

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
ИНСТИТУТ КРИСТАЛЛОГРАФИИ

*На правах рукописи*

К. С. АЛЕКСАНДРОВ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН  
ПО ОСОБЕННЫМ НАПРАВЛЕНИЯМ  
В КРИСТАЛЛАХ

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ,  
ПРЕДСТАВЛЕННОЙ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ  
КАНДИДАТА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

Москва — 1957 г.

Инв. № 100. Физикатехн  
Г. Н. Б.  
Для Вып. Образов.

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ  
академик А. В. ШУБНИКОВ

468313

57

A  
23795

СВЕРЕНО  
1984 г.

Теория распространения упругих волн в кристаллах создавалась в прошлом веке трудами Стокса, Пуассона, Релея, Коши, Грина и Кристоффеля, как развитие теории упругости в применении к задачам колебаний и как средство для объяснения законов распространения в кристаллах света, рассмотренного в то время как колебания упругого эфира. В начале XX века, в связи с открытием электромагнитной природы света, с одной стороны, и из-за слабости экспериментальных методов исследования процессов распространения упругих волн в твердых телах, с другой, развитие теории распространения упругих волн несколько приостановилось [2,4].

В последние годы в зарубежной литературе появилось значительное количество работ, посвященных этому вопросу [4-10]. Широкое развитие ультразвуковой техники и методов получения искусственных монокристаллов позволяет теперь проводить экспериментальные исследования законов распространения упругих волн в кристаллах на ультразвуковых частотах. Подобные исследования представляют прежде всего значительный интерес для физики твердого тела, а также для некоторых отраслей современной техники, использующей кристаллы в различных устройствах. В Советском Союзе таких исследований, насколько нам известно, не проводилось.

Целью настоящей работы является определение особенностей направлений распространения упругих волн в кристаллах, изучение законов распространения волн по этим направлениям и отыскание в этих законах черт, аналогичных законам распространения в кристаллах электромагнитных колебаний.

1. В произвольном направлении в бесконечной и однородной анизотропной среде, как показывает теория [1,2,4], могут распространяться три плоских упругих волны, из которых ни одна, в общем случае, не является чисто продольной или чисто сдвиговой волной. Скорости этих волн определяются величинами упругих модулей кристалла и направляющими косинусами нормали к фронту волны. Направления смещения частиц в волнах образуют ортогональную систему векторов, и ни один

из них не совпадает с волновой нормалью. Одну из волн, вектор смещения которой составляет меньший угол с нормалью, принято называть квази-продольной волной; две другие волны являются квази-сдвиговыми волнами. Перенос энергии в волнах происходит по направлению лучей, отклоняющихся от нормали на значительные углы. Векторы смещения в волнах не совпадают ни с нормальями, ни с лучами и не перпендикулярны им. Из-

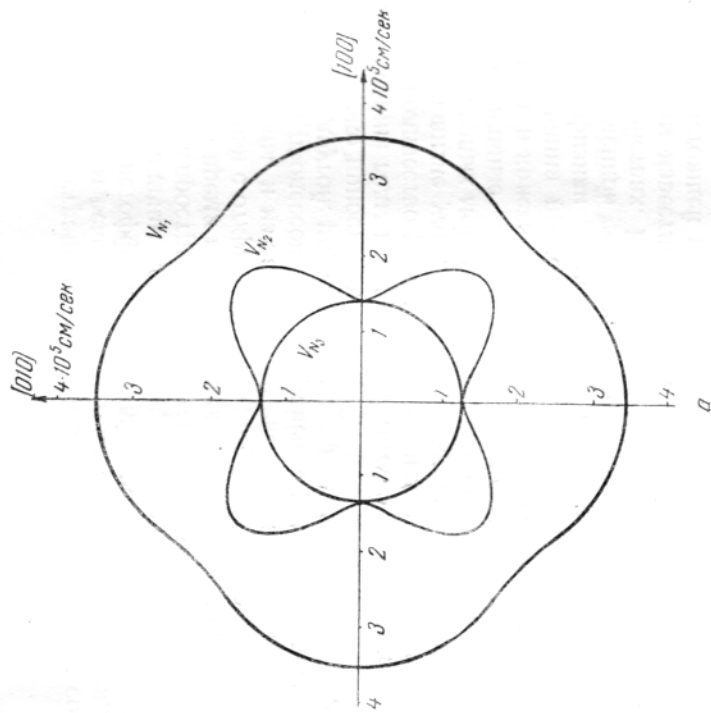


Рис. 1

меряемая экспериментально скорость волны по нормали —  $V_N$  и скорость волны по лучу —  $V_L$  в общем случае различны.

