BRULION

Киренский Л.В

Магнетизм

Введение.

1. Физических тел, на которые бы не действовало магнитное поле не существует. Это следует просто из того факта, что всякое тело состоит из атомов, которые в свою очередь состоят из движущихся частиц обладающих электрическими зарядами. На всякий электрический заряд e, движущийся в магнитном поле напряженности H со скоростью v будет действовать, как известно, сила Лоренца

$$\bar{F} = \frac{e}{c}[\bar{v}\bar{H}] \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

которая будет как то возмущать траекторию этого заряда. Так как это произойдет с каждой заряженной частицей в теле, то тело подвергнется какому то изменению при наложении на него магнитного поля.

2. Соотношение (1) указывает, что сила возмущающая движущийся заряд пропорциональна его скорости. Ввиду массивности ядер и относительной легкости электронов, скорости последних значительно превышают скорости ядер. Отсюда а priori можно сделать вывод, что магнитные свойства тел определяются поведением электронов в них.

3. Однако поведение различных веществ в магнитном поле бывает различным. Общим во всех случаях является тот факт, что в теле, внесенном в магнитное поле индуцируется некоторый магнитный момент. Магнитный момент, расчитанный на единицу объема, так называемая интенсивность намагничения

$$J = \chi H \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

где χ - так называемая магнитная восприимчивость связанная с магнитной проницаемостью соотношением

$$\mu = 1 + 4\pi\chi \quad . \; . \; . \quad (3)$$

Опыт дает, что возможны следующие случаи:

а) $\chi < 0$ $\mu < 1$ восприимчивость порядка 10^{-6} и не зависит от температуры. (диамагнетизм)
б) $\chi > 0$ $\mu > 1$ восприимчивость порядка $10^{-3}-10^{-5}$, как правило зависит от температуры (парамагнетизм)
в) $\mu \gg 1$, кроме резкой зависимости от температуры, зависит от напряженности поля, а также от „предшествующей истории" испытуемого образца. (ферромагнетизм).

Ферромагнитных элементов всего 4.

Парамагнетизм также не является свойством, общим для всех элементов, и проявляется только в тех веществах, атомы которых обладают некоторым постоянным, независимым от поля магнитным моментом.

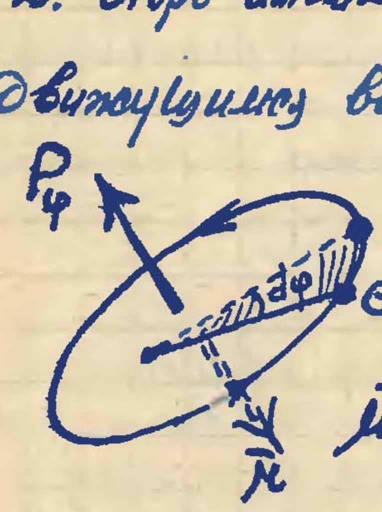
Диамагнетизм присущ всем без исключения веществам и только перекрывается в некоторых из них более значительным по абсолютной величине парамагнетизмом или ферромагнетизмом.

В веществах, атомы которых лишены постоянного магнитного момента, диамагнетизм проявляется в чистом виде.

Диамагнетизм.

1. Существование диамагнетизма может быть объяснено чрезвычайно просто, исходя из закона электромагнитной индукции. В самом деле, если мы представим себе проводник, к которому приближают например северный полюс постоянного магнита, то как известно, в проводнике возникнет индукционный ток такого направления, что он создаст магнитный момент, направленный против поля магнита. При остановке магнита индукционный ток в проводнике, вследствие наличия омического сопротивления быстро исчезает, а затраченная работа идущая на преодоление сил отталкивания при движении магнита переходит в джоулево тепло. Очевидно если бы проводник не обладал бы омическим сопротивлением, возбужденные токи бы не

2. Ядро атома будем считать неподвижным, а электрон движущимся вокруг ядра по эллиптической орбите. Орби-



тальный механический момент $\bar P_\varphi = m\rho^2\frac{d\bar\varphi}{dt}$

магнитный момент $\bar\mu = \frac{1}{c}J\bar S$

$$\bar\mu = \frac{e}{c\tau}\int_0^{2\pi}\frac{1}{2}\rho^2\frac{d\bar\varphi}{dt} = \frac{e}{mc\tau}\int_0^{\tau}\frac{m}{2}\rho^2\frac{d\bar\varphi}{dt}dt = \frac{e\bar P_\varphi}{2mc\tau}\tau$$

$$\boxed{\bar\mu = \frac{e}{2mc}\bar P_\varphi}$$

Направление $\bar\mu$ всегда противоположно направлению $\bar P_\varphi$.

3. Из теории Бора известно, что $P_\varphi = \frac{nh}{2\pi}$, следовательно:

$$\bar\mu = \frac{e}{2mc}\frac{nh}{2\pi} \quad \text{или}$$

$$\mu = n\frac{he}{4\pi cm} \quad \text{или} \quad \mu = \mu_0 n$$

$\mu_0 = \frac{h}{4\pi c}\frac{e}{m}$ ~ элементарный магнитный момент т.н. магнетон Бора.

$$\mu_0 = 9{,}27\cdot10^{-21}\ \text{cgsM}\ (\text{эрг}\cdot\text{гаусс}^{-1})$$

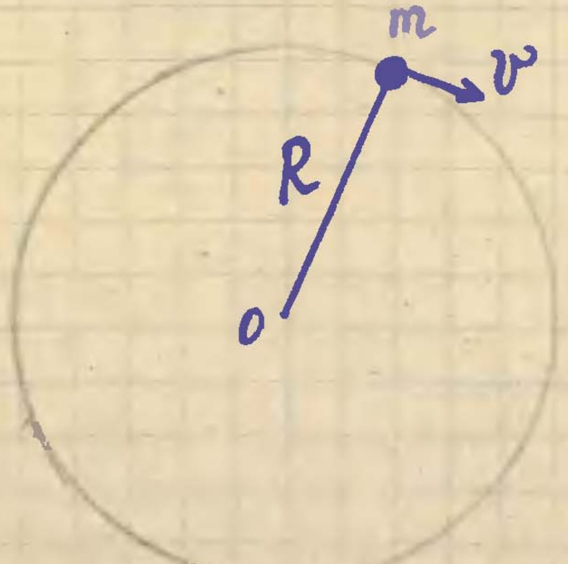
По Вейссу элементарный магнитный момент

$\mu_W = 1{,}85\cdot10^{-21}$ cgsM. т.е. почти ровно в 5 раз меньше.

прекращались, пока не было бы убрано магнитное поле. Нечто аналогичное мы имеем в атомах. Электроны, движущиеся вокруг ядра представляют собою токи, текущие без сопротивления. таким образом: диамагнетизм порождается индукционными токами, текущими внутри атома.

таким образом, для того чтобы разобраться в явлениях диамагнетизма, необходимо рассмотреть поведение электрона, движущегося вокруг ядра в магнитном поле.

2.



Ядро атома будем считать неподвижным. Момент количества движения электрона по орбите (круговой

$$\bar{k} = m[\bar{R}\bar{v}] \quad \ldots (3)$$

Магнитный момент электронной орбиты

$$\bar{\mu} = \frac{1}{c} J\bar{S} \quad \ldots (4)$$

где $\bar{S}$ - площадь орбиты, $\bar{S} = \frac{1}{2}\int[\bar{R}d\bar{l}]$ или

$$\bar{\mu} = \frac{1}{2c}\int J[\bar{R}d\bar{l}] = \frac{1}{2c}\int[\bar{R}\bar{j}]dV$$

т.к. $\bar{j} = \rho\bar{v}$, то

$$\bar{\mu} = \frac{1}{2c}\int[\bar{R}\bar{v}]\rho dV \quad \ldots (5).$$

т.к. $[\bar{R}\bar{v}] = Const$, то

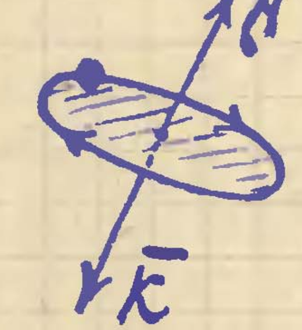
$$\bar{\mu} = \frac{1}{2c}[\bar{R}\bar{v}]\int\rho dV \quad и$$

$$\bar{\mu} = \frac{e}{2c}[\bar{R}\bar{v}] \quad \ldots (6)$$

Сравнивая (3) и (6) - получим:

$$\boxed{\overline{\mu} = \frac{e}{2mc}\,\overline{K}} \quad \dots (7)$$

Это чрезвычайно важный результат, показывающий, что механический момент всегда пропорционален магнитному моменту. Т.к. $e<0$ то вектор $\overline{\mu}$ обратен по направлению вектору $\overline{K}$.



Таким образом, если магнетизм вообще есть результат движения электрических зарядов, то наличие магнитного момента, должно всегда сопровождаться наличием механического момента.

3. Если электронная орбита попадает в магнитное поле, то она будет испытывать некоторое возмущение и траектория электрона в старой системе отсчета, в которой электрон вращался вокруг ядра по плоской орбите до наложения поля, станет весьма сложной. Поэтому перейдем к новой системе отсчета, вращающейся около направления поля с некоторой угловой скоростью $\bar{\omega}$. Тогда на электрон, в этой новой системе координат, будут действовать силы:

а) Сила Лоренца $\frac{e}{c}[\bar{v}\bar{H}]$

б) Центробежная $m\bar{\omega}^2\bar{r}$

в) Кориолиса $2m[\bar{v}\bar{\omega}]$

Если поле H не велико то $m\omega^2 r \approx 0$ и мы можем подобрать такое ω, чтобы:

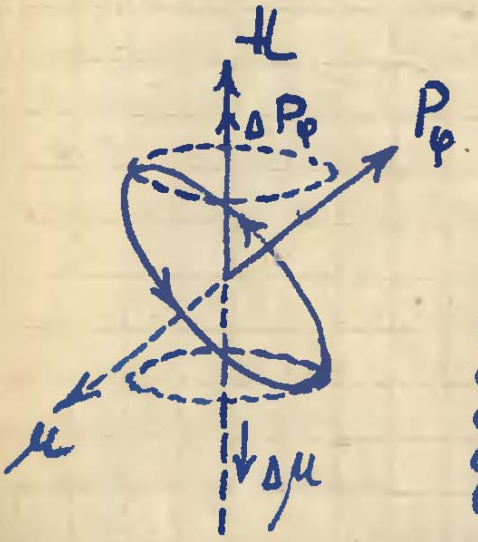
$$\frac{e}{c}[\bar{v}\bar{H}] + 2m[\bar{v}\bar{\omega}] = 0 \quad \dots (8)$$

Тогда в этой новой системе координат не будет никаких новых добавочных сил и мы получим ту-же плоскую орбиту электрона, но она будет в магнитном поле прецессировать около направления поля с угловой скоростью $\bar{\omega}$.

4. Подсчитаем величину добавочного магнитного момента $\Delta\mu$

$$\Delta\mu = \frac{e}{2mc}\,\Delta P_\varphi$$

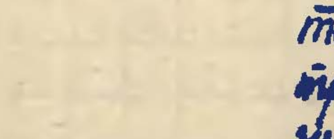
$$\Delta \bar{P_\varphi} = m x^2 \bar{\omega}$$



$$\Delta\bar{\mu} = \frac{e}{2mc}\, m x^2 \bar{\omega}$$

т.к. $\bar{\omega} = -\frac{e}{2mc}\bar{H}$

$$\boxed{\Delta\bar{\mu} = -\frac{e^2}{4mc^2}\, x^2 \bar{H}}$$



таков дополнительный магнитный момент одной электронной орбиты. Т.к. c^2 всегда больше нуля, то это значит, что $\Delta\bar{\mu}$ - всегда направлен против поля, что особенно следует учесть при рассмотрении [illegible] для представления в средней школе, где делают попытки объяснить явление ферромагнетизма наличием молекулярных амперовых токов, а последние отождествляют с движением электронов вокруг ядер атома.

т.к. x - меняется со временем, то поскольку $x^2 = a^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi\cos^2\alpha)$, то

$$\bar{x^2} = \frac{a^2}{2\pi}\int_0^{2\pi}(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi\cos^2\alpha)\,d\varphi = \frac{a^2}{2}(1+\cos^2\alpha)$$

если атомы хаотичны, то угол α принимает все возможные значения от 0 до $\frac{\pi}{2}$, то среднее из средних значений:

$$\overline{\bar{x^2}} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \bar{x^2}\sin\alpha\,d\alpha}{\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\alpha\,d\alpha} = \frac{a^2\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos^2\alpha)\sin\alpha\,d\alpha}{2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\alpha\,d\alpha} = \frac{a^2}{2}\left(1+\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^0 =$$

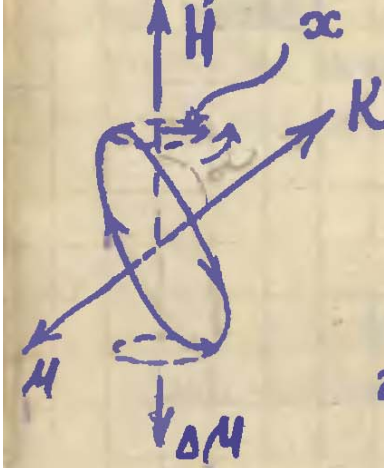
$$= \frac{2}{3}a^2$$

Эта прецессия носит название прецессии Лармора указавшего на возможность такого рода прецессии в замкнутых молекулярных токах, еще в 1897 году.
Из уравнения (8) - имеем:

$$\frac{e}{c}[\bar{v}\bar{H}] = -2m[\bar{v}\bar{\omega}]$$ или т.к. направления H и ω - совпадают (так была выбрана нами новая система координат), то:

$$\left\{\bar{\omega} = -\frac{e}{2mc}\bar{H}\right\} \quad \ldots (9).$$

4. Расчет магнитной восприимчивости может быть проведен следующим образом:
дополнительный магнитный момент электронов орбиты в результате прецессии:



$$\Delta M = \frac{1}{c}JS \quad \ldots (10)$$

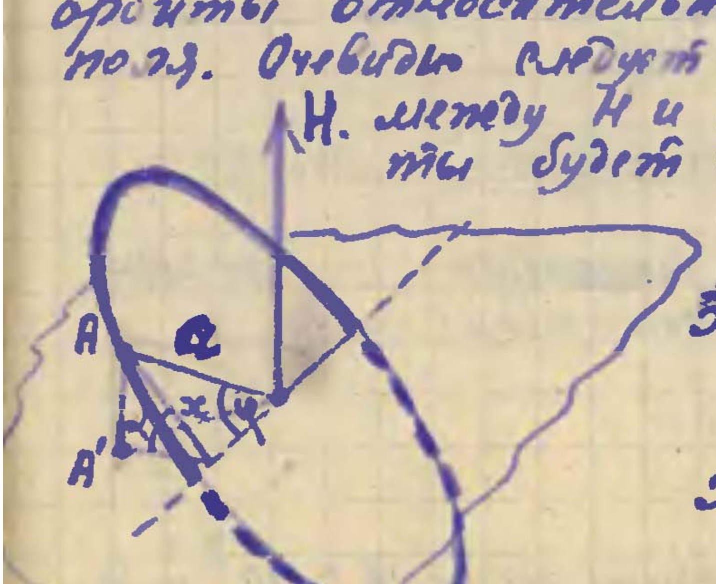
$J = \frac{e}{T}$; $S = \pi\bar{x}^2$ и (10) примет вид:

$$\Delta M = \frac{1}{c}\,\frac{e}{T}\,\frac{2\pi}{2}\bar{x}^2 = \frac{e}{2c}\omega\bar{x}^2$$

или подставив ω из (9), получим:

$$\left\{\Delta M = -\frac{e^2}{4mc^2}\bar{x}^2 H\right. \quad \ldots\ldots (10)$$

Величина x - очевидно зависит от ориентации орбиты относительно направления магнитного поля. Очевидно следует подсчитать $\bar{x}^2$. Пусть угол между H и нормалью к плоскости орбиты будет α. Очевидно



$$x^2 = a^2\cos^2\varphi + a^2\sin^2\varphi\cos^2\alpha \text{ и}$$

$$\bar{x}^2 = \frac{a^2}{2\pi}\int_0^{2\pi}(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi\cos^2\alpha)\,d\varphi \text{ и}$$

$$\bar{x}^2 = \frac{a^2}{2}(1+\cos^2\alpha) \quad \ldots (11)$$

II С точки зрения теории строения атомов диамагнетиками (в частности) должны быть атомы с замкнутыми электронными оболочками. (инертные газы, почти все органические соединения, некоторые металлы).

Различают: 1) классические диамагнетики - все инертные газы, медь, цинк, серебро, золото, ртуть, многие органические соединения).
$\chi \sim 10^{-6}$ и не зависит от температуры.

2) аномальные диамагнетики: висмут, сурьма, галлий, графит, β-фазы сплавов типа Cu-Zn. $\chi \approx 10^{-4}-10^{-5}$. Кроме того у Bi-восприимчивость зависит от температуры, является периодической функцией поля.

3) Сверхпроводники. Некоторые металлы при температурах близких к абсолютному нулю (от 0 до 10°K) обладают аномальными электрическими и магнитными свойствами. Однако, как установил Мейснер первичными свойствами проводника являются его аномальные свойства. Внутри сверхпроводника индукция B - всегда равна нулю. ($B=0$).

$$B = H + 4\pi J \text{ отсюда}$$

$$J = \chi H = -\frac{1}{4\pi} H$$ или сверхпроводник формально получает иметь огромную магнитную восприимчивость

$$\chi = -\frac{1}{4\pi} \gg |10^{-6}|.$$

Это справедливо ниже некоторого критического поля H_k при котором сверхпроводимость снимается, а на поверхности тела макроскопический ток, экранирующий толщу сверхпроводника от внешних полей. Законченной теории ещё нет.

4) Диамагнетизм свободных электронов (Ландау)

Согласно классической теории Лоренца диамагнетизм свободных электронов электронного газа равен нулю. Ландау показал, что

$$\chi_{эл} = -\frac{4m\mu^2}{h^2} n^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$$

n - число свободных электронов в единице объёма. $\chi_{эл} \sim 10^{-6}$, но не может быть измерена прямо на опыте.

Если в веществе много атомов, причем в каждом есть орбита радиуса a, то ввиду всех возможных ориентаций этих орбит, среднее значение x^2, назовем его

$$\overline{x^2} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin\alpha \, d\alpha}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\alpha \, d\alpha} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} a^2(1+\cos^2\alpha)\sin\alpha \, d\alpha}{2\int_0^{\pi/2} \sin\alpha \, d\alpha}$$

$$\boxed{\overline{x^2} = \frac{2}{3}a^2 \ldots} \quad \ldots (12)$$ среднее из средних

т.е. в среднем две трети орбит ориентированы перпендикулярно полю. Если в атоме Z электронов, то дополнительный магнитный момент на атом

$$\Delta\mu_0 = -\frac{e^2}{4mc^2}\frac{2}{3}\sum_{i=1}^{Z} a_i^2 H \ldots (13)$$

На грамм-атом: $M = -\dfrac{e^2 N}{6mc^2}\sum_{Z} a_i^2 H$ и

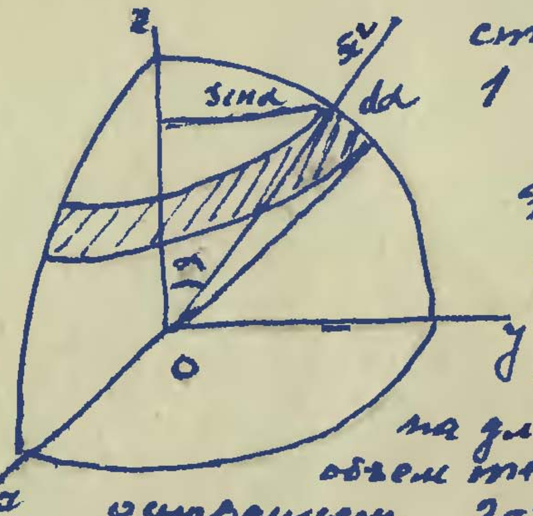
грамм-атомная восприимчивость:

$$\boxed{\chi_a = -\frac{e^2 N}{6mc^2}\sum_{Z} a_i^2} \ldots (14)$$ формула Ланжевена-Паули.

Удельная: $$\chi_0 = -\frac{e^2 N}{6mC^2}\frac{\sum a_i^2}{A} \ldots (15)$$

5. Хотя явление диамагнетизма принципиально существует в любом веществе, однако для веществ, атомы которых имеют постоянный магнитный момент, диамагнетизм будучи перекрытым более сильным парамагнетизмом на опыте не наблюдается.

Диамагнетизм в чистом виде наблюдается у веществ, атомы которых не обладают постоянным магнитным моментом. Такие вещества носят название диамагнетиков. Величина восприимчивости диамагнетиков не зависит от температуры, как это видно из формулы (15). Этот факт был установлен



Выделим на поверхно-
сти шара радиуса
1 полоску площадью
$2\pi \sin\alpha\, d\alpha$
Для точек этой по-
лоски
$$\bar{x}^2 = \frac{a^2}{2}\left(1+\cos^2\alpha\right)$$
Продолжим радиус
на длину $\bar{x}^2$ и вычислим
объем тела высотой $\bar{x}^2$ и
основанием $2\pi \sin\alpha\, d\alpha$, изменяя ~~радиус~~ α
от 0 до $\frac{\pi}{2}$. Получим $2\pi \int^{\frac{\pi}{2}} \bar{x}^2 \sin\alpha\, d\alpha$

Для определения среднего высоты разделим
объем на поверхность половинки сферы
$$2\pi \int_0^{\pi/2} \sin\alpha\, d\alpha = 2\pi$$

Кюри еще в 1894 году.
Опыт дает для твердых тел, восприимчивости (удельные) порядка $10^{-6} - 10^{-7}$.

$$\chi_0 = -1{,}40 \cdot 10^{-6} \text{ у висмута}$$

$$-0{,}085 \cdot 10^{-6} \text{ " меди}$$

$$-1{,}87 \cdot 10^{-6} \text{ двухатомный водород}$$

Большие значения для теории имеет диамагнетизм инертных газов

$$He \quad \chi_0 = -0{,}47 \cdot 10^{-6}$$

$$Ne \quad -0{,}33 \cdot 10^{-6}$$

$$A \quad -0{,}45 \cdot 10^{-6}$$

Диамагнитны почти все органические соединения.

6. Графит обладает диамагнитной анизотропией. Так атомная восприимчивость

$$\chi_{a\parallel} = -26{,}4 \cdot 10^{-6}$$

$$\chi_{a\perp} = -155{,}0 \cdot 10^{-6}$$

Висмут и сурьма обладают аномальн. большим диамагнетизмом

$$Bi \quad \chi_a = -293 \cdot 10^{-6}$$

$$Sb \quad -108 \cdot 10^{-6}$$

Однак. при плавлении $Bi \ \chi_a = -17{,}1 \cdot 10^{-6}$

$$Sb \quad = -3{,}6 \cdot 10^{-6}$$

Кроме того, при низких температурах у Bi восприимчивость периодически меняется с полем. $(T = 14{,}2° K)$

1. Нормальный парамагнетизм.

Парамагнетизм свободных атомов, ионов, молекул с магнитным моментом, отличном от нуля. Газы O_2, NO, редкие земли, соли Fe, Co, Ni и Fe, Ni, Co при $T > \theta_ф$ $\theta_ф$-точка Кюри (ферромагнитная)

$$\chi = \frac{C}{T}$$ – закон Кюри. C-константа Кюри.

Однако чаще подчиняются закону:

$$\chi = \frac{C}{T-\theta}$$ – закон Кюри-Вейсса.

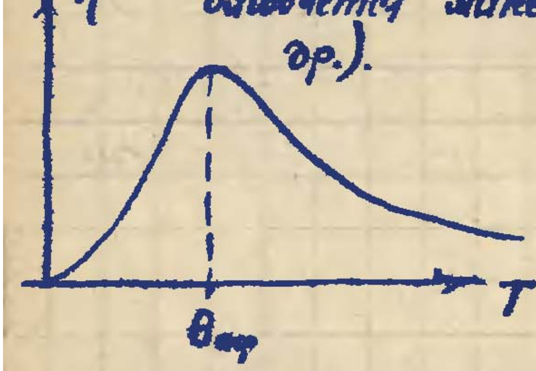
θ-парамагнитная точка Кюри. Может быть и больше и меньше 0. Для ферромагнетиков θ немного выше $\theta_ф$. При очень низких T - закон Кюри-Вейсса перестает быть справедливым (криомагнитные аномалии).

2. Парамагнетизм „свободных электронов" в металлах.

χ-практически не зависит от температуры ($\chi \sim 10^{-7} - 10^{-6}$)

3. Антиферромагнетики.

- Кристаллические тела элементы переходных групп. χ-зависит от температуры. Для них существует некоторая критическая температура $\theta_{аф}$. При $T > \theta_{аф}$ антиферромагнетики подчиняются закону Кюри-Вейсса с $\theta < 0$. При $T < \theta_{аф}$ χ-убывает и при $T \to 0$, $\chi \to 0$. Т.о. при $T = \theta_{аф}$ χ-имеет максимум. При $T = \theta_{аф}$ наблюдается максимум теплоёмкости. (MnO, MnS, $NiCr$, FeS_2 и др.).



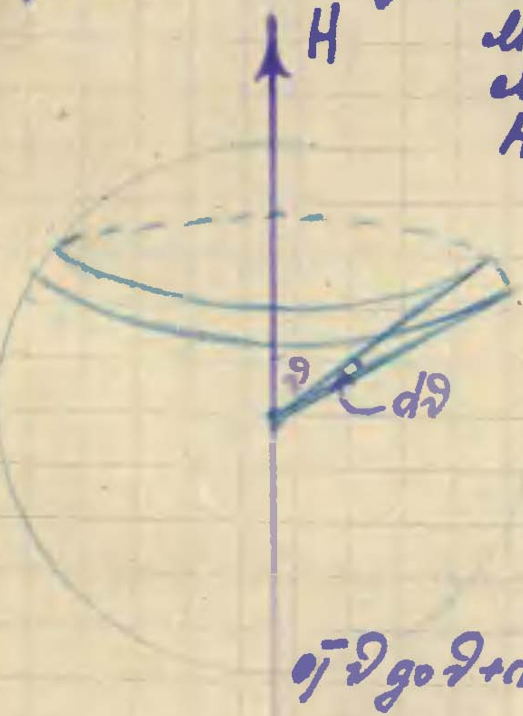
4. Метамагнетики.

$CoCl_2$, $FeCl_2$, $CaCl_2$ и др. имеют аномалии при низких температурах. χ-зависит от поля, аномальную зависимость от температуры, явление гистерезиса.

Парамагнетизм.

1. Если атомы обладают некоторым постоянным магнитным моментом, то тогда помимо диамагнетизма, обусловленного Ларморовской прецессией электронных орбит, магнитный момент каждого атома будет стремиться повернуться вдоль поля. Однако такому ориентирующему действию поля будет препятствовать тепловое движение а также возможные связи между атомами. Очевидно рассмотрение будет наиболее простым в том случае, если связи между атомами (или молекулами) отсутствуют. В этом случае ориентирующему действию поля будет препятствовать исключительно дезориентирующее действие теплового движения. Этот случай очевидно относится к парамагнитным газам.

2. Теория парамагнитной восприимчивости газа впервые была дана Ланжевеном в 1905 году.



Магнитная энергия элементарного магнита момента μ в поле H под углом ϑ к полю, будет:

$$E = -\mu H \cos\vartheta \quad \ldots (16)$$

Согласно теореме Больцмана, вероятность того, что данный магнитик имеет момент, направление которого составляет угол ϑ с направлением поля, будет (вероятность от ϑ до $\vartheta+d\vartheta$)

$$W = A e^{-\frac{E}{kT}} d\omega = A e^{\frac{\mu H \cos\vartheta}{kT}} \sin\vartheta\, d\vartheta \,. \quad (17)$$

Если согласно Ланжевену примем, что ϑ может иметь любые значения, то среднее значение момента, направленного вдоль поля, будет

$$\bar{\mu} = \frac{\int_0^{\pi} A e^{\frac{\mu H \cos\vartheta}{kT}} \mu \cos\vartheta \sin\vartheta\, d\vartheta}{\int_0^{\pi} A e^{\frac{\mu H \cos\vartheta}{kT}} \sin\vartheta\, d\vartheta} \quad \ldots (18)$$

Обычно область применимых полей $\sim 10^3$, область температур $\sim 10^2$

$$a = \frac{\mu H}{kT} \approx \frac{9{,}2\cdot 10^{-21}\cdot 10^3}{1{,}38\cdot 10^{-16}\cdot 10^2} = 6{,}66\cdot 10^{-4}.\ \text{т.о.}\quad a \ll 1.$$

при $a \ll 1$, $\operatorname{cth} a = \frac{1}{a} + \frac{a}{3} - \frac{a^3}{45} + \ldots$

$$L_\infty(a) = \frac{a}{3} \quad \text{или} \quad L_\infty(a) = \frac{\mu H}{3kT}$$

Табличные интегралы:

$$\int e^{ax}dx = \frac{e^{ax}}{a}; \qquad \int e^{ax}x\,dx = e^{ax}\left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2}\right)$$

или

$$\frac{\overline{\mu}}{\mu} = \frac{\int_0^{+\pi} e^{\frac{\mu H \cos\vartheta}{kT}} \cos\vartheta \sin\vartheta d\vartheta}{\int_0^{\pi} e^{\frac{\mu H \cos\vartheta}{kT}} \sin\vartheta d\vartheta} \quad . \; . \; . \quad (19)$$

Обозначим $\frac{\mu H}{kT} = a$; $\cos\vartheta = x$

$-\sin\vartheta d\vartheta = dx$

$$\frac{\overline{\mu}}{\mu} = \frac{\int_{-1}^{+1} e^{ax} x dx}{\int_{-1}^{+1} e^{ax} dx} = \frac{e^{ax}\left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2}\right)\Big|_{-1}^{+1}}{e^{ax}\frac{1}{a}\Big|_{-1}^{+1}};$$

$$\frac{\overline{\mu}}{\mu} = \frac{e^{a} + e^{-a}}{e^{a} - e^{-a}} - \frac{1}{a} \quad . \; . \; . \; . \quad (20)$$

$$\frac{e^{a} + e^{-a}}{e^{a} - e^{-a}} = \mathrm{cth}\, a \quad \text{т.о.}$$

$$\frac{\overline{\mu}}{\mu} = L_\infty(a); \quad \boxed{L_\infty(a) = \mathrm{ctgh}\, a - \frac{1}{a}} \; . \; . \; (21)$$

Пусть $a = \frac{\mu H}{kT} \ll 1$. Тогда разлагая в ряд, и ограничиваясь a^4 получим

$$L_\infty(a) = \frac{a}{3} = \frac{\mu H}{3kT} \quad . \; . \; . \quad (22).$$

и т.о. $$\overline{\mu} = \frac{\mu^2 H}{3kT} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (23)$$

На один граммоль получим

$$\chi_a = \frac{\mu^2 N}{3kT} \quad . . . (24)$$

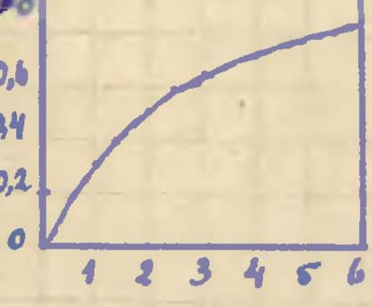
или

$$\chi_a = \frac{\mu^2 N^2}{3RT} \quad . . . (25)$$

Таким образом получаем известный закон Кюри

$$\chi_a = \frac{C_a}{T} \quad . . . (26)$$

Закон Кюри, полученный для парамагнитных газов, оказывается справедливым не только для газов, но и для растворов и даже для многих твердых тел. Особенно хорошо функция Ланжевена удовлетворяется для сернокислого гадолиния

3. 

ход функции Ланжевена.

$Gd_2(SO_4)_3 + 8 \cdot H_2O$.
вплоть до 1,31°K
H_{g} 22230 эрстед.

---

4. Из (26) следует, что $\frac{1}{\chi} = \frac{T}{C}$. Однако прямые очень часто не проходят через начало координат. Вейсс поэтому предложил вместо закона 26, несколько более сложный т.н. закон Кюри-Вейсса.

$$\frac{1}{\chi} = \frac{T-\theta}{C} \quad . . . (27).$$

θ- парамагнитная точка Кюри, могущая быть как положительной так и отрицательной.
(См. Ландсберг и Веденский рис 14. стр 50).
Для ферромагнетиков θ- почти совпадает (несколько выше) с ферромагнитной точкой Кюри, т.е. с температурой, при которой ферромагнетик теряет свои ферромагнитные свойства, превращаясь в парамагнитное тело. (Ландсберг рис 15 стр. 64)

5. Криомагнитная аномалия - отступления от закона Кюри-Вейсса при очень низких температурах. Кривые (NN 18,19 см. Ландсберг и Введенский стр. 60-61)

6. В 1911г. Вейсс предположил атомистическое строение магнетизма. „Атом магнетизма" получил название магнетона Вейсса (μ_w), согласно теории парамагнетизма полагая элементарный магнитик равным магнетону Вейсса

$$\chi_a = \frac{\mu_w^2 N}{3k} \quad \text{откуда:}$$

$$\mu_w^2 = \frac{3k\chi_a}{N} \quad . \ . \ . \ . \ (28)$$

Кроме того магнетон Вейсса определялся по приближению к насыщению с понижением температуры у ферромагнетиков. Причем Вейсс считает

$$\boxed{\mu_w = 1,85 \cdot 10^{-21} \text{ CGSM.}}$$

7. Магнитные свойства металлов - четных элементов обнаруживают либо независимый от температуры диамагнетизм, либо парамагнетизм - также независимый от температуры.

Для выяснения магнитных свойств электронов проводимости лучше всего обратиться к щелочным металлам: Li, K, Na, Rb, Cs. Если решетка металла ионная, то $Li^{(+)}$ аналогичен He, $K^+ \sim Ne$, $Na^+ \sim Ar$, $Rb^+ \sim Xe$, $Cs^+ \sim Rd$ (радон). Благородные газы диамагнитны, также как это следует из растворов солей, диамагнитны ионы щелочных металлов. Тогда

$$\chi_a = \chi_j + \chi_\varepsilon \quad . \ . \ . \ (29)$$

где χ_a - молярная восприимчивость щелочного металла

χ_j - " " ионов

χ_ε - " " электронов пров.

элемент	$\chi_a \cdot 10^6$ наблюд.	$\chi_j \cdot 10^6$	$\chi_e \cdot 10^6$
Li	3,5	−0,665	4,165
Na	14,45	−3,74	19,19
K	20,05	−13,06	33,05
Rb	17,00	−24,05	41,05
Cs	28,6	−37,21	65,81
Cu	−5,4	−19,26	14,26
Ag	−20,7	−42,10	21,4
Au	−29,6	−58,33	28,78.

(Цирконий Cs).

Медь в металле одновалентна. Ион Cu^{++} сильно парамагнитен и след. χ_a должна была бы быть парамагнитна.

т.о. Электроны проводимости вызывают парамагнетизм, он присутствует даже в диамагнитных телах. Здесь их парамагнетизм перекрывается диамагнетизмом.

Опыт дает, что χ_e — не зависит для этих металлов от температуры. Следовательно парамагнетизм электронов проводимости не зависит от температуры.

В 1930 г. Ландау показал, что „свободным" электронам присущ и диамагнетизм, причем диамагнетизм обладает $\frac{1}{3}$ от электронного парамагнетизма.

Ферромагнетизм.

Розинг 1892г.
N=0.

