

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

УДК 621.372.412.414

**ПРЯМОЙ ВЫВОД И УТОЧНЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ФОРМУЛ
КОНА–МАТТЕЯ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ СВЯЗИ РЕЗОНАТОРОВ
В ФИЛЬТРЕ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ**

© 2008 г. В. В. Тюрнев

Поступила в редакцию 16.07.2007 г.

Уточнен вид обобщенных формул прямого синтеза полосно-пропускающих фильтров. Формулы выведены исходя из фильтра-прототипа нижних частот на сосредоточенных реактивных элементах и определений коэффициента связи и добротности резонаторов. При этом не используются ни эквивалентные схемы с инверторами иммитансов, ни аппроксимации частотных зависимостей иммитансов реактивных элементов линейными функциями. Для простейшего фильтра, образованного каскадным соединением чередующихся низкоомных и высокоомных полуволновых отрезков, дано сравнение частотных характеристик в случаях, когда синтез выполнен по приближенным и по уточненным формулам.

ВВЕДЕНИЕ

До сих пор не существует точного универсального прямого метода параметрического синтеза полосно-пропускающих фильтров сверхвысоких частот, состоящих из цепочки электромагнитно связанных резонаторов. Поэтому синтез фильтров обычно выполняют в два этапа. Сначала выполняется приближенный синтез, а затем итерациями осуществляется оптимизация параметров конструкции.

За основу приближенного синтеза часто выбирают обобщенные формулы Кона–Маттея [1–2]

$$Q_e^{-1} = \frac{w}{g_0 g_1}, \quad k_{j,j+1} = \frac{w}{\sqrt{g_j g_{j+1}}}, \quad (1)$$

которые выражают внешнюю добротность Q_e конечных резонаторов ($j = 1, j = n$) и коэффициент связи j -го резонатора с $j + 1$ -м резонатором $k_{j,j+1}$ через безразмерный параметр w , характеризующий ширину полосы пропускания фильтра, и нормированные параметры g_j фильтра-прототипа нижних частот на сосредоточенных элементах. Параметр w определяется формулой

$$w = (\omega_2 - \omega_1)/\omega_0, \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2},$$

где ω_1 и ω_2 – нижняя и верхняя границы полосы пропускания фильтра.

Значения g_j для фильтра-прототипа с чебышевской характеристикой вычисляются по формулам [3–4]

$$g_0 = 1, \quad g_1 = 2a_1/\gamma, \\ g_j = \frac{4a_{j-1}a_j}{b_{j-1}g_{j-1}}, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad (2)$$

$$g_{n+1} = \begin{cases} 1, & \text{если } n \text{ нечетное} \\ \text{cth}^2(\beta/4), & \text{если } n \text{ четное,} \end{cases}$$

где

$$\beta = 2 \operatorname{arth} \sqrt{1 - 10^{-L_r/10}}, \quad \gamma = \operatorname{sh}(\beta/2n),$$

$$a_j = \sin\left(\frac{2j-1}{2n}\pi\right), \quad b_j = \gamma^2 + \sin^2\left(\frac{j\pi}{n}\right),$$

$$j = 1, 2, \dots, n.$$

Здесь L_r указывает уровень затухания отраженной волны на границах полосы пропускания.

При выводе формул (1) использовалось частотное преобразование

$$\omega' = \frac{1}{w} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right), \quad (3)$$

осуществляющее переход от частоты ω' фильтра-прототипа нижних частот с граничной частотой $\omega'_1 = 1$ рад/с к частоте ω полосно-пропускающего фильтра с граничными частотами ω_1 и ω_2 .

Некоторую неудовлетворенность вызывает то обстоятельство, что при выводе формул (1), во-первых, использовались эквивалентные схемы с инверторами иммитансов, а во-вторых, частотные зависимости иммитансов резонаторов аппроксимировались линейными функциями.

В настоящей работе дается уточнение формул (1), не прибегая к каким-либо приближениям.

1. ВЫВОД ФОРМУЛ

Начнем с расчета внешней добротности сосредоточенного реактивного элемента g_1 , нагруженного на активный элемент g_0 . Для определенности будем рассматривать гармонические колебания, совершающиеся по закону $\exp(-i\omega t)$. На резонансной частоте иммитанс такой цепи должен обращаться в нуль. Отсюда находим его резонансную частоту

$$\omega' = -i/(g_0g_1). \tag{4}$$

Переходя по формуле (3) от частоты фильтра нижних частот ω' к частоте полосно-пропускающего фильтра ω , из (4) имеем

$$\omega = \omega_0 \left[\sqrt{1 - \frac{1}{4} \left(\frac{w}{g_0g_1} \right)^2} - i \frac{1}{2} \left(\frac{w}{g_0g_1} \right) \right]. \tag{5}$$

Подставляя (5) в определение добротности [5]

$$Q_e = \frac{W}{P} \operatorname{Re} \omega \equiv \frac{\operatorname{Re} \omega}{-2 \operatorname{Im} \omega}, \tag{6}$$