2. Зная величины упругих модулей кристалла, можно по точкам построить поверхность скоростей упругих волн по нормали (поверхность нормальных скоростей). Уравнение этой поверхности — есть уравнение шестой степени относительно  $V_N$ , и сама поверхность в пространстве скоростей представляет собой сложную трехполостную фигуру. Сечение этой поверхности плоскостью (001) для кубического кристалла KBr показано на рис. 1. Поверхность нормальных скоростей и тензор упругих

модулей кристалла принадлежат к одной и той же группе симметрии — группе симметрии упругости. Все кристаллы в отношении своих упругих свойств делятся на десять центральных групп симметрии.

3. Общий метод расчета волновой поверхности кристалла — поверхность скоростей упругих волн по лучу —  $V_L$  — предложен Масгрейвом в работе [5]. Этот метод основан на свойстве волновой поверхности быть огибающей плоских волновых фронтов, распространяющихся в кристалле упругих волн; метод включает в себя довольно громоздкий математический аппарат и не избавляет исследователя от необходимости графического построения каждой точки волновой поверхности. Как показано в [6], уравнение волновой поверхности может иметь порядок до 150-го и аналитическое решение этого уравнения чрезвычайно затруднительно. Для частных случаев, в сечениях, совпадающих с плоскостями симметрии групп упругости, нами предложен чисто графический метод построения плоских сечений волновой поверхности кристаллов. Это построение, по существу, аналогично построениям Френеля в оптике, позволяющим графически построить сечение волновой поверхности, зная соответствующее сечение поверхности нормальных скоростей. На рис. 2 показано сечение волновой поверхности кристалла KBr плоскостью симметрии (001). Как видно из рис. 2, волновые поверхности кристалла значительно более сложны, чем поверхности его нормальных скоростей. Предложенный графический метод позволяет обнаружить ряд особенностей волновых поверхностей, не замеченных Масгрейвом [6,7].

4. Одним из важнейших выводов теории волновых поверхностей для упругих волн в кристаллах является вывод о том, что в направлении луча  $L$  (рис. 2) могут распространяться пять различных по скорости упругих волн. Одна из этих волн — квази-продольная волна, вторая — волна чистого сдвига со смещением, перпендикулярным к плоскости чертежа, и три квази-сдвиговых волны со смещениями в плоскости чертежа. Всем пяти волнам соответствует пять различно ориентированных в пространстве нормалей. Этот вывод был впервые сделан Масгрейвом в [6] и не имел еще экспериментального подтверждения. Нами был проделан прямой опыт, подтвердивший как справедливость этого вывода, так и теории волновых поверхностей в целом.

5. Единая волновая природа электромагнитных и упругих колебаний и многочисленные черты сходства как в методике построения волновых поверхностей для этих видов колебаний, так и в форме таких поверхностей, позволяют сделать предположение, что волновые поверхности для электромагнитных колебаний в кристаллах могут быть получены из волновых поверх-

ностей для упругих колебаний, как частное из общего, при определенных соотношениях между упругими модулями кристаллов. В пользу такого предположения говорит и вывод, сделанный Грином [2], для ромбических кристаллов. Им было показано, что при некоторых упрощающих соотношениях между упругими модулями ромбического кристалла, не имеющих места

