международной научной студенческой конференции

17–26 апреля 2023 г.

*Корректор Т. И. Тихонова
Верстка Т. И. Тихоновой
Обложка Е. В. Неклюдовой*

Подписано в печать 28.08.2023 г.
Формат 60x84/8. Уч.-изд. л. 37,75. Усл. печ. л. 35,1.
Тираж 42 экз. Заказ № 62.
Издательско-полиграфический центр НГУ.
630090, Новосибирск, ул. Пирогова 2.

Секция
МАТЕМАТИКА

ISBN 978-5-4437-1440-0



N* Новосибирский
государственный
университет
***НАСТОЯЩАЯ НАУКА**