где W – запасенная энергия, P – поглощаемая мощность, получаем первую искомую формулу

$$Q_e^{-1} = \frac{w}{g_0g_1} \sqrt{1 - \frac{1}{4} \left(\frac{w}{g_0g_1} \right)^2}. \tag{7}$$

Для нахождения коэффициента связи j -го резонатора с $j + 1$ -м резонатором вычислим частоты связанных колебаний цепи, образованной элементами g_j и g_{j+1} . На частотах связанных колебаний их иммитанс обращается в нуль. Поэтому частоты удовлетворяют уравнению

$$\omega_{\pm}^1 = \pm 1 / \sqrt{g_jg_{j+1}}. \tag{8}$$

Переходя по формуле (3) к полосно-пропускающему фильтру, находим верхнюю и нижнюю частоту связанных колебаний

$$\omega_{\pm} = \omega_0 \left[\sqrt{1 + \frac{1}{4} \frac{w^2}{g_jg_{j+1}}} \pm \frac{1}{2} \frac{w}{\sqrt{g_jg_{j+1}}} \right]. \tag{9}$$

Учитывая, что коэффициент связи двух резонаторов k , настроенных на одну частоту, выражается через частоты их связанных колебаний формулой [6–8]

$$|k| = \frac{\omega_+^2 - \omega_-^2}{\omega_+^2 + \omega_-^2}, \tag{10}$$

из (9) получаем вторую искомую формулу

$$|k_{j,j+1}| = \frac{w}{\sqrt{g_jg_{j+1}}} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{4} \frac{w^2}{g_jg_{j+1}}}}{1 + \frac{1}{2} \frac{w^2}{g_jg_{j+1}}}. \tag{11}$$

Полученные уточненные формулы (7) и (11) совпадают в линейном приближении по w с известными приближенными формулами (1).

2. СТУПЕНЧАТЫЙ ФИЛЬТР

Сравним амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) фильтров, синтезированных с использованием формул (1) и формул (7), (11). Для упрощения расчетов рассмотрим ступенчатый фильтр, образованный каскадным соединением чередующихся низкоомных и высокоомных полуволновых отрезков линии передачи. Частотную характеристику такого фильтра несложно рассчитать, так как его матрица передачи является произведением матриц передачи входящих в него отрезков. Каждый из отрезков фильтра выполняет функцию резонатора.

Выведем формулу для коэффициента связи пары смежных резонаторов фильтра. Волновое сопротивление высокоомного отрезка обозначим Z_+ , а низкоомного – Z_- . Очевидно, что чем больше различие волновых сопротивлений, тем меньше коэффициент связи. Для того чтобы отключить связь с другими резонаторами фильтра, внешний конец высокоомного отрезка выделенной пары следует замкнуть на экран, а внешний конец низкоомного отрезка разомкнуть. Электрические длины отрезков фильтра, отвечающие двум частотам связанных колебаний выделенной пары резонаторов, определяются формулой

$$\theta_{\pm} = \pi \pm \operatorname{arctg} \sqrt{Z_-/Z_+}. \tag{12}$$

Подставляя (12) в (10), находим коэффициент связи для смежной пары резонаторов

$$|k_{\pm}| = \frac{2\pi \operatorname{arctg} \sqrt{Z_-/Z_+}}{\pi^2 + \operatorname{arctg}^2 \sqrt{Z_-/Z_+}}. \tag{13}$$

Теперь получим формулу для внешней добротности оконечного резонатора. Для определенности будем полагать, что его волновое сопротивление Z_1 меньше волнового сопротивления внешнего тракта Z_0 . Поэтому рассматриваем отрезок линии передачи с волновым сопротивлением Z_1 , один конец которого замкнут на резистор величиной Z_0 , а второй конец разомкнут. Частота свободных колебаний такой цепи выражается формулой

$$\theta = \pi - i \operatorname{arth}(Z_1/Z_0). \tag{14}$$

Подставляя (14) в (6), находим внешнюю добротность

$$Q_e^{-1} = \frac{2}{\pi} \operatorname{arth}(Z_1/Z_0). \tag{15}$$

Сравнение синтезированных параметров

Синтез	Q_e^{-1}/Z_1	$k_{1,2}/Z_2$	$k_{2,3}/Z_3$	$k_{3,4}/Z_4$
Формулы (1)	0.3061/22.35	0.3000/81.53	0.2315/12.17	0.2216/89.94
Формулы (7) и (11)	0.3098/22.58	0.2903/89.26	0.2270/12.74	0.2176/98.06
Оптимизация	0.3006/22.00	0.2720/101.5	0.2299/14.91	0.2177/114.54

3. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим случай, когда число звеньев в фильтре $n = 7$, ширина полосы пропускания по уровню -3 дБ составляет 42.13%, $w = 0.40$, $L_r = -14$ дБ, $Z_0 = 50$ Ом. Конструкция фильтра симметрична относительно центрального резонатора с $j = 4$. Результаты синтеза по приближенным и уточненным формулам приведены в таблице. Там же представлены и точные значения параметров, полученные в результате оптимизации.