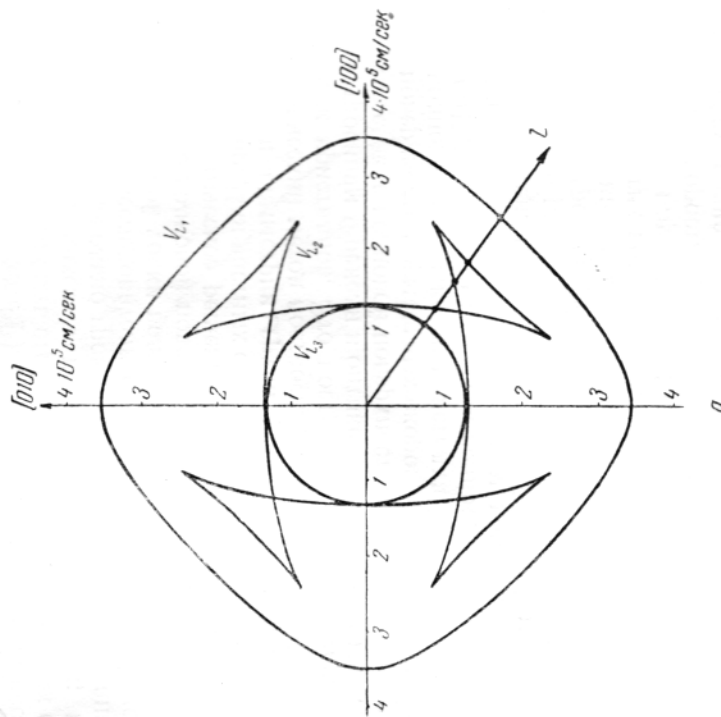


Рис. 2

в реальных кристаллах, поверхность нормальных скоростей упругих волн такого кристалла совпадает по форме с поверхностью нормальных скоростей электромагнитных волн в двусосном кристалле. Можно вывести подобные соотношения и для тетрагонального, гексагонального и кубического кристаллов.

Если принять такое предположение, то можно ожидать, что в кристаллах существуют особые направления распространения упругих волн, подобные, например, оптическим осям кристаллов для электромагнитных волн. Иными словами, можно ожидать, что в кристаллах удастся обнаружить на упругих волнах такие «оптические» явления, как коническая рефракция

упругих волн, внутренняя и внешняя, вращение плоскости поляризации упругих волн и т. д. Возможно также, что явления, аналогичные оптическим, будут на упругих волнах более сложными и разнообразными. Сам факт обнаружения подобных явлений на упругих волнах в кристаллах будет говорить в пользу сделанной гипотезы.

## II

6. В кристаллах существуют особые направления распространения упругих волн. Все три волны, идущие в особом направлении, являются чистыми волнами, т. е. направление смещения частиц в каждой из них параллельно или перпендикулярно волновой нормали. Особые направления в кристаллах могут быть определены аналитическим методом, предложенным Гринем и недавно дополненным Борнисом [10]. Суть метода сводится к тому, что один из определяемых аналитически векторов смещения частиц в волнах, распространяющихся вдоль данной нормали, считается параллельным этой нормали. Тогда, в силу взаимной ортогональности, векторы смещения в двух других волнах оказываются перпендикулярными волновой нормали и все три волны являются чистыми волнами. Это условие параллельности одного из векторов смещения и волновой нормали приводит к системе уравнений, решения которой дают направляющие косинусы особых направлений распространения упругих волн в кристаллах.

7. Нами были составлены такие уравнения для всех групп симметрии упругости и определены особые направления в этих группах [12]. Оказалось, что особые направления бывают двух видов. Одни из таких направлений — те, которые совпадают с осями симметрии, обязательно существуют во всех кристаллах, принадлежащих к данной группе симметрии упругости. Другие направления могут существовать или не существовать в данном кристалле в зависимости от соотношений между его упругими модулями. Особые направления первого вида показаны светлыми кружками на рис. 3, точки на том же рисунке показывают, сколько особых направлений второго вида может максимально существовать в данном кристалле и где их можно обнаружить.

8. Если поставить условие, что один из векторов смещения должен быть перпендикулярен волновой нормали, то ни один из остальных векторов смещения может быть и не параллелен этой нормали. При таком условии мы ищем направления, в которых только одна из трех волн является чисто сдвиговой волной. Решения соответствующих уравнений представляют собой не дискретные направления в пространстве, а плоскости, совпа-

дающие с плоскостями симметрии групп упругости и названные нами особыми плоскостями. Такой плоскостью является, например, плоскость (001) кубического кристалла (см. рис. 1). Сдвиговая волна  $V_N$  в любом направлении в этой плоскости

