

На правах рукописи



Шауро Виталий Павлович

**ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ СОСТОЯНИЯМИ
КВАДРУПОЛЬНЫХ ЯДЕР С ЦЕЛЬЮ ВЫПОЛНЕНИЯ
КВАНТОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ**

Специальность 01.04.03 — радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Красноярск – 2011

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения РАН

Научный руководитель:

доктор физ. – мат. наук

В.Е. Зобов

Официальные оппоненты:

доктор физ. – мат. наук

Э. Б. Фельдман

доктор физ. – мат. наук

Е. Н. Булгаков

Ведущая организация:

Учреждение Российской академии наук
Физико-технологический институт РАН,
г. Москва

Защита состоится " _____ " _____ 2011 г. в _____ часов

на заседании диссертационного совета Д 003.055.01 Института физики им. Л.В. Киренского СО РАН по адресу: 660036 Красноярск, Академгородок 50, строение 38, Институт физики СО РАН, конференц-зал

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИФ СО РАН

Автореферат разослан " _____ " _____ 2011 г

Ученый секретарь диссертационного совета Д 003.055.01

доктор физ. – мат. наук



А. Н. Втюрин

Общая характеристика работы

Актуальность работы. В настоящее время наблюдается бурный рост интереса к управлению состояниями квантовых систем, в том числе с целью создания квантового компьютера [1-4]. По аналогии с классическими компьютерами, первые теоретические модели квантовых компьютеров были основаны на двоичных логических элементах – кубитах. К настоящему времени достигнуто значительное понимание в работе и принципах построения компьютеров на кубитах, и дальнейшее развитие данного направления в основном ограничено техническими возможностями экспериментальной реализации вычислений на многокубитовых квантовых системах [3, 4]. Гораздо меньше внимания в литературе уделяется многоуровневому (d -уровневому) квантовым элементам – кудитам [5, 6], как со стороны теории квантовых вычислений, так и физической реализации вычислений на кудитах. Установлено, что квантовые вычисления на кудитах обладают многими достоинствами. К тому же многоуровневые квантовые системы значительно чаще встречаются в природе. В связи с этим вызывает интерес задача построения недвоичного квантового компьютера, использующего преимущества обработки квантовой информации на кудитах.

Доказано [5-7], что с помощью универсального набора одно- и двухкубитовых элементарных логических операторов (вентилей) можно выполнить любой квантовый алгоритм. К числу базовых вентилей на кудитах относятся селективный поворот, квантовое преобразование Фурье (КПФ), вентиль контролируемого сдвига фазы, вентиль SUM [6]. Тем не менее, получено очень мало конкретных квантовых схем, доведенных до элементарных операций и допускающих реализацию квантовых вычислений на кудитах экспериментальными средствами. По этой причине представляется актуальной задача поиска эффективных способов управления многоуровневыми квантовыми системами с целью реализации квантовых вентилей, а в дальнейшем и алгоритмов на кудитах.

В данной работе в качестве физической многоуровневой системы выбраны квадрупольные ядра со спином $I > 1/2$, поскольку, с одной стороны, это хорошо изученные методом ЯМР квантовые системы. С другой стороны, современные импульсные методы ЯМР широко применяются для изучения закономерностей управления при проведении квантовых вычислений [4]. Зеемановское взаимодействие ядерного спина с постоянным магнитным полем и квадрупольное взаимодействие с аксиально-симметричным кристаллическим полем приводит к образованию $d = 2I + 1$ неэквидистантных энергетических уровней [8]. Состояния, соответствующие этим уровням, выбираются в качестве вычислительного базиса кудита [6].

Отметим, что в работе не использовался формализм виртуальных кубитов [9], что позволяет раскрыть ожидаемые преимущества вычислений на кудитах по сравнению со схемами на кубитах.

Целью диссертационной работы является разработка эффективных способов управления состояниями квадрупольных ядер методом ЯМР для реализации основных квантовых вентилей на кудитах и сравнение различных способов управления по длительности реализации и ошибке полученных преобразований.

Научная новизна работы определяется тем, что в ней впервые:

- 1) Выполнено комплексное исследование избирательного управления состояниями кудитов, представленных квадрупольными ядрами, во-первых, с помощью импульсов слабого радиочастотного (РЧ) магнитного поля, селективных по переходам, во-вторых, составных РЧ импульсов, образованных последовательностью сильных неселективных РЧ импульсов и интервалов свободной эволюции, и, наконец, оптимизированных РЧ импульсов, временная зависимость амплитуды и фазы которых определена методами оптимизации.
- 2) Получены последовательности неселективных РЧ импульсов, разделенных интервалами свободной эволюции, для реализации селективных поворотов на квадрупольных ядрах со спином $I=1, 3/2, 2, 5/2$, а также составной неселективный РЧ импульс, универсальный по спину.
- 3) Исследованы на оптимальность по времени различные варианты реализации основных одно- и двухкудитовых вентилей и разработаны способы уменьшения длительности вентилей, включая управление через сверхтонкое взаимодействие с электронным спином.
- 4) Показано, что минимальная длительность вентилей не может быть сделана меньше предельного времени, величина которого определяется величиной квадрупольного взаимодействия, обеспечивающего необходимую для селективности воздействий неэквидистантность уровней.

Научная и практическая ценность. Получены и смоделированы конкретные последовательности РЧ импульсов для выполнения основных вентилей на кудитах, представленных квадрупольными ядрами, с помощью которых можно реализовать схемы квантовых алгоритмов. Оценена минимальная длительность выполнения вентилей для различных способов их реализации. Выработаны рекомендации по выбору различных способов управления состоянием квадрупольных ядер в зависимости от параметров системы. Полученные результаты теории управления будут полезны при реализации квантовых вычислений и квантовой связи на других многоуровневых системах.

На защиту выносятся следующие положения:

- 1) Разработка способа избирательного управления состояниями квадрупольного ядра с помощью последовательности неселективных РЧ импульсов, разделенных интервалами свободной эволюции. Последовательности для реализации селективных поворотов на квадрупольных ядрах со спином $I=1, 3/2, 2, 5/2$. Составной неселективный РЧ импульс, универсальный по спину.

- 2) Результаты исследования зависимости ошибки от длительности импульса при реализации одно- и двухкутритовых вентилях с помощью РЧ импульсов, форма которых определяется градиентным методом оптимизации.
- 3) Исследование различных схем реализации вентилях на оптимальность по времени. Разработка рекомендаций для их применения и способов уменьшения длительности вентилях, включая управление через сверхтонкое взаимодействие с электронным спином.

Апробация работы. Результаты исследования были представлены на следующих конференциях: International conference "Micro- and nanoelectronics", гг. Москва-Звенигород (2007 и 2009 г.); Всероссийская научная конференция студентов-физиков и молодых ученых (2007-2011 г.); Региональная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых-физиков, г. Красноярск (2006-2010 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 5 статей в центральных рецензируемых журналах, 2 статьи в материалах конференций и 13 публикаций в тезисах конференций.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из 4 основных глав, а также введения, заключения и двух приложений. Содержит 35 рисунков, 3 таблицы, 92 библиографические ссылки и занимает объем 114 страниц печатного текста.