1. Известно, что даже в слабых полях в ферромагнетиках возникает чрезвычайно сильное намагничение. Этот факт Вейсс пытался истолковать введением так называемого молекулярного поля (1907). Т.е. по Вейссу в ферромагнетике должно фигурировать не внешнее поле H, а $H+H_m$ - где H_m внутреннее молекулярное поле, которое по Вейссу

$$H_m = \alpha J \; . \; . \; . \; . \; . \; (30)$$

пропорционально интенсивности намагничения. Т.о. можно принять полностью теорию Ланжевена, но с той разницей, что вместо внешнего поля H будет действовать поле эффективное

$$H_1 = H + H_m = H + \alpha J \; . \; . \; . \; (31)$$

т.о. мы получим:

$$\left.\begin{aligned} \frac{J}{J_0} &= Ctgh\, a - \frac{1}{a} \; \cdots \\ a &= \frac{\mu H}{kT} + \frac{\mu\alpha J}{kT} \cdots \end{aligned}\right\} \cdots \text{где} \; (32)$$

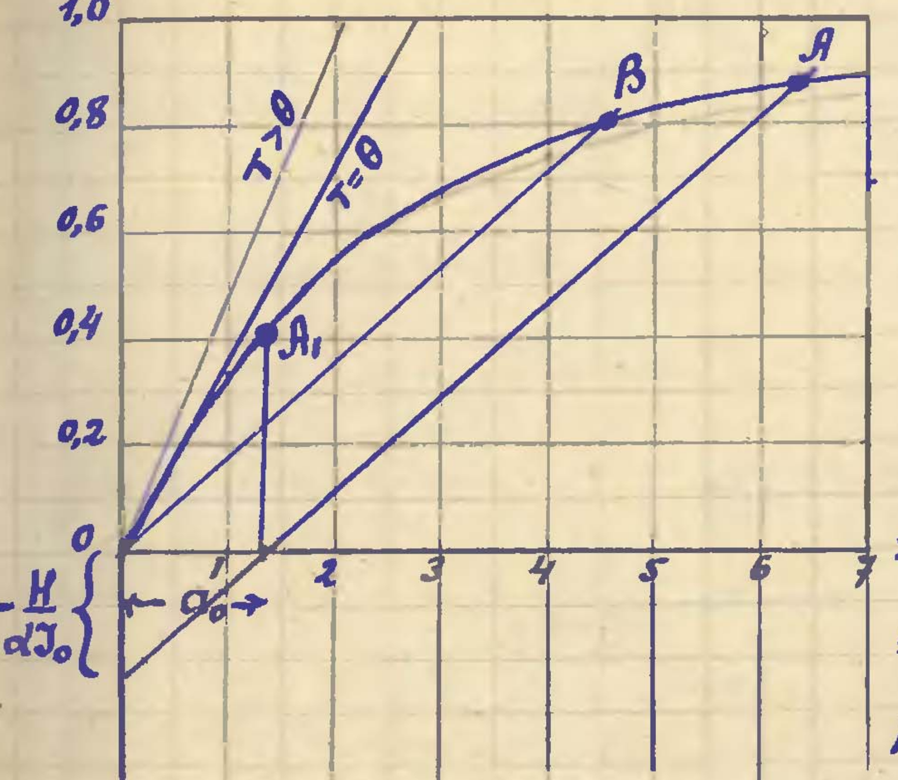
т.о. получим:

$$\frac{J}{J_0} = Ctgh\, a - \frac{1}{a} \; . \; . \; . \; (33).$$

$$\frac{J}{J_0} = \frac{kT}{\mu\alpha J_0} a - \frac{H}{\alpha J_0} \; . \; . \; . \; (34).$$

Решение с помощью исключения параметра a чрезвычайно запутано. Поэтому обычно решают уравнения (33) и (34) совместно графически. Первая функция от a (33) это известная нам функция $L_\infty(a)$, вторая - прямая, отсекающая на оси $\frac{J}{J_0}$ отрезок $-\frac{H}{\alpha J_0}$ и на оси абсцисс отрезок $a_0 = \frac{\mu H}{kT}$ т.е. значение a - при данной температуре в отсутствии молекулярного поля.

$$a_0 = \frac{\mu H}{kT}$$



Если $H = 0$, то наклон прямой углом будет определяться величиной

$\frac{kT}{\mu\alpha J_0}$ причем возможны следующие случаи:

1) $\frac{kT}{\mu\alpha J_0} > \frac{1}{3}$

тогда оба уравнения (33) и (34) имеют общее решение, дающее т.о. в отсутствии поля $J = 0$. т.е. намагничения нет.

2). $\frac{kT}{\mu\alpha J_0} < \frac{1}{3}$ Тогда (33) и (34) имеют две общие точки O и B. Причем для B в отсутствии поля $J \neq 0$, т.е. возникает самопроизвольное „спонтанное" намагничение. Причем из двух решений, дающих точки O и B, устойчивым будет второе, имеющее $J \neq 0$. В самом деле, пусть даже вначале $H_m = 0$. Но под действием каких либо причин появилось небольшое намагничение где либо. Тогда сразу же возникнет молекулярное поле, которое в свою очередь будет увеличивать намагничение, что будет снова вести к росту поля, пока J не достигнет значения, соответствующего значению при данной температуре. Случай $\frac{kT}{\mu\alpha J_0} < \frac{1}{3}$ соответствует ферромагнитному состоянию.

3) Случай $\frac{kT}{\mu\alpha J_0} = \frac{1}{3}$ очевидно соответствует переходному состоянию, а T — точке Кюри θ.

т.о.

$\frac{k\theta}{\mu\alpha J_0} = \frac{1}{3}$ Откуда:

$$\theta = \frac{\mu\alpha J_0}{3k} \quad . \; . \; . \; (35).$$

а т.к. $J_0 = \mu N$, то

$$\theta = \frac{\mu^2 N}{3k}\alpha \quad \ldots (36).$$

2. Общее соотношение

$$J = \chi H$$

для ферромагнетиков принимает вид:

$$J = \chi(H + \alpha J) \quad \ldots (37)$$

Или $J = \chi H + \chi \alpha J \qquad J(1 - \chi\alpha) = \chi H$

$$J = \frac{\chi}{1 - \chi\alpha} H$$

$\chi = \frac{C}{T}$ следовательно: $J = \frac{\frac{C}{T}}{1 - \frac{C\alpha}{T}} H = \frac{\frac{C}{T}}{\frac{T - C\alpha}{T}} H$

$$J = \frac{C}{T - C\alpha} H \quad \text{и т.д.}$$

$$\chi_T = \frac{C}{T - \theta} \quad \ldots (38)$$

где $\theta = C\alpha = \frac{\mu^2 N}{3k}\alpha \quad \ldots (39)$

в согласии с Законом Кюри-Вейсса.

3. Уравнения (33) и (34) позволяют также установить зависимость спонтанного намагничения от температуры.

$$\frac{J_s}{J_0} = Ctgh\, a - \frac{1}{a} \quad \ldots (40).$$

$$\frac{J_s}{J_0} = \frac{kT}{\mu \alpha J_0} a \quad \ldots (41).$$

$\frac{kT}{\mu\alpha J_0} a = \frac{T}{3\theta} a$ согласно (35), поэтому:

таким образом:

$$\left.\begin{aligned} \frac{J_s}{J_0} &= \operatorname{ctgh} a - \frac{1}{a} \\ \frac{J_s}{J_0} &= \frac{T}{3\theta}\, a \end{aligned}\right\} \quad \ldots (42)$$

и

$$\frac{J_s}{J_0} = f\left(\frac{T}{\theta}\right) \quad \ldots (43)$$

является универсальной функцией для всех ферромагнетиков. Сравнение с опытом дается на кривой № 24 (Ландсберг и Шеденков стр. 91).

4. Спонтанные намагничения впервые рассматривалось Вейссом - как спонтанное намагничивание железа. Однако крупные железные монокристаллы не намагничены. Поэтому Вейссу пришлось ввести понятие областей спонтанного намагничения.

5. Для ферромагнетиков $\alpha \approx 10^4$, при поле внешнем 1 эрстед $J \approx 800$. Тогда молекулярное поле Вейсса

$$H_m \approx 8000000 \text{ эрстед}$$

Поэтому сразу же станет понятно сомнение попытки Вейсса истолковать наличие молекулярного поля магнитными силами.

6. Точка Кюри - верхн. области Кюри - исчезновение ферромагнитных свойств не столь резкое и есть функция поля. рис. 25. (стр. 92)

7. Эффект Гопкинсона $J = f_1(T)$ в слабых полях. Стр. 93. рис. 26.

8. Трудности классической теории.
а) Величина молекулярного поля.
б) В парамагнетиках при $T=0$ по теории Ланжевена было бы беспорядочное распределение моментов, что соответ-

ствует конечному значению энтропии,
3) Теория Ланжевена-Вейсса внутренне противоречива, ибо в классической физике радиус молекулярных токов может быть любым, что исключает атомистичность магнитных моментов.

9. Выход может быть найден только с помощью квантовой теории.

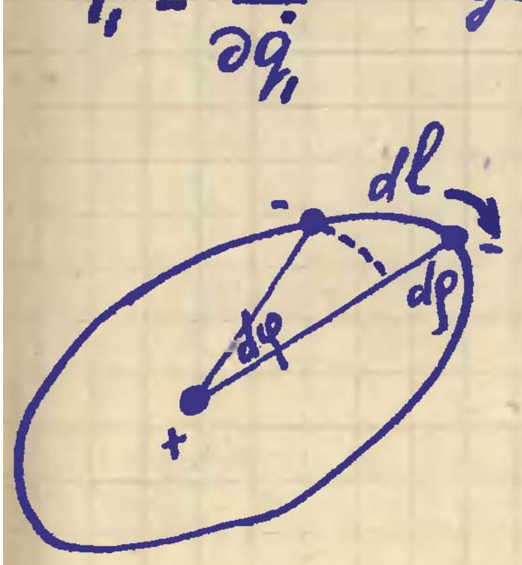
Некоторые вопросы строения атома.

1. Водородоподобный атом по Бору-Зоммерфельду.
Основной постулат: если мы имеем квантуемую систему с m степенями свободы, т.е. если состояние системы однозначно определяется $q_1, q_2, q_3 \ldots q_m$ координатами, то система из всех возможных состояний выбирает только такие, которые удовлетворяют условию:

$$\oint P_1 dq_1 = n_1 h; \quad \oint P_2 dq_2 = n_2 h \ldots \quad \oint P_m dq_m = n_m h.$$

$P_1, P_2 \ldots P_m$ - обобщенные импульсы, определяемые из условия:

$$P_1 = \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_1} \quad \text{где } \dot{q}_1 = \frac{dq_1}{dt}$$ - соответствующая обобщенная скорость.



Движение электрона вокруг ядра происходит под действием центральных сил. Это движение по плоской кривой второго порядка (по эллипсу) т.к. определяется центральной силой - силой Кулона

$$F = \frac{e_1 e_2}{R^2}$$

Обобщенные координаты ρ и φ, скорости $\frac{d\rho}{dt}=\dot{\rho}$; $\frac{d\varphi}{dt}=\dot{\varphi}$

$dl^2 = d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2$ $\quad v^2 = \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \rho^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$

$$E_k = \frac{m}{2}\left[\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \rho^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right]$$

$E_n = -\frac{Ze^2}{\rho}$; Обобщенные импульсы:

$$P_\rho = m\frac{d\rho}{dt}\ ;\ P_\varphi = m\rho^2\frac{d\varphi}{dt}$$

Условия Зоммерфельда:

$\oint P_\rho d\rho = n_\rho h$ $\quad n_\rho$ - радиальное квантовое число.

$\oint P_\varphi d\varphi = n_\varphi h$ $\quad n_\varphi$ - азимутальное квантовое число.

Из законов Кеплера следует постоянство секториальной скорости:

$$\frac{1}{2}\rho^2\frac{d\varphi}{dt} = \text{const.}$$

След. $P_\varphi = m\rho^2\frac{d\varphi}{dt} = \text{const.}$ и поэтому:

$$P_\varphi \oint d\varphi = n_\varphi h. \quad \text{и} \quad \boxed{P_\varphi = \frac{n_\varphi h}{2\pi}} \ \ldots (44)$$

Ур-ие эллипса: $\rho = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{1+\varepsilon\cos\varphi}$

$\ln\rho = \ln\left[a(1-\varepsilon^2)\right] - \ln(1+\varepsilon\cos\varphi)$ возьмем производную по φ:

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{d\varphi} = \frac{\varepsilon\sin\varphi}{1+\varepsilon\cos\varphi} \ \ldots (45)$$

Возьмем логарифм и продифференцируем

$$P_\rho = m\frac{d\rho}{dt} = m\frac{d\rho}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt};$$

$$P_\rho d\rho = m\frac{d\rho}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt}d\rho = m\rho^2\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^2\frac{d\varphi}{dt}\frac{d\varphi}{\rho^2}$$ или т.к. $m\rho^2\frac{d\varphi}{dt} = P_\varphi$

т.о. $P_\rho d\rho = P_\varphi\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^2\frac{1}{\rho^2}d\varphi$ или т.к. $\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{d\varphi} = \frac{\varepsilon\sin\varphi}{1+\varepsilon\cos\varphi}$ т.

$$P_\rho d\rho = P_\varphi\frac{\varepsilon^2\sin^2\varphi}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^2}d\varphi$$ и т.о.

$$\oint P_\rho d\rho = P_\varphi\varepsilon^2\oint\frac{\sin^2\varphi\, d\varphi}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^2} = n_\rho h$$

или:

$$\oint P_\rho d\rho = \frac{n_\varphi h}{2\pi}\varepsilon^2\int_0^{2\pi}\frac{\sin^2\varphi\, d\varphi}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^2} = n_\rho h.$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} - 1 = \frac{n_\rho}{n_\varphi}$$ или

$$\boxed{1-\varepsilon^2 = \frac{n_\varphi^2}{(n_\rho+n_\varphi)^2} \quad \ldots (46).}$$

Итак: из всех возможных эллипсов электрон выбирает такие, для которых момент количества движения $P_\varphi = n_\varphi\frac{h}{2\pi}$, а эксцентриситет удовлетворяет условию:

$$\varepsilon^2 = 1 - \frac{n_\varphi^2}{(n_\rho+n_\varphi)^2} \quad \ldots (47).$$

Вычисление полуосей и полной энергии атома.

$$\mathcal{E}=\mathcal{E}_k+\mathcal{E}_n=\frac{m}{2}\left\{\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2+\rho^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right\}-\frac{Ze^2}{\rho}=\frac{1}{2m}\left[P_\rho^2+\frac{P_\varphi^2}{\rho^2}\right]-\frac{Ze^2}{\rho};$$

$$\mathcal{E}=\frac{1}{2m}\left[P_\varphi^2\left(\frac{1}{\rho^2}\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^2+\frac{P_\varphi^2}{\rho^2}\right]-\frac{Ze^2}{\rho}=\mathcal{E}_k-\frac{Ze^2}{\rho};$$

$$\mathcal{E}_k=\frac{P_\varphi^2}{2m\rho^2}\left\{\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^2+1\right\}=\frac{P_\varphi^2}{2m}\frac{(1+\varepsilon\cos\varphi)^2}{a^2(1-\varepsilon^2)^2}\left[\frac{\varepsilon^2\sin^2\varphi}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^2}+1\right]=$$

$$=\frac{P_\varphi^2}{2m}\frac{(1+\varepsilon\cos\varphi)^2}{a^2(1-\varepsilon^2)^2}\cdot\frac{\varepsilon^2\sin^2\varphi+1+2\varepsilon\cos\varphi+\varepsilon^2\cos^2\varphi}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^2}=$$

$$=\frac{P_\varphi^2}{2m}\;\frac{\varepsilon^2+2\varepsilon\cos\varphi+1}{a^2(1-\varepsilon^2)^2};$$

$$\mathcal{E}=\frac{P_\varphi^2}{2m}\frac{\varepsilon^2+2\varepsilon\cos\varphi+1}{a^2(1-\varepsilon^2)^2}-\frac{Ze^2(1+\varepsilon\cos\varphi)}{a(1-\varepsilon^2)};$$

φ - зависит от времени. $\mathcal{E}$ - не зависит от времени. Поэтому коэф. при $\cos\varphi$ - должны быть равны нулю:

$$\frac{P_\varphi^2}{2m}\frac{2\varepsilon\cos\varphi}{a^2(1-\varepsilon^2)^2}-\frac{Ze^2\varepsilon\cos\varphi}{a(1-\varepsilon^2)}=0$$

$$\frac{P_\varphi^2}{a\cdot m(1-\varepsilon^2)}=Ze^2 \quad \text{откуда: } a=\frac{P_\varphi^2}{Ze^2m(1-\varepsilon^2)}$$

$$\boxed{a=\frac{h^2}{4\pi^2Ze^2m}(n_\rho+n_\varphi)^2 \qquad (48)}$$

$$\mathcal{E} = \frac{P_\varphi^2}{2m}\frac{\varepsilon^2+1}{a^2(1-\varepsilon^2)^2} - \frac{Ze^2}{a(1-\varepsilon^2)} = \frac{P_\varphi^2}{2ma^2(1-\varepsilon^2)^2} - \frac{P_\varphi^2}{ma^2(1-\varepsilon^2)^2}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{P_\varphi^2}{2ma^2(1-\varepsilon^2)^2} = -\frac{n_\varphi^2 h^2}{4\pi^2\, 2ma^2\, n_\varphi^2}(n_\rho+n_\varphi)^2 =$$

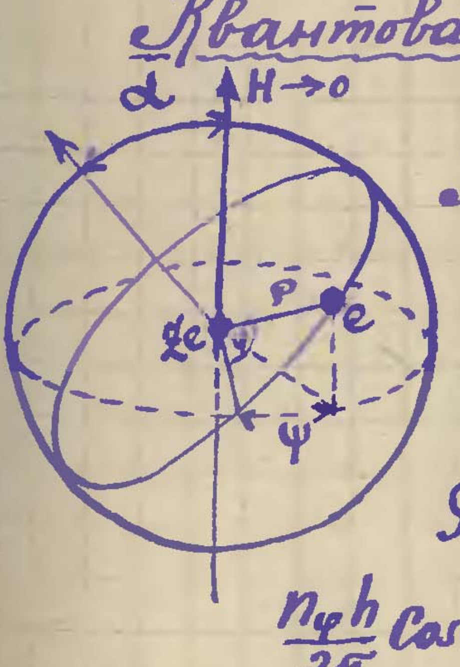
$$= -\frac{h^2(n_\rho+n_\varphi)^2\, 16\pi^4 Z^2 e^4 m^2}{8\pi^2 m\, h^4 (n_\rho+n_\varphi)^4}$$ или:

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{2\pi^2 Z^2 m e^4}{h^2}\,\frac{1}{(n_\rho+n_\varphi)^2} \quad \dots\dots (49)}$$

$$\boxed{\varepsilon = \sqrt{1-\frac{n_\varphi^2}{(n_\rho+n_\varphi)^2}} \quad \dots\dots (50)}$$

$n_\rho + n_\varphi = n$ - главное квантовое число.
n_φ - азимутальное квантовое число.

Квантование в пространстве.



Налагаем магнитны поле H и затем стремим его к нулю.

$$\oint P_\rho d\rho = n_\rho h \quad \oint P_\varphi d\varphi = n_\varphi h \quad \oint P_\psi d\psi = n_\psi h$$

$P_\psi = P_\varphi \cos\alpha$ След.

$\oint P_\psi d\psi = P_\varphi \cos\alpha \oint d\psi = n_\psi h$ или

$\frac{n_\varphi h}{2\pi}\cos\alpha = \frac{n_\psi h}{2\pi}$ или $\boxed{\cos\alpha = \frac{n_\psi}{n_\varphi} \quad (51)}$

n_ψ ~ обычно обозначают ~ m ~ магнитное квантовое число.

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots \pm n_\varphi$ всего $2n_\varphi + 1$ — значений. 5

Квантование магнитных моментов электронной орбиты:

$$\mu = \frac{1}{c} J S \qquad J = \frac{e}{\tau} \qquad S = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \rho^2 d\varphi$$

$$S = \frac{1}{2} \int_0^{\tau} \rho^2 \frac{d\varphi}{dt} dt = \frac{1}{2m} \int_0^{\tau} m \rho^2 \frac{d\varphi}{dt} dt = \frac{P_\varphi}{2m} \tau$$

$$\mu = \frac{1}{c} \frac{e}{\tau} \frac{n_\varphi h}{2\pi \, 2m} \tau \quad \text{или}$$

$$\mu = n_\varphi \frac{h}{4\pi c} \frac{e}{m}$$

Откуда

$$\boxed{\mu_0 = \frac{h}{4\pi c} \frac{e}{m} \dots (52).}$$

μ_0 — магнетон Бора $= 9{,}2 \cdot 10^{-21}$ cgsM.

Явление Зеемана.

1. Лоренц в 1895 году предсказал, а Зееман в 1896 году обнаружил явление расщепления спектральных линий при помещении источника света в магнитное поле. Из пространственного квантования это ясно:

Пусть энергия электрона на некоторой орбите (в некотором состоянии) будет E, при наложении магнитного поля изменение энергии будет ΔE, причем

$$\Delta E = -\mu_0 H \cos\alpha \cdot n_\varphi$$

т.к. $\mu_0 = \frac{h}{4\pi c}\frac{e}{m_0}$ и $\cos\alpha = \frac{m}{n_\varphi}$, то:

$$\Delta E = \left(\pm \frac{h}{4\pi c}\frac{e}{m_0} H\right) m \ldots (53)$$

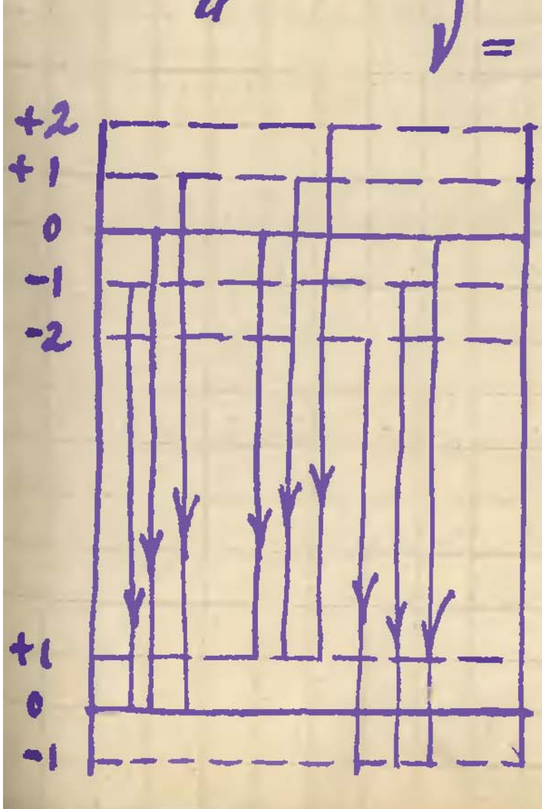
$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \pm \ldots \pm n_\varphi$$

т.е. энергетический уровень расщепляется на $2n_\varphi+1$ эквидистантных подуровней

$$\Delta E = \pm \frac{h}{4\pi c}\frac{e}{m_0} H \ldots (54)$$

и

$$\nu = \pm \frac{1}{4\pi c}\frac{e}{m_0} H = 1,40 \cdot 10^6 H. (55)$$



$n=2$; $n_\varphi=2$; $m=-2,-1,0,+1,+2$

$\Delta m = 0, \pm 1$ (правило отбора).

Опыт чаще дает, что

$\Delta E = \pm g m \mu_0 H$. g-фактор Ланде.

$n=1$; $n_\varphi=1$; $m=-1,0,+1$.

Спектры щелочных металлов.

Модель Бора - движение валентного электрона в поле [redacted]ного остатка. Особенно для далеких орбит сходство будет большое со спектрами водорода. Действительно в инфракрасной части наблюдаются линии:

	H	Li	Na	K	Rb	Cs
λ в μ	4,052	4,048	4,045	4,012	3,987	3,940
	7,463	7,436	7,443	7,426	7,428	7,425.

(Линии дублеты).

Спин электрона.

Невозможность объяснения аномального явления Зеемана, дублетного характера спектральных линий щелочных металлов, наличие пара и ортогелия, причем линии первого синглеты, линии второго триплеты.

Все это заставило в 1926 году голландских физиков Юленбека и Гаудсмита, сделать гипотезу о вращающемся электроне.

Спин:

1. Механический момент $S = \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2\pi}\right)$
2. Магнитный момент $\mu_0 = \frac{h}{4\pi c}\frac{e}{m_0}$

Для орбитального механического момента

$$n_\varphi \frac{h}{2\pi}$$

Магнитного $n_\varphi \mu_0$

Если механ. мом. измерять в $h/2\pi = l$

" " " магнитный " " " $\mu_0 = \mu$

то $l = \mu$. Для спин $\mu_0 = 2S$

$$\int_0^{2\pi}(\cos^2\varphi+\sin^2\varphi\cos^2\alpha)\,d\varphi=$$

$$=\int_0^{2\pi}(1-\sin^2\varphi+\sin^2\varphi\cos^2\alpha)\,d\varphi=\int_0^{2\pi}(1-\sin^2\varphi\sin^2\alpha)\,d\varphi=$$

$$=2\pi-\sin^2\alpha\int_0^{2\pi}\frac{1-\cos 2\varphi}{2}\,d\varphi=2\pi-\pi\sin^2\alpha+$$

$$+\frac{1}{4}\left\{\sin 2\varphi\right\}_0^{2\pi}=\pi(2-\sin^2\alpha)=\pi(1+\cos^2\alpha).$$

— • —

$\overline{x}$ средний квадратичный радиус прецессионного движения.

магнитная аномалия „спина." Кроме того возникают трудности с v для экваториальной части электрона, и получилась бы лишняя степень свободы.

Полная система квантовых чисел.

n - главное квантовое число. Определяет собою энергию атома. С точки зрения модельной большую полуось эллипса.

Изменение: $n = 1, 2, 3 \ldots \ldots \infty$.

l - побочное квантовое число. Определяет собою момент количества движения электрона по орбите. С точки зрения модельной определяет вытянутость эллипса. В теории Бора - Зоммерфельда соответствует азимутальному квантовому числу n_φ уменьшенному на 1.

Изменение: $l = 0, 1, 2, 3 \ldots n-1$.

j - внутреннее квантовое число. Определяет полный момент количества движения электрона с учетом спина. Так как момент спина $S = \frac{1}{2}$ и может либо совпадать с l либо быть антипараллельным, то

$$j = l \pm \frac{1}{2}$$

m - магнитное квантовое число. Многообразие состояний, выявляющееся при наложении магнитного поля.

Изменение $m = J, J-1, J-2 \ldots 0, \ldots -J+1, -J$

т.е. всего $2J+1$ - значений.

Можно пользоваться иной систематикой.

n - то-же

l - то-же

m - магнитное квантовое число
в ~~пред~~ $m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \pm l$.

Спин $S = \pm \frac{1}{2}$.

Характеристические рентгеновские спектры. (См. конспект. для IV к.).

Принцип Паули.

Принцип Паули - есть обобщение данных опыта и не может быть выведен логически из каких либо иных положений квантовой механики.

В атоме не может быть электронов у которых были бы одинаковы все четыре квантовых числа, т.е. в атоме один электрон от другого должен отличаться хотя бы одним квантовым числом.

Физика не знает фактов, противоречащих принципу Паули.

Подсчет числа электронов в группе.

Группой электронов в атоме, назовем электроны с одинаковым главным квантовым числом.

1) При данных n, l, j электроны могут отличаться друг от друга значениями m.

всего $2j + 1$ - значений.

2) При одинаковых n, l отличаются j и m, т.к.

$$\left.\begin{aligned} j_1 &= l+\tfrac{1}{2} \\ j_2 &= l-\tfrac{1}{2} \end{aligned}\right\} \text{то:} \quad \begin{aligned} &2(l+\tfrac{1}{2})+1 \\ &2(l-\tfrac{1}{2})+1 \\ \hline &2(2l+1) \end{aligned}$$

электронов.

3) При одинаковом n, $l = 0, 1, 2 \ldots n-1$

$$Z = \sum_{0}^{n-1} 2(2l+1) = \frac{2+4n-2}{2} n = 2n^2$$

т.о. в группе n - главного квантового числа, может быть не более:

$$\underbrace{\{ Z = 2n^2 \}}$$ электронов.

при $n = 1$ K- группа (слой) 2 электрона
~"~ 2 L ~"~ 8 ~"~
~"~ 3 M ~"~ 18 ~"~
~"~ 4 N ~"~ 32 ~"~
~"~ 5 O ~"~ 50 ~"~

При одинаковых n, электроны с одинаковыми l составляют подгруппу

при $l = 0$ s-подгруппа
$l = 1$ p ~"~
$l = 2$ d ~"~
$l = 3$ f ~"~

Электроны с одинаковыми n, l, j - составляют частную подгруппу.

Периодическая система элементов.

(Менделеев 1869 г.)

При построении периодической системы элементов следует очевидно руководствоваться следующими соображениями:

1. Порядковый номер элемента Z в периодической системе, равен заряду ядра, если за единицу заряда принять заряд эл-на. Результат непосредственного опыта Резерфорда.
2. Если порядковый номер элемента Z, то вокруг ядра движется Z электронов, т.к. атом в целом нейтрален.
3. Вокруг ядра электроны располагаются группами (слоями). Внутренние группы должны быть построены одинаково. Это требование диктуется всей систематикой рентгеновских характеристических лучей и в первую очередь законом Мозели.

4. При переходе от легких атомов к тяжелым, должна наблюдаться периодичность как химических свойств так и оптических спектров. Это диктуется всеми опытными данными химии, а также оптическими спектрами (пример спектры щелочных металлов).

5. Принцип Паули „запрещает" иметь двум электронам одинаковые 4 квантовых числа. Каждый электрон стремится занять наиболее низкий энергетический уровень, не противоречащий принципу Паули.

См. Борн

Гиромагнитный эффект.

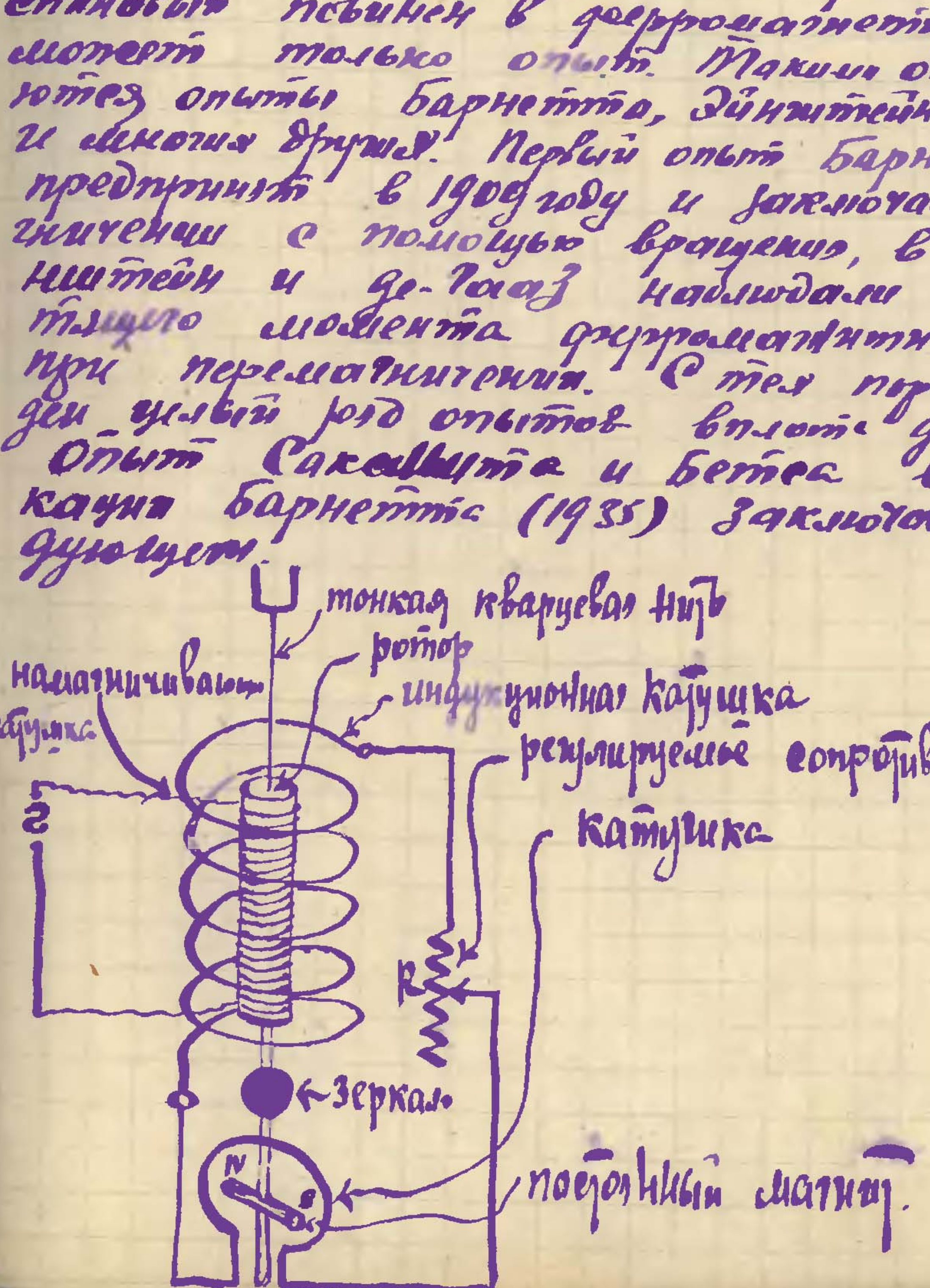
1. Выше было установлено, что механический и магнитный моменты пропорциональны друг другу, причем для орбитальных моментов имели

$$\left.\begin{array}{ll} K = n\frac{h}{2\pi} & \text{— для механического и} \\ \mu = n\mu_0 & \text{—— магнитного} \end{array}\right\} \text{или } K = \mu$$

Для спина $\mu = 2K$ что было названо магнитной аномалией спина.

Какой магнитный момент орбитальный или спиновый повинен в ферромагнетизме ответить может только опыт. Такими опытами являются опыты Барнетта, Эйнштейна и де-Гааза и многих других. Первый опыт Барнетта был предпринят в 1909 году и заключался в намагничении с помощью вращения, в 1915 году Эйнштейн и де-Гааз наблюдали наличие крутящего момента ферромагнитного образца при перемагничении. С тех пор был проведен целый ряд опытов вплоть до 1935 года.

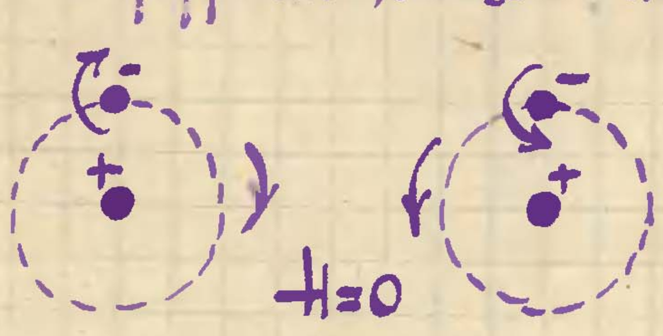
Опыт Сакашита и Бетса в модификации Барнетта (1935) заключается в следующем.