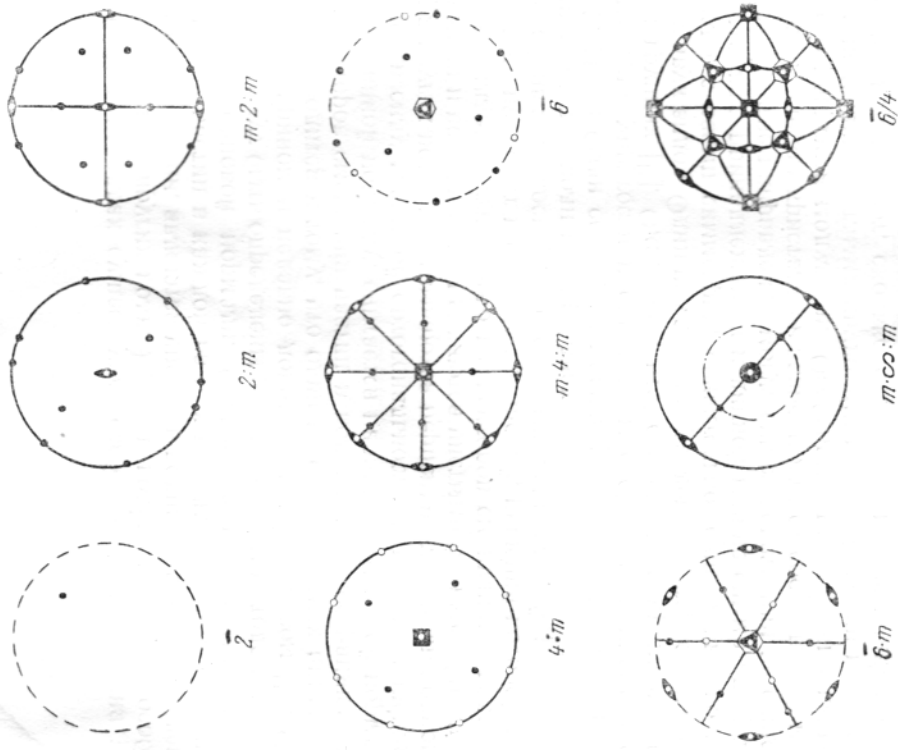


Рис. 3

является чистой волной и соответствующее ей сечение поверхности нормальных и лучевых скоростей — окружность. Вообще, и поверхность нормальных скоростей  $V_N$  и волновая поверхность  $V_L$  имеют в особых плоскостях одно простое сечение: окружность или овал для  $V_N$ , окружность или эллипс для  $V_L$ .

9. В любом из особых направлений в кристалле продольные волны распространяются по нормали и с этой точки зрения все особые направления эквивалентны. Различия между ними можно искать лишь в характере распространения сдвиговых волн. Поэтому все эксперименты проводились нами только на волнах сдвига с помощью импульсной ультразвуковой установки, описанной в [16], на частоте 1,67 мГц. Излучателем и приемником ультразвука служили пластины У — среза кварца, дающие в первом приближении линейно-поляризованную волну сдвига. В работе показано, что для сдвиговых упругих волн справедлив известный в оптике закон Малюса, согласно которому интенсивность света, прошедшего через систему: поляризатор — оптически изотропная среда — анализатор определяется квадратом косинуса угла между направлениями поляризации в поляризаторе и анализаторе.

Мы будем в дальнейшем пользоваться терминологией, принятой в кристаллооптике, как для краткости изложения, так и для большей наглядности проводимой аналогии. Такие понятия, как «параллельные николи», «скрещенные николи», дупреломление, волна, поляризованная по кругу, и т. д. — имеют совершенно аналогичное содержание как в оптике, так и в акустике кристаллов.

10. В особых направлениях, совпадающих с осями 3, 4 и 6 порядков групп симметрии упругости, рис. 3, упругие волны сдвига распространяются так же, как и свет, вдоль оптической оси одноосного неактивного кристалла. В этих направлениях отсутствует дупреломление волн сдвига, и поляризованная волна со смещением по любому из возможных направлений распространяется в кристалле без разложения, сохраняя неизменным направление своего смещения. Такие направления были названы нами [12] осями изотропии первого рода. В кристаллах кубической системы таких направлений — три (три оси 4 порядка), в кристаллах гексагональной, тригональной и тетрагональной систем — одно, в остальных кристаллах осей изотропии первого рода не существует.

11. В кубических кристаллах, в направлениях пространственных диагоналей — [111] Масгрейвом обнаружено явление внутренней конической рефракции сдвиговых упругих волн [8]. В направлениях [111] сдвиговые волны распространяются, как и в направлениях осей изотропии первого рода, с постоянной, не зависящей от поляризации волн, скоростью. Однако перенос энергии в волнах осуществляется по лучам, отклоненным от нормали на постоянный угол рефракции и образующим конус нормали круговой конус рефракции. Углы конической

рефракции для упругих волн в некоторых кристаллах достигают 20—25°.