Основное содержание работы

Во введении обоснована актуальность работы, сформулированы основные цели исследования и приводятся положения, выносимые автором на защиту.

Первая глава работы носит обзорный характер. В первом разделе описываются основные концепции квантовых вычислений, вводятся понятия кубита, кудита и элементарных квантовых логических операторов. Основными вентилями на кудитах, реализация которых рассмотрена в последующих главах, являются селективных поворот $R_{\alpha}^{m-n}(\theta)$ ($\alpha = x, y, z$ - ось поворота, θ - угол поворота, $m-n$ - номера состояний кудита, между которыми выполняется поворот), вентиль КПФ

$$QFT_d = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{n=0}^{d-1} \sum_{m=0}^{d-1} \exp(2\pi i mn / d) |m\rangle \langle n| \quad (1)$$

и вентиль *SUM* [6]:

$$SUM_{12} |x\rangle_1 \otimes |y\rangle_2 = |x\rangle_1 \otimes |x + y \pmod{d_2}\rangle_2, \quad (2)$$

где $|x\rangle_1$ - состояние контролирующего кудита, а $|y\rangle_2$ - рабочего кудита.

Второй раздел содержит обзор основных направлений в экспериментальной реализации квантовых вычислений, и обосновывается выбор метода ЯМР в качестве инструмента для исследований управления многоуровневыми квантовыми системами [3, 4], в частности, квадрупольными ядрами. В третьем разделе формулируется задача управления квантовой

системой. Здесь же описывается исследуемая в работе физическая модель (квадрупольное ядро) и различные подходы к ее управлению методами ЯМР [4, 8].

В системе отсчета, вращающейся с частотой ω_{rf} внешнего радиочастотного (РЧ) магнитного поля $B_1(t)$, гамильтониан отдельного квадрупольного ядра со спином I имеет вид [8]

$$H(t) = H_z + H_q + \omega_{rf} I_z + H_{rf}(t), \quad (3)$$

где I_α - оператор проекции спина на ось α , $H_z = -\omega_0 I_z$ - зеемановское взаимодействие спина с постоянным магнитным полем B_0 ($\omega_0 = \gamma B_0$) и $H_q = q(I_z^2 - \frac{1}{3}I(I+1))$ - квадрупольное взаимодействие (q - величина взаимодействия) с градиентом аксиально-симметричного кристаллического поля. Полагаем $\omega_0 \gg q$. Слагаемое $H_{rf}(t) = u_x(t)I_x + u_y(t)I_y$ - взаимодействие с внешним управляющим РЧ полем, где $u_\alpha(t) = \gamma B_{1,\alpha}(t)$ - проекции амплитуды РЧ поля на соответствующие оси. Гамильтониан (3) приводит к образованию $d = 2I+1$ неэквидистантных уровней энергии, которым соответствуют состояния с различной проекцией спина на ось квантования (ось z). Эти состояния выбираются в качестве базисных состояний кудита:

$$|I_z = I\rangle = |0\rangle; |I_z = I-1\rangle = |1\rangle; \dots; |I_z = -(I-1)\rangle = |d-2\rangle; |I_z = -I\rangle = |d-1\rangle.$$

В случае двух взаимодействующих спинов, гамильтониан запишется в виде

$$H(t) = -(\omega_1 - \omega_{rf})I_{1z} - (\omega_2 - \omega_{rf})I_{2z} + H_{q_1} + H_{q_2} - JI_{1z}I_{2z} + H_{rf}(t), \quad (4)$$

$$H_{rf}(t) = u_x(t)(\frac{\gamma_1}{\gamma_2}I_{1x} + I_{2x}) + u_y(t)(\frac{\gamma_1}{\gamma_2}I_{1y} + I_{2y}),$$

где $\omega_k = \gamma_k B_0$ - ларморовская частота спина k , H_{q_k} - квадрупольное взаимодействие спина k , J - константа спин-спинового взаимодействия ($J \ll q$).

В контексте квантовых вычислений задача управления квантовой системой [2] состоит в нахождении управляющего поля $u_\alpha(t)$, при котором оператор эволюции системы в течение времени T

$$U(T) = \hat{D} \exp\left(-i \int_0^T H(t) dt\right) \quad (5)$$

выполняет нужную логическую операцию (вентиль) независимо от начального состояния системы (\hat{D} - оператор упорядочения по времени). При этом для эффективной реализации вентиля необходимо, чтобы длительность управляющего поля T и ошибка полученного оператора были минимальны.

Вторая глава посвящена управлению состояниями квадрупольных ядер с помощью РЧ импульсов, селективных по отдельным переходам рассматриваемой многоуровневой системы. В первом разделе рассмотрен вариант получения вентиля SUM на двух кутритах ($d=3$), представленных спинами $I=1$, с помощью последовательности селективных поворотов

$$R_y^{6-7}(\pi) \cdot R_y^{7-8}(\pi) \cdot R_{-y}^{4-5}(\pi) \cdot R_{-y}^{3-4}(\pi), \quad (6)$$

(номера состояний $m-n$ пробегают значения от 0 до 8 для 9-ти уровневой системы (4)) которые, в свою очередь, реализуются прямоугольными π -импульсами, селективными по спин-спиновому расщеплению спектра. В этом случае, частота импульсов равна резонансной частоте перехода между соответствующими состояниями $|m\rangle$ и $|n\rangle$, длительность каждого импульса $t_p = \pi / (2\sqrt{2}\Omega)$, а амплитуда импульсов $\Omega_k = \gamma_k B_1$ должна удовлетворять условию $\Omega \ll J$. Зависимость амплитудной ошибки

$$\Delta_{nph} = \frac{1}{Sp(\mathbf{1})} \sqrt{\sum_{r=1}^9 \sum_{s=1}^9 (|U_{rs}(T)| - |U_{0,rs}|)^2} \quad (7)$$

от величины Ω , полученная в результате моделирования действия этой последовательности на систему с гамильтонианом (4), показана на рис. 1. В формуле (7) $U(T)$ – матрица оператора эволюции (5) в течение времени T , U_0 – матрица идеального вентиля SUM , $Sp(\mathbf{1})$ – след единичного оператора. Из графика видно, что при увеличении амплитуды импульсов ошибка в среднем растет. Яркие выраженные осцилляции можно объяснить на основании идей из работы [10]. Они связаны с возбуждением ближайших переходов, резонансная частота которых отлична от частоты приложенных импульсов на величину J . Если амплитуда импульсов такова, что нерезонансные переходы поворачиваются на 2π в течение действия импульса, ошибка будет минимальна, что и наблюдается на рис. 1. Минимальная длительность реализации вентиля SUM , соответствующая положению первого минимума ошибки (рис. 1, справа), определяется величиной

$$T_S = \frac{4\sqrt{3}\pi}{J}. \quad (8)$$

При очень слабом спин-спиновом взаимодействии это время может быть сравнимо со временами релаксации, поэтому такой способ реализации вентиля SUM является не самым эффективным.