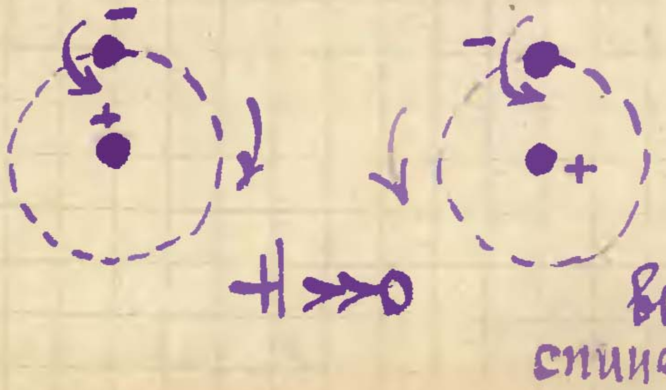


В намагничивающую катушку подается ток переменный с периодом равным периоду крутильных колебаний ротора.
В индукционной катушке возникает напряжение, а сила тока регулируется реостатом R так, чтобы ток идущий через катушку В отклонял постоянный магнит момента m в сторону противоположную отклонению ротора и общее отклонение было бы равным нулю.
Зная крутящий механический момент ротора и изменение его магнитного момента, можно найти отношение. Результаты:

вещество	Барнетт 1909	Эйнштейн и де-Гааз 1915	Стюарт 1918	Барнетт отец и сын 1917-1925-1937	Сакеми и Бр 1923
Fe	2,1	1	2,0	1,91	1,99
Co			2,1	1,83	1,94
Ni				1,96	2,00
Fe-Co (34%)				1,88; 1,98	
Fe-Ni (25%)				1,97; 1,97.	
Co-Ni (46%)				1,91, 1,92	
Mn-Al-Cu	(Гейслеровы сплавы)			1,96.	
Fe_3O_4					2,02

т.о. Опыт однозначно говорит за то, что в ферромагнетизме повинен спин электрона.

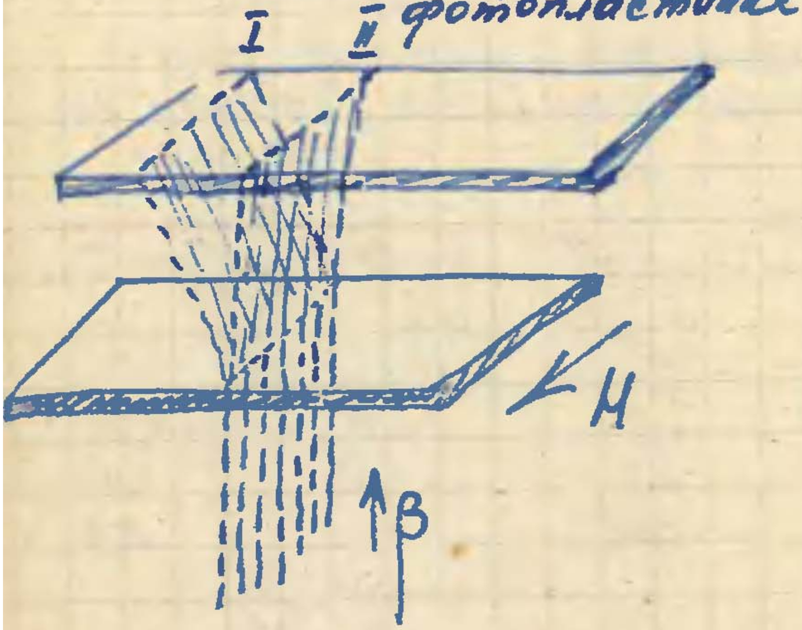




поле направлено перпендикулярно чертежу и к нам. Меняется, как видно, только направление спина электрона.

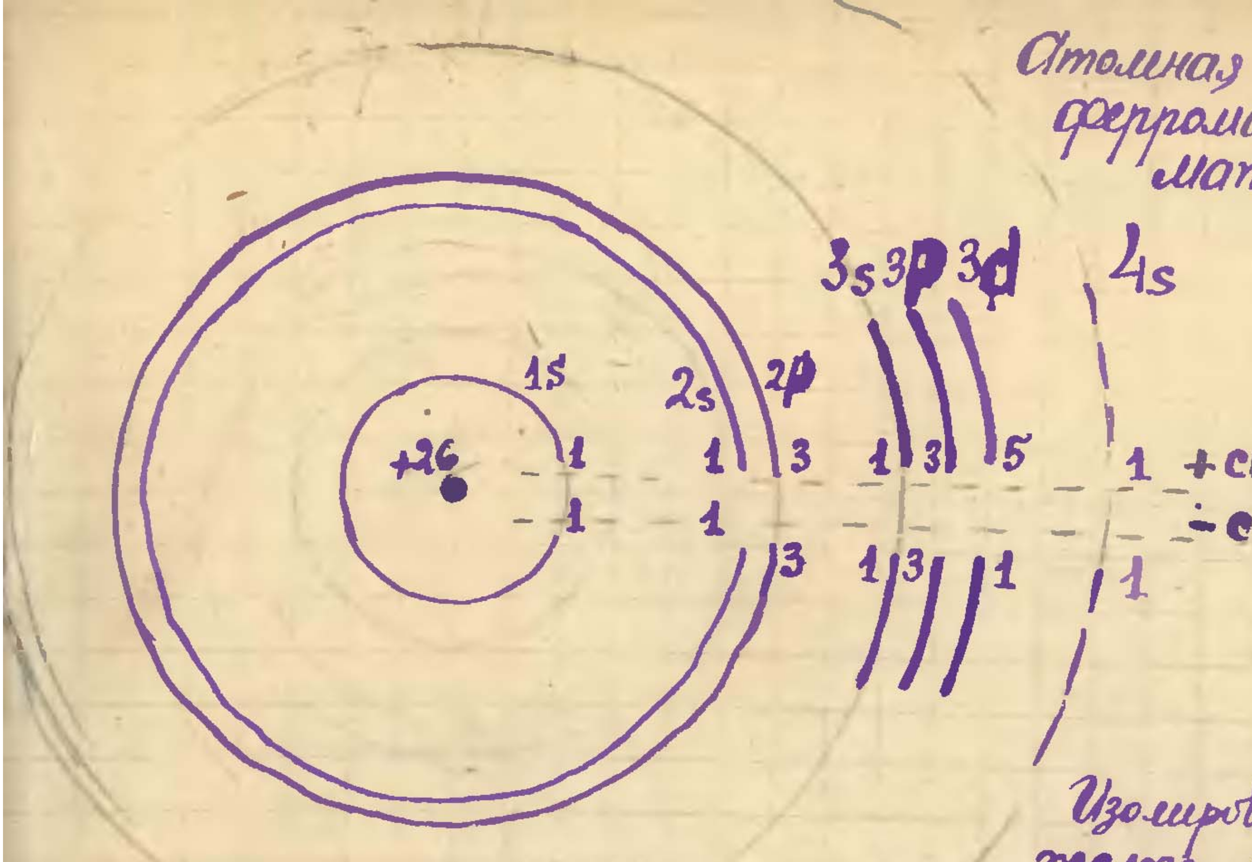
Опыт Дорфмана (1924).

Отклонение электронов при прохождении через намагниченную никелевую фольгу.

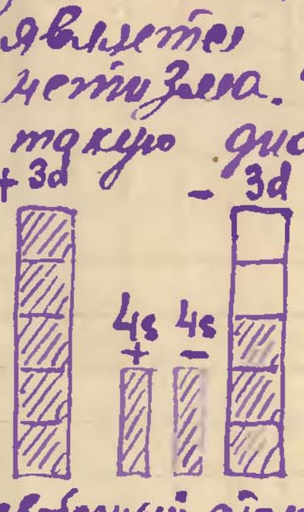


Если $H = 10^3$ - отклонение мало, если 10^7 - велико. Опыт дает, что мало.

Атомная структура ферромагнитных материалов.



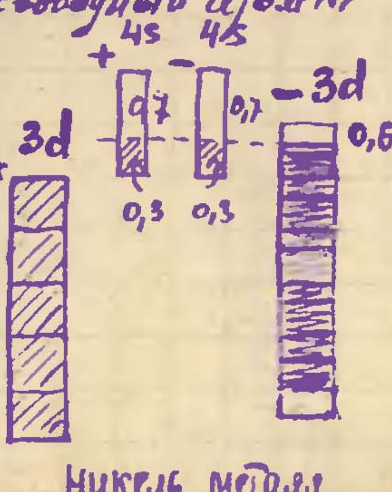
Изолированный атом железа имеет незаполненную оболочку 3d. Причем в этой оболочке спинов положительных 5, отрицательных 2. Очевидно у кобальта в оболочке 3d будет спинов +5, −2, у никеля +5, −3. Таким образом наличие незаполненных внутренних оболочек является условием необходимым для ферромагнетизма. Для никеля (свободного атома) получим такую диаграмму заполнения электронных оболочек.



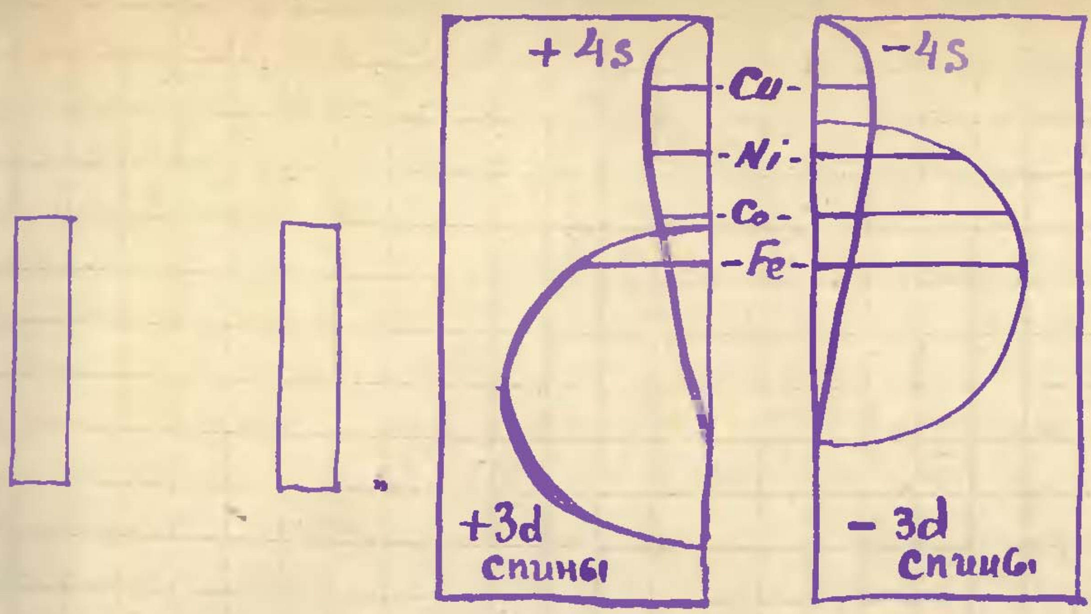
свободный атом Ni

Однако в металле, когда атомы чрезвычайно близко друг к другу происходит перераспределение электронов. Часть валентных электронов переходит в оболочку 3d, оставшиеся в группе 4s образуют свободные электроны проводимости.

Тот факт, что свободных мест, в среднем, 0,6 в оболочке 3d на атом подтверждается определением насыщения Ni при абсолютном нуле.



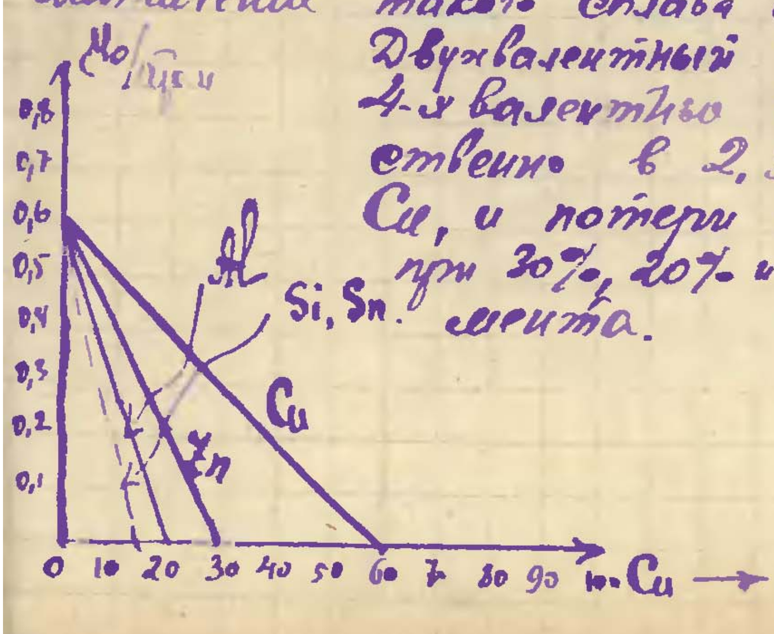
Никель метал.



Элемент	число электронов в оболочках				общее число	свободные места		излишек свободных мест в 3d -, сверх 3d+
	3d+	3d-	4s+	4s-		3d+	3d-	
Cr	2,7	2,7	0,3	0,3	6	2,3	2,3	0
Mn	3,2	3,2	0,3	0,3	7	1,8	1,8	0
Fe	4,8	2,6	0,3	0,3	8	0,2	2,4	2,22
Co	5,0	3,3	0,35	0,35	9	0	1,7	1,70
Ni	5,0	4,4	0,3	0,3	10	0	0,6	0,61
Cu	5,0	5,0	0,5	0,5	11	0	0	0

Медно-никелевые сплавы подтверждают эту теорию. Если один атом Ni заменить одним атомом меди, то валентный электрон меди отыщет место в одном из атомов никеля в оболочке 3d и нейтрализует оболочку +3d. При 60% Cu очевидно все магнитные моменты будут скомпенсированы и спонтанное намагничение такого сплава будет равным нулю.

Двухвалентный Zn, трехвалентный Al и 4-х валентные Si, Sn заполнят соответственно в 2, 3 и 4 раза быстрее чем Cu, и потери происходят соответственно при 30%, 20% и 15% прибавляемого элемента.

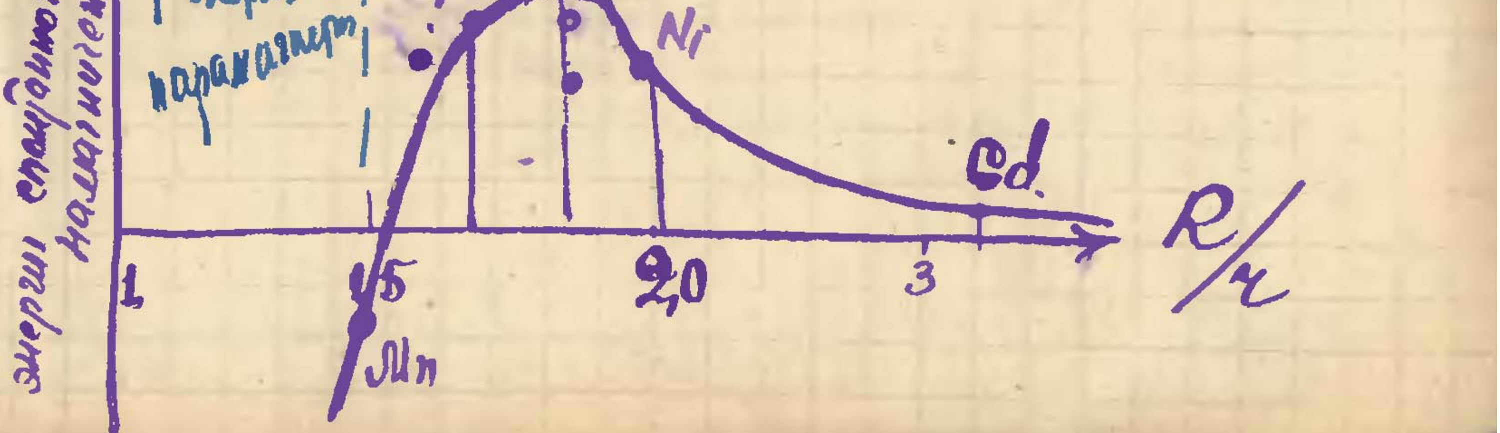


Итак, для наличия ферромагнетизма требуется наличие
1) незаполненных внутренних оболочек в атоме,
2) Наличием перевеса (+)спинов над (-)спинами в незаполненной оболочке.

Кроме того, если имеются незаполненные оболочки с различным количеством (+) и (-) спинов, то на расстояниях значительных взаимодействия между электронами не будет, при приближении атомов друг к другу возникает особый тип взаимодействия (обменное или резонансное) устанавливающее спины параллельно друг другу. При дальнейшем приближении атомов друг к другу эта связь устанавливает спины антипараллельно. Критерий R/r где R - радиус свободного атома, r - радиус оболочки 3d.

Вещество	$2R_0$ Å	$2r$	R/r	Незаполненная оболочка	точка Кюри в °K.
Mn	2,52	1,71	1,47	3d	—
Fe	2,50	1,58	1,63	3d	1040
Co	2,51	1,38	1,82	3d	1400
Ni	2,50	1,27	1,97	3d	630
Cu-Mn	2,58	1,44	1,79	3d	600
Mo	2,72	2,94	0,92	4d	—
Ru	2,64	2,33	1,13	4d	—
Pd	2,73	1,93	1,41	4d	—
Gd	3,35	1,08	3,1	4f	290
W	2,73	3,44	0,79	5d	—
Os	2,72	2,71	1,02	5d	—
Pt	2,77	2,25	1,23	5d	—

Как показал Слейтер для того чтобы был ферромагнетизм, требуется чтобы $R/r > 1,50$



$mvR = \frac{nh}{2\pi}$ $n = 1, 2, 3 \dots$ $mvR = K$ $K = \frac{nh}{2\pi}$

$$h = 6{,}62 \times 10^{-27} \text{ эрг·сек.}$$

$$vR = n \cdot \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{1}{m}$$

$$\mu = \frac{1}{c} JS = \frac{1}{c} \frac{e}{T} \pi R^2 = \frac{e}{c} \frac{v}{2\pi R} \pi R^2 = \frac{e}{2c} vR$$

$$\mu = n\left(\frac{h}{4\pi c} \frac{e}{m}\right) = n\mu_0$$

Если $\frac{h}{2\pi} = 1$ и $\mu_0 = 1$. то для орбиты: $K = \mu$; $\frac{\mu}{K} = 1$.

Спин электрона. $K = \frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$; $\mu = \mu_0$ т.о. для спина: $\frac{\mu}{K} = 2$.

Гиромагнитный эффект.

Вывод формулы Вейсса-Гайзенберга.

На прошлых лекциях было установлено:

1. Носителем ферромагнитных явлений являются спины электронов. $\tau = \frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$; $\mu = \mu_0 = \frac{h}{4\pi c}\frac{e}{m}$

2. Ферромагнетизм возможен лишь в атомах с незаполненными внутренними электронными оболочками, причем (+) и (-) спины во внутренних электронных оболочках не должны быть скомпенсированными.

3. Отношение радиуса атома R к радиусу незаполненной оболочки r должно быть больше 1,5. ($R/r > 1,5$).

При наличии этих трех условий между электронами соседних атомов возникает обменное (резонансное) взаимодействие, приводящее к тому, что спины соседних атомов устанавливаются параллельно друг другу, создавая т.н. спонтанное намагничение, которое Вейсс объяснил наличием особого, т.н. молекулярного поля (резонансного).

Итак, не магнитные, а электрические силы создают спонтанное намагничение. Однако наличие спонтанного намагничения создает в отдельных частях образца действительно магнитное поле.

Из опытов Штерна и Герлаха, и) принципа пространственного квантования, следует, что при наложении магнитного поля спин электрона может принять лишь два возможных положения: по или против поля. Пусть мы имеем 1 см³ ферромагнитного вещества N спинов. Наложим поле $H \to 0$. Пусть N_1 — располагается вдоль поля,

N_2 — антипараллельно полю.

Очевидно

$$N_1 + N_2 = N$$

Вероятность того, что данный электрон направлен по полю $W_1 = \frac{N_1}{N}$, против поля $W_2 = \frac{N_2}{N}$

Если магнитный момент спина μ, то очевидно интенсивность намагничения $J = \mu(N_1 - N_2) = \mu N(W_1 - W_2)$

Итак: $$J = \bar{\mu} N \;\ldots\; (1)$$

$$J = \mu(N_1 - N_2) \ldots (2)$$

$$J = \mu N(W_1 - W_2) \ldots (3)$$

или $$\bar{\mu} = \mu(W_1 - W_2) \ldots (4).$$

Согласно классической статистике:

$$W_1 = A e^{-\frac{U_1}{kT}} \qquad W_2 = A e^{-\frac{U_2}{kT}}$$

где U_1 — энергия спина, направленного по полю
U_2 — " " " против "

Очевидно $W_1 + W_2 = 1$ $\quad A\left(e^{-\frac{U_1}{kT}} + e^{-\frac{U_2}{kT}}\right) = 1$

Откуда:
$$\frac{\bar{\mu}}{\mu} = \frac{e^{-\frac{U_1}{kT}} - e^{-\frac{U_2}{kT}}}{e^{-\frac{U_1}{kT}} + e^{-\frac{U_2}{kT}}} \;.\; (5)$$

Если электроны недалеко друг от друга, то взаимная энергия двух электронов будет зависеть от ориентации их спинов по отношению друг к другу.
Пусть взаимная энергия двух параллельно ориентированных спинов будет U_1', а антипараллельно ориентированных U_2'.

$\uparrow\uparrow$ — энергия U_1'
$\uparrow\downarrow$ — " U_2'

Т.к. заметное действие спин электрона может оказать лишь на спины ближайших электронов, то очевидно достаточно учесть энергию взаимодействия спина с его ближайшими соседями. Число соседей очевидно зависит от того, какова структура решетки. Пусть число соседей будет Z.
Пусть из этих Z эл-ов Z_1 — направлены по полю, Z_2 — против пол. Очевидно $Z_1 + Z_2 = Z$

Возможны 2 случая:

а) выбранный электрон имеет спин направленный по полю. Тогда:

$$U_1 = z_1 U_1' + z_2 U_2' \quad \ldots \; (6)$$

б) Спиновый момент данного электрона направлен против поля. Тогда:

$$U_2 = z_1 U_2' + z_2 U_1' \quad (7)$$

Очевидно: $\frac{z_1}{z} = \frac{N_1}{N}$ и $\frac{z_2}{z} = \frac{N_2}{N}$ тогда:

$$U_1 = z\frac{N_1}{N} U_1' + z\frac{N_2}{N} U_2' \quad \ldots \; (8).$$

$$U_2 = z\frac{N_1}{N} U_2' + z\frac{N_2}{N} U_1' \quad \ldots \; (9).$$

т.к. $N_1 + N_2 = N$

$N_1 - N_2 = \frac{J}{\mu}$, то очевидно:

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= \tfrac{1}{2}\left(N + \tfrac{J}{\mu}\right) \\ N_2 &= \tfrac{1}{2}\left(N - \tfrac{J}{\mu}\right) \end{aligned}\right\} \ldots \; (10)$$

или:

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= \tfrac{N}{2}\left(1 + \tfrac{J}{J_0}\right) \\ N_2 &= \tfrac{N}{2}\left(1 - \tfrac{J}{J_0}\right) \end{aligned}\right\} \ldots \; (11).$$

откуда:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= \tfrac{z}{2}\left(1 + \tfrac{J}{J_0}\right)U_1' + \tfrac{z}{2}\left(1 - \tfrac{J}{J_0}\right)U_2' \\ U_2 &= \tfrac{z}{2}\left(1 + \tfrac{J}{J_0}\right)U_2' + \tfrac{z}{2}\left(1 - \tfrac{J}{J_0}\right)U_1' \end{aligned}\right\} \ldots \; (12)$$

или:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= \tfrac{z}{2}\left(U_1' + U_2'\right) + \tfrac{z}{2}\tfrac{J}{J_0}\left(U_1' - U_2'\right) \\ U_2 &= \tfrac{z}{2}\left(U_1' + U_2'\right) + \tfrac{z}{2}\tfrac{J}{J_0}\left(U_2' - U_1'\right) \end{aligned}\right\} \ldots \; (13)$$

или

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= -\frac{z}{2}\,\frac{J}{J_0}\,(u_2' - u_1') + \frac{z}{2}(u_2' + u_1') \\ u_2 &= +\frac{z}{2}\,\frac{J}{J_0}\,(u_2' - u_1') + \frac{z}{2}(u_2' + u_1') \end{aligned}\right\} \ldots (14)$$

Итак u_1 и u_2 будут функциями J. при $J=0$ $u_1 = u_2 = const.$

Пусть $\frac{z}{2}(u_1' + u_2') = c$

и $\frac{z}{2}(u_2' - u_1') = q$

тогда

$$\boxed{\begin{aligned} u_1 &= -\frac{z}{2}A\frac{J}{J_0} + c \\ u_2 &= +\frac{z}{2}A\frac{J}{J_0} + c \\ \frac{J}{J_0} &= th\,\frac{z}{2kT}A\frac{J}{J_0} = th\,a \\ \frac{z}{2kT}A\frac{J}{J_0} &= a \end{aligned}}$$

$$(15)\quad \boxed{\frac{J}{J_0} = \frac{2kT}{zA}\,a}$$

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= -q\,\frac{J}{J_0} + c \\ u_2 &= +q\,\frac{J}{J_0} + c \end{aligned}\right\}$$

т.о. умножая на N числитель и знаменатель исходной формулы (5) получим:

$$\frac{J}{J_0} = \frac{e^{\frac{q}{kT}\frac{J}{J_0}} - e^{-\frac{q}{kT}\frac{J}{J_0}}}{e^{\frac{q}{kT}\frac{J}{J_0}} + e^{-\frac{q}{kT}\frac{J}{J_0}}} \ldots (16)$$

Пусть $\frac{q}{kT} = b$ и $b\,\frac{J}{J_0} = a$ ..(17)

Тогда:

$$\cancel{N = b\,tgh\,N \ldots (18)}$$

$$\cancel{N = b\,\frac{J}{J_0} \ldots (19)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{J}{J_0} &= tgh\,a \ldots (18) \\ \frac{J}{J_0} &= \frac{1}{b}\,a \ldots (19) \end{aligned}}$$

Ур-ие Вейсса-Гайзенберга.

или $\left\{ \begin{aligned} \frac{J}{J_0} &= tgh\, a \\ \frac{J}{J_0} &= \frac{kT}{q}\, a \end{aligned} \right\}$ (20)

$q = \frac{z}{2}(U_2' - U_1')$

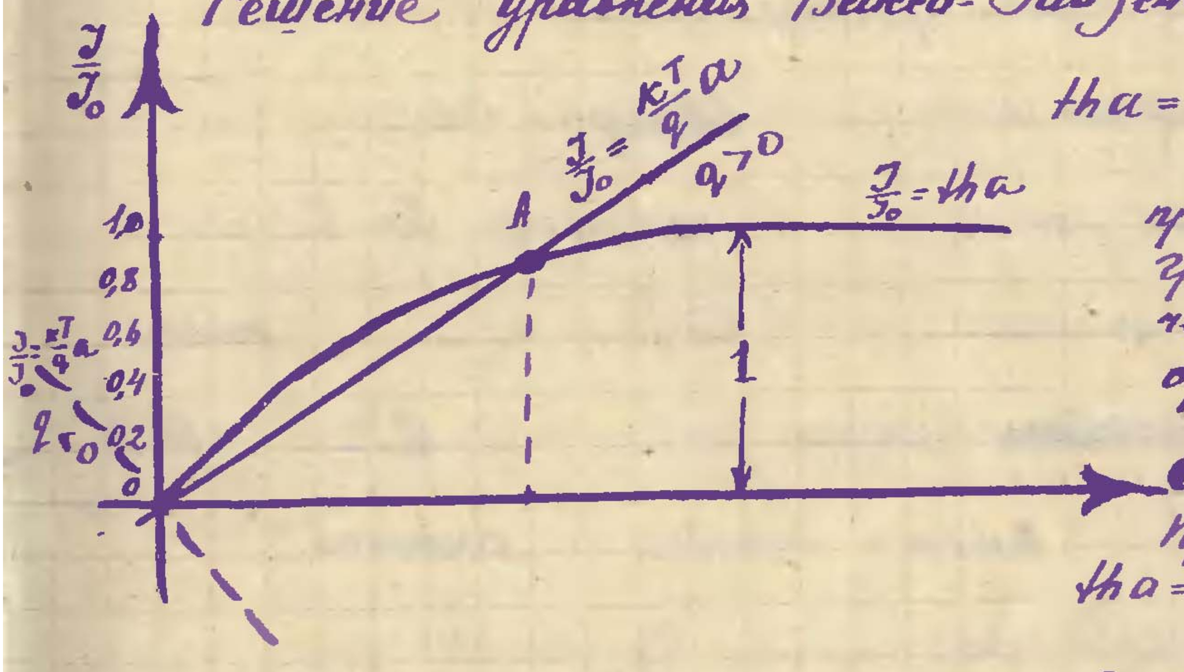
Сравним с ур-ием Вейсса:

$$\frac{J}{J_0} = Ctgh\, a - \frac{1}{a}$$

$$\frac{J}{J_0} = \frac{kT}{M\alpha J_0} a - \frac{H}{\alpha J_0}$$

$U_2' - U_1' = A$ - интеграл „обмена".

Решение уравнения Вейсса-Гайзенберга.



$$tha = \frac{e^{a} - e^{-a}}{e^{a} + e^{-a}}$$

при $a = 0$ $th = 0$ график пройдет через начало координат.

При $a \to \infty$ $tha = 1$

При $a \to 0$

$$tha = \frac{1 + a - 1 + a}{1 + a + 1 - a} = a$$

График выходит под углом 45°.

Если $q < 0$ т.е. $U_2' < U_1'$ то $\frac{J}{J_0} = 0$

Если $q > 0$ „ $U_2' > U_1'$ то при

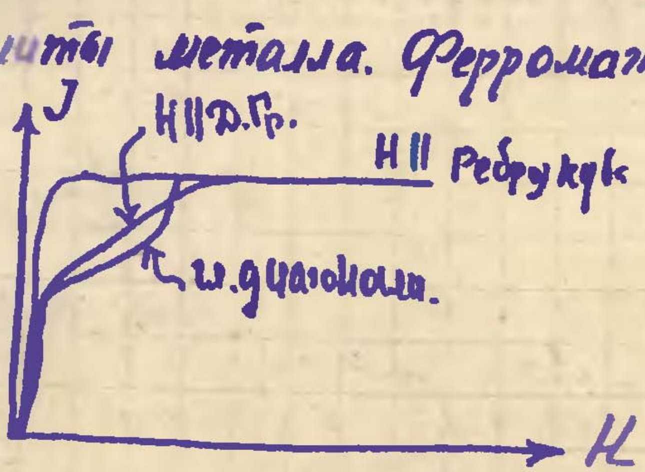
$\frac{kT}{q} < 1$ возможно спонтанное намагничение.

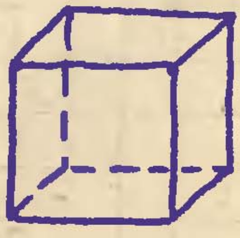
Очевидно в точке Кюри имеет место равенство:

$$k\theta = q. \text{ т.е. } k\theta = \frac{z}{2}(U_2' - U_1') \quad \ldots (21).$$

1. Независимость J_s и θ от направления. Обменные силы не зависят от направления, они изотропны.

2. Кристаллиты металла. Ферромагнитные монокристаллы.

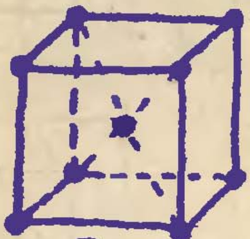




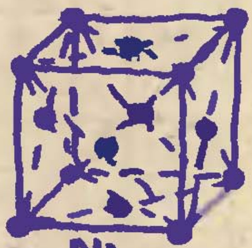
3. Анизотропия многих магнитных свойств.

4. Некоторые вопросы кристаллографии. (Профессором Петербургского горного института Евграфом Степановичем Федоровым было рассмотрено теоретически все возможные взаимные расположения атомов. Им было найдено, что таких возможных ~~[illegible]~~ взаимных расположений 230 (1885-1890), объединяемых в 32 класса и 7 систем или „сингоний".

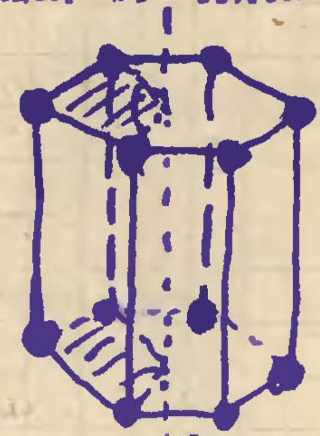
5. Fe, Ni - кубическая система. Co - гексагональная.



Fe.



Ni



Co.

Ферромагнитные монокристаллы.

Опыты Лауэ в 1912 году, подтвердили давно высказанное предположение о том, что кристалличность тел объясняется периодическим расположением атомов в них. Современная физика твердого тела, относит к числу твердых тел только <u>кристаллические тела</u>. Часто кристалличность твердых тел незаметна. При обычных условиях кристаллизации металлов, возникает большое число центров кристаллизации и отдельные кристаллы не успевают развиться до больших размеров и принять правильные геометрические очертания. Получается большое число недоразвитых кристаллов или <u>зерен</u> называемых также <u>кристаллитами</u>.

Кристаллизация [redacted] может создавать в различных веществах кристаллические решетки различного типа.

<u>Кристаллы одного и того-же вещества могут иметь различную величину, форму и число граней, но углы между соответствующими гранями всегда остаются постоянными.</u> Это

Закон постоянства углов Жана-Баптиста-Луи Ромэ де л'Иля (1736-1790) французский ученый.

Ферромагнетики - всегда кристаллы. Жидких ферромагнетиков нет. Поэтому свойства общие кристаллическим телам относятся также и к ферромагнетикам. В частности для кристаллов характерным является симметрия, т.е. правильная повторяемость одинаковых граней, ребер и углов. Такая правильность расположения атомов в кристалле или кристаллографических граней и углов может быть отнесена к плоскости — тогда мы имеем <u>плоскость симметрии</u>
к оси — тогда мы имеем <u>ось симметрии</u>,
к точке — " — " — — <u>центр симметрии</u>.

$$j = \operatorname{th} a = a - \frac{a^3}{3}; \quad a = cj; \quad c = \frac{\theta}{T}$$

$$j = cj - \frac{c^3 j^3}{3}; \quad 1 = c - \frac{c^3 j^2}{3};$$

Следовательно:

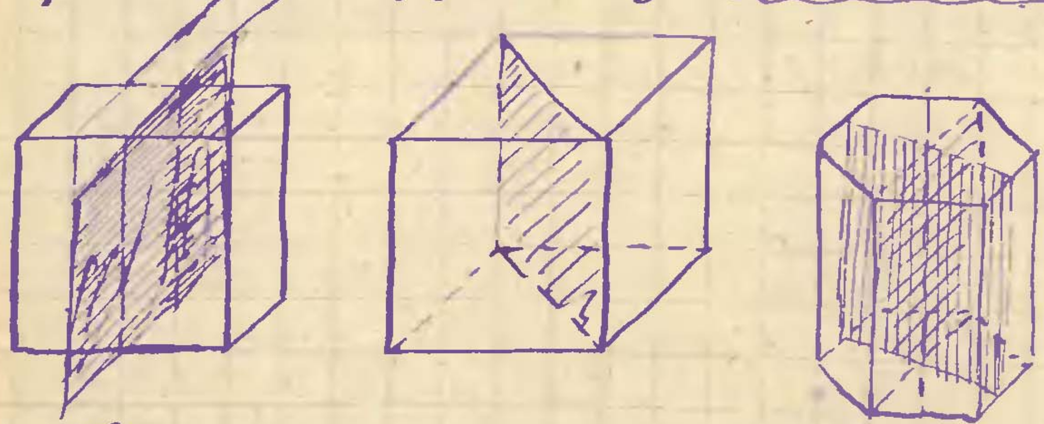
$$c^3 j^2 = 3(c-1)$$

$$j^2 = \frac{3}{c^2}\left(1 - \frac{1}{c}\right)$$

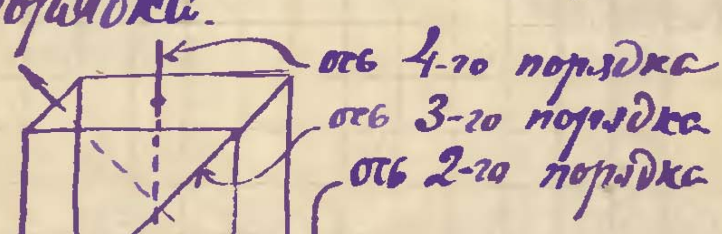
$$j^2 = \frac{3}{c^2}\left(1 - \frac{1}{c}\right)$$

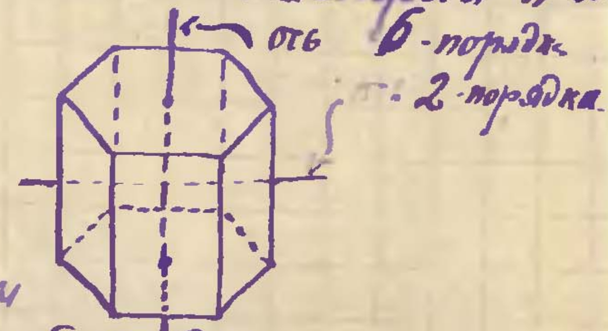
$$j^2 = 3\left(\frac{T}{\theta}\right)^2\left(1 - \frac{T}{\theta}\right)$$

Плоскость, рассекающая кристалл на две части, одна из которых является зеркальным отображением другой, наз. плоскостью симметрии.