Иными словами, упругие волны в направлениях [111] кубических кристаллов распространяются так же, как и свет, вдоль оптических осей в двуосных неактивных кристаллах. Такие направления были названы нами [12] осями изотропии второго рода. Явление внутренней конической рефракции упругих волн имеет по сравнению с аналогичным явлением в кристаллооптике целый ряд характерных особенностей. Конус рефракции оказывается здесь не эллиптическим, а круговым; скорости  $V_1$  одинаковы для всех лучей, составляющих конус рефракции; угол раствора конуса равен удвоенному углу рефракции и т. д.

В [8] Мастрейвом показано, что явления внешней конической рефракции невозможно обнаружить в кубических кристаллах. Согласно работе того же автора [9], можно ожидать, что явления внутренней конической рефракции, хотя и более сложное, чем в кубических кристаллах, возможно удастся обнаружить в тетрагональных кристаллах. Можно полагать, что явления, близкие к явлениям внешней и внутренней конической рефракции, будут вскоре обнаружены и в кристаллах средних и низших сингоний.

12. В особенных направлениях, совпадающих с осями симметрии второго порядка во всех группах симметрии упругости, лучи волн сдвига, как и продольной волны, совпадают с волновой нормалью. Направления смещения в волнах сдвига взаимно перпендикулярны, скорости этих волн различны. Если посылать в кристалл импульс волн сдвига с произвольным направлением смещения в волнах, то возмущение распространяется в кристалле в виде двух волн с разными скоростями и может быть принято в виде двух разделенных во времени импульсов [13]. Чем больше размер кристалла и его дупреломление (разность обратных величин квадратов скоростей сдвиговых волн), тем на больший промежуток времени импульс волны с одной поляризацией опережает импульс другой волны.

Совершенно аналогичные явления происходят при прохождении через пластинку одноосного кристалла монохроматического света в направлении, перпендикулярном оптической оси. Если такую кристаллическую пластинку поворачивать на столе микроскопа, то в скрещенных николях четыре раза за оборот наблюдается погасание и четыре раза просветление поля зрения [13]. Такое же явление наблюдалось нами и на упругих волнах [13]. По аналогии с оптикой особые направления, совпадающие с осями 2 групп симметрии упругости, мы называем направлениями максимального дупреломления сдвиговых упругих волн [12]. Такие направления существуют во всех кристаллах за исключением триклинных.

Свойство многих кристаллов разделять во времени импульсы распространяющихся в них волн может, по нашему мнению, быть использовано в технике для получения фиксированных интервалов времени. Если приходящие в разное время импульсы принять раздельно двумя поляризованными приемниками, усилить разными усилителями, то полученный интервал времени между импульсами, в пределах до 10 мксек., можно использовать, скажем, для целей формирования мощных импульсов фиксированной длительности.

13. Прямым следствием опытов, описанных в п. 12, является попытка создать упругую волну сдвига, поляризованную по кругу. Если из кристалла в направлении максимального дупреломления вырезать пластинку такой толщины, чтобы после прохождения через пластинку между волнами с различной поляризацией набегала разность фаз в четверть волны, то, согласно общепринятым определениям, волна, распространяющаяся в изотропной среде за пластинкой в четверть волны, будет волной поляризованной по кругу. Были изготовлены пластинки в четверть волны и в полволны из кристалла кварца. Кварц выбран для этой цели из соображений механической прочности. Ориентировка и размеры таких пластинок приведены в [12]. С помощью пластинок в четверть волны нам удалось экспериментально получить в образце стекла упругую волну, поляризованную по кругу, с помощью пластинок в полволны повернуть на 90° плоскость поляризации падающей на пластинку волны и проделать еще ряд опытов, аналогичных по содержанию опытам с поляризованным по кругу монохроматическим светом.

#### IV

14. Совместно с мл. научным сотрудником Института кристаллографии В. Я. Хаимовым-Мальковым нами были проведены опыты по исследованию процессов распространения сдвиговых упругих волн в кристаллах каменной соли, предварительно подвергнутых деформации кручения вокруг одного из основных направлений [14]. Опыты показали, что кристаллы, закрученные вокруг направления максимального дупреломления (направление [110] в кубических кристаллах), способны поворачивать плоскость поляризации посылаемой в них волны сдвига на угол с точностью до ошибок эксперимента равный углу закручивания образца и в ту сторону, куда предварительно проведена деформация. В то же время кристаллы, закрученные вокруг направления оси изотропии первого рода — [001] —, не поворачивают плоскость поляризации посылаемой в них волны. Обнаруженные впервые явление было названо вращением плоскости поляризации сдвиговых упругих волн [14].