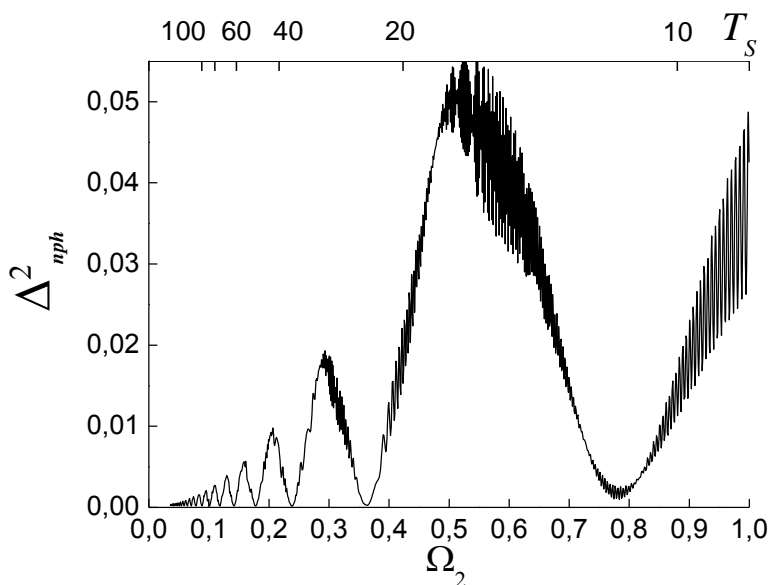


Рис. 1. Зависимость ошибки реализации вентиля SUM на двух кутритах с помощью селективных π -импульсов (6) от величины амплитуды РЧ поля Ω_2 и (или) полного времени эксперимента (верхняя шкала) при $J=1$. Значения других параметров: $\omega_1=500$, $\omega_2=300$, $q_1=200$, $q_2=100$. Частота и время измеряются в единицах $q_2/100$ и $100/q_2$, соответственно.

Во втором разделе второй главы рассмотрена возможность выполнения вентиля SUM по схеме [6]

$$SUM_{12} = (E \otimes QFT)^{-1} \cdot P_{12} \cdot (E \otimes QFT), \quad (9)$$

где применяются вентили прямого и обратного КПФ (1) на втором кутрите (E - единичная матрица 3×3), между которыми стоит двухкутритовый вентиль контролируемого сдвига фазы P_{12} с диагональной матрицей [6]:

$$\langle mn | P_{12} | mn \rangle = \exp(2\pi i mn / 3).$$

Вентиль КПФ реализуется с помощью последовательности селективных поворотов [11]

$$QFT_3 = i \cdot R_y^{1-2}(-\frac{\pi}{2}) \cdot R_y^{0-1}(-2\arctg\sqrt{2}) \cdot R_z^{0-1}(\pi) \cdot R_y^{1-2}(\frac{\pi}{2}), \quad (10)$$

(номера состояний $m-n$ обозначены для 3-х уровневой системы (3)) которые, в свою очередь, могут быть получены с помощью РЧ импульсов, селективных по квадрупольному расщеплению спектра и приложенных на резонансной частоте второго спина ($\omega_{rf} = \omega_2$). Амплитуда таких импульсов должна удовлетворять условию $J \ll \Omega \ll q$. Вентиль P_{12} реализуется с помощью двух дополнительных z -поворотов на каждом из кутритов и одного интервала свободной эволюции в течение времени [6]

$$t_J = 2\pi / (3J). \quad (11)$$

Для устранения сдвигов фазы, вызванных квадрупольным взаимодействием, длительность РЧ импульсов и время t_J выбираются кратными величине $2\pi / q_2$ [12]. Зависимость полной ошибки

$$\Delta = 1 - \left| Sp(U_0^+ U(T)) \right|^2 / Sp^2(\mathbf{1}) \quad (12)$$

от амплитуды РЧ импульсов, полученная в результате моделирования, показана на рис. 2.

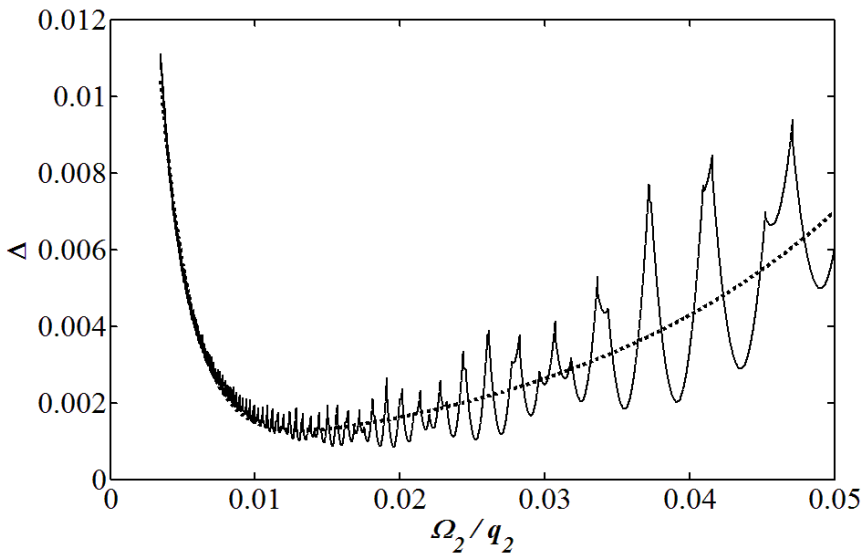


Рис. 2. Зависимость ошибки реализации вентиля SUM по схеме (9) от величины амплитуды РЧ поля Ω_2 при $J = 10^{-4} q_2$. Значения других параметров: $\omega_1 = 60q_2$, $\omega_2 = 20q_2$, $q_1 = 2q_2$. Пунктирной линией показана усредненная кривая, полученная путем численной аппроксимации рассчитанной зависимости с помощью суммы трех экспонент.

В этом варианте реализации при больших амплитудах поля ошибка возрастает за счет нарушения селективности импульсов по квадрупольному взаимодействию. Наоборот, РЧ поле малой амплитуды не поворачивает полностью состояния, резонансные частоты которых отличаются от

резонансной частоты РЧ импульса на величину $\pm J$, что также приводит к ошибке конечного оператора. При совместном действии данных причин наблюдается минимум, в котором их влияние на ошибку сравнивается.

Полное время реализации вентиля SUM составляет

$$T_S = t_J + \sum t_p,$$

где $\sum t_p$ - суммарная длительность всех РЧ импульсов. При выбранном соотношении параметров ($J/q \sim 10^{-1} \dots 10^{-4}$) время T_S определяется, в первую очередь, величиной спин-спинового взаимодействия и в пределе $J/q \rightarrow 0$ окажется равным $T_S = t_J$ (11), поскольку можно пренебречь длительностью локальных операторов (КПФ и z -поворотов). Таким образом, время реализации вентиля SUM с применением импульсов, селективных по квадрупольному расщеплению, будет в несколько раз короче времени (8) при сравнимой ошибке вентиля.