Прямая, при вращении кристалла около которой на 360° он n-раз принимает равноценные положения носит название оси симметрии n-го порядка.



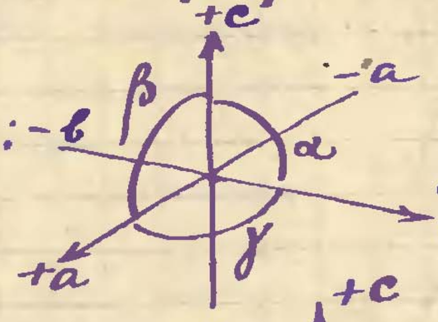


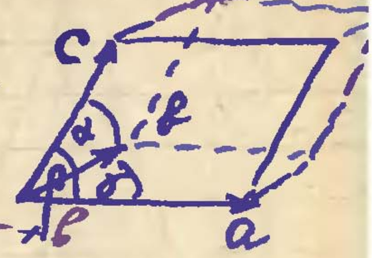
Точка внутри кристалла, в которой пересекаются и делятся пополам все линии, соединяющие соответствующие точки, взятые на поверхности кристалла, называется центром симметрии.

Кристаллографическое обозначение плоскостей и направлений.

Согласно исследованиям Федорова, Гесселя, Браве может существовать только 32 кристаллографических класса, по их свойствам симметрии. Для описания кристалла необходимо ввести некоторую систему координат. В зависимости от класса решетки кристалла может быть выбрана и система координат. На основе тех систем координат, которые употребляются для описания кристалла, классы кристаллов объединяются в кристаллографические системы. Их всего ~~вс…~~ семь

a) Триклинная система:



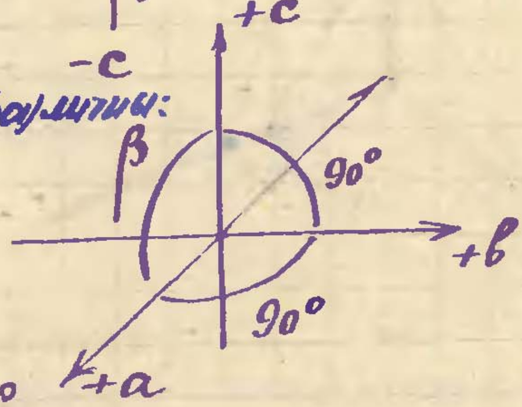


$a \neq b \neq c$

$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90°$

Единицы измерения по разл. напр. различны:

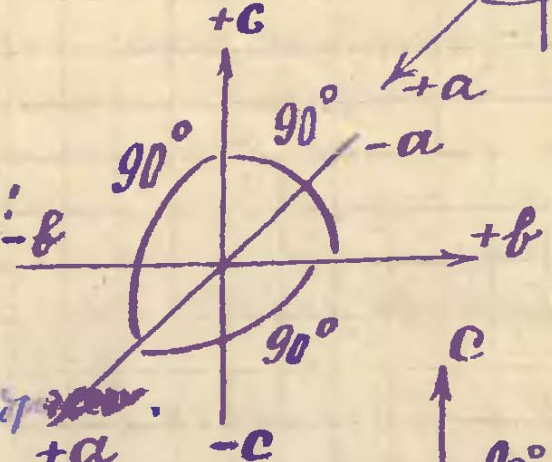
б) Моноклинная:



$a \neq b \neq c$

$\alpha = \beta = 90° \neq \gamma$

c) Ромбическая:



$a \neq b \neq c$

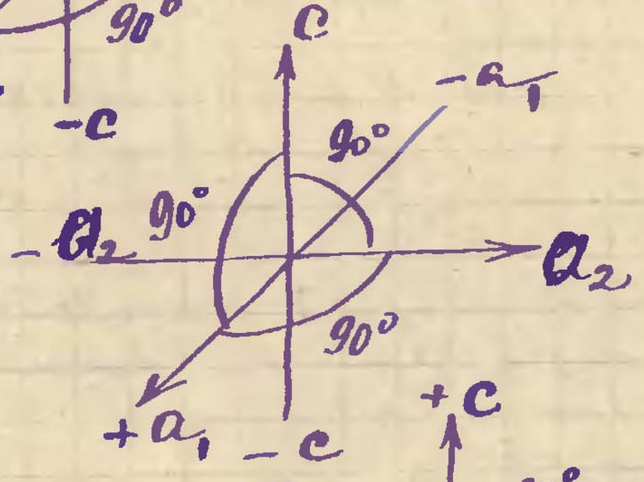
$\alpha = \beta = \gamma = 90°$

тригональная или ромбоэдр[ическая].

$a = b = c$

$\alpha = \beta = \gamma \neq 90°$

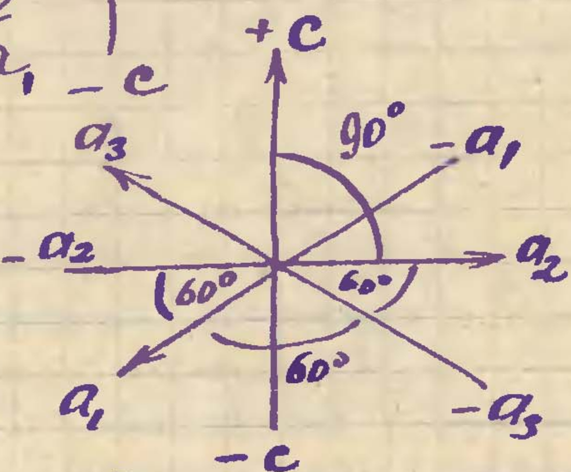
d) тетрагональная:



$a = b \neq c$

$\alpha = \beta = \gamma = 90°$

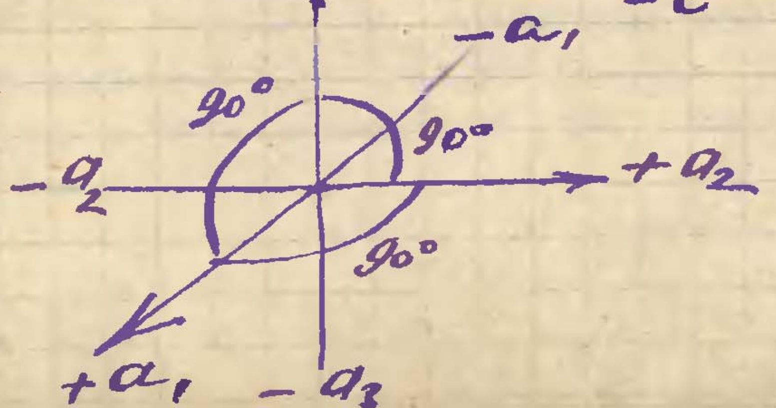
e) Гексагональная:



$a = b \neq c$

$\alpha = \beta = 90° \quad \gamma = 120°$

f) Кубическая:



$a = b = c$

$\alpha = \beta = \gamma = 90°.$

Пусть XYZ оси кристаллографических координат. $A_1B_1C_1$ — некоторая кристаллографическая плоскость [сетчатая, атомная], отсекающая на осях координат отрезки a_1, b_1, c_1. Пусть далее некоторая другая кристаллографическая плоскость $A_2B_2C_2$ отсекает отрезки $a_2 b_2 c_2$.

Т.к. кристалл пространственная решётка, то очевидно должно существовать соотношение:

$$m_1a_1 : n_1b_1 : p_1c_1 = m_2a_2 : n_2b_2 : p_2c_2$$

где m, n, p - простые целые числа.

Существенное упрощение можно ввести, если определенную, особо важную кристаллографическую грань выбрать за т.н. <u>единичную грань</u>, а осевые отрезки всех остальных граней давать как кратные, соответствующих осевых отрезков единичной грани.

Если $A_1B_1C_1$ - единичная грань, тогда:

$$a_1 : b_1 : c_1 = \frac{a_2}{\frac{m_1}{m_2}} : \frac{b_2}{\frac{n_1}{n_2}} : \frac{c_2}{\frac{p_1}{p_2}}$$ Очевидно числа $\frac{m_1}{m_2}, \frac{n_1}{n_2}, \frac{p_1}{p_2}$

показывают, сколько единичных отрезков отсекает грань $A_2B_2C_2$ на осях координат.

Величины обратные, т.е.

$$h = \frac{m_2}{m_1}; \quad k = \frac{n_2}{n_1}; \quad l = \frac{p_2}{p_1}$$ называются Миллеровскими индексами

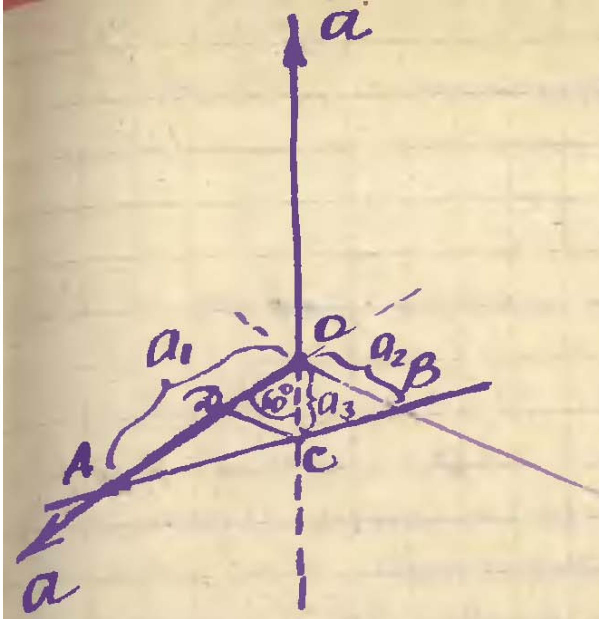
(и любой паралл. ей плоскости)

грани $A_2B_2C_2$, и плоскость эта запишется так: (hkl). Единичная плоскость очевидно (111).

Как было указано выше в гексагональной системе 4 оси, из которых три равноценных лежат в одной плоскости. Однако индексы на 3-х равноценных осях гексагональной системы, дающих базис не независимы.

$$AO : AD = OB : CD \quad \text{или:}$$

$$a_1 : (a_1 - a_3) = a_2 : a_3 \quad \text{и} \quad a_3 = \frac{a_1a_2}{a_1 + a_2}$$



Миллеровские индексы:

$$h=\frac{1}{a_1} \quad k=\frac{1}{a_2} \quad -i=\frac{1}{a_3}$$

дают:

$$h=\frac{1}{a_1}; \quad k=\frac{1}{a_2}$$

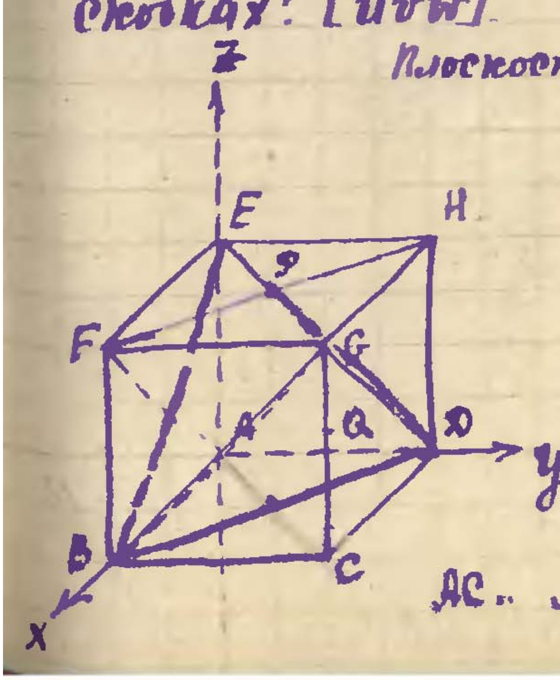
$$-i=\frac{a_1+a_2}{a_1a_2}=\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_1}$$

Знак (-) означает, что индуцируемая плоскость AB пересекает третью ось в области отрицательных значений a_3. т.о.

$$i=\bar{h}+\bar{k}.$$

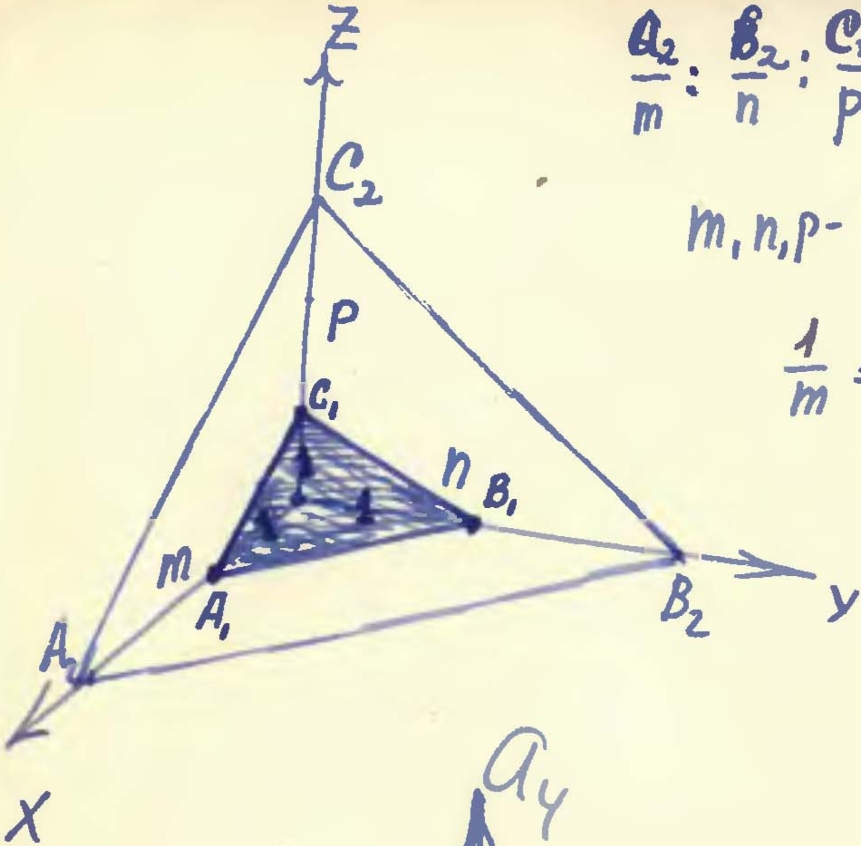
т.е. индекс равный третьей дополнительной оси, всегда равен отрицательной сумме двух первых.

Направления определяют так. Проводят по индуцируемому направлению прямую из начала координат и приписывают ему координаты любой лежащей на ней точки. Приводят эти точки к трем целым числам, не имеющим общего делителя. Индексы направлений пишутся в прямых скобках: [uvw].



Плоскость	BDE		(111)
	BCFG	отс. отр. 1, ∞, ∞.	(100)
	GHDC	″ ″ ″	(010)
	GFEH	″ ″ ″	(001)
	BDG	″ 1,1,-1, т.е.	(11$\bar{1}$)
	BDFH	″ 1, 1, ∞)	(110)
	ACGE	″ 1,-1, ∞)	(1$\bar{1}$0)
Направление	AB		[100]
	AD		[010]
	AE		[001]

AC .. .. [110]; AG .. .. [111] AQ .. .. $\frac{1}{2},\frac{1}{2},1$ или [112].

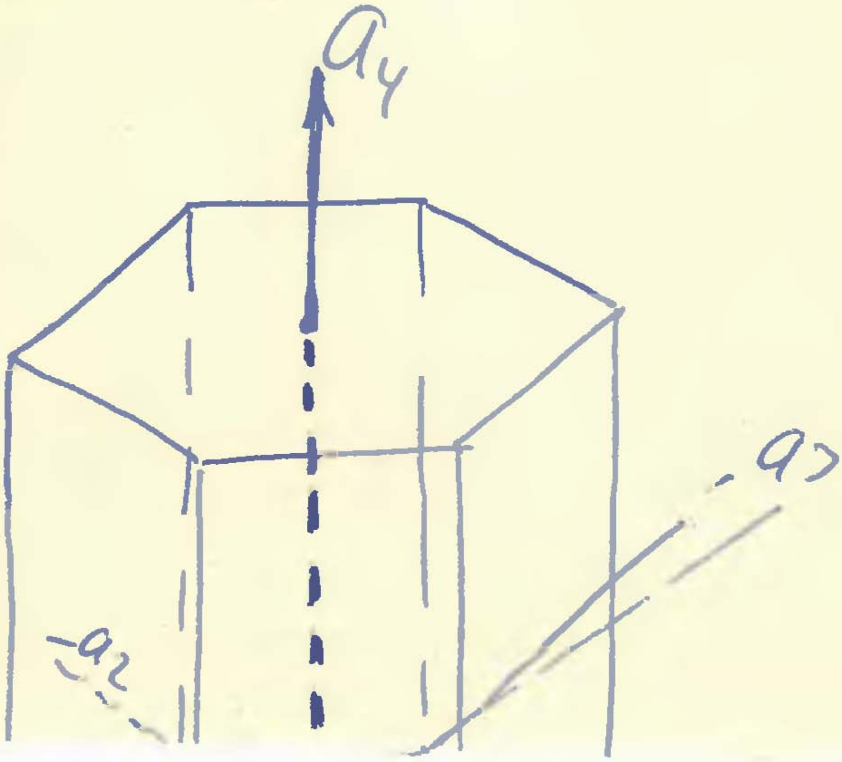


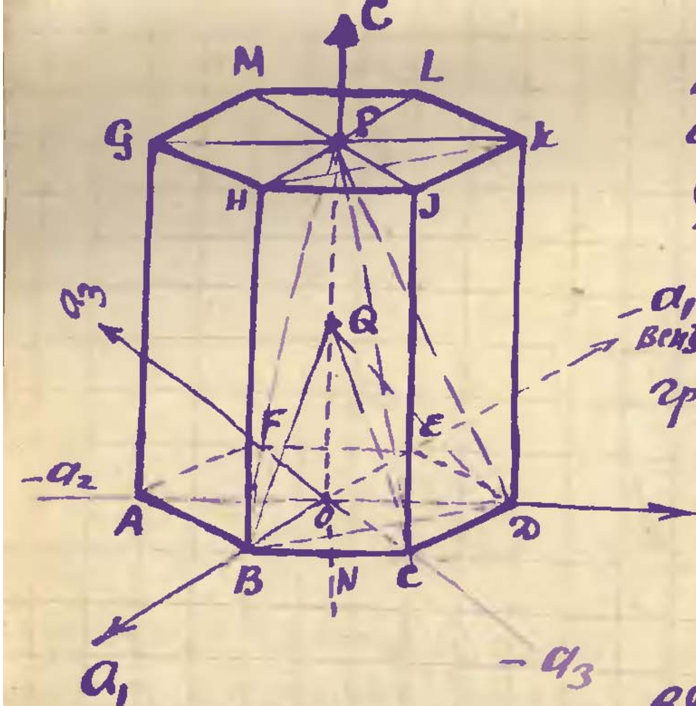
$$\frac{A_2}{m} : \frac{B_2}{n} : \frac{C_2}{p} = \cancel{1:1}\ a_1 : b_1 : c_1 ;$$

m, n, p - целые числа.

$$\frac{1}{m} = h \quad \frac{1}{n} = k \quad \frac{1}{p} = l$$

(hkl) (111)





Базис (плоскость ABCDEF) отсекает отрезки: ∞, ∞, ∞, 1 или (0001)

Грань ABHG

a_1 отсекает отрезки 1, −1, ∞, ∞ $(1\bar{1}00)$ вернее $(10\bar{1}0)$; пл. CDJK $(01\bar{1}0)$

грань BDJH $1, 1, -\frac{1}{2}, \infty$ $(11\bar{2}0)$.

плоскость BCP $1, \infty, -1, \frac{1}{l}$ $(10\bar{1}l)$

l дает порядок пирамиды

BCP пирамида 1-го рода 1-го порядка, BCQ - пирамида 1-го рода 2-го порядка.

BDP $(11\bar{2}l)$ пирамида 2-го рода 1-го порядка BDQ $(11\bar{2}l)$ пирамида 2-го рода 2-го порядка.

Направления — гексагональная ось [0001]

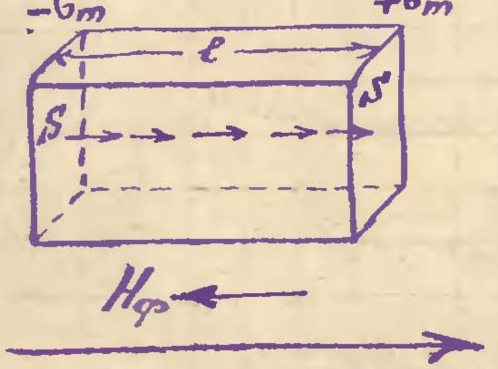
Дигональные оси 1-го рода OB $1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0$ $[\bar{2}110]$ $[1\bar{2}10]$, $[11\bar{2}0]$.

OD OF

Дигональная ось ON. $[10\bar{1}0]$.

Размагничивающий фактор.

Т.к. ферромагнетики тела кристаллические, то очевидно форма решётки кристалла должна быть учтена, при построении теории ферромагнитных явлений. Однако для ферромагнетиков, как это легко видеть, существенную роль играет также и форма образца, внесенного в магнитное поле.



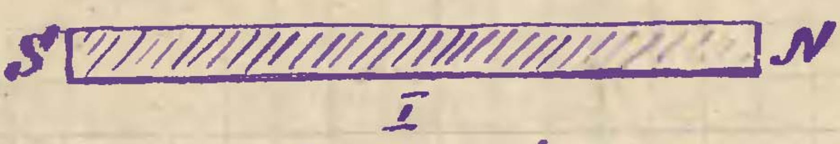
Возьмем некоторый образец и внесем его во внешнее поле H. Спины внутри ферромагнетика установятся преимущественно вдоль поля и на поверхностях S - создадутся „фиктивные" магнитные массы, поверхностной плотности σ_m.

Т.о. магнитные массы на поверхностях S будут $\sigma_m S$ и магнитный момент образца $P_m = \sigma_m S l. = \sigma_m V.$

Очевидно, эти „фиктивные" магнитные массы создадут обратное поле внутри образца $H_ф$. Таким образом внутри образца будет поле

$$H_i = H - H_ф \quad \ldots \quad (1).$$

$H_ф$ - существенно зависит от формы тела. В самом деле, допустим что мы имеем достаточно длинный намагниченный стержень I

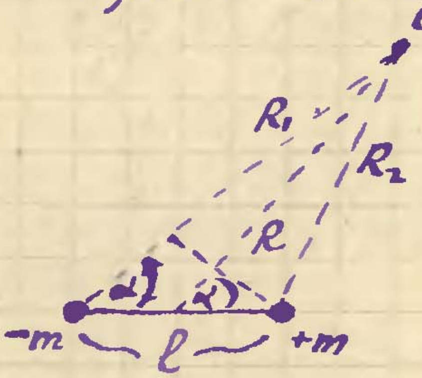


Если стержень I разрезать пополам и отдельные части его I' и I" развести в стороны, то придется совершить работу против сил взаимного притяжения этих кусков. Очевидно эта работа уйдет на увеличение магнитной энергии тела.

Т.о. магнитная энергия двух коротких кусков будет больше магнитной энергии одного длинного, при одинаковой интенсивности их намагничения.

Кроме того, магнитная энергия одного и того-же тела будет неодинаковой при намагничении ~~и~~ по различным направлениям. Чтобы показать это, вспомним величину энергии взаимодействия 2 диполей.

Пусть имеем магнитный диполь. Потенциал



магнитного полюса $-m$ в точке O очевидно будет $\varphi_- = -\frac{m}{R_1}$

полюса $+m$

$$\varphi_+ = +\frac{m}{R_+}$$

Общий потенциал диполя:

$$\varphi = m\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = \frac{m(R_1 - R_2)}{R_1R_2}$$

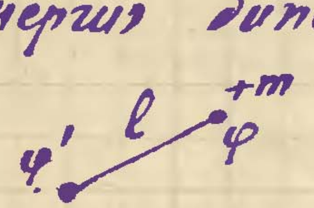
$R_1 - R_2 = l\cos\alpha$, т.о.

$$\varphi = \frac{ml\cos\alpha}{R^2}$$

т.к. $R_1R_2 \simeq R^2$. $ml = \mu$ - магнитный момент диполя. Итак:

$$\varphi = \frac{\mu\cos\alpha}{R^2} \ldots (2).$$

Энергия диполя во внешнем поле:



$$-m\varphi' + m\varphi = m(\varphi - \varphi') =$$

$$= m\left[\varphi - \left(\varphi - \frac{\partial\varphi}{\partial l}l\right)\right] = ml\frac{\partial\varphi}{dl}$$

$$U = -(\bar{m}\bar{H})$$

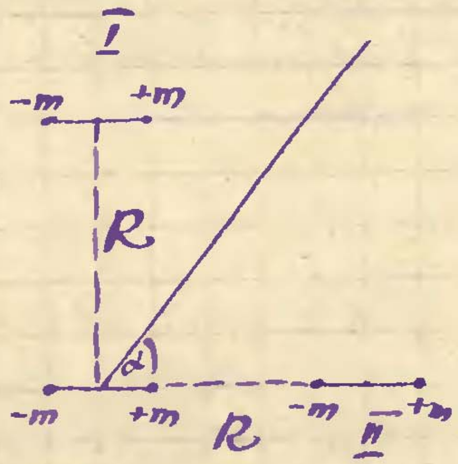
$$\frac{\partial\varphi}{\partial l} = \operatorname{grad}_l\varphi = -H_l$$

Итак:

$$U = -\mu H\cos\beta.$$

$$U = -(\bar{\mu}\bar{H})$$

Возьмем 2 крайних случая:



В I-ом случае направление H таково, что изменяется лишь α, во втором только R.

$$\text{I} \quad H = -\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} = \frac{\mu \sin\alpha}{R^2}$$

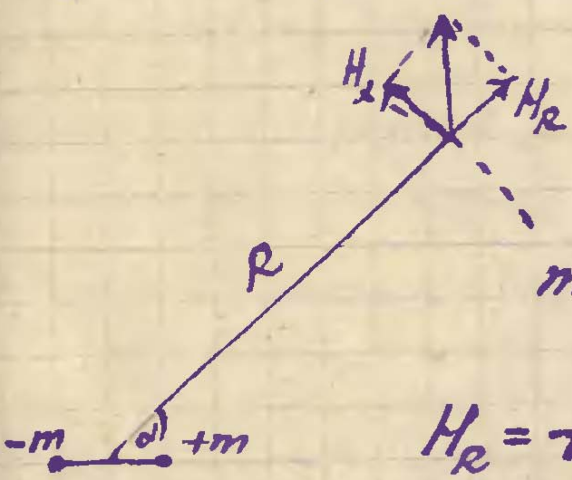
и т.к. $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то:

$$H = \frac{\mu}{R^2}$$ и энергия

I-го состояния: $$U_1 = \frac{\mu^2}{R^3}$$

II-го состояния: $$H = -\frac{\partial \varphi}{\partial R} = -\frac{2\mu \cos\alpha}{R^3}$$

$$U_2 = -\frac{2\mu^2}{R^3}$$



$$H_R = -\frac{\partial \varphi}{\partial R} \qquad H_\alpha = -\frac{\partial \varphi}{\partial (R\alpha)}$$

$$H_\alpha = -\frac{1}{R}\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}$$

т.к. $\varphi = \frac{\mu \cos\alpha}{R^2}$, то:

$$H_R = +\frac{2\mu \cos\alpha}{R^3}; \quad H_\alpha = \frac{\mu \sin\alpha}{R^3}$$

Полная $H = \sqrt{H_R^2 + H_\alpha^2}$

В I. $U_1 = -H_\alpha \mu \cos 180^\circ = \frac{\mu^2}{R^3}$

" II $U_2 = -H_R \mu \cos 0^\circ = \frac{2\mu^2}{R^3}$

Таким образом состояние

→ → → → → → → → более устойчиво.

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ менее устойчиво

т.е. У одного и того-же стержня намагниченное состояние вдоль оси более устойчиво чем намагниченное состояние перпендикулярн. оси.

Пусть плотность энергии бесконечно длинного стержня будет U_0. Тогда энергия стержня конечной длины будет:

$$U = U_0 + U_ф.$$

Где $U_ф$ - энергия формы. Т.к. при $J=0$, размагничивающее поле равно нулю то и $U_ф=0$. С увеличением J, очевидно $U_ф$ - возрастает. Очевидно $U_ф$ - четной функции относительно J. Следовательно:

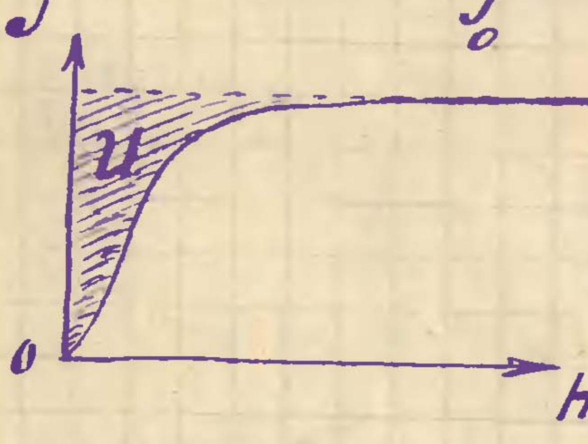
$$U_ф = \frac{1}{2} N J^2 + \dots$$

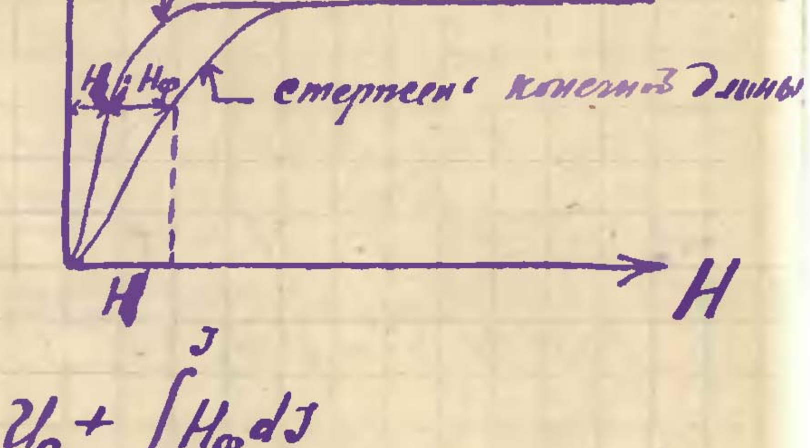
Где $\frac{1}{2}N$ - коэфф. пропорциональности.

Энергия намагничения вообще

$$U = \int_0^J H dJ$$

и определяется заштрихованной площадью.





Очевидно

$$\int_0^J H_1 dJ = U_0 + \int_0^J H_ф dJ$$

$$\int_0^J H_ф dJ = \frac{1}{2} N J^2$$

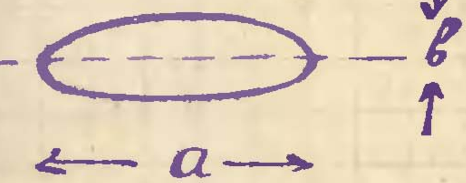
Или взяв производную по J - имеем:

$$H_ф = NJ. \dots$$

т.е. размагничивающее поле пропорционально интенсивности намагничения. Коэффициент пропорциональности носит название размагничивающего фактора.

Так для бесконечн. длинного стержня $N = 0$
" " замкнутого тороида $N = 0$
" " шара $N = 4/3\pi$
" б/тонкий диск $\perp$ плоскости $N = 4\pi$

Вообще внутреннее поле неоднородно. Однако, внутри эллипсоида оно однородно.



Если эллипсоид тело вращения вокруг большой оси a, то при:

$b/a = 1/10$ $N = 0{,}255$

$1/25$ $0{,}0587$

$1/50$ $0{,}0181$

$1/100$ $0{,}0054$

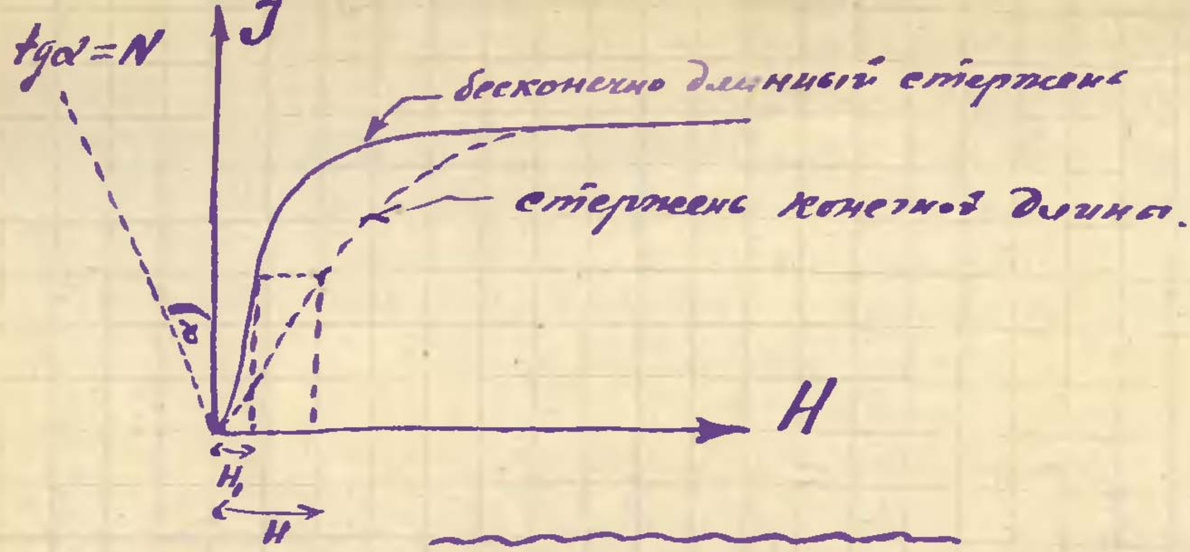
$1/300$ $0{,}0008$

Если поле направлено вдоль a.