15. Для объяснения полученных экспериментальных результатов и для выяснения особенностей этого явления на упругих волнах было решено уравнение распространения волн свдвиг по особенному направлению в кристалле, закрученном по линейному закону вокруг направления распространения волны [15]. Решение проведено в предположении, что закрученная среда представляет собой предельный случай стопы из линейно-двуупругих тонких пластинок, повернутых относительно друг друга на малый угол. Считалось также, что распространяющаяся в кристалле волна является монохроматической синусоидальной волной. Как показывают результаты решения, вращение плоскости поляризации упругих волн возможно в кристаллах только в таких направлениях, в которых до деформации существует двуупругое направление волн свдвиг. Пока двуупругое направление велико и удельный угол закручивания образца мал, обе волны в кристалле поляризованы линейно и явление вращения плоскости поляризации проявляется в чистом виде. При относительно малом двуупругом направлении и значительном удельном угле закручивания можно, в принципе, наблюдать эллиптическое двуупругое направление свдвигов упругих волн, когда каждая из волн является эллиптически-поляризованной волной и волны распространяются с разными скоростями. При дальнейшем уменьшении до нуля двуупругого направления кристалла скорости волн становятся равными и каждая из волн оказывается скоростной, поляризованной по кругу, но с противоположным направлением обхода в волнах. В сумме эти два колебания дают линейно-поляризованную волну, не изменяющую плоскость своей поляризации при прохождении через закрученный кристалл.

## V

16. За последние годы широкое развитие получили динамические методы измерения упругих модулей кристаллов — резонансный, оптический и импульсный ультразвуковой методы [11]. Каждый из методов имеет свои достоинства и недостатки и ни один из них не является универсальным. Так резонансный метод — самый точный, но в то же время и самый трудоемкий метод, требующий приготовления большого количества точно ориентированных и обработанных образцов. Оптический метод позволяет на одном образце измерить одновременно несколько упругих модулей кристалла, но применяется он главным образом при измерениях оптически прозрачных кристаллов [11]. Импульсный ультразвуковой метод несколько уступает по точности резонансному методу, но требует при измерениях меньшего количества образцов и позволяет измерять независимо друг от друга многие упругие модули кристалла. Импульсный

ультразвуковой метод не нашел еще широкого применения в нашей стране.

В работе приведена схема и описан принцип работы импульсного ультразвукового прибора, позволяющего измерять скорости распространения упругих волн в твердых телах и, следовательно, определять упругие модули кристаллов [16].

17. Зная особенные направления распространения упругих волн в кристаллах, можно разработать рациональную методику измерения упругих модулей кристаллов импульсным ультразвуковым методом. Правильный выбор ориентировки образцов позволяет проводить максимальное количество измерений на чисто продольных и сдвиговых волнах и определять многие упругие модули из независимых измерений. Так, при оптимальном выборе ориентировки образцов все независимые упругие модули кристаллов тригональной системы (классы 3-п, 3:2, 6·п, 3:п, 3:п) можно определить из измерений скоростей распространения волн в четырех кристаллографических направлениях — [001], [100], [010] и [011]. При этом пять модулей из шести определяются на чисто продольных и сдвиговых волнах. Упругие модули кристаллов ромбической системы можно определить, измерив скорости всех трех волн в шести кристаллографических направлениях — три направления осей кристалла и три бисектрисы между каждой парой осей [17]. Шесть модулей из девяти определяются при этом на чистых волнах и независимо друг от друга.

Нами были измерены упругие модули известных кристаллов — кварц, дигидрофосфат аммония [16], щелочногалогенные кубические кристаллы, — а также упругие модули нескольких новых, недавно синтезированных кристаллов, таких как: гуанидин алюминий сульфат (6·п), терпин-гидрат (2·п), бензофенон (2:2) [17] и т. д. Результаты измерений для известных кристаллов согласуются с литературными данными [11]; при измерениях новых кристаллов всегда производилась проверка результатов методом определения резонансной частоты колебаний кристаллических образцов.