Амплитудно-частотные характеристики фильтров, отвечающие приведенным в таблице значениям Z_j , представлены на рисунке.

Видно, что использование уточненных формул приводит к некоторому улучшению АЧХ синтезированного фильтра. Однако и уточненные формулы не всегда могут обеспечить высокую точность синтеза. Высокая точность, как показывает расчет, достигается лишь при $w \leq 0.1$, когда формулы (7), (11) почти совпадают с формулами (1).

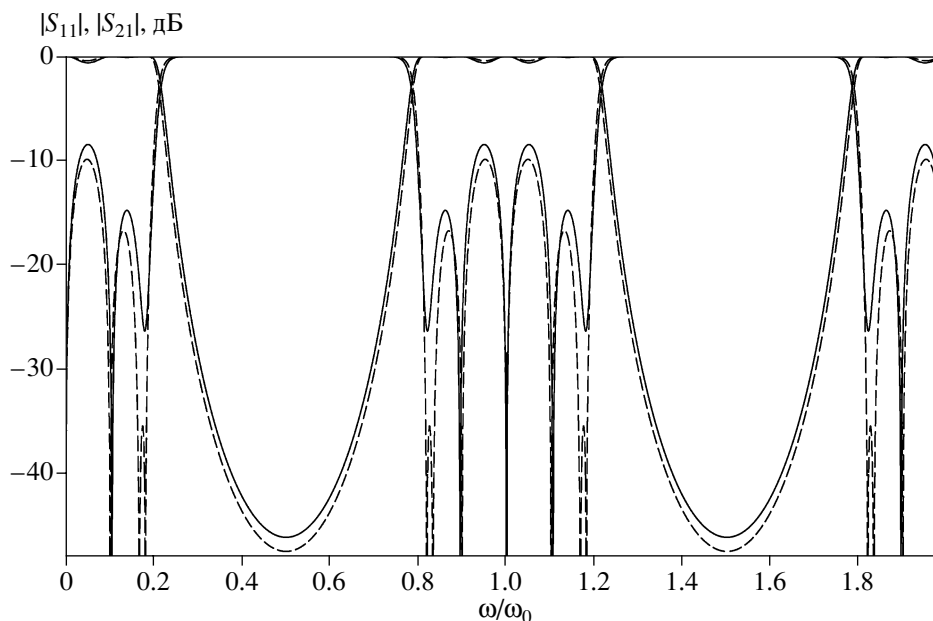
По мнению автора, причиной неудовлетворительных результатов синтеза широкополосного фильтра с использованием полученных уточнен-

ных формул является не принятое во внимание, как и в работах [1–2], частотная дисперсия внешней добротности и коэффициентов связи резонаторов, реально существующая во всех фильтрах СВЧ [7, 9]. Параметры полосы пропускания зависят от связей резонаторов во всей полосе пропускания, а не только на одной резонансной частоте.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исходя из фильтра-прототипа нижних частот на сосредоточенных элементах и из определений коэффициентов связи и добротности резонаторов, сделано уточнение обобщенных формул Кона–Маттея для синтеза полосно-пропускающих фильтров, не прибегая к таким приближениям, как использование эквивалентных схем с инверторами иммитансов и аппроксимирование частотной зависимости реактансов линейными функциями.

Уточненные формулы в линейном приближении по относительной ширине полосы пропускания фильтра совпадают с приближенными формулами. Заметное различие коэффициентов связи и



Сравнение расчетных АЧХ-фильтров, синтезированных по формулам (1) (сплошные линии) и по формулам (7), (11) (штриховые).

частотных характеристик фильтров, синтезированных по уточненным и приближенным формулам, начинает проявляться при относительной ширине полосы пропускания более 10%. Синтез по уточненным формулам дает более точные результаты. Тем не менее точность синтеза остается неудовлетворительной при широких полосах пропускания. Вероятной причиной таких погрешностей является пренебрежение частотной зависимостью связей резонаторов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам при Президенте Российской Федерации (государственная поддержка ведущих научных школ РФ, грант НШ-6612.2006.3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cohn S.B.* // Proc. IRE. 1957. V. 45. № 2. P. 187.
2. *Маттей Д.Л., Янг Л., Джонс Е.М.Т.* Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи. М.: Связь, 1971.
3. *Belevitch V.* // Wireless Engineer. 1952. V. 29. № 4. P. 106.
4. *Orchard H.J.* // Wireless Engineer. 1953. V. 30. № 1. P. 3.
5. *Тюрнев В.В.* Теория цепей СВЧ. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2003.
6. *Тюрнев В.В., Беляев Б.А.* // Электрон. техника. Сер. Электроника СВЧ. 1990. Вып. 4. С. 25.
7. *Тюрнев В.В.* // РЭ. 2002. Т. 47. № 1. С. 5.
8. *Hong J.-S., Lancaster M.J.* Microstrip Filters for RF/Microwave Applications. New York etc.: J. Wiley and Sons, Inc., 2001.
9. *Беляев Б.А., Тюрнев В.В.* // Электрон. техника. Сер. Электроника СВЧ. 1992. Вып. 4. С. 23.