В третьем разделе второй главы рассмотрен другой пример применения селективных по квадрупольному расщеплению РЧ импульсов, а именно схема реализации квантового алгоритма поиска порядка подстановки на двух кудитах с числом уровней $d_1 = 8$ и $d_2 = 4$, представленных квадрупольными ядрами со спинами $I_1 = 7/2$ и $I_2 = 3/2$ соответственно. Данная схема похожа на рассмотренную выше схему реализации (9) вентиля SUM на кутритах, с тем лишь отличием, что добавлены прямое и обратное КПФ на состояниях первого кудита ($d_1 = 8$). Для реализации этих вентиляй рассчитаны последовательности селективных по квадрупольному расщеплению РЧ импульсов - 28 импульсов для КПФ на спине $I_1 = 7/2$ и 7 импульсов для КПФ на спине $I_2 = 3/2$. Вентиль контролируемого сдвига фазы реализуется с помощью дополнительных z -поворотов на каждом кудите и интервала свободной эволюции в течение времени $t_2 = \pi/J$ при получении подстановки с порядком $p = 2$ или $t_4 = \pi/(2J)$ для $p = 4$. Было выполнено моделирование реализации предложенной схемы, и получена зависимость ошибки от амплитуды импульсов при различных константах J . Ошибка будет обусловлена теми же причинами, что и при выполнении вентиля SUM на кутритах (рис. 2).

В системах со слабым квадрупольным взаимодействием, например, в жидких кристаллах, длительность селективных по квадрупольному расщеплению РЧ импульсов становится велика, что не позволяет эффективно управлять состояниями кудита. Однако при этом открывается новая возможность управления посредством неселективных РЧ импульсов с большой амплитудой $\Omega \gg q$.

В третьей главе на основе теории среднего гамильтониана выводятся последовательности из операторов неселективных поворотов, разделенных интервалами свободной эволюции, которые выполняют селективные повороты на кудитах с числом уровней $d = 3, 4, 5, 6$. Операторы неселективного поворота $\{\theta\}_\alpha = \exp(-i\theta I_\alpha)$ в последовательности могут быть реализованы сильными

неселективными РЧ импульсами с частотой $\omega_{rf} = \omega_0$, амплитудой $\Omega \gg q$ и длительностью $t_p = \theta / \Omega$.

Для получения данных последовательностей, на первом этапе необходимо было найти эффективные гамильтонианы, позволяющие выполнить нужный селективный поворот:

$$R_\alpha^{m-n}(\theta) = e^{-i\theta B_\alpha^{m-n}} = e^{-iH_{eff}t}.$$

Матрицы B_α^{m-n} содержат два ненулевых недиагональных элемента, связывающих состояния $|m\rangle$ и $|n\rangle$ кудита, остальные матричные элементы равны 0. При этом гамильтониан H_{eff} может включать в себя только операторы, описывающие доступные в рассматриваемой модели взаимодействия. Для системы с гамильтонианом (3) это могут быть операторы спиновых проекций, гамильтониан квадрупольного взаимодействия H_q , а также комбинации этих операторов, например,

$$M_x = \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}_x \cdot H_q \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}_{-x} + \left\{ \frac{\pi}{4} \right\}_y \cdot 2H_q \cdot \left\{ \frac{\pi}{4} \right\}_{-y} = I_z I_x + I_x I_z,$$

$$M_y = \left\{ \frac{\pi}{4} \right\}_x \cdot 2H_q \cdot \left\{ \frac{\pi}{4} \right\}_{-x} + \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}_y \cdot H_q \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}_{-y} = -(I_z I_y + I_y I_z).$$

Используя свойства симметрии подобных операторов, были построены эффективные гамильтонианы для селективных поворотов на квадрупольных ядрах со спинами $I=1, 3/2, 2, 5/2$ ($d=3, 4, 5, 6$, соответственно). Например, для $I=1$ (кутрит) эффективный гамильтониан имеет вид:

$$\theta B_x^{m-n} = (\pm M_x + I_x) t_3^{m-n}, \quad \theta B_y^{m-n} = (\mp M_y + I_y) t_3^{m-n}, \quad (13)$$

$$t_3^{m-n} = \frac{\theta}{2\sqrt{2}}.$$

Верхний знак перед операторами соответствует переходу $|0\rangle - |1\rangle$, нижний – $|1\rangle - |2\rangle$. Для спинов $I=3/2, 2, 5/2$ получены более сложные комбинации операторов.

Поскольку операторы M_α и I_α ($\alpha=x, y$) в выражении (13) не коммутируют друг с другом, для получения из данного гамильтониана импульсной последовательности применим преобразование Троттер-Сузуки в его симметричном варианте:

$$\left(e^{-i\theta A/2N} e^{-i\theta B/N} e^{-i\theta A/2N} \right)^N = e^{-i\theta(A+B)} + O\left(\left(\frac{\theta}{N} \right)^3 \right), \quad (14)$$

где N - целое число. Используя это выражение, оператор эволюции системы с эффективным гамильтонианом (13) преобразуется в произведение экспоненциальных операторов, каждый из которых соответствует либо неселективному повороту спина $\{\theta\}_\alpha$, либо свободной эволюции под действием квадрупольного взаимодействия $\exp(-iH_q t)$. Для $I=1$ получаем последовательность (селективный поворот $R_y^{0-1}(\theta)$)

$$\left[\left\{ \frac{\pi}{4} \right\}_x - \frac{\theta}{2\sqrt{2N}} - \left\{ \frac{\pi}{4} \right\}_{-x} \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}_y - \frac{\theta}{4\sqrt{2N}} - \left\{ \frac{\theta}{2\sqrt{2N}} \right\}_{-y} - \frac{\theta}{4\sqrt{2N}} - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}_{-y} \left\{ \frac{\pi}{4} \right\}_x - \frac{\theta}{2\sqrt{2N}} - \left\{ \frac{\pi}{4} \right\}_{-x} \right]^N. \quad (15)$$

Здесь интервалы свободной эволюции в течение времени t обозначены как "- t -". Число повторений (циклов) последовательности N в случае идеальных операторов определяет ошибку полученного селективного поворота согласно разложению (14).