От кривой намагничения стержня конечной длины, можно перейти к кривой намагничения бесконечной длины путем простого пересчёта, предложенного Релеем

Очевидно $\frac{H_\phi}{J} = N$. Если отложить от оси J отрезки влево равные H_ϕ, то суммируя с H мы очевидно получим H_1, то что нужно для бесконечно-длинного стержня. Найти же отрезки H_ϕ не представляет труда, ибо очевидно нужно провести прямую, под углом α, удовлетворяющим условию:

$$N = tg\alpha.$$



$$J = \chi H_1 = \chi(H - H_\phi) = \chi H - \chi N J$$

откуда $J = \dfrac{\chi}{1+N\chi} H = \chi_1 H.$

χ_1 - Аркадьев называет восприимчивостью тела.

При больших N и χ $J = \frac{1}{N} H$
и индивидуальные особенности вещества перестают себя проявлять.

$\frac{1}{N}$ - Аркадьев называет восприимчивостью формы.

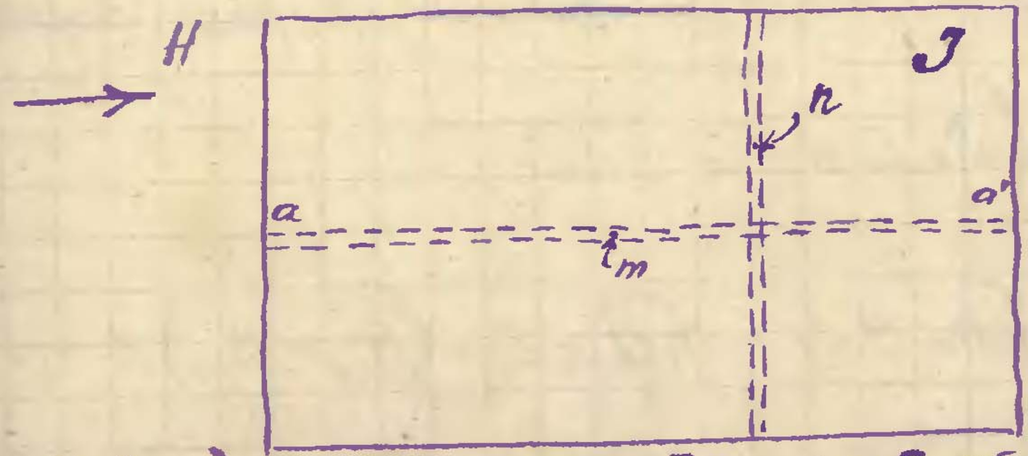
Очевидно $\dfrac{1}{N} = \lim\limits_{\chi\to\infty} \dfrac{\chi}{1+N\chi}$

Поведение ферромагнетика в магнитном поле.

1. Мы установили, что при внесении ферромагнетика в магнитное поле он поляризуется, т.е. на его концах выступают фиктивные магнитные массы, поверхностную плотность которых мы обозначали σ_m.

Весь образец получает некоторый магнитный момент P_m, и магнитный момент единицы объема $J = \sigma_m$.

$$J = \chi H \quad \text{причем} \quad \chi = F(H). \text{ в общем случае.}$$



Пусть мы имеем ферромагнетик, намагниченный до интенсивности J слева направо, при наложении поля H.

Очевидно сам ферромагнетик дает также некоторое поле. Если вырезать длинную и тонкую щель aa' в направлении внешнего магнитного поля, то т.к. все спины ферромагнетика установятся также вдоль поля, то их влияние на любую точку m находящуюся внутри щели будет равно нулю и поле в точке m будет очевидно равно H. Если вырезать щель перпендикулярно полю, то при наличии интенсивности намагничения $J = \sigma_m$ даже в отсутствии внешнего поля, напряженность поля в точке n — по теореме Гаусса — будет:

$4\pi J$ полное поле очевидно получим, прибавив внешнее поле H величину:

$$B = 4\pi J + H$$

называемой магнитной индукцией.

$$B = H(1 + 4\pi\chi), \text{ откуда:}$$

$\mu = 1 + 4\pi\chi$

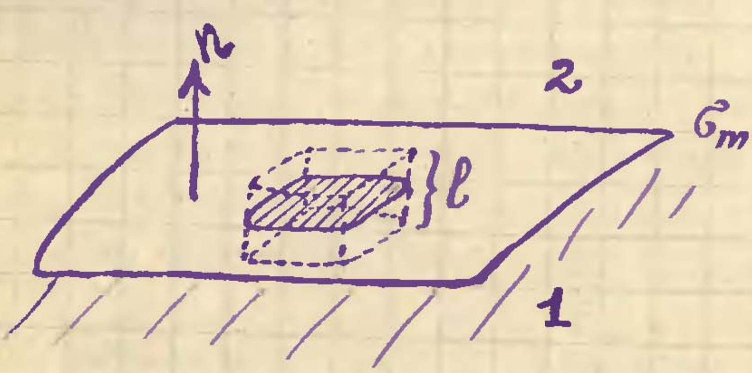
$B = \mu H.$

Основные дифференциальные уравнения магнитного поля

$\operatorname{rot} \bar{H} = \frac{4\pi}{c}\bar{j}$

$\operatorname{div} \bar{B} = 0$

$B = H + 4\pi J.$



Пусть мы имеем границу раздела двух магнетиков. Очевидно на границе раздела могут появиться фиктивные магнитных масс с плотностью σ_m.

Для выделенного объема согласно теореме Гаусса получим:

$$\int_V \operatorname{div} \bar{a}\, dV = \oint a_n dS$$

$$\int_V \operatorname{div} B\, dV = \oint B_n dS = (B_{2n} - B_{1n}) S + N' = 0$$

где N' - поток вектора B через боковую поверхность цилиндра. Т.к. $l \to 0$, то $N' \to 0$ и

$$B_{2n} - B_{1n} = 0 \quad \text{или}$$

$$B_{2n} = B_{1n}.$$

т.е. на границе раздела двух сред нормальная слагающая вектора B - остается непрерывной.

$$\text{т.к. } B_{2n} = \mu_2 H_{2n}$$

$$B_{1n} = \mu_1 H_{1n} \quad \text{то}$$

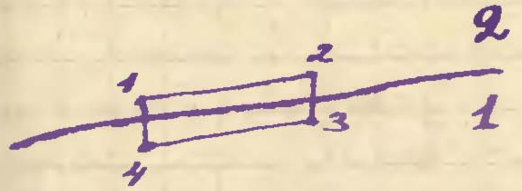
$$H_{2n} \neq H_{1n} \quad \text{и}$$

$$\frac{H_{2n}}{H_{1n}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

т.е. нормальные слагающие вектора индукции на границе раздела равны, нормальные слагающие напряженщейся поля, относятся обратно пропорционально магнитным проницаемостям.

Согласно теореме Стокса циркуляция произвольного вектора $\bar{a}$ по замкнутой кривой L, равна потоку ротора этого вектора через поверхность S, опирающуюся на кривую L.

$$\oint_L a_e dl = \int_S rot_n \bar{a}\, d\bar{S}$$



$$\int_S rot_n H dS = \oint H_e dl$$

$$\frac{4\pi}{c}\int j_n dS = L(H_{2t}-H_{1t})+Q$$

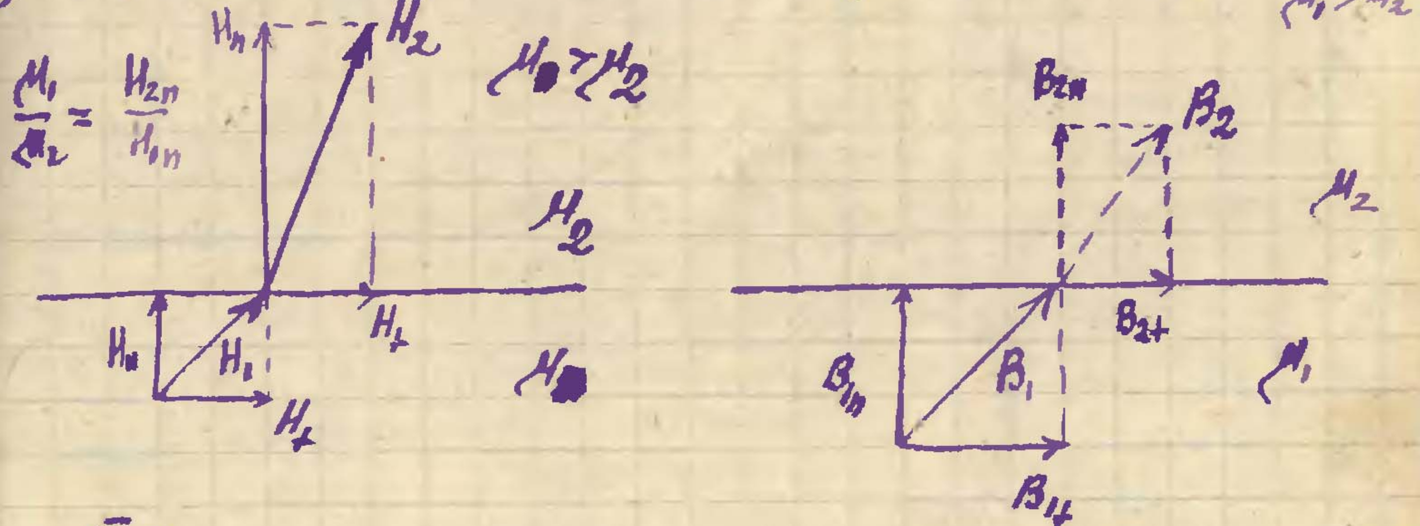
Если $1\to4$ и $2\to3$, то: $Q\to0$. Если поверхностных токов также нет, то $j_n=0$, и след.

$$H_{2t}=H_{1t}.$$

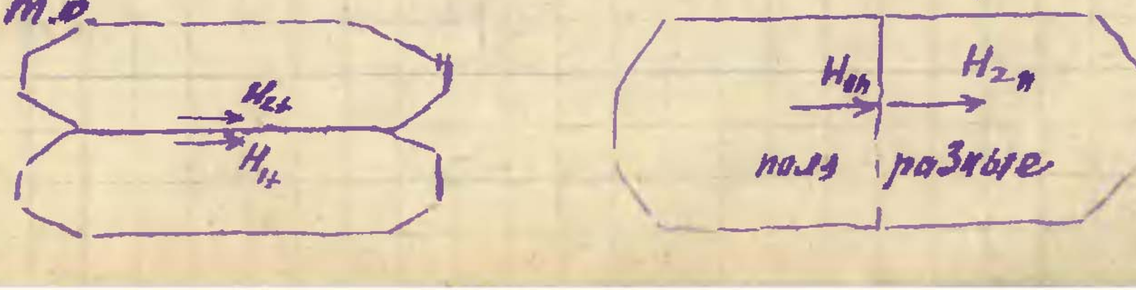
$$H_{2t}=\frac{B_{2t}}{\mu_2} \quad и \quad H_{1t}=\frac{B_{1t}}{\mu_1} \quad откуда:$$

$$\frac{B_{2t}}{B_{1t}}=\frac{\mu_2}{\mu_1}$$

т.е. тангенциальная слагающая вектора H - непрерывна, ~~нор~~ тангенциальная слагающая вектора B пропорциональна магнитной проницаемости.



т.о.



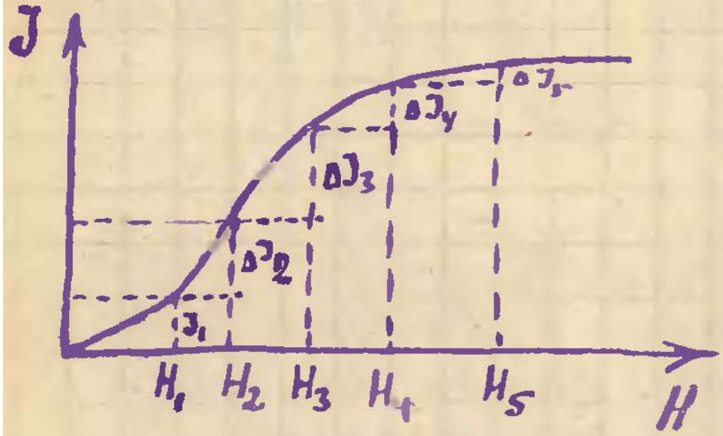
Особенности ферромагнетиков χ - очень велико

$\chi = f(H)$ причем эта функция - неоднозначна. χ - зависит не только от H, но и от предшествующего состояния ферромагнетика. Подобная зависимость предшествующего состояния (истории) носит общее название гистерезиса.

Поэтому когда мы строим график зависимости J от H, мы должны совершенно точно знать, каким образом менялось H до достижения данного значения и каково до воздействия поля было значение H. В зависимости от этого кривые намагничения должны быть различны.

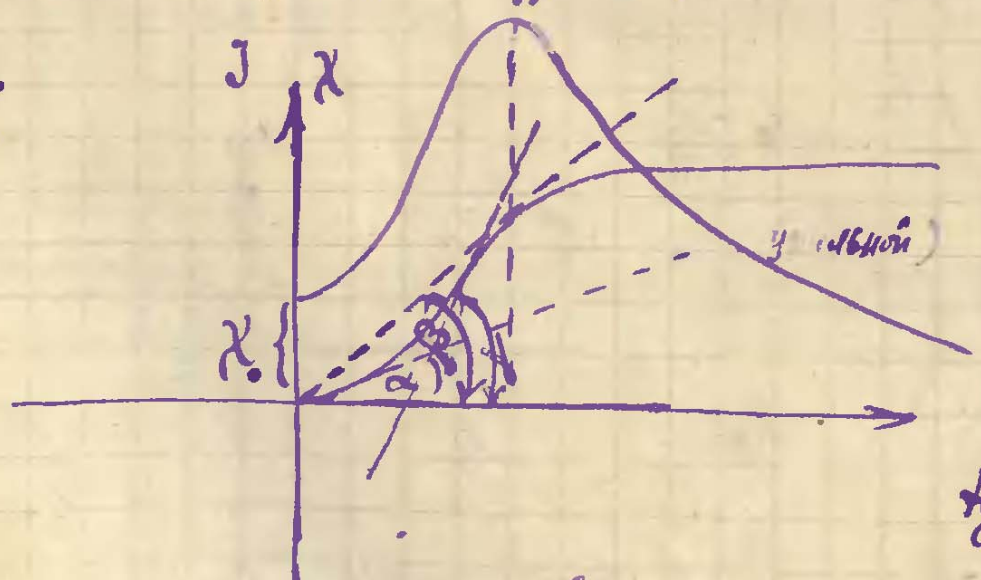
I. Получение нулевой (первичной или девственной кривой).

Абсолютно размагниченное тело намагничивается последовательным изменением напряженности магнитного поля.



Во время намагничения, нельзя ни уменьшать поле, ни прерывать его, т.к. после этого мы уже не сможем вернуться на девственную кривую. Она может быть проведена в одном направлении и только один раз.

II



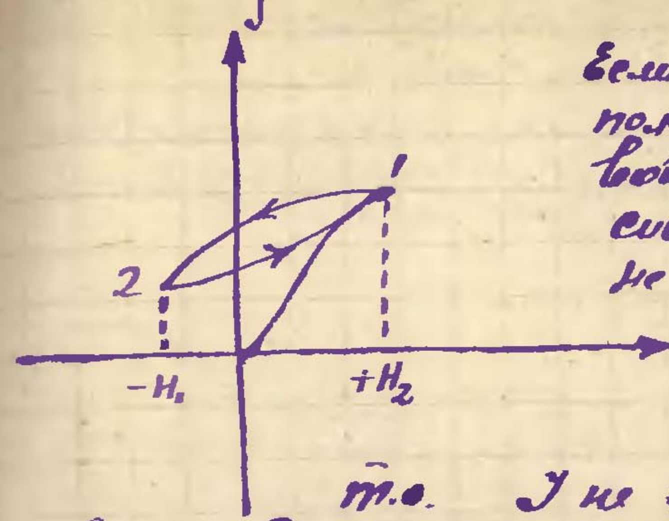
$$tg\alpha = \lim_{H\to 0} \frac{J}{H}$$

называется (начальной) начальной восприимчивостью χ_0

$$tg\beta = \left(\frac{J}{H}\right)_{max.}$$ и

называется максимальной восприимчивостью χ_{max}

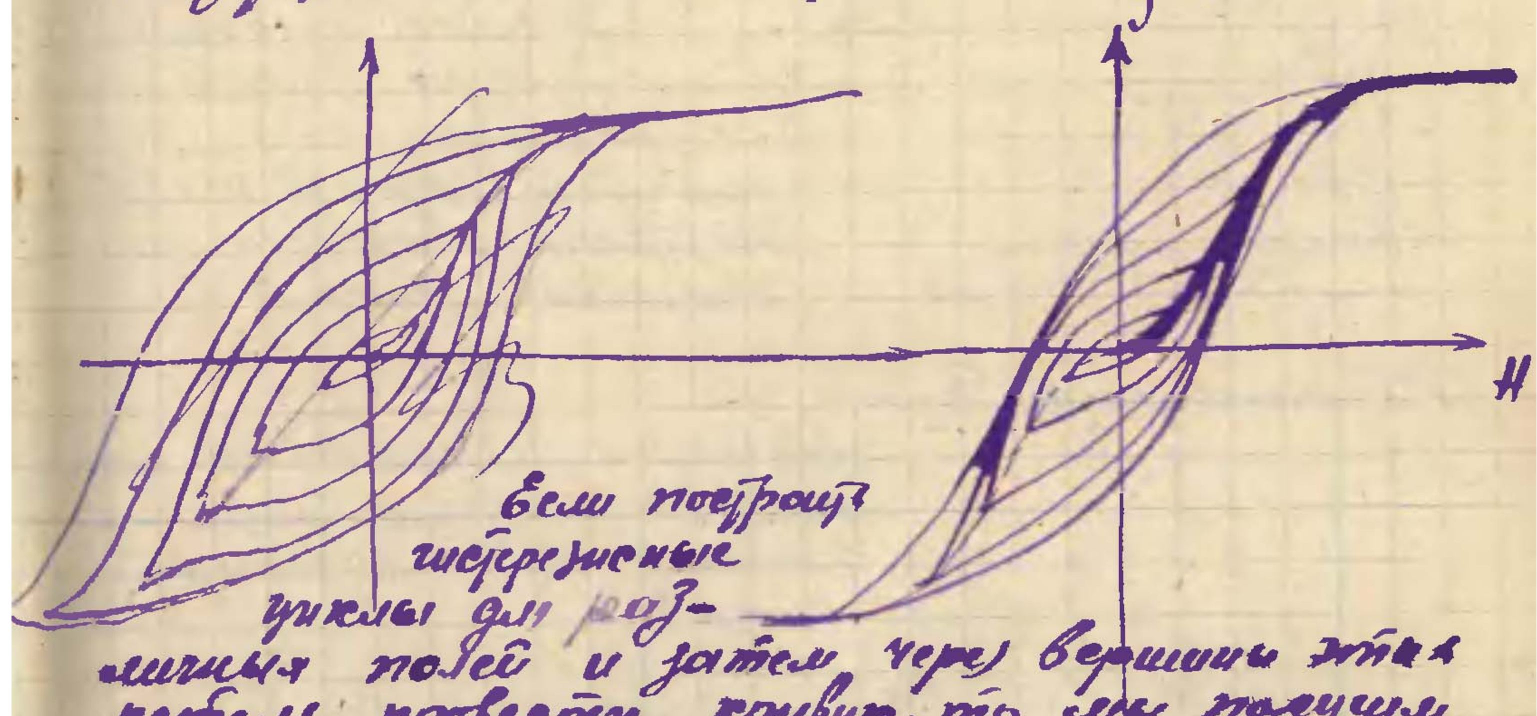
В сильных полях очевидно $\chi \to 0$.



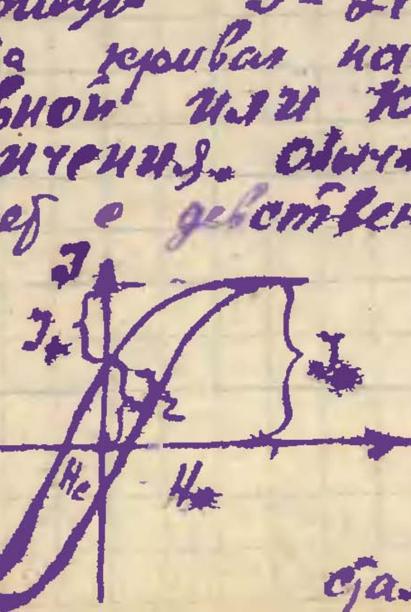
Если при значении поля $+H_2$ убавлять поле, то оно пойдет по другой кривой, причем при поле $-H_1$, интенсивность намагничения может не изменить знака. И при новом возрастании поля в точку 1 мы вернемся уже по другому пути.

т.е. J не есть однозначная функция поля.

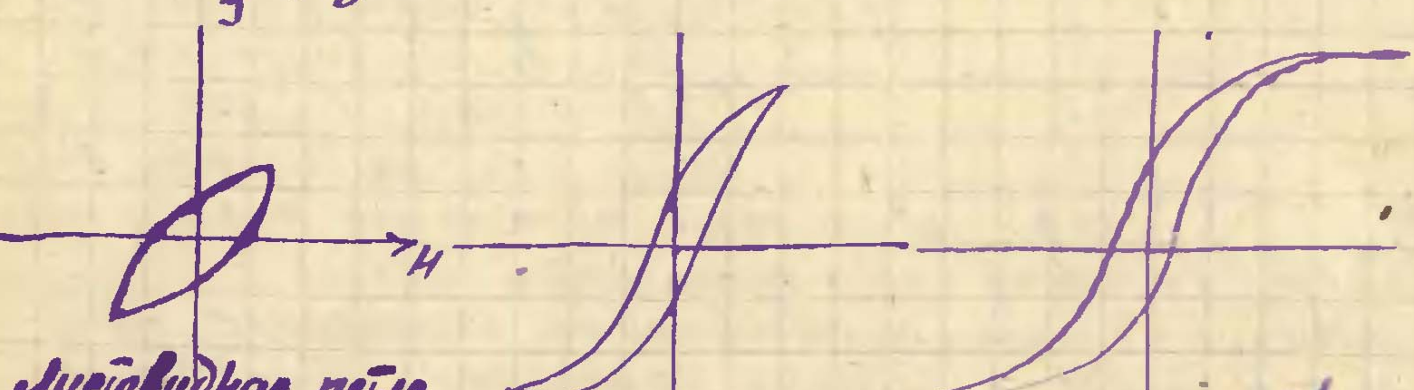
Особо большой интерес имеет исследование изменения J при периодическом изменении поля от $-H$ до $+H$, и особенно если $H_1 = H_2 = H_0$ — поле насыщения или выше его. Для установившегося процесса мы получаем замкнутую кривую — петлю гистерезиса. Петля гистерезиса — симметрична.



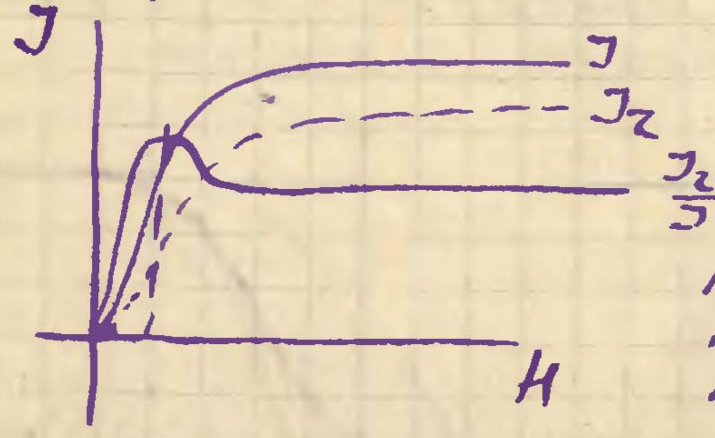
Если построить гистерезисные циклы для различных полей и затем через вершины этих петель провести кривую, то мы получим кривую $J = f(H)$ — т.е. кривую намагничения. Эта кривая намагничения носит название основной или коммутационной кривой намагничения. Обычно коммутационная кривая совпадает с девственной кривой.



Если при $H = H_0$ $J = J_0$, то при уменьшении поля до нуля $J \neq 0$. J_r — соответствующее $H = 0$ носит название остаточного намагничения, или J_r — временное намагничение. Для того чтобы J_r стало равным нулю, следует приложить поле обратного направления H_c, называемое коэрцитивной силой. Совокупность циклов называется гнездом циклов, предельная петля - максимальной петлёй. Предельное H_c - называется коэрцитивной силой материала.

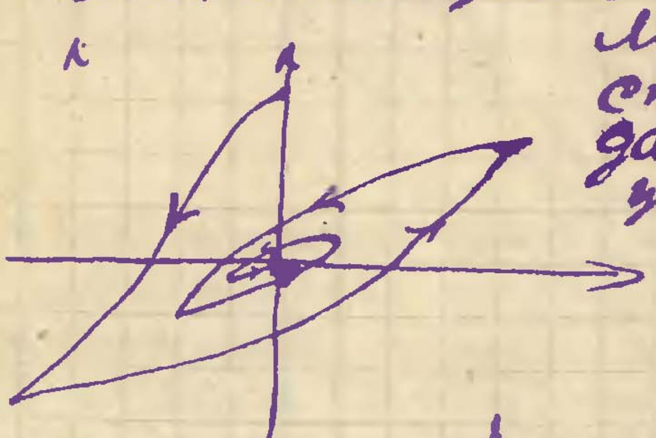


Листовидная петля (малые H). Роговидная петля сильные H



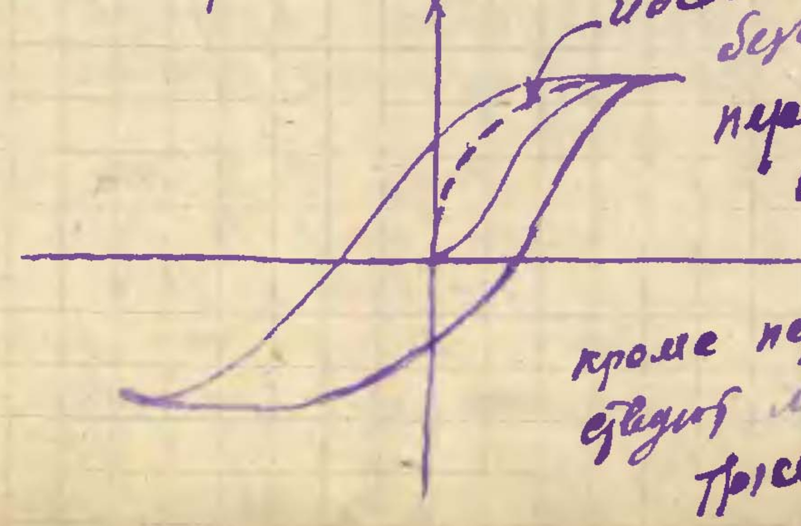
$\frac{J_r}{J}$ имеет максимум в области полей где $\mu = \mu_{max}$. Поле этого порядка H_c; название области критических полей.

Размагничение тела.



Магнитная аккомодация - приспособление намагничения к данному полю — нужен ряд циклов.

Идеальная кривая.

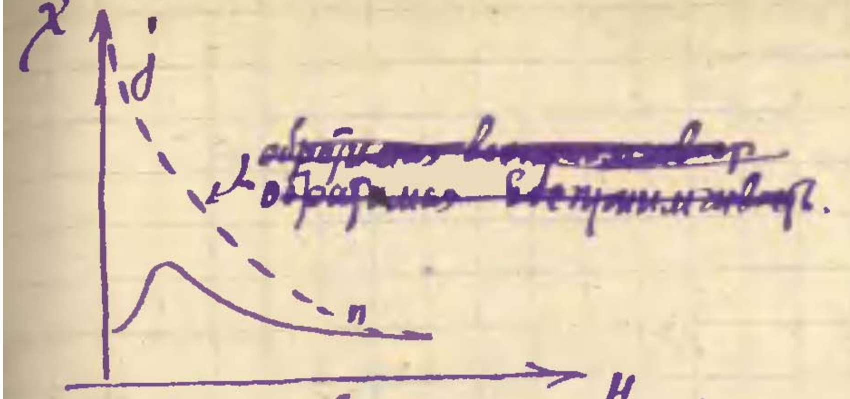


идеальная или безгистерезисная кривая

переменные циклы около данного поля.

Полная однозначность.

Кроме переменного поля действует механическими сотрясениями, при данном поле H. (температура;



восприимчивость начальной
и идеальной кривых.

Работа намагничения.

$JV = jS\,El = jE\cdot V$

Ток, текущий по проводнику обладает энергией:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \int\limits_V (\vec{j}\vec{E})\,dV \qquad (1) \qquad j_{см} = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

т.к. $\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ откуда: $\operatorname{rot}\vec{H} - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}$ или:

$\vec{j} = \frac{c}{4\pi}\operatorname{rot}\vec{H} - \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ и ур-ие (1) имеет тогда вид:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{c}{4\pi}\int\left(\operatorname{rot}\vec{H} - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\vec{E}\,dV$$

$$\nabla[\vec{E}\vec{H}] = -E[\nabla H] + H[\nabla \vec{E}]$$

$$\operatorname{div}[\vec{E}\vec{H}] = -\vec{E}\operatorname{rot}\vec{H} + \vec{H}\operatorname{rot}\vec{E}$$

$$\vec{E}\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{H}\operatorname{rot}\vec{E} - \operatorname{div}[\vec{E}\vec{H}].$$

или $\vec{E}\operatorname{rot}\vec{H} = -\operatorname{div}[\vec{E}\vec{H}] - \frac{1}{c}H\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Откуда $$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{c}{4\pi}\left\{\int \operatorname{div}[EH]\,dV + \int \frac{1}{c}H\frac{\partial B}{\partial t}dV + \int \frac{1}{c}E\frac{\partial D}{\partial t}dV\right\}$$

Магнитная энергия:

$$\frac{\partial W_м}{\partial t} = \frac{1}{4\pi}\int H\frac{\partial B}{\partial t}\,dV.$$

т.к. $B = H + 4\pi J$, то

$$\frac{\partial W_м}{\partial t} = \frac{1}{4\pi}\int H \frac{\partial}{\partial t}(H + 4\pi J)\,dV =$$

$$= \frac{1}{4\pi}\int H\frac{\partial H}{\partial t}dV + \int H\frac{\partial J}{\partial t}dV$$ для единицы объема:

$\cancel{dW_м = \frac{1}{4\pi}\int HdH}$ $dW_м = \frac{1}{4\pi} HdH + HdJ$

и $W_м = \frac{1}{4\pi}\int HdH + \int HdJ = \frac{H^2}{8\pi} + \int HdJ.$

Энергия намагничения запасенная в ферромагнетике: $U = \int HdJ.$

Работа намагничения.

Мощность тока, как известно, определяется выражением: $\frac{\partial W}{\partial t} = JV$ где J - сила тока
V - напряжение
W - работа тока

т.к. $J = jS$ и $V = El$, то

$\frac{\partial W}{\partial t} = (\bar{j}\bar{E})Sl$ т.к. $Sl = V$ объему проводника, то

$\frac{\partial W}{\partial t} = (\vec{j}\vec{E})V$ если плотность тока j меняется от точки к точке, напряженность поля E - также меняется от точки к точке, то очевидно

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \int_V (\vec{j}\vec{E})\,dV \quad . \; . \; . \; (1)$$

Воспользуемся уравнением Максвелла

$rot\,\vec{H} = \frac{4\pi}{c}(j + j_{см})$ где j - плотность тока проводимости, $j_{см}$ - плотность тока смещения. т.к. $\dot{j}_{см} = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ где $\vec{D}$ вектор электрической индукции, то

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{Откуда}$$

$$\frac{4\pi}{c}\vec{j} = \operatorname{rot}\vec{H} - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{и}$$

$$\vec{j} = \frac{c}{4\pi}\operatorname{rot}\vec{H} - \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \;\ldots\; (2)$$

Подставляя уравнение (2) в (1) - получим:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \int\limits_V \left(\frac{c}{4\pi}\operatorname{rot}\vec{H} - \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\vec{E}\,dV \;\ldots\; (3)$$

Вспомним соотношение:

$$\nabla[\bar{a}\bar{b}] = \bar{b}\nabla\bar{a} - \bar{a}\nabla\bar{b} \quad \text{или:}$$

$$\operatorname{div}[\bar{a}\bar{b}] = \bar{b}\operatorname{rot}\bar{a} - \bar{a}\operatorname{rot}\bar{b}. \quad \text{возьмем:}$$

$$\operatorname{div}[\bar{E}\bar{H}] = \bar{H}\operatorname{rot}\bar{E} - \bar{E}\operatorname{rot}\bar{H} \quad \text{или:}$$

$$\bar{E}\operatorname{rot}\bar{H} = \bar{H}\operatorname{rot}\bar{E} - \operatorname{div}[\bar{E}\bar{H}] \ldots$$ подставим в (3) получим:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{c}{4\pi}\int\limits_V (\bar{H}\operatorname{rot}\bar{E})\,dV - \frac{c}{4\pi}\int\limits_V \operatorname{div}[\bar{E}\bar{H}]\,dV - \frac{1}{4\pi}\int\limits_V \bar{E}\frac{\partial \bar{D}}{\partial t}\,dV.$$

т.к. $\operatorname{rot}\bar{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$ где $\bar{B}$ - вектор магнитной индукции, то:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{1}{4\pi}\int\limits_V \left(\bar{H}\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}\right)dV - \frac{c}{4\pi}\int\limits_V \operatorname{div}[\bar{E}\bar{H}]\,dV - \frac{1}{4\pi}\int\limits_V \bar{E}\frac{\partial \bar{D}}{\partial t}\,dV \;\ldots\; (4)$$

Очевидно: $\frac{c}{4\pi}[\bar{E}\bar{H}]$ - известный вектор Пойнтинга.

последний интеграл дает производную по времени от электрической энергии по[ля]

Первый интеграл дает производную по времени от магнитной энергии поля. Эта часть очевидно нас и интересует назовем ее

$$\frac{\partial W_м}{\partial t} = -\frac{1}{4\pi}\int_V \left(\bar{H}\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}\right) dV$$

Если H и B во всем объеме одинаковы, то для единицы объема получим

$$\frac{\partial W_м}{\partial t} = -\frac{1}{4\pi} H \frac{\partial B}{\partial t}$$ или переходя к дифференциалам:

$$dW_м = -\frac{1}{4\pi} H dB \quad . . . (5)$$

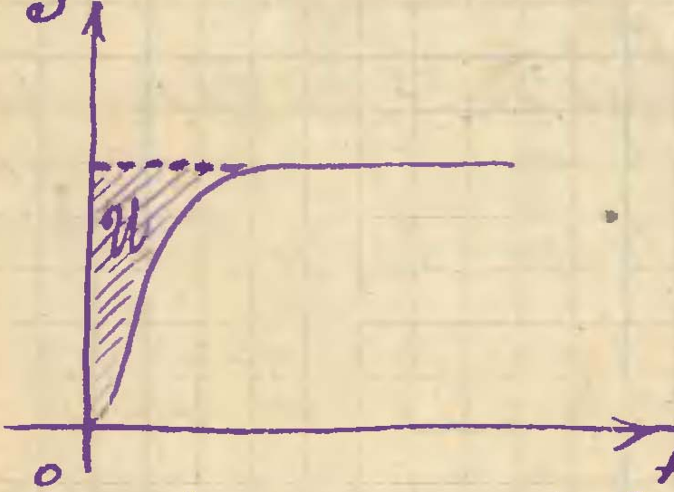
т.к. $B = H + 4\pi J$, то $dB = dH + 4\pi dJ$ и уравнение (5) принимает вид:

$$dW_м = -\frac{1}{4\pi} HdH - HdJ$$ и

$$W_м = -\frac{1}{4\pi}\int_0^H HdH - \int_0^J HdJ$$

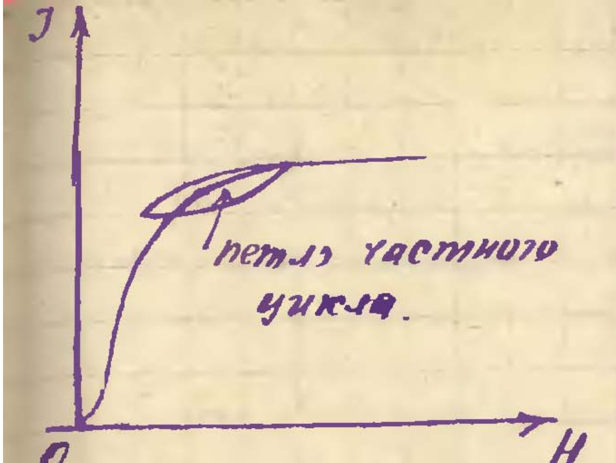
первый интеграл дает $\frac{H^2}{8\pi}$ энергию внешнего магнитного поля. Второй интеграл дает энергию, запасенную в ферромагнетике при намагничении от 0 до J. Итак, работа намагничения единицы объема ферромагнетика

$$\boxed{U = \int_0^J HdJ \quad . . . (6)}$$



На кривой $J = f(H)$ работа намагничения очевидно определится заштрихованной площадью, между оси J и кривой $J = f(H)$.

