УДК 536.421.48

УСИЛЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ПРИ БЫСТРОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

А. И. Нестеров, С. Г. Овчинников

Показано, что в процессе кристаллизации происходит усиление акустических волн. При достаточно быстрой кристаллизации, например при кристаллизации переохлажденной воды, этот эффект может привести к образованию ударных волн, которые в свою очередь порождают микротрещины в кристаллической фазе.

Известно, что концепция локальной калибровочной инвариантности играет большую роль в континуальной теории неупорядоченных систем [1, 2]. Линейные топологические дефекты — дислокации и дисклинации — являются неотделимой частью такой теории, ибо в их отсутствие можно подобрать калибровочное преобразование, переводящее неупорядоченную систему в упорядоченную [3].

Возможно двоякое описание дислокаций и дисклинаций: стандартное (динамическое), когда поля и источники взаимодействуют с полем упругости [4], и геометрическое, в котором линейные дефекты являются источниками кручения и кривизны [5-8]. Так, например, в [9] плавление кристалла было описано как фазовый переход в пространство постоянной отрицательной кривизны. При этом кривизна определяла плотность дисклинаций и характеризовала степень беспорядка в системе, являясь параметром беспорядка.

Для описания распространения акустических волн в неупорядоченной среде имеется также две возможности. В динамическом подходе явно учитывается взаимодействие упругих колебаний с дефектами через флуктуации плотности, давления и т. д. В геометрическом подходе рассматриваются свободные упругие колебания, а взаимодействие с дефектами описывается через калибровочное поле, что отвечает движению фононов в искривленном пространстве. Подобный подход использовался в [10]. Эквивалентность этих двух подходов показана в [11].

В настоящей работе идеи калибровочной теории используются для описания колебаний плотности жидкой фазы. Показано, что при определенных условиях амплитуда колебаний растет и возникают ударные волны. Рост амплитуды колебаний означает генерацию фононов.

Звуковые волны в сжимаемой жидкости описываются системой уравнений [12]

$$\partial h/\partial t + (\rho/P)(\partial P/\partial\rho)_S \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \tag{1}$$

$$\partial v/\partial t + (P/\rho)\nabla h = 0, \tag{2}$$

где ρ, P — постоянные равновесные плотность и давление; $h=\delta P/P$. Условие применимости линеаризованных уравнений (1), (2) заключается в малости скорости движения частиц жидкости в волне по сравнению со скоростью звука, $v \ll c$. Для изэнтропического течения имеем $\mathbf{v}=\nabla\Phi$. Отсюда с учетом (2) получается волновое уравнение, которому должен удовлетворять потенциал [12]

$$\partial^2\Phi/dt^2 - c^2\Delta\Phi = 0, \tag{3}$$

здесь $c=\sqrt{(\partial P/\partial \rho)_S}$ — скорость звука. При этом

$$\delta P/P=-(\rho/P)\,\partial\Phi/\partial t. \qquad (4)$$

В случае изотропной неупорядоченной среды ковариантные производные, входящие в (1), (2), относятся уже к неплоской метрике. Искривление 3-пространства обусловлено наличием дефектов. Тензор кривизны R^i_{jkl} связан с тензором дисклинаций следующим образом [7]

$$B_{ij}=E_{ipl}E_{jmn}R^{plm} \qquad (5)$$

E_{ijk} — 3-мерный тензор Леви-Чивиты.

Перейдем к обсуждению основной части работы. Обращая рассуждения Новикова [9], можно рассматривать процесс кристаллизации как фазовый переход из пространства постоянной отрицательной кривизны в плоское пространство. Для пространства постоянной отрицательной кривизны интервал записывается в виде

$$ds^2=a^2\,(dR^2+\mathrm{sh}^2\,R d\sigma^2), \qquad (6)$$

где $d\sigma^2=d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2$. Переходу в кристаллическую фазу отвечает $a\to\infty$, $aR\to\mathrm{const}$. При этом тензор кривизны ($\sim 1/a^2$), а вместе с ним и плотность дисклинаций в кристаллической фазе обращается в нуль. Для метрики (6) волновое уравнение (3) переписывается в виде

$$\ddot{\Phi}-(c/a)^2\,\mathring{\Delta}\Phi=0, \qquad (7)$$

где $\mathring{\Delta}$ — оператор Лапласа относительно перенормированной 3-мерной метрики $\mathring{g}_{ij}=(1/a)\,g_{ij}$, $a=a\,(t)$. Зависимость $a\,(t)$ определяется кинетикой кристаллизации и задается условиями эксперимента. Решение уравнения (7) ищем в виде $\Phi_y=\Psi Y_y$, где Y_y — собственные функции лапласиана

$$\mathring{\Delta}Y_J=-k^2Y_J,\quad J=(k,\ l,\ m),$$

k — импульсное, l, m — орбитальные собственные числа. Уравнение для Ψ имеет вид

$$\ddot{\Psi}+\omega^2\Psi=0,\quad \omega=ck/ \qquad (8)$$

Для нестационарного случая положительно частотные решения при $t>t_0$ перестанут быть таковыми. На квантовом языке это означает, что происходит рождение частиц. Величина эффекта определяется параметром

$$\varepsilon=\dot{\omega}/\omega^2=-\dot{a}/ck. \qquad (9)$$

Если $\dot{a}$ — монотонно возрастающая функция, то рано или поздно (при $|\,\delta\,|\gg 1$) эффект усиления волн проявится. Ограничимся двумя простыми примерами.