При получении неселективных поворотов с помощью неселективных РЧ импульсов, идеальный оператор получается в пределе $t_p \rightarrow 0 (\Omega \rightarrow \infty)$. В условиях реального РЧ импульса конечной длительности t_p на эволюцию системы оказывает влияние квадрупольное взаимодействие, что приводит к ошибке. Для устранения линейного по величине q/Ω вклада в ошибку неселективного поворота, был разработан составной неселективный импульс, состоящий из пяти простых импульсов и двух интервалов свободной эволюции:

$$P_{-y}(\frac{3\pi}{2}) - \tau_1 - P_{-y}(\frac{\pi}{2}) P_{-x}(\frac{3\pi}{2}) - \tau_2 - P_{-x}(\psi_1) P_x(\psi_2), \quad (16)$$

$$\psi_1 = \frac{\pi}{2} - b, \quad \psi_2 = \theta - b, \quad b = \arcsin(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \theta),$$

$$\tau_1 = \frac{1}{\Omega} \left[\pi + \frac{1}{2} (\theta - 2b - \sin 2b + \frac{1}{2} \sin 2\theta) \right], \quad \tau_2 = \frac{1}{\Omega} \left[\pi - \sin 2b + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right].$$

Здесь $P_\alpha(\theta) = \exp(-it_p(H_q + \Omega I_\alpha))$ обозначает простой неселективный РЧ импульс, соответствующий неселективному повороту $\{\theta\}_\alpha$. Следует отметить, что данный составной импульс применим для квадрупольных ядер со спином произвольной величины.

Было выполнено численное моделирование применения полученных последовательностей. В качестве примера, результаты для $I=3/2$ ($d=4$) приведены на рис. 3 в виде зависимости ошибки (12) от полной длительности последовательностей

$$T_S = T_\infty + \sum t_p, \quad (17)$$

где T_∞ - общая длительность интервалов свободной эволюции, а $\sum t_p$ - длительность неселективных РЧ импульсов (простых или составных (16)). Например, для $I=1$ значение T_∞ составляет (см. формулу (15))

$$T_\infty = 3\theta / 2\sqrt{2}q. \quad (18)$$

Из рисунка видно, что применение составных операторов селективного поворота позволяет уменьшить ошибку при том же времени (или уменьшить время при той же ошибке) по сравнению с одиночным прямоугольным импульсом, селективным по квадрупольному расщеплению. В области малых амплитуд РЧ поля использование составного неселективного импульса (16) позволяет значительно уменьшить ошибку, связанную с квадрупольным взаимодействием. Указанные свойства наблюдаются и в остальных рассмотренных случаях $I=1, 2, 5/2$.

Из анализа полученных импульсных последовательностей следует важный результат, что минимальная длительность селективного поворота при

таким способом реализации в пределе $\Omega \rightarrow \infty$ ограничена значением T_∞ , которое определяется величиной квадрупольного взаимодействия q , а также зависит от величины спина и угла поворота. Другими словами, при $T_S > T_\infty$ теория позволяет добиться $\Delta \rightarrow 0$ с помощью составных селективных импульсов, тогда как для простого селективного импульса $\Delta \rightarrow 0$ только при $T_S \rightarrow \infty$. Принципиальная возможность такого уменьшения ошибки важна для квантовых вычислений, поскольку только при Δ меньшей некоторого порогового значения можно применять процедуру исправления ошибки [1].

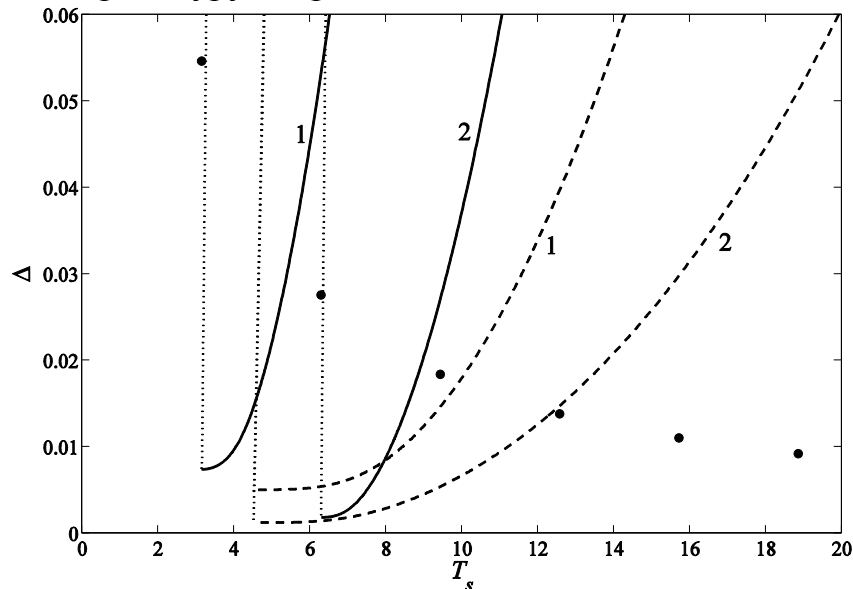


Рис. 3. Зависимости ошибки реализации селективных поворотов $R_y^{m-n}(\frac{\pi}{2})$ для $d=4$ от полной длительности (17) импульсной последовательности (в единицах $1/q$). Штриховыми линиями показаны значения для перехода $|0\rangle-|1\rangle$ при использовании составных неселективных импульсов, сплошными – то же самое для перехода $|1\rangle-|2\rangle$. Пунктирные линии соответствуют последовательностям из простых неселективных импульсов. Цифрами на кривых указан параметр N (см.(14)). Точками показаны минимальные значения ошибки при реализации поворота прямоугольным селективным РЧ импульсом.

Несмотря на перечисленные достоинства описанных выше последовательностей для реализации селективных поворотов на кудитах, не всегда представляется возможным использовать импульсы достаточно большой амплитуды, а ошибка полученных вентилях может быть выше, чем необходимо для реализации устойчивых квантовых вычислений. В связи с этим, был рассмотрен другой вариант получения элементарных вентилях с использованием численных методов оптимизации.

В четвертой главе представлены расчеты оптимизированных РЧ импульсов, временная зависимость амплитуды и фазы которых находится с помощью численного алгоритма GRAPE (gradient ascent pulse engineering) [13]. Для нахождения параметров управляющего поля $u_\alpha(t)$ временной интервал T разбивается на N_g равных отрезков длительностью $\Delta t = T / N_g$ и на каждом отрезке амплитуда РЧ поля остается постоянной. В результате итеративной

процедуры находится РЧ импульс сложной формы с заданной длительностью T , минимизирующий ошибку (12) получаемого вентиля. В нашей программной реализации использовался базовый вариант алгоритма из работы [13], без каких либо ограничений, накладываемых на амплитуду или форму РЧ импульса.