т.к. кривая $J = f(H)$ не есть вследствие явлений гистерезиса и зависимости от H способа намагничения - однозначной функцией H, то и работа намагничения образца также существенно зависит от способа намагничения и „магнитной истории" образца.



если в кривой намагничения уменьшать поле до некоторого значения не достигая равных отрицательных полей и затем вновь вернуть к исходному состоянию, то при повторении несколько раз такой операции, мы получим т.н. частный цикл гистерезиса.

Площадь петли дает невозвратимую потерю энергии на гистерезис. Энергия эта переходит в тепло.

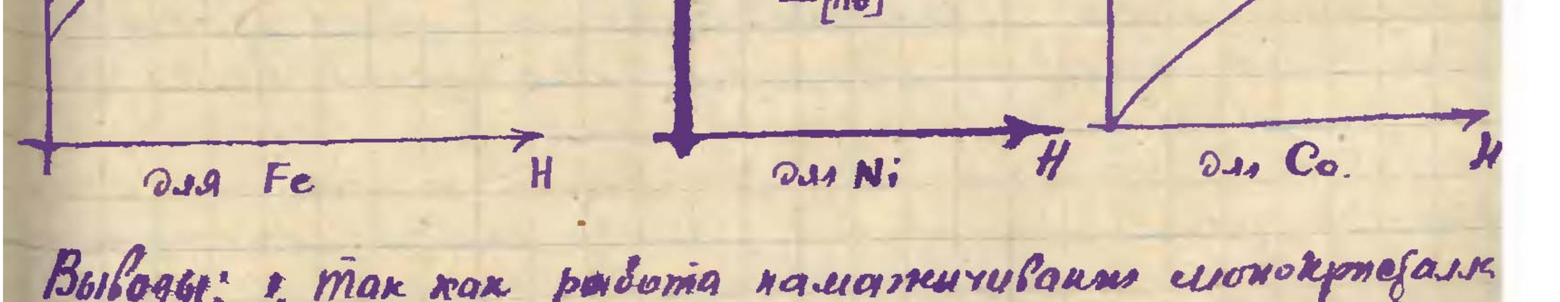
Намагничивание монокристаллов.

Т.к. всякий обычный ферромагнитный образец, состоит из большого числа монокристаллов, то естественно, что чрезвычайно важным является исследование намагничения монокристаллов, т.к. интенсивность намагничения поликристаллического образца есть среднее от намагничения составляющих его монокристаллов.

Что следует требовать от теории:

1. Описать механизм намагничивания.
2. Дать уравнение кривой $J = f(H)$.

Что дает опыт?



Выводы: 1. Так как работа намагничивания монокристалла по разным кристаллографическим направлениям различна, то ферромагнитный монокристалл обладает энергетической магнитной анизотропией.

2. Так как в кристалле есть направления, вдоль которых работа намагничения практически равна нулю, что эти направления суть направления легкого намагничения.

В железе направление легкого намагничения совпадают с направлением тетрагональной оси кристалла,

в никеле с направлением тригональной оси,

в кобальте с направлением гексагональной оси.

3. Ход кривых намагничения показывает, что уже в практически бесконечно-малых полях, намагничение достигает значительных размеров, далее наступает излом и ход становится более медленным, и наконец, в сильных полях подъем кривой $J=f(H)$ очень мал. Эти факты наводят на мысль что весь процесс намагничения состоит практически из трех отдельных процессов. Акулов дает им следующие названия:

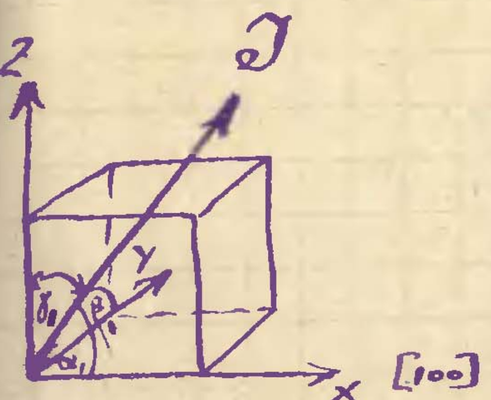
1. процесс инверсии
2. Процесс вращения
3. Парапроцесс.

Энергетическая анизотропия кристаллов кубической системы.

Если представить себе точно кубическую решётку, причем в вершинах куба будут сидеть магнитные диполи, то результат их взаимодействия будет таким, что кристалл будет абсолютно изотропным, что и было в свое время показано Лоренцем. Т.о. долгое время оставался загадкой анизотропный характер кристаллов кубической системы. В 1929 г. Акулов и следом Магаяни, кристалл железа или никеля нельзя рассматривать, даже если он построен идеально, с диполями в вершинах куба. Магнитные диполи - спины движутся вокруг ядра, находящегося в центре и поэтому это не столько в углах диполи, а в центре наиб...

квадрупольн. Расчет квадрупольного взаимодействия приводит к формулам, которые могут быть получены исходя и из иных соображений, именно из соображений симметрии.

Вывод закона энергетической анизотропии.



Пусть вектор спонтанного намагничения J ориентирован в кристалле кубической системы, тетрагональные оси которого совпадают с осями координат x, y, z, так что составляет с осью x угол α_1, с осью y – α_2, и с осью z – α_3.

Пусть $\cos\alpha_1 = s_1$

$\cos\alpha_2 = s_2$

$\cos\alpha_3 = s_3$.

Т.к. величина энергии U зависит от направления, то $U = U(s_1, s_2, s_3)$. Очевидно функция U должна быть четной относительно s_1, s_2, s_3.

Разложим U в ряд по степеням s_i.

$$U = U_0 + a_1 s_1^2 + a_2 s_2^2 + a_3 s_3^2 + a_{11} s_1^4 + a_{22} s_2^4 +$$
$$+ a_{33} s_3^4 + a_1 a_2 s_1^2 s_2^2 + a_2 a_3 s_2^2 s_3^2 + a_1 a_3 s_1^2 s_3^2 +$$
$$+ a_1 a_2 a_3 s_1^2 s_2^2 s_3^2 + a_{11} a_2 s_1^4 s_2^2 + a_{22} a_3 s_2^4 s_3^2 +$$
$$+ a_{11} a_3 s_1^4 s_3^2 + a_{33} a_2 s_3^4 s_2^2 + a_{33} a_1 s_3^4 s_1^2 +$$
$$+ a_{22} a_1 s_2^4 s_1^2 =$$
$$= U_0 + a'(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) + a''(s_1^4 + s_2^4 + s_3^4) + a'''(s_1^2 s_2^2 +$$
$$+ s_2^2 s_3^2 + s_1^2 s_3^2) + a'''' s_1^2 s_2^2 s_3^2 + a''''' [s_1^2 s_2^2 (s_1^2 + s_2^2) + s_1^2 s_3^2 ($$
$$(s_1^2 + s_3^2) + (s_2^2 + s_3^2) s_2^2 s_3^2];$$

т.к. $s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 1$, то $s_1^4 + s_2^4 + s_3^4 = 1 - 2(s_1^2 s_2^2 + s_2^2 s_3^2 + s_1^2 s_3^2)$

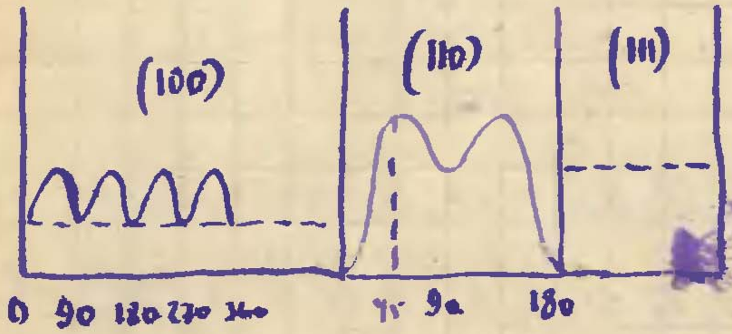
$$s_1^2 s_2^2 (1 - s_3^2) + s_1^2 s_3^2 (1 - s_2^2) + (1 - s_1^2) s_2^2 s_3^2 =$$
$$= s_1^2 s_2^2 + s_2^2 s_3^2 + s_1^2 s_3^2 - 3 s_1^2 s_2^2 s_3^2$$

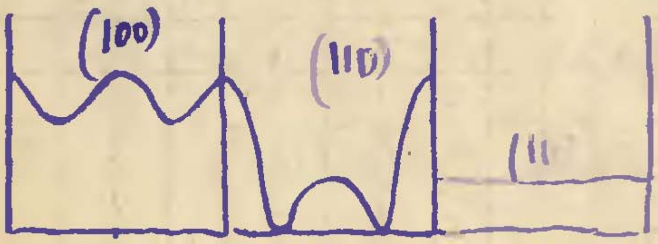
$$U = U_0 + a' + a'' - 2a''(s_1^2 s_2^2 + s_2^2 s_3^2 + s_1^2 s_3^2) + a'''(s_1^2 s_2^2 + s_2^2 s_3^2 + s_1^2 s_3^2) + a'''' s_1^2 s_2^2 s_3^2 + a'''''(s_1^2 s_2^2 + s_2^2 s_3^2 + s_1^2 s_3^2) - 3a''''' s_1^2 s_2^2 s_3^2 + .$$

$$\cancel{U = U_0 + 2K_1(s_1^2 s_2^2 s_3^2) + K' s_1}$$

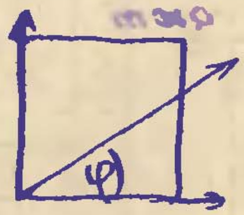
$$\cancel{U = U_0 + 2}$$

$$U = U_0 + 2K_1(s_1^2 s_2^2 + s_2^2 s_3^2 + s_1^2 s_3^2) + K' s_1^2 s_2^2 s_3^2.$$





Плоскость (100)



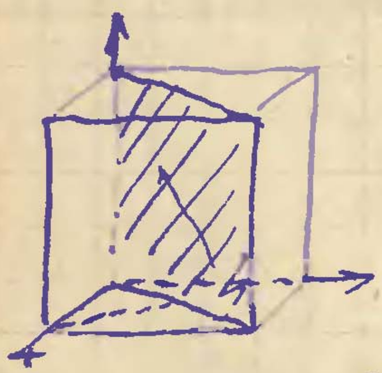
$s_1 = \cos\varphi$

$s_2 = \sin\varphi$

$s_3 = 0$

$$U = U_0 + 2K\cos^2\varphi\sin^2\varphi =$$
$$= U_0 + \tfrac{1}{2}K\sin^2 2\varphi$$

(110) - плоскость. Ур-ие плоскости $\frac{1}{\sqrt{2}}s_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}s_2 + 0 \cdot s_3 = 0$



$s_1 = -s_2 \qquad s_3 = \cos\varphi$

$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 1 \qquad 2s_1^2 + \cos^2\varphi = 1$

$s_1^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos^2\varphi) = \frac{1}{2}\sin^2\varphi$

$$U = U_0 + 2K\left\{\frac{1}{4}\sin^4\varphi + \frac{1}{2}\sin^2\varphi\cos^2\varphi + \frac{1}{2}\sin^2\varphi\cos^2\varphi\right\} =$$
$$= U_0 + 2K\left\{\sin^2\varphi\left[\cos^2\varphi - \frac{1}{4}\sin^2\varphi\right]\right\}.$$

III-плоскость. $\frac{1}{\sqrt{3}}s_1+\frac{1}{\sqrt{3}}s_2+\frac{1}{\sqrt{3}}s_3=0$.

$$s_1+s_2+s_3=0$$

$$s_1^2+s_2^2+s_3^2=1.$$

$$s_1^2+s_2^2+s_3^2+2s_1s_2+2s_1s_3+2s_2s_3=0$$

Вычтем $+2(s_1s_2+s_1s_3+s_2s_3)=1$.

$$4(s_1^2s_2^2+s_1^2s_3^2+s_2^2s_3^2+2s_1^2s_2s_3+2s_2^2s_1s_3+2s_3^2s_1s_2)=1$$

$$4\left[s_1^2s_2^2+s_1^2s_3^2+s_2^2s_3^2+2s_1s_2s_3(s_1+s_2+s_3)\right]=1$$

$$s_1^2s_2^2+s_2^2s_3^2+s_1^2s_3^2=\frac{1}{4}$$

Все сечения дают:

$$U=U_0+K\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)$$

K

$U=Uw^x$

Экспериментальное определение констант анизотропии.

1. Метод площадей.

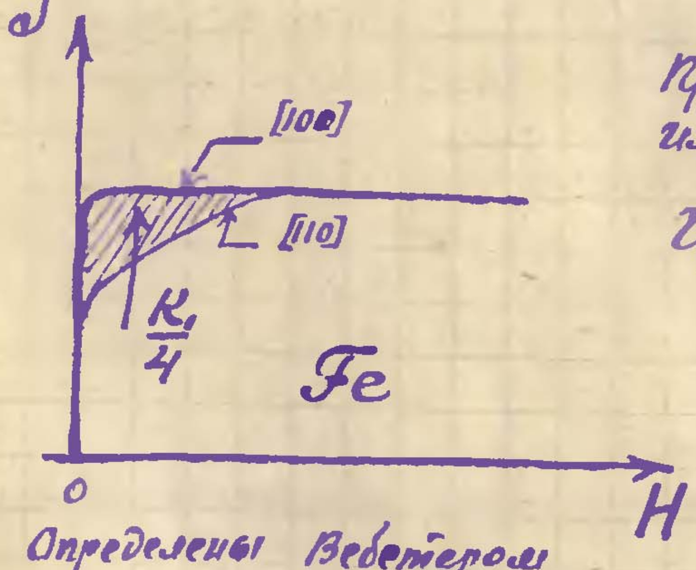
Наиболее правильным очевидно будет определение константы энергетической анизотропии непосредственно на монокристаллических образцах. Закон энергетической анизотропии имеет вид:

$$U = U_{[100]} + K_1(S_1^2S_2^2 + S_2^2S_3^2 + S_1^2S_3^2) + K_2 S_1^2S_2^2S_3^2 + \dots$$

При намагничении кристалла вдоль оси [100] энергия намагничения $U = U_{[100]}$.
При намагничении вдоль оси [110] — $U_{[110]} = U_{[100]} + K_1 \frac{1}{4}$
Откуда:

$$U_{[110]} - U_{[100]} = \frac{K_1}{4} \quad \text{или}$$

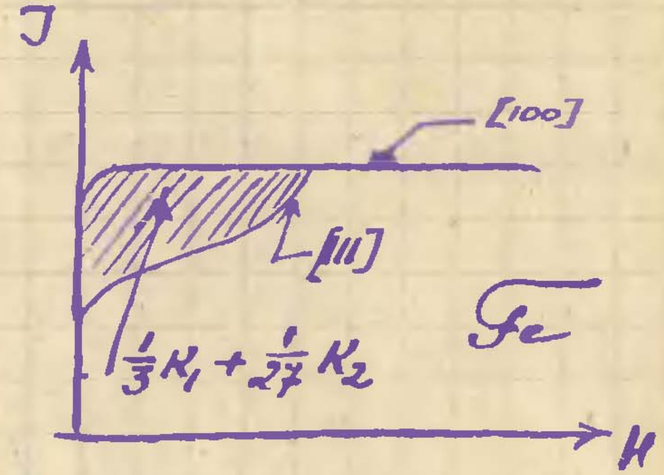
$$K_1 = 4\left[U_{[110]} - U_{[100]}\right]$$



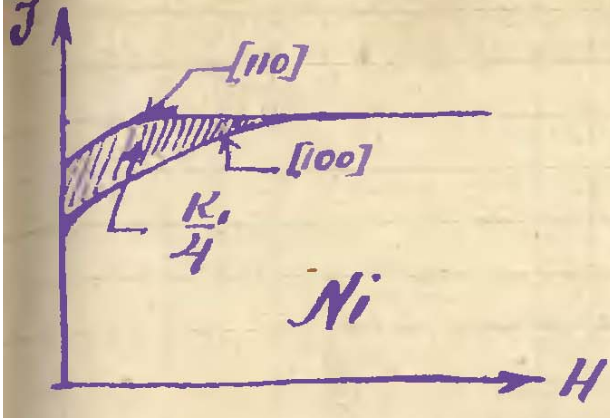
Определены Вебетером 1925 г.

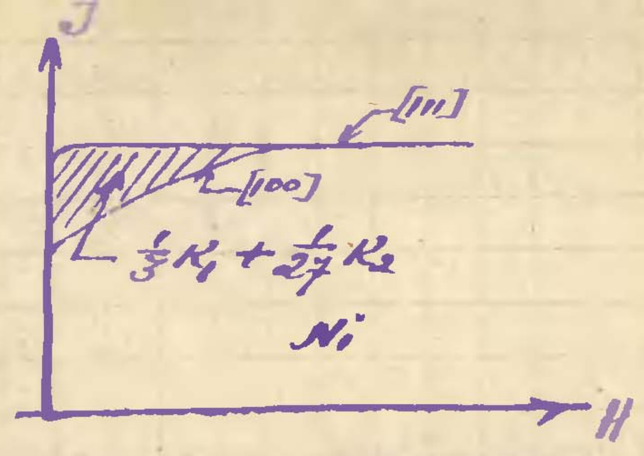
При намагничивании вдоль [111] имеем:

$$U_{[111]} = U_{[100]} + K_1\frac{1}{3} + K_2\frac{1}{27}.$$



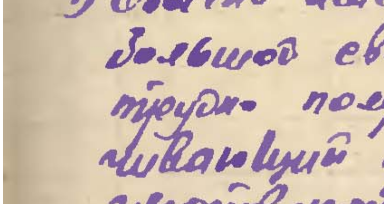
Зная K_1 можно определить K_2.





2. Метод механических моментов.

Однако указанный выше способ не совсем точен и удобен. 1) Обычно имеются три образца — стерженьки выточенные большой своей осью в направлениях [100], [110], [111]. Очень трудно получить точную ориентировку, учесть размагничивающий фактор и обычно образцы монокристаллов изготовляют из различных кусков и возможен неоднородный состав и обработка. Кроме того вычисления площадей и т.д. Поэтому более совершенным является метод моментов. Допустим, что мы имеем какое-либо тело вращения вырезанное из монокристалла (обычно диск, эллипсоид вращения или лучше всего шар). Допустим далее что оно способно вращаться около вертикальной оси и поместим его в однородное поле, направленное горизонтально. Вследствие анизотропии кристалл в форме диска или шара будет вести себя подобно стрелке и будет пытаться установиться вдоль поля — направлением легкого намагничения, лежащего в плоскости вращения.



Если кристалл ориентирован направлением легкого намагничения вдоль поля, то прилагая к кристаллу механический момент M можно его вывести из этого положения, причем очевидно при изотермическом процессе совершенная работа переходит в свободную энергию кристалла. При повороте на $d\varphi$, прирост свободной энергии dU будет

$$dU = M\,d\varphi, \text{ откуда: } \quad (1)$$

$$M = \frac{dU}{d\varphi} \ldots \quad (2).$$

Пусть кристалл вырезан в форме шара и вектор поля лежит в плоскости (100).

Тогда:

$$U = U_{[100]} + K_1 \sin^2\varphi \cos^2\varphi =$$

$$= U_{[100]} + \frac{K_1}{4} \sin^2 2\varphi;$$

Следовательно: механический момент:

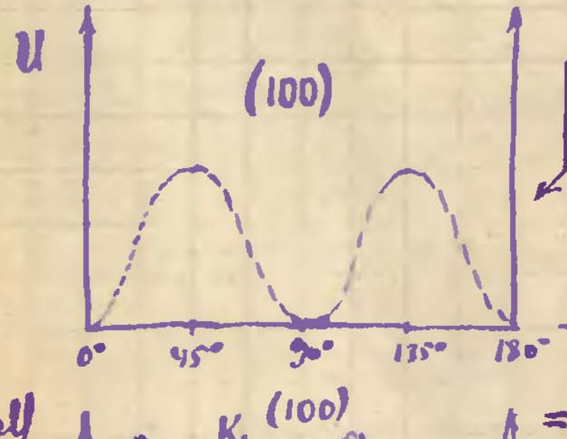
$$M = \frac{K_1}{4} 2\cdot 2 \sin 2\varphi \cos 2\varphi =$$

$$= \frac{K_1}{2} \sin 4\varphi$$

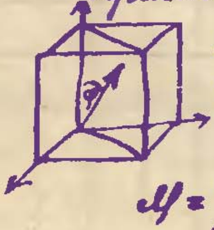
Итак: $M = \frac{K_1}{2} \sin 4\varphi$, откуда:

$$\boxed{K_1 = \frac{2M}{\sin 4\varphi}}$$

т.е. первая константа энергетической анизотропии численно равна удвоенному механическому моменту, приложенному к кристаллу объемом в $1\,см^3$ под углом 22,5° к тетрагональной оси, в области полей насыщения.



Кристалл в плоскости (110).



$S_3 = \cos\varphi \quad S_1^2 = +S_2^2 \quad 2S_1^2 + \cos^2\varphi = 1 \quad S^2 = \frac{1}{2}\sin^2\varphi$

$U = U_0 + K_1\left\{\frac{1}{4}\sin^4\varphi + \sin^2\varphi\cos^2\varphi\right\} + K_2 \frac{1}{4}\sin^4\varphi\cos^2\varphi$

$$M = \frac{dU}{d\varphi} = K_1\left\{\sin^3\varphi\cos\varphi + 2\sin\varphi\cos^3\varphi - 2\sin^3\varphi\cos\varphi\right\} +$$

$$+ K_2\left\{\sin^3\varphi\cos^3\varphi - \frac{1}{2}\sin^5\varphi\cos\varphi\right\} =$$

$= K_1 \sin\varphi\cos\varphi\left\{2\cos^2\varphi - \sin^2\varphi\right\} + K_2 \sin\varphi\cos\varphi\left\{\sin^2\varphi\cos^2\varphi - \frac{1}{2}\sin^4\varphi\right\} = K_1 \frac{1}{2}\sin 2\varphi\left\{3\cos^2\varphi - 1\right\} + K_2 \frac{1}{2}\sin 2\varphi\left\{\frac{1}{4}\sin^2 2\varphi - \frac{1}{2}\sin^4\varphi\right\}$. Зная K_1 из предыдущего можно построить график и определить K_2.

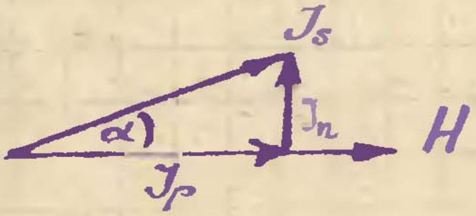
3. Метод нормальной составляющей намагничения.

Вследствие анизотропии ферромагнитных кристаллов, в общем случае, вектор спонтанного намагничения J_s не будет совпадать с направлением внешнего поля. В этом случае интенсивность намагничения J будет представлять собою параллельную слагающую вектора J_s на направление поля.

$$J = J_p = J_s \cos\alpha$$

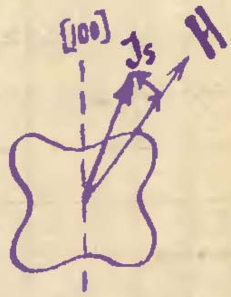
Магнитная энергия единицы объема

$$U = -HJ_p = -HJ_s\cos\alpha$$



Момент в плоскости J_sH:

$$M = \frac{dU}{d\alpha} \quad \text{или}$$



$$J_nH = HJ_s\sin\alpha$$

Если плоскость J_sH — есть плоскость (100), то

$$J_nH = \frac{d}{d\varphi}\left\{U_{[100]} + K_1\sin^2\varphi\cos^2\varphi\right\} \quad \text{или}$$

$$J_nH = \frac{K_1}{2}\sin 4\varphi \quad \text{и т.д.}$$

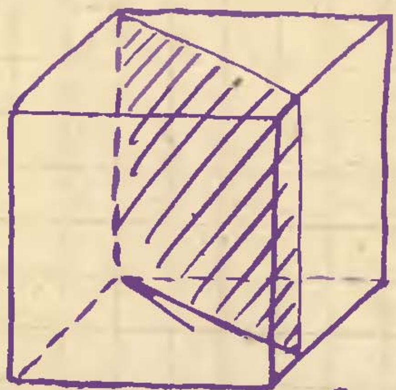
$$\boxed{K_1 = \frac{2J_nH}{\sin 4\varphi}}$$

при $\varphi = \frac{\pi}{8}$ получим: $\left\{K_1 = 2J_nH.\right\}$

Т.о. измеряя экспериментально J_n и H получим K_1, если возьмем плоскость (110) то найдем K_1 и K_2, имеем:

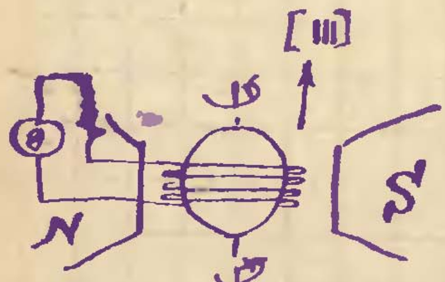
$$J_nH = \frac{1}{2}K_1\sin2\varphi\left(3\cos^2\varphi - 1\right) + \frac{1}{2}K_2\sin2\varphi\left(\frac{1}{4}\sin^2 2\varphi - \frac{1}{2}\sin^4\varphi\right)$$

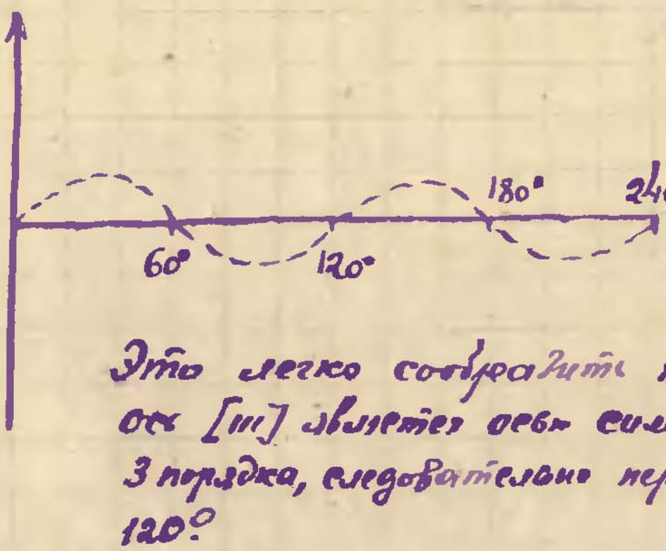
Мы рассматриваем нормальную слагающую намагничения, причем как вектор поля H, так и вектор спонтанного намагничения лежали в плоскостях (100), (110). J_s не выходил из этих плоскостей, т.к. эти плоскости были плоскостями симметрии. Если этого нет,



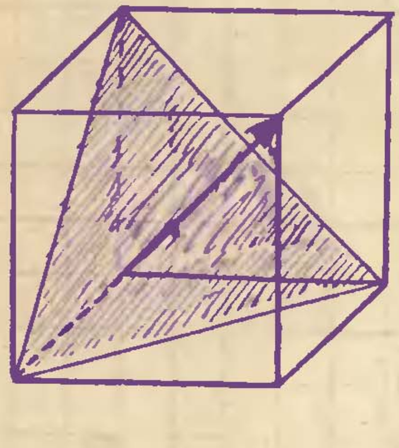
то может появиться вторая нормальная слагающая, ~~[illegible]~~ перпендикулярная плоскости, в которой вращается поле.

В частности, если поле направлено вдоль плоскости (111), а образец — монокристаллический шар, то при вращении шара в плоскости (111) перпендикулярно этой плоскости периодически будет меняться нормальная слагающая.





Это легко сообразить так как ось [111] является осью симметрии 3 порядка, следовательно период будет 120°.



Результаты опытных исследований:

По Биттеру - монографии 1937.

Fe $\quad K_1 = 4{,}2 - 4{,}4 \cdot 10^5 \ \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3}$

$J_s = 1720.$

Ni $\quad K_1 = -1{,}8$ до $-2{,}6 \cdot 10^4 \ \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3}$

$J_s = 500.$

Для сплавов Fe-Ni $\quad K_1 > 0$ от 30% до 70% Ni

$K_1 < 0$ ~ 70% до 100% Ni

(по Лихтенбергеру).

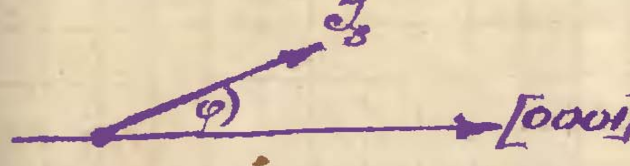
для Fe-Co-сплавов по Ши.

% Co	K_1
30	$0{,}57\cdot10^{5}$ эрг/см³
40	0,16
50	−0,55
70	−2,1.

Энергетическая анизотропия монокристаллов кобальта.

Как известно, кобальт обладает всего одним направлением легкого намагничения, совпадающего с гексагональной осью. Если вектор спонтанного намагничения направлен ~~[illegible]~~ углом φ к гексагональной оси, то:

$$U = U_0 + K_1\cos^2\varphi + K_2\cos^4\varphi + \ldots$$



Определить K_1 и K_2 можно также методом площадей или методом моментов.

$$M = \frac{\partial U}{\partial\varphi} = -2K_1\cos\varphi\sin\varphi - 4K_2\cos^3\varphi\sin\varphi \text{ или}$$

$$M = -2\sin\varphi\cos\varphi\{K_1 + 2K_2\cos^3\varphi\} \text{ или:}$$

$$\boxed{M = -\sin 2\varphi\{K_1 + K_2\cos^3\varphi\}}$$

По данным Хонда и Масумото, при комнатной температуре

~~K_1 … $K_2 = 0{,}50\cdot10^{6}$ эрг/см³~~

Однако: $K_1 = -7{,}8\cdot10^{6}$

$K_2 = 2{,}2\cdot10^{6}$.

Кривая намагничения недеформированного монокристалла в области процесса вращения.

Допустим, что мы имеем недеформированный кристалл кубической системы, тогда энергия его

$$U = U_0 + K_1 (S_1^2 S_2^2 + S_2^2 S_3^2 + S_1^2 S_3^2)$$

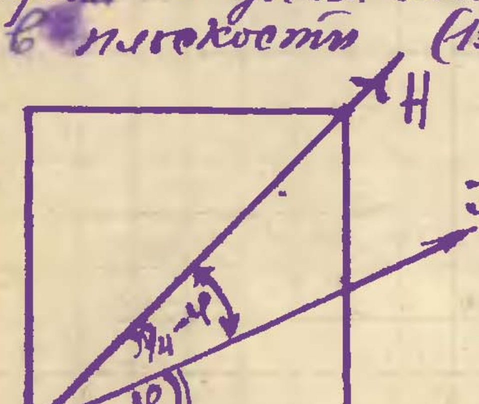
Членом 6-ой степени мы пренебрегаем. Если мы будем намагничивать кристалл причем направление поля H составит с тетрагональными осями кристалла углы, ~~...~~, косинусы которых суть h_1, h_2, h_3 то полная энергия будет складываться из энергии кристалла во внешнем поле и энергии энергетической анизотропии. Энергия намагничения

$\int_0^J H dJ \rightarrow$ перейдет в свободную внутреннюю энергию кристалла. При $K_1 > 0$

$$\int H dJ = K_1 (S_1^2 S_2^2 + S_2^2 S_3^2 + S_1^2 S_3^2) + U_0$$

Пусть намагничение происходит вдоль оси [100]. Энергии затрачивать на намагничение не нужно.

Пусть намагничение происходит вдоль оси [110]. J_s будет с увеличением поля приближаться к нему в плоскости (100)



$S_1 = \cos\varphi$ $\qquad J_p = J\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\varphi + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\varphi\right)$

$S_2 = \sin\varphi$

$S_3 = 0$ $\qquad \underline{J_p} = J$

$$\frac{J}{J_s} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\varphi + \sin\varphi)$$

$$\int H dJ = K_1 \cos^2\varphi \sin^2\varphi$$

$$\frac{J^2}{J_s^2} = \frac{1}{2}(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi + 2\cos\varphi\sin\varphi) = \frac{1}{2}(1 + 2\cos\varphi\sin\varphi)$$

$$\frac{J^2}{J_s^2} - \frac{1}{2} = \cos\varphi\sin\varphi \qquad \cos^2\varphi\sin^2\varphi = \left(\frac{J^2}{J_s^2} - \frac{1}{2}\right)^2$$ или:

$$\int H dJ = K_1\left(\frac{J^2}{J_s^2} - \frac{1}{2}\right)^2$$ продифференцируем по J.

$$H = 2K_1 \frac{2J}{J_s^2}\left(\frac{J^2}{J_s^2} - \frac{1}{2}\right)$$ или:

$$H = \frac{4K_1}{J_s} \frac{J}{J_s}\left(\frac{J^2}{J_s^2} - \frac{1}{2}\right)$$

пусть $\frac{J}{J_s} = j$

$\frac{H}{\frac{2K_1}{J_s}} = h$, тогда:

$$\boxed{h = 2j\left(j^2 - \frac{1}{2}\right)}$$

приведенное уравнение кривой намагничения вдоль диагональной оси, для кристаллов кубической системы с $K_1 > 0$.

Исследование.