18. Впервые импульсным ультразвуковым методом определены все упругие модули моноклинного кристалла виннокислого калия (ДКТ). Показано, что из измерений скоростей упругих волн в шести кристаллографических направлениях можно рассчитать величины всех тринадцати независимых упругих модулей моноклинного кристалла и определить их знаки. Результаты измерения совпадают в большинстве случаев с данными измерений других авторов, пользовавшихся резонансным методом.

19. При повышении несущей частоты посылаемых ультразвуковых импульсов можно повысить точность измерений упру-

гих модулей и, главное, можно проводить измерения на образцах меньшего размера, что необходимо при исследованиях вновь получаемых кристаллов.

## ВЫВОДЫ

1. Проведенные исследования подтверждают предположение о том, что единая волновая природа электромагнитных и упругих колебаний позволяет проводить аналогию между законами распространения в кристаллах электромагнитных и упругих волн.
2. Определены особенные направления распространения упругих волн во всех классах кристаллов и показано, что в некоторых из них упругие сдвиговые волны распространяются так же, как и свет, вдоль оптических осей одноосного и двуосного кристаллов.
3. С помощью пластинок в четверть волны экспериментально получены упругие волны, поляризованные по кругу.
4. Обнаружено явление вращения плоскости поляризации упругих волн в деформированных кристаллах и теоретически показано, что, в первом приближении, явление вращения плоскости поляризации представляет собой частный случай эллиптического дупреломления сдвиговых упругих волн в кристаллах.
5. Дальнейшие исследования в этом направлении, по нашему мнению, позволят обнаружить на упругих волнах более сложные и не известные в оптике явления.
6. Разработана методика определения упругих модулей кристаллов импульсным ультразвуковым методом. Определены упругие модули моноклинного кристалла и нескольких новых искусственных кристаллов.
7. Результаты работы могут найти применение в физике при исследовании свойств кристаллов, а также в некоторых отраслях техники — пьезотехнике, радиотехнике, — использующих кристаллы в различных устройствах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау и Е. В. Лифшиц. Механика сплошных сред, 1954.
2. А. Л. Я. Математическая теория упругости, 1935.
3. А. В. Шубников. Оптическая кристаллография, 1950.
4. Г. Колльский. Волны напряжения в твердых телах, 1955.
5. М. J. P. Musgrave. On the Propagation of Elastic Waves in Anisotropic Media. I. General Principles., Proc. Royal Soc. **A226**, 339—353, 1954.
6. М. J. P. Musgrave. II. Media of Hexagonal Symmetry., Proc. Royal Soc., **A226**, 356—366, 1954.

7. М. J. P. Musgrave, G. F. Miller. III. Media of Cubic Symmetry., Proc. Royal Soc., **A236**, 352—383, 1956.
8. J. de Klérk, M. J. P. Musgrave. Internal Conical Refraction of Transverse Elastic Waves in a Cubic Crystals., Proc. Phys. Soc., **B68**, 81—85, 1955.
9. М. J. P. Musgrave. On an Elliptic Cone of Internal Refraction for Quasi-Transverse Waves in Tetragonal Crystals., Acta Cryst., **10**, 316—318, 1957.
10. F. E. Vogt. Specific Directions of Longitudinal Wave Propagation in Anisotropic Media. Phys. Rev., **98**, 1000—1005, 1955.
11. R. F. S. Hearmon. The Elastic Constants of Anisotropic Materials., Advances in Physics, **5**, 323—382, 1956.
12. К. С. Александров. Распространение упругих волн по особым направлениям в кристаллах. Кристаллография, **1**, 718—728, 1956.
13. К. С. Александров. Частный случай распространения упругих волн в кристаллах. Кристаллография, **1**, 137—138, 1956.
14. К. С. Александров и В. Я. Хаймов-Мальков. Вращение плоскости поляризации сдвиговых упругих волн. Кристаллография, **1**, 373—374, 1956.
15. К. С. Александров. Распространение сдвиговых упругих волн в кристалле, закрученном вокруг особенного направления. Кристаллография, **2**, 140—144, 1957.
16. К. С. Александров и О. В. Носиков. Прибор для определения упругих модулей кристалла. Акустический журнал, **2**, 244—247, 1956.
17. И. М. Сильвестрова, А. А. Чумаков и К. С. Александров. Диэлектрические, пьезоэлектрические и упругие свойства кристалла бензофенона. Кристаллография, **2**, 680—682, 1957.

468313

57