В первом разделе рассмотрена реализация вентиля селективного поворота и КПФ на кутрите. Зависимость ошибки (12) от длительности оптимизированного РЧ импульса, выполняющего селективный поворот $R_y^{0-1}(\theta)$, показана на рис.4 для различных углов θ . Теоретическая оценка (сплошные линии на рис. 4) получена в предположении, что суммарное время свободной эволюции в выражении (15) составляет $T = \xi T_\infty = 3\xi\theta / 2\sqrt{2}q$ ($\xi \in [0,1]$). Тем самым, в идеальном случае ($N \rightarrow \infty, \Omega \rightarrow \infty$) происходит искажение эффективного гамильтониана (13), и связанная с этим ошибка определяется формулой

$$\Delta = 1 - \frac{1}{9} \left[\frac{a^2}{A^2} + \left(1 + \frac{a^2}{A^2} \right) \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta A}{2} + \frac{b^2}{A^2} \left(\cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta A}{2} \right) + \frac{2a}{A} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta A}{2} \right]^2, (19)$$

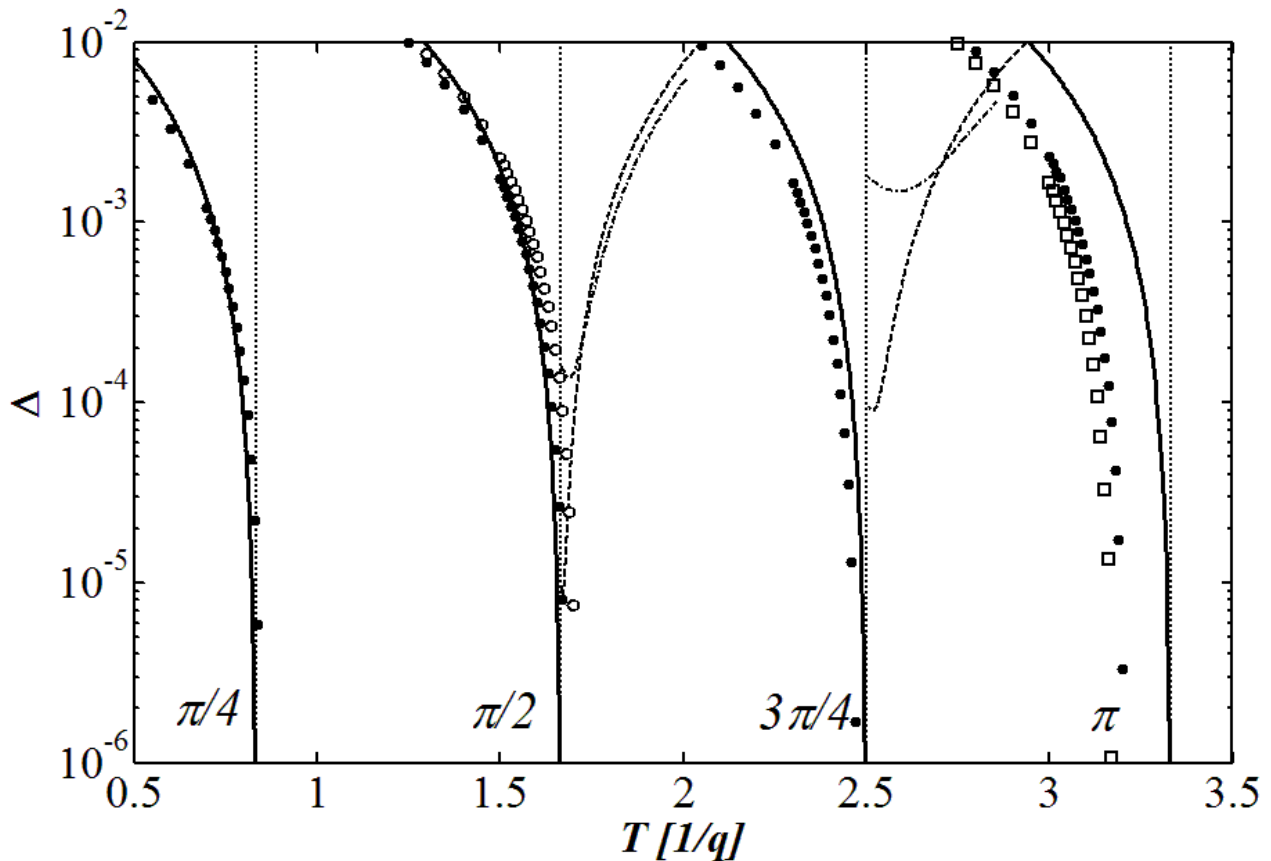


Рис. 4. Зависимость ошибки оператора $R_y^{0-1}(\theta)$ от длительности оптимизированного импульса при различных значениях θ , указанных на рисунке. Залитыми кружками показаны значения, рассчитанные при $N_g = 50$, пустыми кружками - при $N_g = 30$ и пустыми квадратами - при $N_g = 100$, где N_g - число разбиений временного интервала в алгоритм GRAPE. Вертикальные пунктирные линии соответствуют значениям времени T_∞ (18). Сплошными линиями показана теоретическая оценка ошибки (19) для соответствующих углов поворота. Зависимости ошибки для составных импульсов (15) (глава 3) показаны штрихпунктирными линиями при $N=1$ и штриховыми линиями при $N=2$.

где $a=(1+\xi)/2$, $b=(1-\xi)/2$, $A^2=a^2+b^2$. Как видно из рис. 4, выражение (19) хорошо описывает численные результаты. Таким образом, формула (18) может быть использована для приближенной оценки минимального времени выполнения селективных поворотов на кутрите. Заметное количественное расхождение наблюдается лишь при больших углах поворота $\sim \pi$. По-видимому, это связано с тем, что в оптимизированном импульсе РЧ поле H_{rf} действует одновременно с квадрупольным взаимодействием H_q , тогда как в случае идеального составного импульса – последовательно. Вследствие такого согласованного учета одновременного действия H_q и H_{rf} при расчете оптимизированного импульса достигается большая эффективность.

Вентиль КПФ можно выполнить по схеме (10), где каждому селективному повороту будет соответствовать оптимизированный РЧ импульс длительностью (18). Суммарная длительность вентиля КПФ при такой реализации будет составлять $\sim 5.36/q$. Тот же самый оператор КПФ можно получить, выполнив для его матричного представления непосредственный расчет $u_\alpha(t)$ с помощью GRAPE. Результаты расчета показаны на рис. 5. Видно, что минимальное время выполнения КПФ в этом случае составляет $T_m \approx 3.15/q$, что меньше предыдущего значения в 1.7 раза. Таким образом, оптимизированный РЧ импульс, рассчитанный непосредственно для матрицы оператора КПФ, оказывается существенно короче, чем тот же оператор, составленный из операторов селективных поворотов (10), реализованных оптимизированными РЧ импульсами.

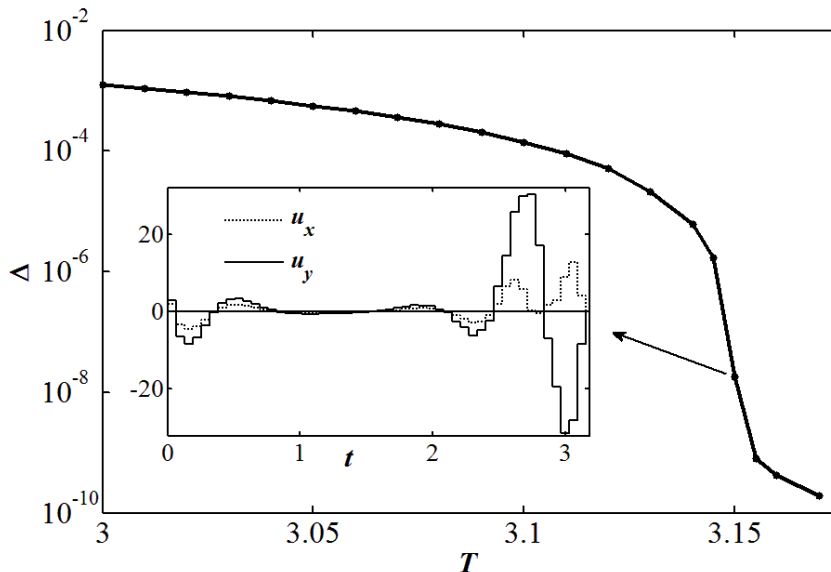


Рис. 5. Зависимость ошибки оператора КПФ от длительности оптимизированного РЧ импульса. На вставке показана форма оптимизированного РЧ импульса при $T=3.15$. Амплитуды и время измеряются в единицах q и $1/q$, соответственно.