1) $h = 0 \quad j_1 = 0 \quad j_2 = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} = \pm 0{,}71$

2) $j = 1 \quad h = 1$

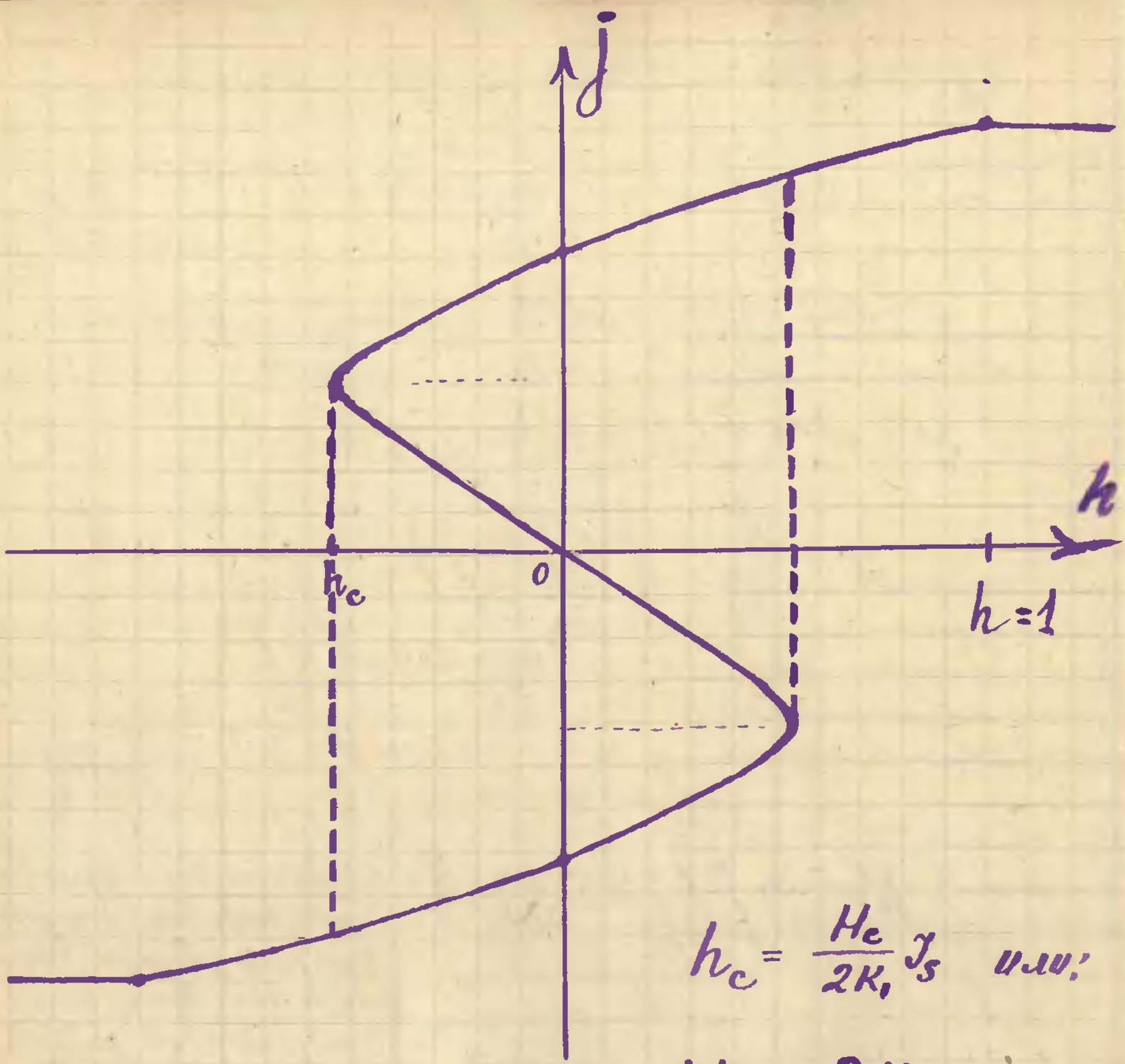
3) $\frac{dh}{dj} = 2\left(j^2 - \frac{1}{2}\right) + 2j \cdot 2j = 2j^2 - 1 + 4j^2 = 6j^2 - 1$; при $\frac{dh}{dj} = 0$ $j = \pm\frac{1}{\sqrt{6}}$;

при этом $h = \frac{2}{\sqrt{6}}\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right) = -\frac{4}{3\sqrt{6}} = \cancel{0{,}54}$

при $h = 0{,}54$ $2j\left(j^2 - \frac{1}{2}\right) = -\frac{4}{3\sqrt{6}}$

$$h_c = \frac{2}{\sqrt{6}}\left(\frac{1}{6} - \frac{3}{6}\right) = -\frac{4}{6\sqrt{6}} = -\frac{2}{3\sqrt{6}}$$

$$h_c = 0{,}27.$$



$$h_c = \frac{H_c}{2K_1} J_s \quad \text{или:}$$

$$H_c = \frac{2K_1}{J_s} h_c$$

т.к. $h_c = -\frac{4}{3\sqrt{6}}$, то:

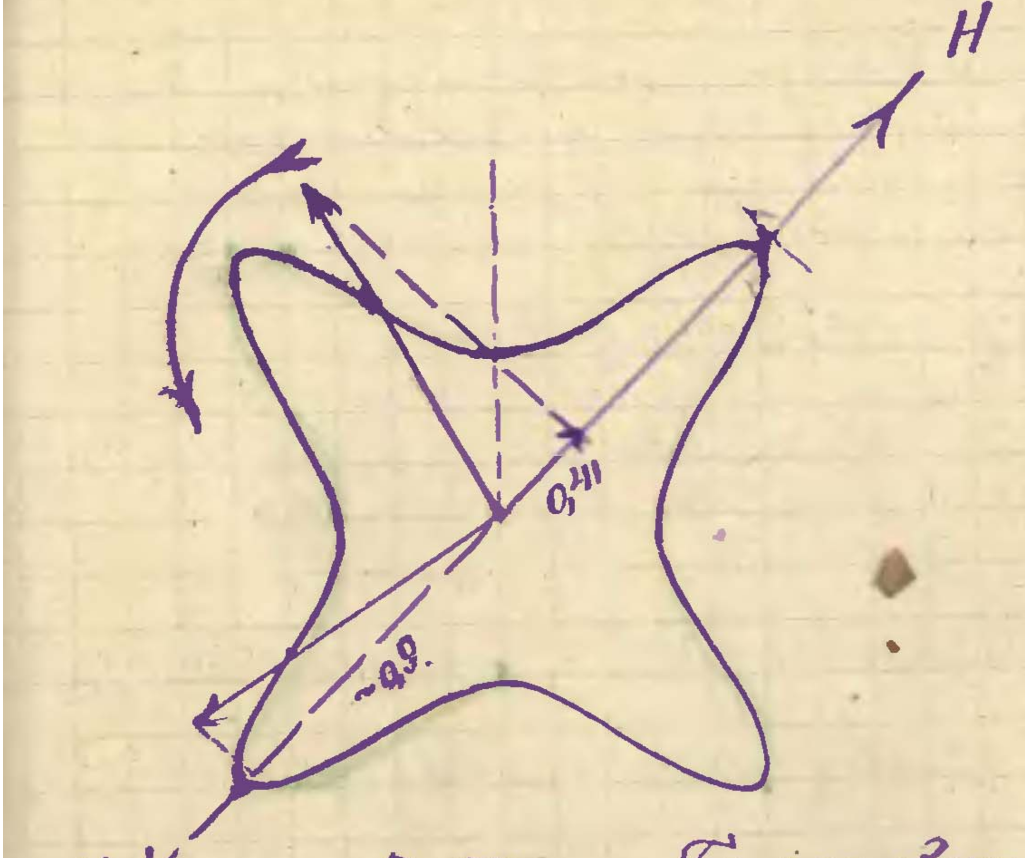
$$H_c = -\frac{8K_1}{3\sqrt{6}\, J_s}$$

при $h = 1$, $j = 1$ мы имеем поле насыщения H_∞.

$$H_\infty = \frac{2K_1}{J_s}$$

и $H_c = -\frac{4}{3\sqrt{6}} H_\infty$

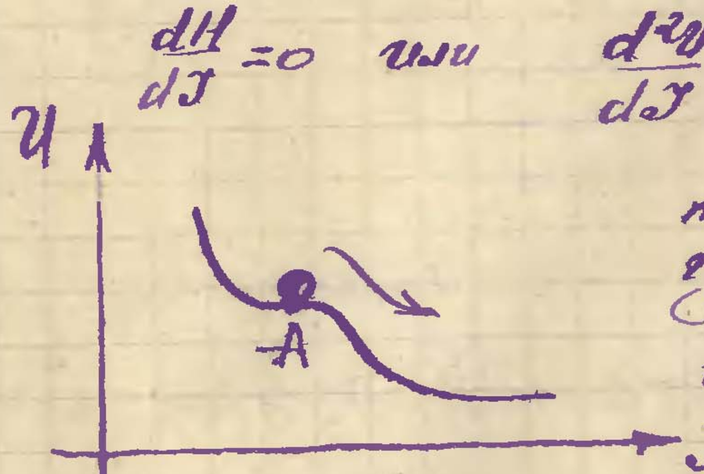
т.е. коэрцитивная сила пропорциональна полю насыщения.



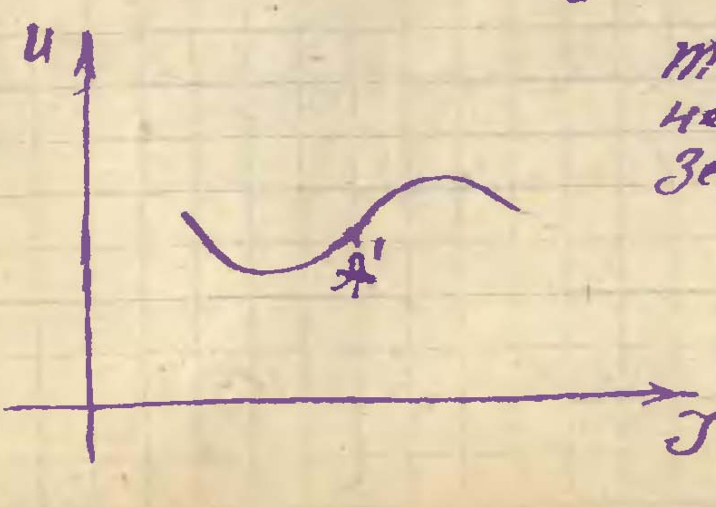
к скачку Баркгаузена.

$\int H dJ = U.$ $\qquad H = \frac{dU}{dJ}$ в местах скачк[а] Баркгаузена

$\frac{dH}{dJ} = 0$ или $\frac{d^2U}{dJ^2} = 0$



точка A — точка перегиба, где 1-ая и 2-ая производ[ные] — нули. Там очевидно возможен скачок Баркгаузена.



Точка A' — точка переги[ба] не дает скачка Баркгаузена.

Иной вывод уравнения кривой намагничения

При наложении внешнего поля энергетическая диаграмма деформируется. В сферической системе координат полная энергия, состоящая из энергии анизотропии и энергии внешнего магнитного поля - будет:

$$U = U_0 + K_1(s_1^2 s_2^2 + s_2^2 s_3^2 + s_1^2 s_3^2) - (\bar{H}\bar{J}_s)$$

$$\left.\begin{aligned} s_3 &= \cos\theta \\ s_2 &= \sin\theta\cos\varphi \\ s_1 &= \sin\theta\sin\varphi \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} s_1^2 &= \sin^2\theta\sin^2\varphi \\ s_2^2 &= \sin^2\theta\cos^2\varphi \\ s_3^2 &= \cos^2\theta \end{aligned} \quad \begin{aligned} h_1 &= \sin\theta'\sin\varphi' \\ h_2 &= \sin\theta'\cos\varphi' \\ h_3 &= \cos\theta' \end{aligned}$$

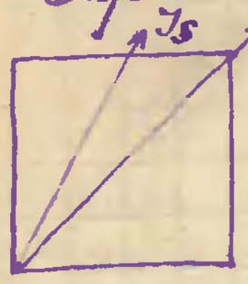
$$U = U_0 + K_1\left\{\sin^4\theta\sin^2\varphi\cos^2\varphi + \sin^2\theta\cos^2\theta\right\} - HJ_s\left\{\sin\theta\sin\varphi\sin\theta'\sin\varphi' +\right.$$

$$\left. + \sin\theta\cos\varphi\sin\theta'\cos\varphi' + \cos\theta\cos\theta'\right\};$$

Очевидно J_s займет такое положение в кристалле, чтобы U было minimum.

т.е. $\frac{\partial U}{\partial \varphi} = 0$ и $\frac{\partial U}{\partial \theta} = 0$.

Пусть H направлено вдоль оси $[110]$



$$s_1 = \cos\varphi \quad h_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$s_2 = \sin\varphi \quad h_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$s_3 = 0 \quad h_3 = 0$$

$$U = U_0 + K_1\cos^2\varphi\sin^2\varphi - HJ_s\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\varphi + \sin\varphi)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi} = K_1(2\sin\varphi\cos^3\varphi - 2\cos\varphi\sin^3\varphi) - HJ_s\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\varphi - \sin\varphi) = 0$$

$$HJ_s\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\varphi - \sin\varphi) = 2K_1\sin\varphi\cos\varphi(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi)$$

$$HJ_s\frac{1}{\sqrt{2}} = 2K_1\sin\varphi\cos\varphi(\cos\varphi + \sin\varphi); \quad +$$

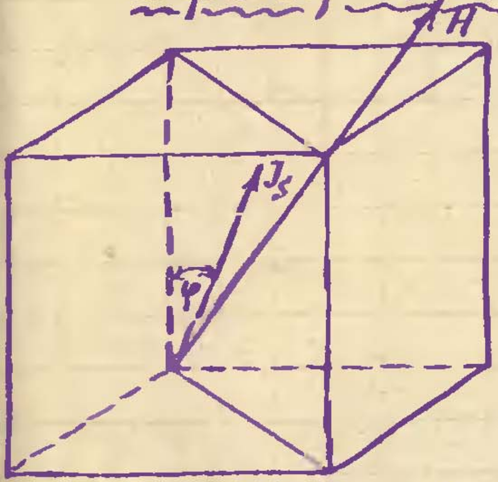
$$J_s\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\varphi + \sin\varphi) = J$$

$$J_s^2\frac{1}{2}(1 + 2\sin\varphi\cos\varphi) = J^2 \quad 2\sin\varphi\cos\varphi = \frac{2J^2}{J_s^2} - 1$$

$$H J_s^2 \frac{1}{2} = \left(\frac{2J^2}{J_s^2} - 1\right) K_1 J$$

$$\boxed{H = \frac{2K_1}{J_s} \frac{J}{J_s}\left(2\frac{J^2}{J_s^2} - 1\right).}$$

Кривая намагничения вдоль тригональной оси.



$$S_3 = \cos\varphi \qquad S_1^2 = S_2^2 = \tfrac{1}{2}(1 - S_3^2) = \tfrac{1}{2}(1-\cos^2\varphi) = \tfrac{1}{2}\sin^2\varphi$$

$$U = U_0 + K_1\left(\tfrac{1}{4}\sin^4\varphi + \sin^2\varphi\cos^2\varphi\right) =$$

$$= U_0 + K_1\left[\tfrac{1}{4}\sin^4\varphi + \sin^2\varphi(1-\sin^2\varphi)\right] =$$

$$= U_0 + K_1\left[\tfrac{1}{4}\sin^4\varphi + \sin^2\varphi - \sin^4\varphi\right] =$$

$$= U_0 + K_1\left[\sin^2\varphi - \tfrac{3}{4}\sin^4\varphi\right].$$

Итак: $$\boxed{U = U_0 + K_1\left[\sin^2\varphi - \tfrac{3}{4}\sin^4\varphi\right]}$$

$$J = J_s\,(s_1h_1 + s_2h_2 + s_3h_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}J_s\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\varphi + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\varphi + \cos\varphi\right)$$

$$\boxed{J = J_s\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\sqrt{2}\sin\varphi + \cos\varphi\right)}$$

$$\sqrt{3}\,\frac{J}{J_s} = \sqrt{2}\sin\varphi + \sqrt{1-\sin^2\varphi}\ ; \quad \text{пусть} \quad \frac{J}{J_s} = j$$

$$\sqrt{3}\,j - \sqrt{2}\sin\varphi = \sqrt{1-\sin^2\varphi}$$

$$3j^2 + 2\sin^2\varphi - 2\sqrt{6}\,j\sin\varphi = 1 - \sin^2\varphi \qquad \text{или:}$$

$$3\sin^2\varphi - 2\sqrt{6}\,j\sin\varphi + 3j^2 - 1 = 0 \qquad \text{или}$$

$$\sin^2\varphi - \frac{2\sqrt{6}}{3}j\sin\varphi + j^2 - \frac{1}{3} = 0$$

$$\sin\varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}j \pm \sqrt{\frac{6}{9}j^2 - j^2 + \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}j \pm \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{1}{3}j^2}$$

т.о. $$\boxed{\sin\varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}j - \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{1-j^2}}$$

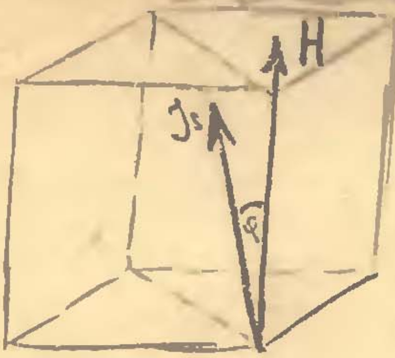
берем знак (-) т.к. должны уд
влетворять услови
$\sin\varphi = 0$ при $j = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

$$\sin^2\varphi = \frac{2}{3}j^2 + \frac{1}{3}(1-j^2) - \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}j\sqrt{1-j^2}$$

$$\boxed{\sin^2\varphi = \frac{1}{3}j^2 + \frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}j\sqrt{1-j^2}}$$

$$\boxed{\sin^4\varphi = \frac{1}{9}j^4 + \frac{1}{9} + \frac{8}{9}j^2(1-j^2) + \frac{2}{9}j^2 - \frac{4\sqrt{2}}{9}j\sqrt{1-j^2} - \frac{4\sqrt{2}}{9}j^3\sqrt{1-j^2}}$$

Кривые намагничения в случае $K<0$.



$s_1 = \cos\varphi \quad s_2 = s_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\varphi$ 1) $H \parallel [100]$

$$u = u_0 - k_1\left(\cos^2\varphi\sin^2\varphi + \frac{1}{4}\sin^4\varphi\right) = u_0 - k_1\left(\sin^2\varphi - \frac{3}{4}\sin^4\varphi\right) =$$

$$= u_0 - k_1\left[\cos^2\varphi(1-\cos^2\varphi) + \frac{1}{4}(1-\cos^2\varphi)^2\right] =$$

$$= u_0 - k_1\left[\cos^2\varphi - \cos^4\varphi + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\cos^2\varphi + \frac{1}{4}\cos^4\varphi\right] =$$

$$= u_0 - k_1\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\cos^2\varphi - \frac{3}{4}\cos^4\varphi\right];$$

$$\frac{J}{J_s} = j = \cos\varphi \qquad du = H\,dJ$$

$$u = u_0 - k_1\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2}j^2 - \frac{3}{4}j^4\right] \qquad H = \frac{du}{dJ} = \frac{1}{J_s}\frac{du}{dj}$$

$$\frac{du}{dj} = -k_1\left\{j - 3j^3\right\} \qquad H = \frac{3k_1}{J_s}j\left\{j^2 - \frac{1}{3}\right\}$$

$$H = \frac{3k_1}{J_s}j\left(j^2 - \frac{1}{3}\right). \qquad \text{при } j = 1$$

$$H_\infty = \frac{3k_1}{J_s}\frac{2}{3} = \frac{2k_1}{J_s}$$

$$\eta = \frac{3}{2}j\left(j^2 - \frac{1}{3}\right) \quad \text{при } \eta = 0$$

$$j = 0 \text{ и } j = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \text{при } j = 1 \quad \eta = 1.$$

построить.

Парамагнетизм.

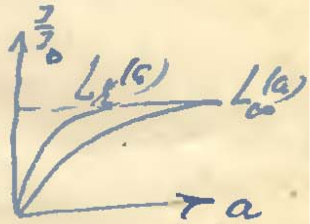
Уточнение теории может идти по 2 линиям.

1. Квантование в пространстве.

Опыт Штерна и Герлаха. (предложен одновременно Капицей и Семеновым)

водород, серебро

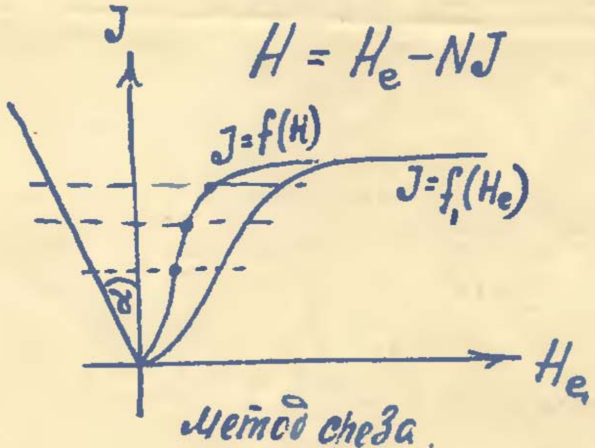
$\mu = \mu_0$. $L_{\frac{1}{2}}^{(a)} = th\, a$.



2. Связь между атомами учитывается введением молекулярного поля. $H_m = \gamma J$. Розинг. 1892г.

3. Строение атомов.

4. Ферромагнетизм. Основные опытные факты.



метод среза.

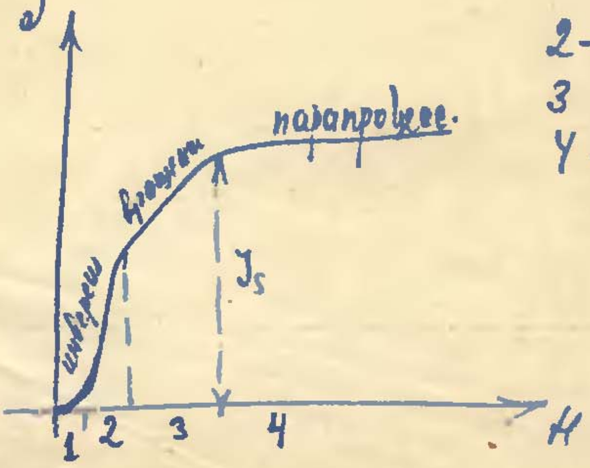
$tg\,\alpha = N$

N ~ для эллипсоида вращения

поле однородное

поле неоднородное

таблица.



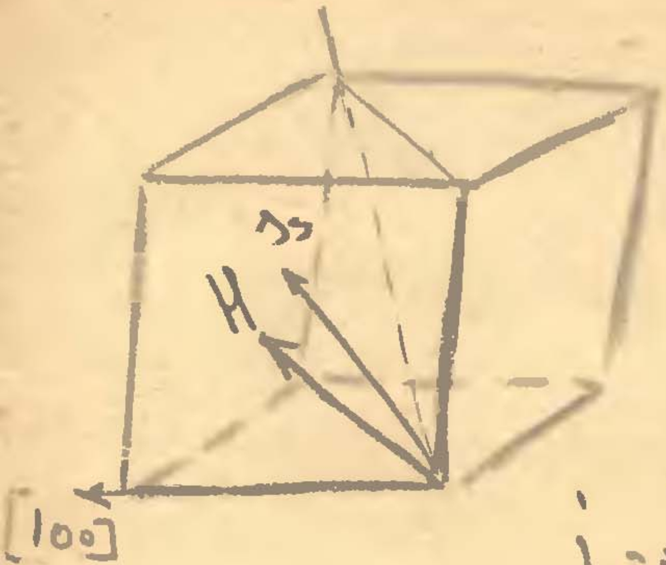
1 - μ-практически постоянна и равна μ_a до 0,001 Ое.

2 - μ-проходит maximum до 20 Ое

3 — до 500

4 — 500 и выше Ое

2) $H \parallel [110]$ $\quad U = U_0 - K_1\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\cos^2\varphi - \frac{3}{4}\cos^4\varphi\right]$



$$h_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad h_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad h_3 = 0$$

$$s_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\varphi \quad s_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\varphi \quad s_3 = \cos\varphi$$

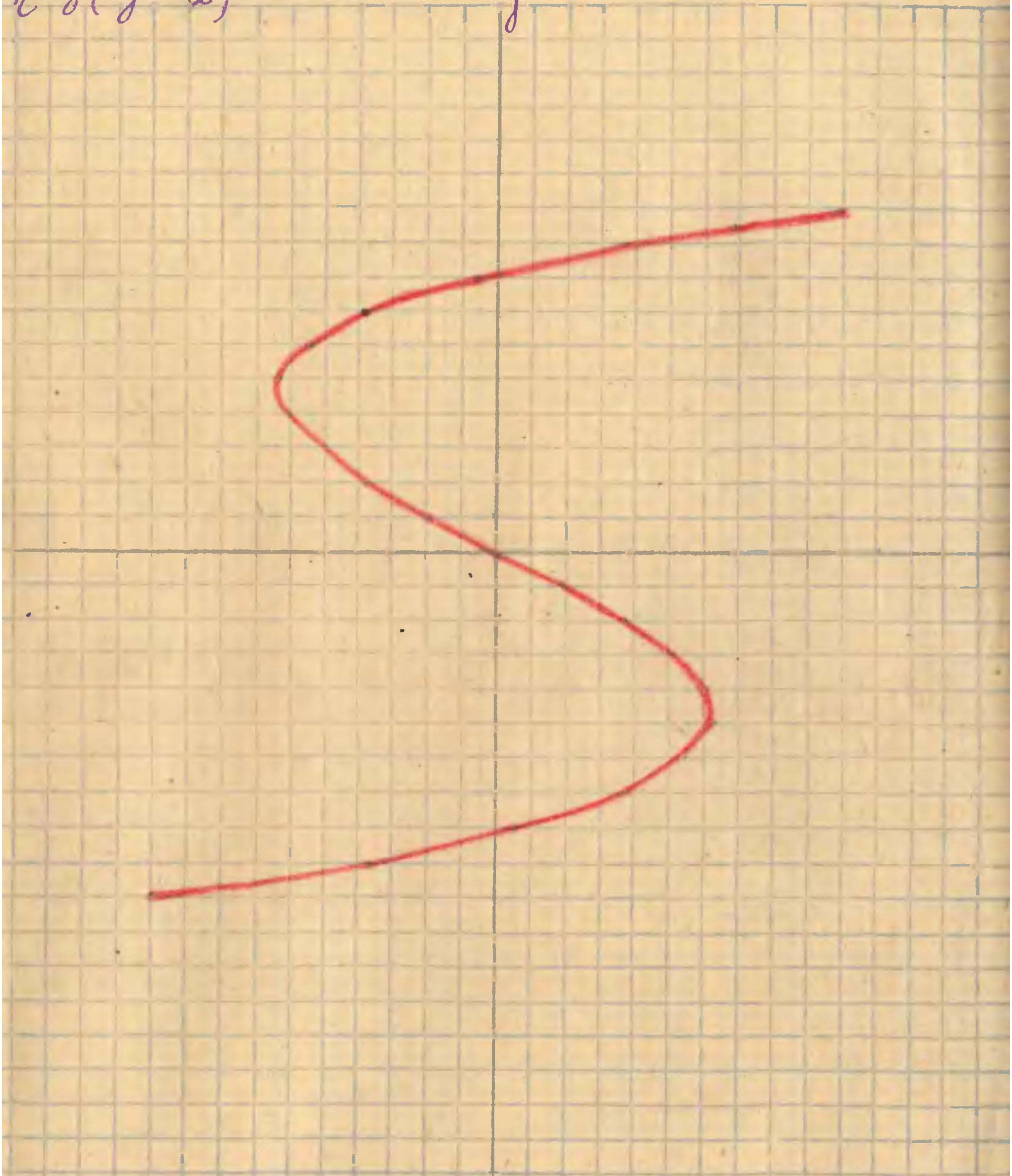
$$U = U_0 - K_1\left[\sin^2\varphi - \frac{3}{4}\sin^4\varphi\right]$$

$$j = \frac{J}{J_s} = \frac{1}{2}\sin\varphi + \frac{1}{2}\sin\varphi = \sin\varphi$$

$$U = U_0 - K_1\left[j^2 - \frac{3}{4}j^4\right];$$

$$H = \frac{1}{J_s}\frac{dU_0}{dj} = -\frac{K_1}{J_s}\left(2j - 3j^3\right)$$

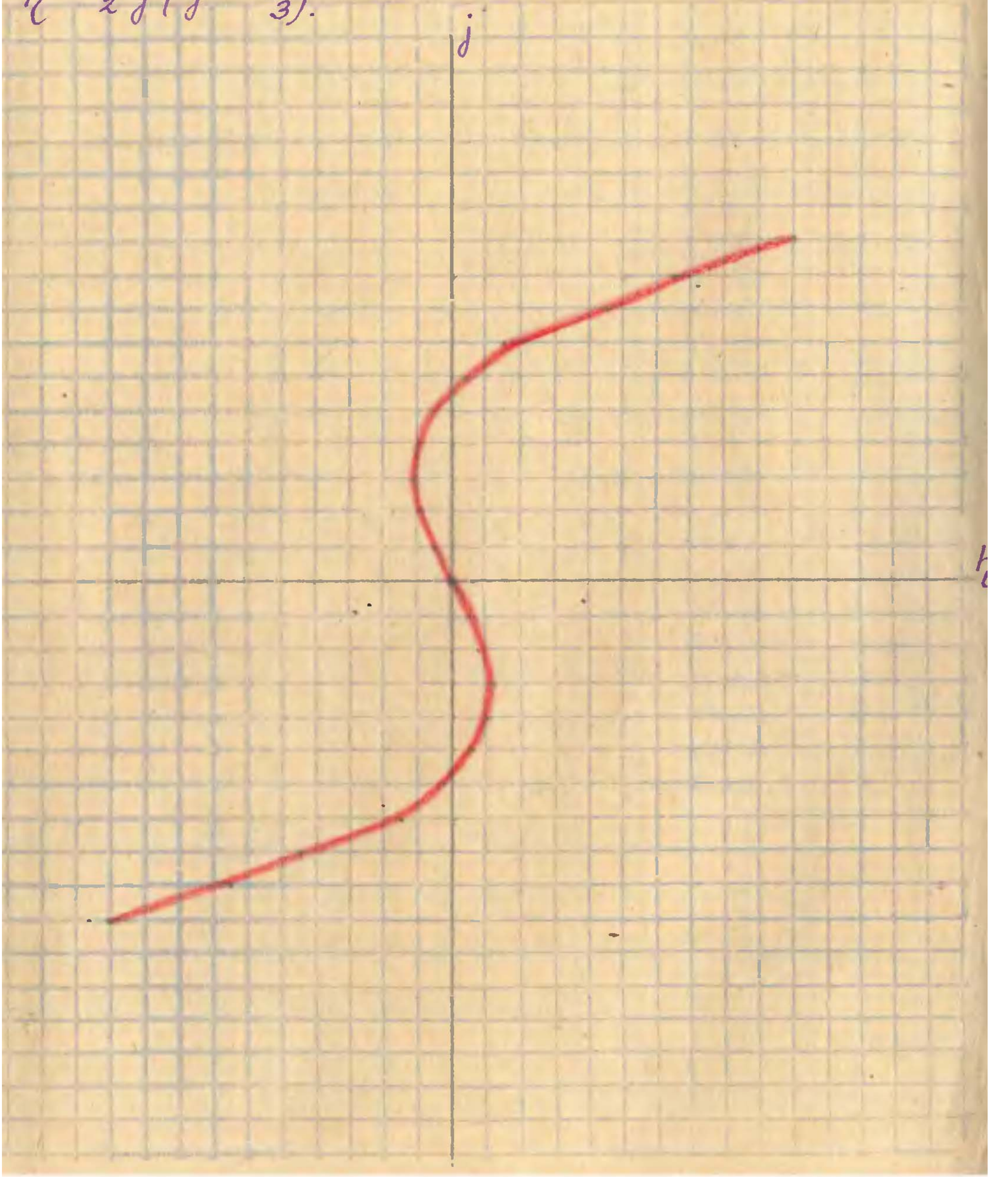
$h = j(3j^2 - 2)$



$\eta = j(3j^2 - 2)$

j	η
0	0
0,1	−0,197
0,2	−0,376
0,3	−0,519
0,4	−0,608
0,5	−0,625
0,6	−0,552
0,7	−0,371
0,8	−0,064
0,9	0,387
1	1
−0,1	0,197
−0,2	0,376
−0,3	0,519
−0,4	0,608
−0,5	0,625
−0,6	0,552
−0,7	0,371
−0,8	0,064
−0,9	−0,387
−1	−1
0,95	0,685.

$$h = \frac{3}{2} j \left(j^2 - \frac{1}{3}\right).$$



$$\eta = \frac{3}{2} j \left(j^2 - \frac{1}{3}\right).$$

j	η
0	0
0,1	−0,048
0,2	−0,087
0,3	−0,108
0,4	−0,102
0,5	−0,06
0,6	0,027
0,7	0,168
0,8	0,453
0,9	0,648
1	1,005
−0,1	−0,048
−0,2	0,087
−0,3	0,108
−0,4	0,102
−0,5	0,06
−0,6	−0,027
−0,7	−0,168
−0,8	−0,453
−0,9	−0,648.