1) Пусть $a\,(t)$ — ступенька: $a=a_-$ при $t<0$, $a=a_+$ при $t>0$. Тогда

$$\Psi_-=e^{i\omega_-t},\quad \Psi_+=C_1e^{i\omega_+t}+C_2e^{-i\omega_+t},$$

где $C_1=(1/2)\,(1+\omega_-/\omega_+)=(1/2)\,(1+a_+/a_-)$. Если $a_+\to\infty$, то $C_1\to\infty$. Заметим, что неустойчивыми оказываются все моды.

2) В случае линейного расширения $a=a_0(1+\gamma t)$, $C_1=\sqrt{(\Omega+\omega_0)^2+(\gamma/2)^2}/2\Omega$, $\omega_0=ck/a$, $\Omega^2=\omega_0^2-(\gamma/2)^2$, откуда видно, что при $\omega_0\to\gamma/2$ амплитуда волны расходится.

Аналогично можно рассмотреть и другие зависимости $a\,(t)$. При отклонении степенного закона расширения от линейного происходит усиление амплитуды волны в длинноволной части спектра $\sim\lambda^{\nu_1}$ и ослабление в коротковолновой $\sim\lambda^{-\nu_2}$, где ν_1 и ν_2 определяются законом расширения. Расходимость амплитуды приводит к необходимости учета в (1), (2) нелинейных членов. В этом случае возникает ударная волна, которая может привести к разрыву плотности и образованию микротрещин в кристаллической фазе.

Заметим, что мы рассмотрели временную эволюцию амплитуд и не касались вопросов пространственного распространения звука. В простейшем варианте это подразумевает однородность расплава (постоянная кривизна в целом [9]). Обсуждаемые эффекты могут иметь место и для пространственно-неоднородной системы. При этом наибольшей величины эффект будет достигать вблизи межфазных границ, где наиболее интенсивно происходит распад дисклинаций.

При медленной кристаллизации однородности нет из-за образования зародышей при переходе 1-го рода, но при этом мал и параметр (6), — эффект усиления волн отсутствует. В случае быстрой (а в [13] взрывоподобной) кристаллизации зародыши, по-видимому, в объеме жидкой фазы образоваться не успевают. Неоднородна только граница раздела жидкой и твердой фаз, вблизи которой и происходит процесс кристаллизации ($a \to \infty$). Возникающая при этом акустическая неустойчивость является уже не объемным, а поверхностным эффектом.

Приведем некоторые оценки. Согласно [9], радиус кривизны в жидкой фазе $a \leqslant 100$ Å. Считая скорость звука $c \sim 10^5$ см/с, получаем для характерного времени распада дисклинаций оценку $\tau \sim 10^{-11}$ с, а для частоты $\omega \sim 10^{11}$ с$^{-1}$. Отсюда следует, что характерный размер микротрещин на поверхности твердой фазы $r_0 \sim a \sim 100$ Å, что согласуется с данными [14].

Наблюдавшееся в [13] импульсное электромагнитное излучение объяснялось пробоем микроконденсаторов, образованных краями микротрещин, возникающих в процессе кристаллизации. При этом механизм образования микротрещин не обсуждался. Наша работа дает возможное объяснение этому явлению.

Авторы благодарят В. А. Игнатченко за доброжелательную критику.

Литература

[1] *Cadić A., Edelen D. G. B.* A Gauge Theory of Dislocations and Dislinations, Springer—Verlag, 1983, p. 290.
[2] *Madore J.* Phys. Rep., 1981, vol. 75, N 3, p. 125—204.
[3] *Kogut J* Rev. Mod. Phys., 1979, vol. 51, N 4, p. 659—687.
[4] *Фридель Ж.* Дислокации. М.: Мир, 1967. 635 с.
[5] *Кунин И. А.* В кн.: Я. А. Схоутен. Тензорный анализ для физиков. М.: Наука, 1965, с. 373—443.
[6] *Kleman M., Sadoc I. F.* J. Phys. Lett., 1979, vol. 40, N 11, p. L569—572.
[7] *Duan Y. S., Duan Z. P.* Int. J. Enging. Sci., 1986, vol. 24, N 4, p. 513—527.
[8] *Nelson D. R.* Phys. Rev. Lett., 1983, vol. 50, N 13, p. 982—985.
[9] *Новиков В. Н.* ЖЭТФ, 1984, т. 87, № 3, с. 1080—1092.
[10] *Новиков В. Н.* Препринт № 244, Институт автоматики и электрометрии СО АН СССР, Новосибирск, 1984. 11 с.
[11] *Епихин А. М., Нестеров А. И., Овчинников С. Г.* Препринт № 419-Ф, ИФ СО АН СССР, Красноярск, 1987. 11 с.
[12] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Гидродинамика, М.: Наука, 1986. 736 с.
[13] *Качурин Л. Г Колев С., Псаломщиков В. Ф.* ДАН СССР, 1982, т. 267, № 2, с. 347—350.
[14] *Журков С. Н.* В сб.: Чтения памяти А. Ф. Иоффе 1982. Л.: Наука, 1984, с. 14—22.

Институт физики им. Л. В. Киренского
СО АН СССР
Красноярск

Поступило в Редакцию
14 января 1987 г.
В окончательной редакции
21 июля 1987 г.