Во втором разделе четвертой главы представлены результаты моделирования двух вариантов реализации вентиля SUM на кутритах. Вначале была рассмотрена схема, аналогичная описанной во втором разделе главы 2, где используется представление вентиля SUM через вентили КПФ и P_{12} . В отличие от предыдущего случая, вентили КПФ и z-поворотов были реализованы с помощью оптимизированных РЧ импульсов, рассчитанных для отдельных кутритов с гамильтонианом (3). Кроме того, были добавлены дополнительные импульсы на первом кутрите для частичного устранения ошибки, которая

обусловлена нерезонансным действием приложенных ко второму кутриту РЧ импульсов. Для устранения сдвига фаз, связанного с квадрупольным взаимодействием, длительность каждого импульса устанавливалась равной $2\pi / q_2$, а время свободной эволюции $t_J = 2\pi / (3J)$ было кратно этой величине [12]. Работа полученной последовательности из 4-х оптимизированных импульсов и одного интервала свободной эволюции была смоделирована на системе с полным гамильтонианом (4). Зависимость ошибки от отношения J/q показана на рис. 6. При $J/q \sim 10^{-3} \dots 10^{-4}$ основная ошибка связана с нерезонансным воздействием РЧ импульсов на состояния кутритов. Величина этой ошибки определяется разностью ларморовских частот спинов $|\omega_1 - \omega_2|$. Отметим, что при расчетах без включения дополнительных исправляющих импульсов эта ошибка будет на 1-2 порядка выше. Поскольку при расчете оптимизированных импульсов на отдельных кутритах мы никак не учитывали спин-спиновое взаимодействие, при $J/q \sim 10^{-1} \dots 10^{-2}$ основная ошибка будет обусловлена влиянием этого взаимодействия в течение действия импульсов. Тем не менее, ошибка реализации вентиля SUM в таком варианте значительно ниже по сравнению со схемой из главы 2, где использовались прямоугольные селективные импульсы.

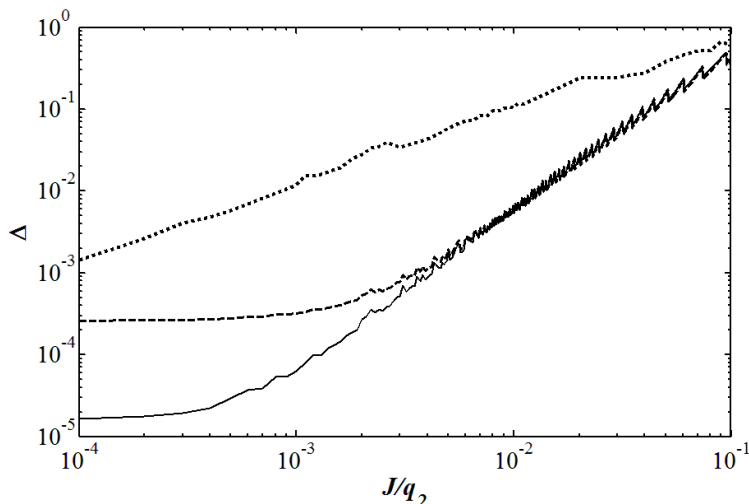


Рис. 6. Ошибка реализации вентиля SUM в зависимости от параметра J . Пунктирной линией показана зависимость минимальной ошибки, найденной по аппроксимирующей кривой на рис.2, при реализации вентиля с помощью селективных по квадрупольному расщеплению РЧ импульсов по схеме (9) (см. раздел 2 главы 2). Ошибка реализации с помощью оптимизированных РЧ импульсов показана сплошной линией при $\omega_1 = 300q_2$, $\omega_2 = 100q_2$ и штриховой линией при $\omega_1 = 60q_2$, $\omega_2 = 20q_2$. Во всех случаях $q_1 = 2q_2$.

Для уменьшения ошибки в области $J/q \sim 10^{-1} \dots 10^{-2}$ был рассчитан отдельный оптимизированный импульс для системы с полным гамильтонианом (4), реализующий непосредственно вентиль SUM (без деления на более простые вентили). Полученный импульс имеет очень сложную форму, но позволяет уменьшить ошибку вентиля от $\Delta \sim 4 \cdot 10^{-1}$ (см. рис. 6) до $\Delta \sim 10^{-6}$ при $J/q = 10^{-1}$ и длительности импульса $T > t_J$, поскольку при его расчете

учитываются и нерезонансные эффекты, и спин-спиновое взаимодействие. Зависимость ошибки от длительности такого импульса показана на рис. 7. Для сравнения показана ошибка

$$\Delta = 1 - \left[1 - \frac{8}{9} \sin^2 \left\{ \frac{\pi}{3} (1 - \xi) \right\} \right]^2, \quad (20)$$

которая получена в предположении, что время свободной эволюции в рассмотренной ранее схеме (см. раздел 2 главы 2) уменьшено до величины $T = \xi t_J$ ($\xi \in [0, 1]$), а операторы преобразования Фурье и z -поворотов идеальные, не вносящие ошибок. Видно, что при выбранных параметрах, время реализации с помощью оптимизированного импульса немного больше времени t_J (11). Это разница объясняется как раз длительностью неучтенных в формуле (20) локальных преобразований на кутритах.

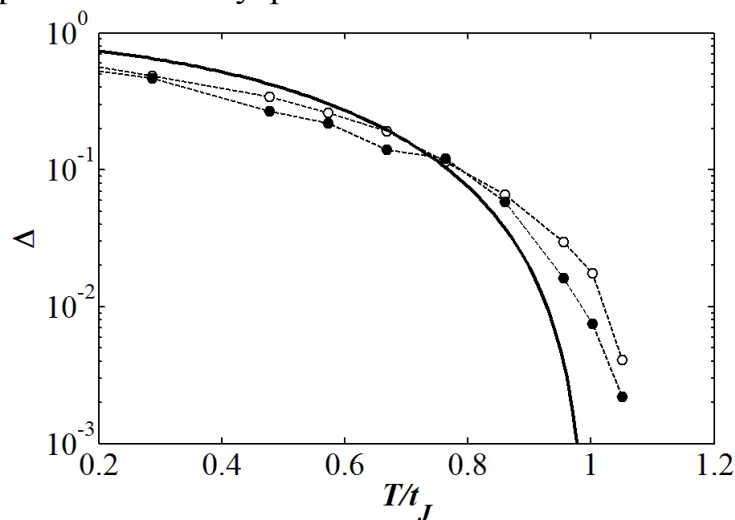


Рис. 7. Зависимость ошибки реализации вентиля *SUM* от длительности оптимизированного РЧ импульса, рассчитанного для полной матрицы оператора. Результаты расчета с параметрами $\omega_1 = 60q_2$, $\omega_2 = 20q_2$, $J = 10^{-1}q_2$ показаны пустыми кружками, а с параметрами $\omega_1 = 6q_2$, $\omega_2 = 2q_2$, $J = 10^{-2}q_2$ - залитыми кружками. В обоих случаях $q_1 = 2q_2$. Сплошная линия - теоретическая оценка по формуле (20).