Следовательно:

$$U = U_0 + K_1\left\{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}j^2 - \frac{2\sqrt{2}}{3}j\sqrt{1-j^2} - \frac{3}{4}\left[\frac{1}{9} + \frac{1}{9}j^4 + \frac{8}{9}j^2(1-j^2) + \frac{2}{9}j^2 - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{4\sqrt{2}}{9}j\sqrt{1-j^2} - \frac{4\sqrt{2}}{9}j^3\sqrt{1-j^2}\right]\right\}$$

т.к. $\int_0^J H\,dJ = U$. то, продиференцировав по J получим уравнение кривой намагничения.

$$U = U_0 + K_1\left\{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}j^2 - \frac{2\sqrt{2}}{3}j\sqrt{1-j^2} - \frac{1}{12} - \frac{1}{12}j^4 - \frac{2}{3}j^2(1-j^2) - \frac{1}{6}j^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{\sqrt{2}}{3}j\sqrt{1-j^2} + \frac{\sqrt{2}}{3}j^3\sqrt{1-j^2}\right\}$$

$$U = U_0 + K_1\left\{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}j^2 - \frac{\sqrt{2}}{3}j\sqrt{1-j^2} + \frac{\sqrt{2}}{3}j^3\sqrt{1-j^2} - \frac{2}{3}j^2 + \frac{2}{3}j^4 - \frac{1}{12}j^4\right\} =$$

$$\cancel{= U_0 + K_1\left\{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}j^2 - \frac{\sqrt{2}}{3}j\sqrt{1-j^2}(1-j^2)\right\}}$$

$$\cancel{U = U_0 + K_1\left\{\frac{1}{4} + \cdots - \frac{\sqrt{2}}{3}j\sqrt{1-j^2} + \frac{\sqrt{2}}{3}j^3\sqrt{1-j^2} + \frac{7}{12}j^4 - \frac{1}{2}j^2\right\}}$$

$$\boxed{U = U_0 + K_1\left\{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}j^2 - \frac{\sqrt{2}}{3}j\sqrt{1-j^2} + \frac{\sqrt{2}}{3}j^3\sqrt{1-j^2} + \frac{7}{12}j^4\right\}}$$

$$H = \frac{dU}{dJ} \quad \text{или} \quad H = \frac{dU}{dj}\frac{dj}{dJ} \text{ и т.к. } j = \frac{J}{J_s}$$

$$\text{то } \frac{dj}{dJ} = \frac{1}{J_s}$$

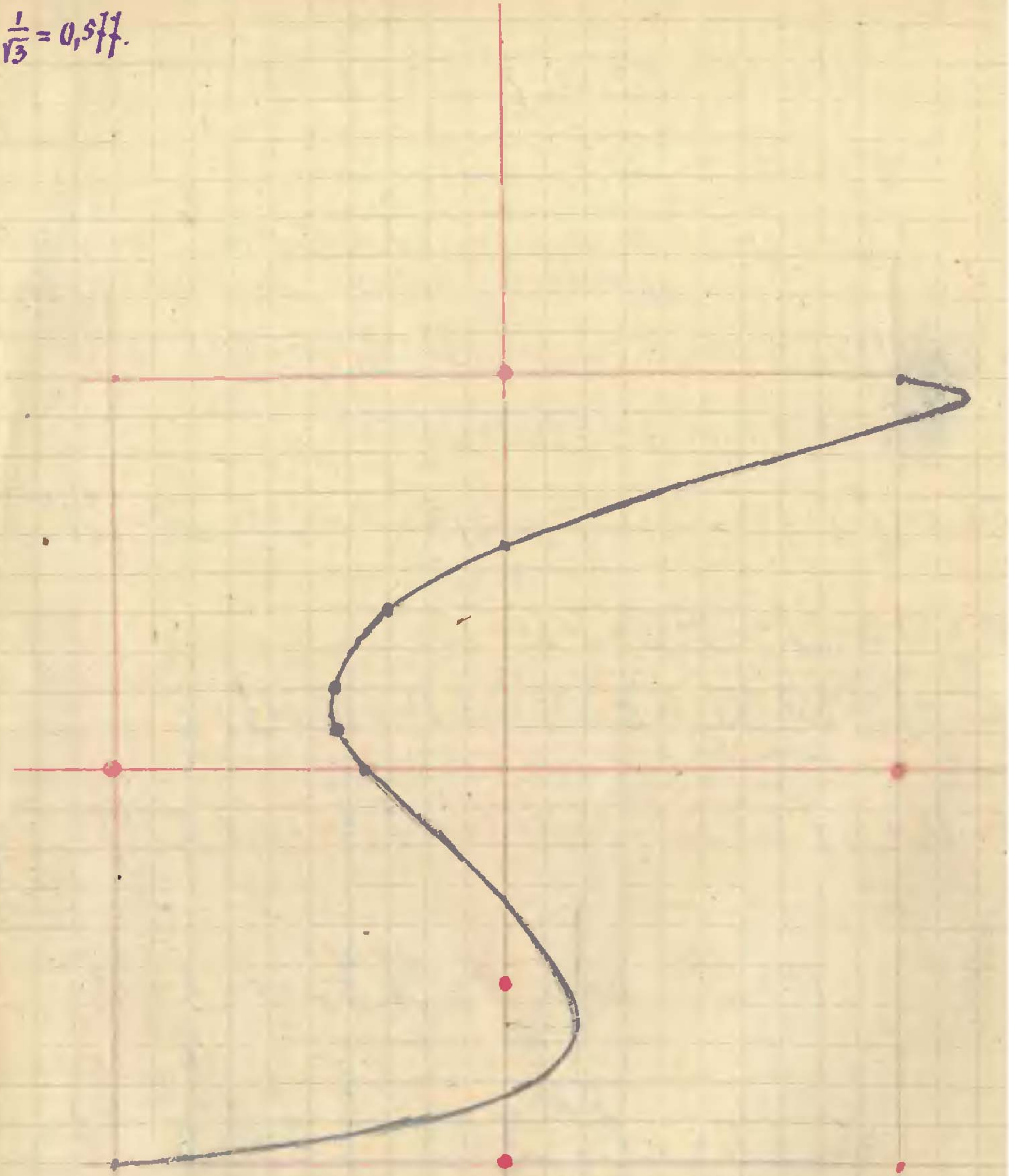
т.о. $$\boxed{H = \frac{1}{J_s}\frac{dU}{dj}}$$

$$H = \frac{K}{J_s}\left\{-j - \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{1-j^2} + \frac{\sqrt{2}}{3}\frac{j^2}{\sqrt{1-j^2}} + \sqrt{2}j^2\sqrt{1-j^2} - \frac{\sqrt{2}}{3}\frac{j^4}{\sqrt{1-j^2}} + \frac{7}{3}j^3\right\}$$

$$H = \frac{K}{J_s}\left\{-j + \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{1-j^2}(3j^2-1) + \frac{\sqrt{2}}{3}j^2\frac{1}{\sqrt{1-j^2}}(1-j^2) + \frac{7}{3}j^3\right\}$$

$$H = \frac{K}{J_s}\left\{-j + \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{1-j^2}(3j^2-1) + \frac{\sqrt{2}}{3}j^2\sqrt{1-j^2} + \frac{7}{3}j^3\right\}$$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0{,}577.$



$$H = \frac{K_1}{J_s}\left\{ \frac{7}{3}j^3 + \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{1-j^2}\left(3j^2 - 1 + j^2\right) - j \right\}$$ или:

$$H = \frac{K_1}{J_s}\left\{ \frac{7}{3}j^3 - j + \frac{\sqrt{2}}{3}(4j^2-1)\sqrt{1-j^2} \right\}$$

$$\boxed{H = \frac{K_1}{3J_s}\left\{ 7j^3 - 3j + \sqrt{2}(4j^2-1)\sqrt{1-j^2} \right\}}$$

Исследование:

1) $j = 1$. $H = H_\infty$. $H_\infty = \frac{K_1}{3J_s}\left\{7 - 3\right\}$ или:

$$\boxed{H_\infty = \frac{4K_1}{3J_s}}$$

пусть $\frac{H}{H_\infty} = \eta$

$$\boxed{\eta = \frac{1}{4}\left\{ 7j^3 - 3j + \sqrt{2}(4j^2-1)\sqrt{1-j^2} \right\}}$$ приведенное уравнение, не содержащее опорных констант

2) при $j = \frac{1}{\sqrt{3}}$ получим:

$$\eta = \frac{1}{4}\left\{ \frac{7}{3\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}} + \sqrt{2}\left(\frac{4}{3} - 1\right)\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right\} = \frac{1}{4}\left\{ -\frac{2}{3\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}\,\frac{1}{3} \right\} = 0.$$

Итак, при $\eta = 0$ т.е. $H = 0$ $j_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

при $j = 0$, получим:

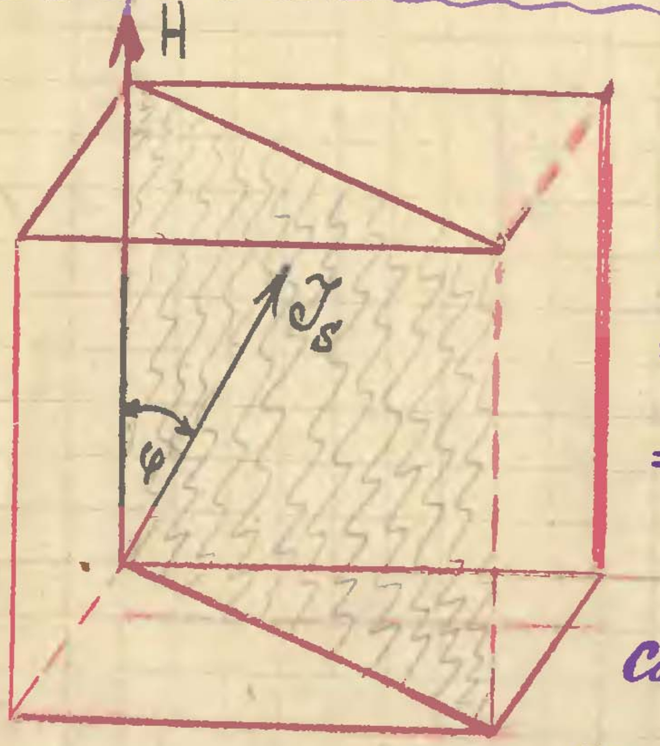
$$\eta = \frac{1}{4}\left\{\sqrt{2}\cdot(-1)\right\} = -\frac{\sqrt{2}}{4} = -0{,}354$$

3) $$\frac{d\eta}{dj} = \frac{1}{4}\left\{ 21j^2 - 3 + \sqrt{2}\,8j\sqrt{1-j^2} + \sqrt{2}(4j^2-1)(-j)\frac{1}{\sqrt{1-j^2}} \right\} = 0$$

$$21j^2 - 3 + 8\sqrt{2}\,j\sqrt{1-j^2} - \sqrt{2}\,j\,\frac{4j^2-1}{\sqrt{1-j^2}} = 0$$

$$(21j^2-3)\sqrt{1-j^2} + 8\sqrt{2}\,j(1-j^2) - \sqrt{2}\,j(4j^2-1) = 0$$

Кривая намагничения недеформированного монокристалла для $K<0$ (никель).



$S_1 = \cos\varphi$ $\qquad$ I $H \parallel [100]$

$S_2 = S_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\varphi$ $\quad S_3^2 = S_2^2 = \frac{1}{2}(1-\cos^2\varphi)$

$$U = U_0 - K_1\left(\cos^2\varphi \sin^2\varphi - \frac{1}{4}\sin^4\varphi\right) =$$

$$= U_0 - K_1\left[(1-\cos^2\varphi)^2\frac{1}{4} + \cos^2\varphi - \cos^4\varphi\right] =$$

$$= U_0 - K_1\left\{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\cos^2\varphi + \frac{1}{4}\cos^4\varphi + \cos^2\varphi - \cos^4\varphi\right\} =$$

$$= U_0 - K_1\left\{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\cos^2\varphi - \frac{3}{4}\cos^4\varphi\right\}$$

$\cos\varphi = j$

$$U = U_0 - K_1\left\{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}j^2 - \frac{3}{4}j^4\right\}$$

$$H = -\frac{K_1}{J_s}\left\{j - 3j^3\right\} \quad \text{или} \quad H = \frac{K_1}{J_s}(3j^3 - j)$$

при $j = 1$ $\quad H = H_\infty \quad H_\infty = \frac{2K_1}{J_s} \quad \frac{H}{H_\infty} = \eta$

$$\eta = \frac{1}{2}j(3j^2 - 1)$$

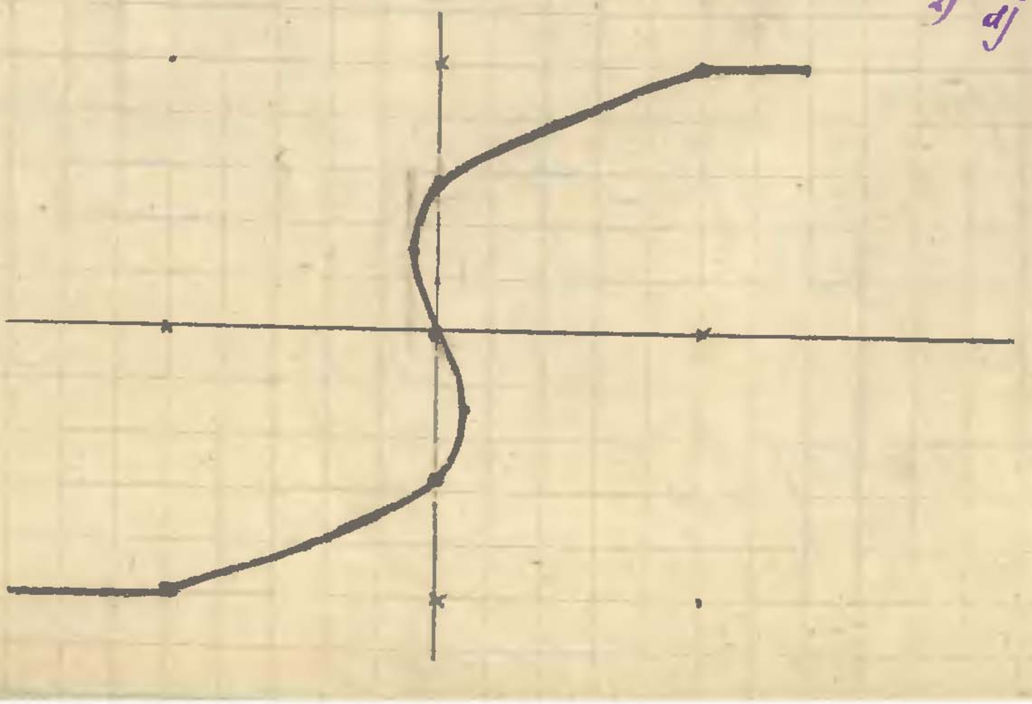
1) $\eta = 0 \quad j_1 = 0 \quad j_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

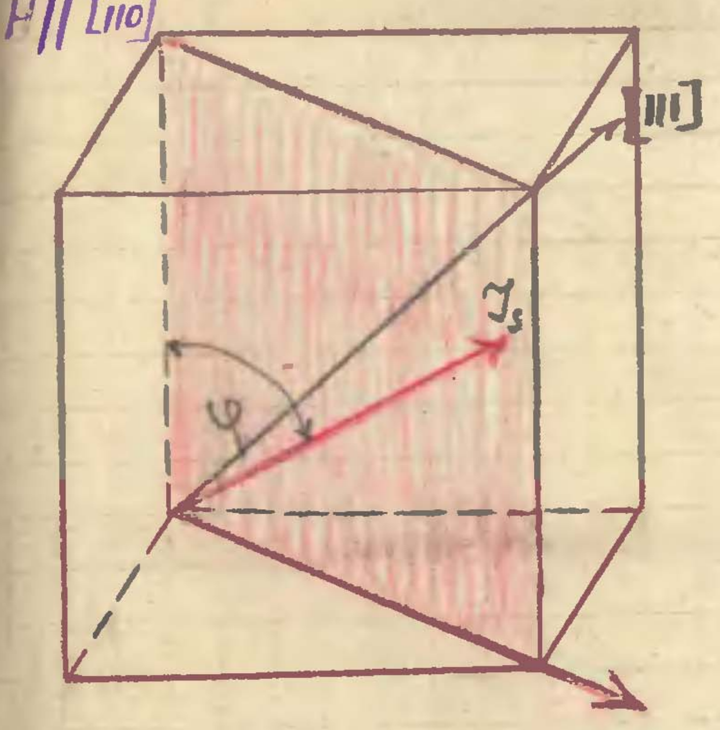
2) $\frac{d\eta}{dj} = \frac{1}{2}(9j^2 - 1)$

$j_1 = \frac{1}{3}$

$\eta_1 = \frac{1}{2}\left(3\frac{1}{27} - \frac{1}{3}\right) =$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{9} - \frac{3}{9}\right) = -\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{2} = -\frac{1}{9}$





$$U = U_0 - K_1\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\cos^2\varphi - \frac{3}{4}\cos^4\varphi\right]$$

$S_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\varphi \quad S_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\varphi \quad S_3 = \cos\varphi$

$h_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad h_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad h_3 = 0$

$$j = (S_1h_1 + S_2h_2 + S_3h_3)$$

$$j = \sin\varphi;$$

$$U = U_0 - K_1\{\sin^2\varphi - \frac{3}{4}\sin^4\varphi\}$$

$$U = U_0 - K_1\{j^2 - \frac{3}{4}j^4\}$$

$$H = -\frac{K_1}{J_s}\{2j - 3j^3\} \quad \text{или:}$$

$$H = \frac{K_1}{J_s}\{3j^3 - 2j\} \quad \text{при } j = 1$$

$H = \frac{K_1}{J_s} = H_{\infty} \qquad \eta = 3j^3 - 2j$

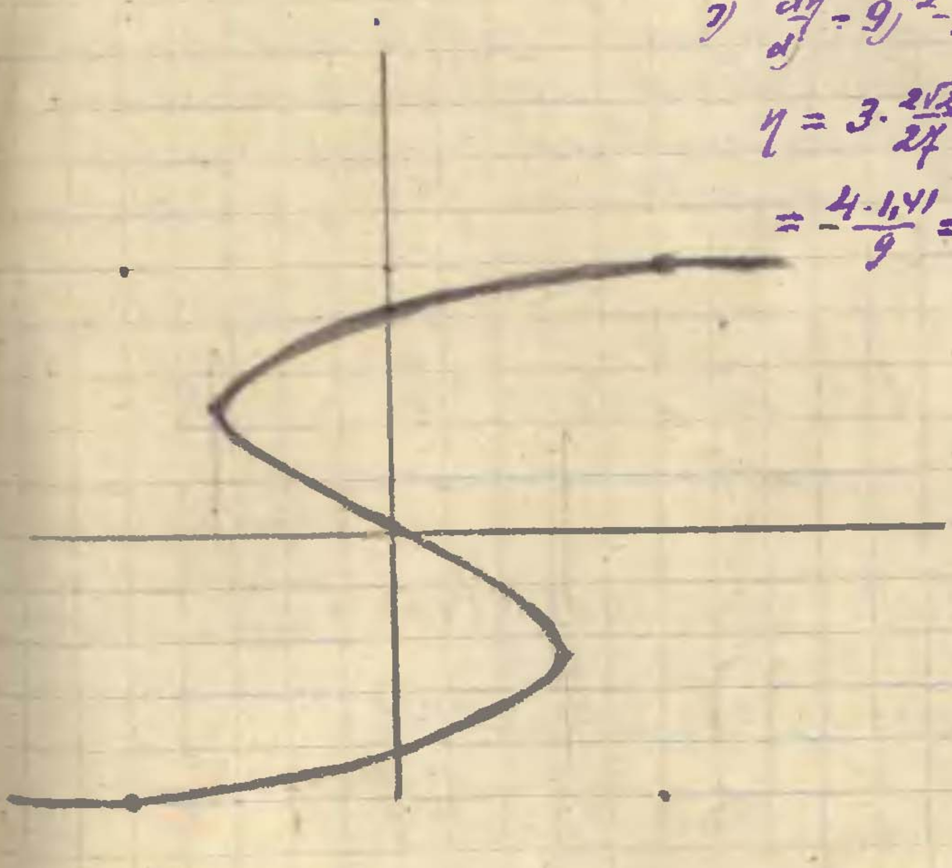
1) при $\eta = 0 \quad j_1 = 0 \quad j_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0{,}816$

2) $\eta = 1 \quad j = 1$

3) $\frac{d\eta}{dj} = 9j^2 - 2 = 0 \quad j = \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{1{,}41}{3} = 0{,}47$

$$\eta = 3\cdot\frac{2\sqrt{2}}{27} - 2\frac{\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{3}\right) = -\frac{2\sqrt{2}\cdot 2}{9}$$

$$= -\frac{4\cdot 1{,}41}{9} = -\frac{5{,}64}{9} = -0{,}626$$



Кривая намагничения недеформированного монокристалла гексагональной системы (кобальт).

$$U = U_0 + K_1 \cos^2\varphi + K_2 \cos^4\varphi . \qquad j = \cos\varphi$$

$$U = U_0 + K_1 j^2 + K_2 j^4$$

$$H = \frac{1}{J_s}\left(2K_1 j + 4K_2 j^3\right).$$

для cobalt
$K_1 = -7{,}8 \cdot 10^6$
$K_2 = +2{,}2 \cdot 10^6$

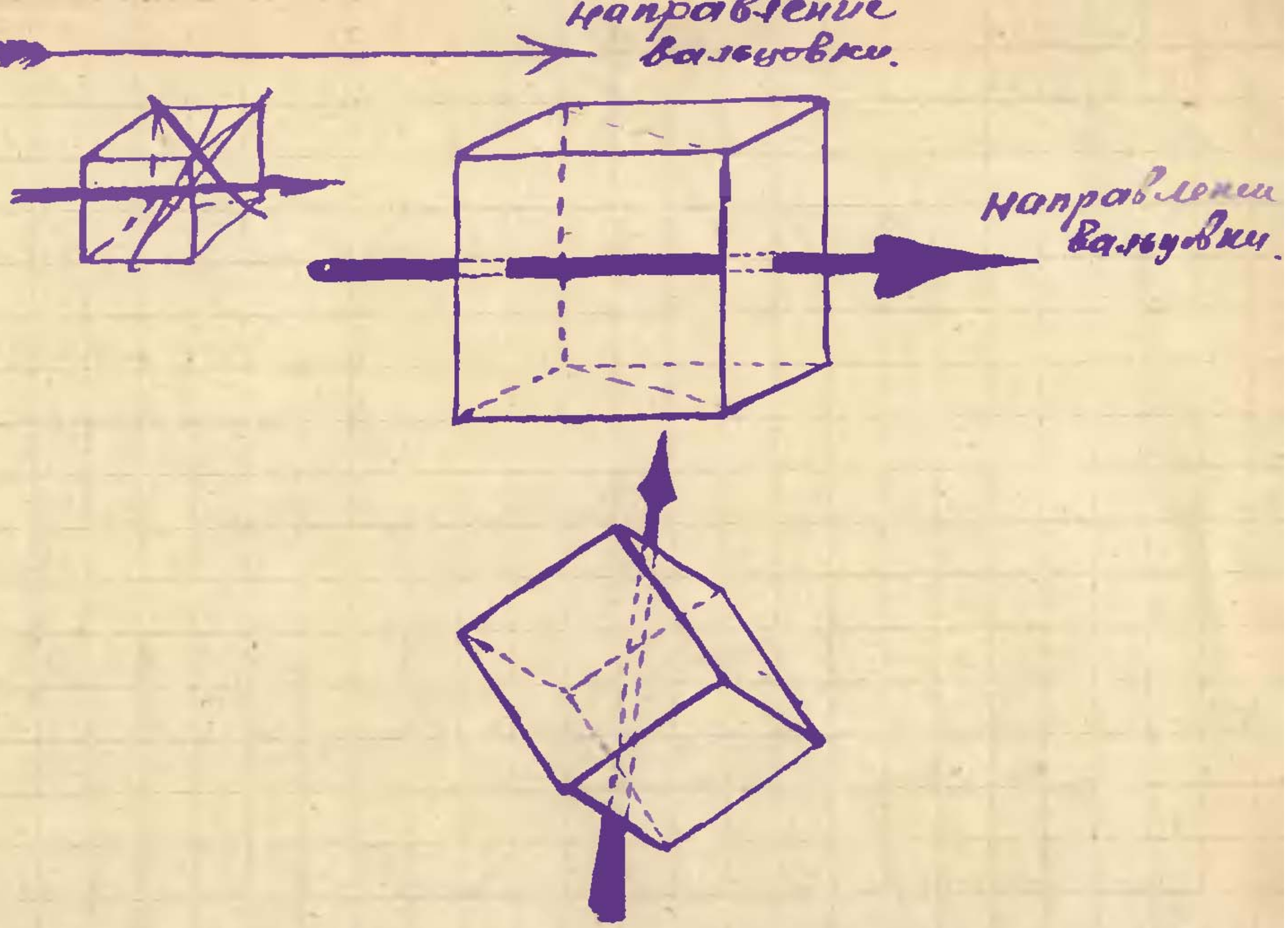
Магнитный текстурный анализ.

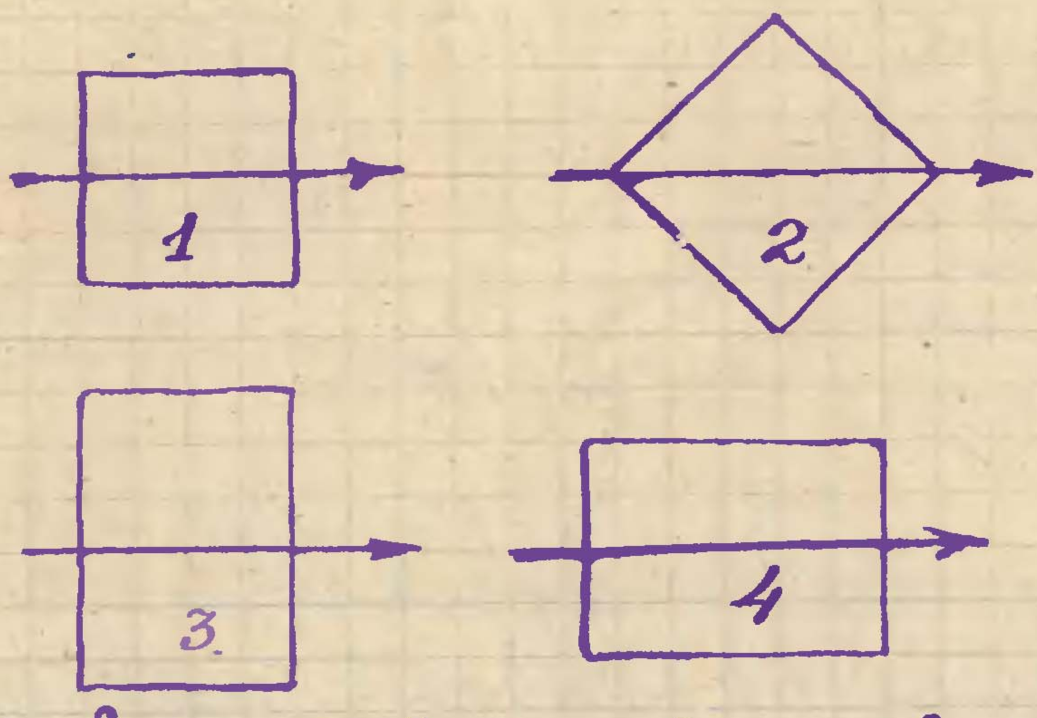
Для вальцованных материалов, при исследовании дисков методом моментов, оказалось:

$$M = A_4 \sin 4\varphi + A_2 \sin 2\varphi$$

Эта формула, как показывает опыт, справедлива всегда. Распределение осей в кристаллах может быть представлено лишь схематически. Пусть это распределение таково, как показано в таблице.

группа	1	2	3	4	5
плоскость кристаллов, параллельная плоскости вальцовки	(100)	(100)	(110)	(110)	кристаллиты с равновероятно распределенными осями.
Ось, параллельная направлению вальцовки	[100]	[110]	[100]	[110]	
относительный объем	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5





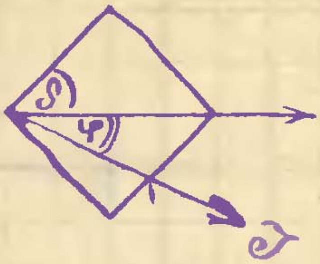
Пусть δ - угол между направлением вальцовки и направлением [100], угол φ - между направлением вальцовки и направлением намагничения.

Тогда:

1. $\delta = 0 \quad S_1 = \cos\varphi \quad S_2 = \sin\varphi \quad S_3 = 0$

$$U = U_0 + K_1 \sin^2\varphi \cos^2\varphi = U_0 + \frac{K_1}{2}\cdot\frac{1}{2}\sin^2 2\varphi = U_0 + \frac{K_1}{8}(1-\cos 4\varphi$$

2. $\delta = \frac{\pi}{4}$



$S_1 = \cos(45 - \varphi)$
$S_2 = \cos(45 + \varphi)$
$S_3 = 0$

$U = U_0 + K_1 \cos^2(45-\varphi)\cos^2(45+\varphi$

$\cos(45-\varphi) = \cos 45 \cdot \cos\varphi + \sin 45 \cdot \sin\varphi =$
$= \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\varphi + \sin\varphi)$

$\cos(45+\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\varphi - \sin\varphi)$

$\cancel{U = U_0 + K_1 \frac{1}{4}(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi)^2 = U_0 + \frac{K_1}{4}(\cos^2\varphi - 1 + \cos^2\varphi) =}$
$\cancel{= U_0 + \frac{K_1}{4}(2\cos^2\varphi - 1)}.$

$\cos^2(45-\varphi) = \frac{1}{2}(1 + 2\sin\varphi\cos\varphi)$

$\cos^2(45+\varphi) = \frac{1}{2}(1 - 2\sin\varphi\cos\varphi)$

$\cos^2(45-\varphi)\cos^2(45+\varphi) = \frac{1}{4}(1 - 4\sin^2\varphi\cos^2\varphi) =$

$2\sin\varphi\cos\varphi = \sin 2\varphi$
$4\sin^2\varphi\cos^2\varphi = \sin^2 2\varphi$

$= \frac{1}{4}(1 - \sin^2 2\varphi) =$

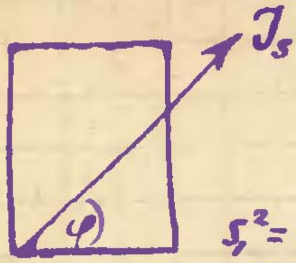
$1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$

$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$

$= \frac{1}{4}\{1 - \frac{1}{2}(1 - \cos 4\varphi) =$

$= \frac{1}{8}\{1 + \cos 4\varphi)$; т.о.

$$U = U_0 + \frac{K_1}{8}\{1 + \cos 4\varphi\}.$$

3. 

$\delta = 0.$ $\quad S_1 = S_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\varphi \quad S_3 = \cos\varphi$

$$U = U_0 + K_1 \left\{ \frac{1}{4} \sin^4\varphi + \sin^2\varphi \cos^2\varphi \right\} =$$

$$\left. \begin{aligned} S_1^2 &= \tfrac{1}{2}\sin^2\varphi \\ S_2^2 &= \tfrac{1}{2}\sin^2\varphi \\ S_3^2 &= \cos^2\varphi \end{aligned} \right\} = U_0 + K_1 \left\{ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \left(1 - 2\cos 2\varphi + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 4\varphi\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{8}\left(1 - \cos 4\varphi\right) \right\} =$$

$$4 \sin^2\varphi \cos^2\varphi = \sin^2 2\varphi$$

$$\sin^2\varphi \cos^2\varphi = \frac{1}{4} \sin^2 2\varphi$$

$$1 - \cos 4\varphi = 2 \sin^2 2\varphi$$

т.о. $\sin^2\varphi \cos^2\varphi = \cancel{\frac{1}{8}\cos}$

$$= \frac{1}{8}\left(1 - \cos 4\varphi\right)$$

$$2\sin^2\varphi = 1 - \cos 2\varphi$$

$$\sin^2\varphi = \frac{1}{2}\left(1 - \cos 2\varphi\right)$$

$$\sin^4\varphi = \frac{1}{4}\left(1 - 2\cos 2\varphi + \cos^2 2\varphi\right)$$

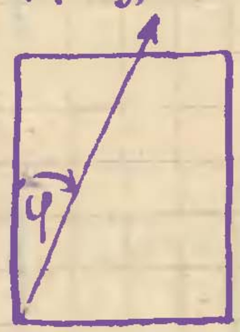
$$2\cos^2 2\varphi = 1 + \cos 4\varphi$$

$$\cos^2 2\varphi = \frac{1}{2}\left(1 + \cos 4\varphi\right).$$

$$= U_0 + \frac{K_1}{8} \left\{ \frac{1}{2} - \cos 2\varphi + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\cos 4\varphi + 1 - \cos 4\varphi \right\} \quad \text{или:}$$

$$\boxed{U = U_0 + \frac{K_1}{8} \left\{ \frac{7}{4} - \cos 2\varphi - \frac{3}{4}\cos 4\varphi \right\}}$$

4. $J_s \quad \delta = \frac{\pi}{2}$



$$S_1^2 = \sin^2\varphi \quad S_2 = S_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\varphi.$$

$$S_2^2 = S_3^2 = \frac{1}{2}\cos^2\varphi.$$

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 1$$

$$S_1^2 + 2S_2^2 = 1$$

$$S_2^2 = \frac{1}{2}\left(1 - S_1^2\right)$$

$$U = U_0 + K_1 \left(\frac{1}{4}\cos^4\varphi + \sin^2\varphi \cos^2\varphi \right)$$

$$\cos^2\varphi = \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} \qquad \cos^4\varphi = \frac{1 + 2\cos 2\varphi + \cos^2 2\varphi}{4} =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2} + \cos 2\varphi + \frac{1}{4}\left(1 + \cos 4\varphi\right)\right] = \left(\frac{3}{4} + \cos 2\varphi + \frac{1}{4}\cos 4\varphi\right)\frac{1}{2} \text{ т.о.}$$

$$U = U_0 + \frac{K_1}{8} \left\{ \frac{3}{4} + 1\cos 2\varphi + \frac{1}{4}\cos 4\varphi + 1 - \cos 4\varphi \right\} \quad \text{или:}$$

$$\boxed{U = U_0 + \frac{K_1}{8} \left\{ \frac{7}{4} + \cos 2\varphi - \frac{3}{4}\cos 4\varphi \right\}}$$

Тогда полной энергии

$$U = \sum_i U_i W_i$$ или

$$U = U_0 + W_1 \frac{K_1}{8}\left[1-\cos 4\varphi\right] + W_2 \frac{K_1}{8}\left[1+\cos 4\varphi\right] + W_3 \frac{K_1}{8}\left[\frac{7}{4}-\cos 2\varphi-\frac{3}{4}\cos 4\varphi\right] +$$
$$+ W_4 \frac{K_1}{8}\left[\frac{7}{4}+\cos 2\varphi-\frac{3}{4}\cos 4\varphi\right]$$

Дифференцируя по φ — получим значение механического момента:

$$M = \left\{\frac{W_1}{8} 4\sin 4\varphi - \frac{W_2}{8} 4\sin 4\varphi + \frac{W_3}{8} 2\sin 2\varphi + \frac{3}{4} 4 \frac{W_3}{8}\sin 4\varphi - \right.$$
$$\left. - \frac{W_4}{8} 2\sin 2\varphi + \frac{3}{4} 4 \frac{W_4}{8}\sin 4\varphi\right\} K_1$$ или:

$$M = K_1\left\{\frac{W_1-W_2}{2}\sin 4\varphi + \frac{3}{8}(W_3+W_4)\sin 4\varphi + \frac{1}{4}(W_3-W_4)\sin 2\varphi\right\}$$

или:

$$M = \frac{K_1}{8}\left\{\left[4(W_1-W_2)+3(W_3+W_4)\right]\sin 4\varphi + 2(W_3-W_4)\sin 2\varphi\right\}$$

Вспомним экспериментально полученное соотношение

$M = A_4 \sin 4\varphi + A_2 \sin 2\varphi$, сравнивая, получаем:

$$\left.\begin{aligned} K_1\left[4(W_1-W_2)+3(W_3+W_4)\right] &= 8A_4 \\ K_1(W_3-W_4) &= 4A_2 \end{aligned}\right\} \quad \mathrm{I}$$

Система уравнений не может быть решена однозначно. Но возможны случаи когда

$W_1 \gg W_2$ или $W_1 \ll W_2$

$W_3 \gg W_4$ — $W_3 \ll W_4$

Тогда в уравнении I возможны случаи:

1) $W_1 = 0 \quad W_3 = 0$
2) $W_2 = 0 \quad W_3 = 0$
3) $W_1 = 0 \quad W_4 = 0$
4) $W_2 = 0 \quad W_4 = 0$ тогда:

1) $\frac{8A_4}{K_1} = -4W_2 + 3W_4 \qquad \frac{4A_2}{K_1} = -W_4$

2) $\frac{8A_4}{K_1} = 4W_1 + 3W_4 \qquad \frac{4A_2}{K_1} = -W_4$

3) $\frac{8A_4}{K_1} = -4W_2 + 3W_3 \qquad \frac{4A_2}{K_1} = W_3$

4) $\frac{8A_4}{K_1} = 4W_1 + 3W_3 \qquad \frac{4A_2}{K_1} = W_3$

$$\text{и} \quad \sum_i W_i = 1$$

Для сильно вальцованного (?) мягкого железа

$$A_2 = 18,4 \; ; \; A_4 = -59,5$$

т.к. $K_1 > 0$, то очевидно это возможно лишь при выполнении условия 3), т.е.

$$\frac{8A_4}{K_1} = -4W_2 + 3W_3 \quad \text{и} \quad \frac{4A_2}{K_1} = W_3 \quad \text{или:}$$

$$\frac{8A_4}{K_1} = -4W_2 + \frac{12A_2}{K_1} \quad \text{или}$$

$$\left.\begin{aligned} W_3 &= \frac{4A_2}{K_1} \\ W_2 &= -\frac{1}{K_1}\left(2A_4 - 3A_2\right) \end{aligned}\right\}$$

Откуда:

$$W_2 = 41,5\% ; \quad W_3 = 17,5 ; \quad W_5 = 41,0\%.$$

Для сильно вальцованного (?) трансформаторного железа, как показывает опыт:

$$\mathcal{A}_2 = 27, \quad \mathcal{A}_4 = -23.$$

откуда: $W_2 = 29{,}4\%$, $W_3 = 24{,}6\%$, $W_5 = 46{,}0\%$.

Все это сделано без учета упругих напряжений в кристаллах.

Министерство просвещения РСФСР

Красноярский государственный педагогический институт

Утверждаю:

Зав. кафедрой

_____________195 г.

Кафедра ____________________

Дисциплина__________________

____

(факультет, курс)

Экзаменационный билет №____

1.____

____

____

2.____

____

____

3.____

____

____

4.____

____

____

зак. 926