Как следует из рисунка, даже использование оптимизированного РЧ импульса не позволяет уменьшить длительность выполнения вентиля *SUM* ниже величины t_J . В разделе 3 главы 4 рассматривается возможность косвенного управления состояниями квадрупольных ядер посредством управления спином электрона, связанного с ядром сверхтонким взаимодействием. Такой способ управления был предложен для ядер со спином $I=1/2$ (см. например [14, 15]), а в работе [16] экспериментально реализовано управление двумя ядерными спинами $I=1/2$ ^{13}C и ^1H в облученной малоновой кислоте.

В качестве примера получения косвенного управления квадрупольным ядром посредством управления электроном, рассмотрим простую модель квантовой системы, состоящей из двух ядер со спинами $I_1 = 1/2$ (кубит) и

$I_2 = 1$ (кутрит) и одного электрона $S = 1/2$. В системе отсчета, вращающейся с ларморовской частотой электрона ω_s запишем гамильтониан в виде:

$$H_0 = -\omega_1 I_{1z} - \omega_2 I_{2z} + A_1 S_z I_{1z} + A_2 S_z I_{2z} + q(I_{2z}^2 - 2/3), \quad (21)$$

где ω_1 и ω_2 ларморовские частоты ядер $I_1 = 1/2$ и $I_2 = 1$, A_1 и A_2 - константы сверхтонкого взаимодействия электрона с соответствующими ядрами. Управление осуществляется действием на электрон импульсом микроволнового (МКВ) магнитного поля с частотой ω_s , а также к ядру $I_2 = 1$ прикладывается РЧ импульс на частоте ω_2 :

$$H_c(t) = u_s(t)S_x + u_x(t)I_{2x} + u_y(t)I_{2y}$$

С помощью алгоритма GRAPE был выполнен расчет соответствующих оптимизированных МКВ и РЧ импульсов для реализации вентиля SUM_{23} между кубитом и кутритом. Результаты показаны на рис. 8. в виде зависимости ошибки вентиля от длительности импульсов. Видно, что рассмотренный способ управления позволяет получать контролируемые вентили между ядерными спинами с приемлемой величиной ошибки. При этом, как следует из рисунка, длительность выполнения вентиля SUM_{23} $T \approx 3.7/q$ того же порядка что и, например, длительность селективного поворота $T \approx 3.2/q$ (см. рис. 4), полученного с помощью оптимизированного РЧ импульса. Таким образом, длительность вентиля SUM_{23} при косвенном взаимодействии кубита с кутритом через спин электрона будет определяться величиной q , а не A ($q \ll A$), в отличие от случая двух кубитов [14].

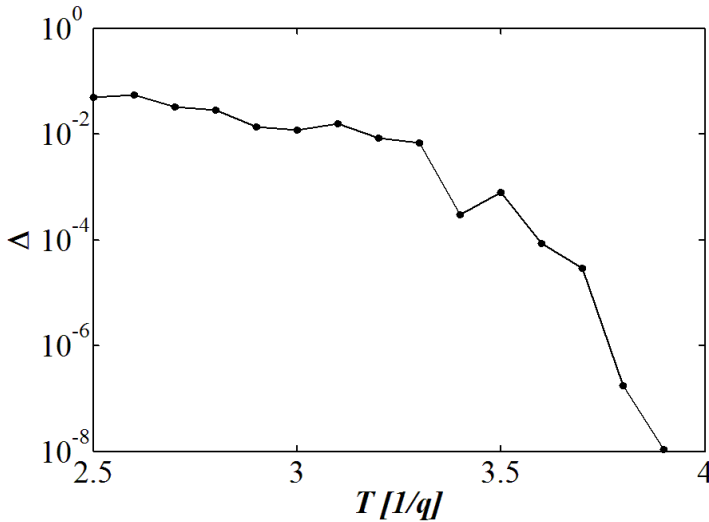


Рис.8. Зависимость ошибки оператора SUM_{23} от длительности оптимизированного импульса, действующего на электрон и квадрупольное ядро. Расчет выполнен при числе итераций $M=10^5$ в алгоритме GRAPE. Параметры гамильтониана (21): $A_1 = -50/q$, $A_2 = -22/q$.

В экспериментальной работе [16], помимо zz составляющей, гамильтониан включал и поперечные компоненты сверхтонкого взаимодействия электрона с ядрами. В этом случае нет необходимости прикладывать РЧ импульсы, а достаточно менять ориентацию электронного спина посредством МКВ поля. Результаты выполненных расчетов согласуются со сделанными выше выводами о длительностях вентиляей.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы работы. В приложениях содержится вывод формул (19) и (20).

Основные результаты работы:

- 1) Для реализации двухкудитного вентиля *SUM* на квадрупольных ядрах, найдены последовательности селективных по переходам РЧ импульсов. Выполнено моделирование вентиля для системы из двух кутритов (двух спинов $I=1$), а также для двух кудитов с числом уровней $d_1 = 8$ и $d_2 = 4$, представленных квадрупольными ядрами с $I=7/2$ и $I=3/2$ применительно к квантовому алгоритму поиска порядка подстановки. Изучены причины возникновения ошибки реализации вентиля и ее зависимость от параметров системы. Выработаны рекомендации по применению РЧ импульсов селективных по квадрупольному расщеплению или селективных по спин-спиновому расщеплению.
- 2) Разработан способ избирательного управления состояниями квадрупольного ядра с помощью последовательности неселективных РЧ импульсов, разделенных интервалами свободной эволюции. Предложен составной РЧ импульс, устраняющий линейный по величине квадрупольного взаимодействия (q/Ω) вклад в ошибку неселективного поворота на ядрах с любым спином. Выполнено численное моделирование реализации селективных поворотов на квадрупольных ядрах со спином $I=1, 3/2, 2, 5/2$ и исследованы зависимости ошибки от параметров внешних и внутренних взаимодействий. Сделан вывод, что минимальная длительность выполнения селективного поворота на квадрупольных ядрах с помощью таких последовательностей ограничена предельным значением T_∞ , которое определяется величиной квадрупольного взаимодействия q , а также зависит от величины спина и угла поворота.
- 3) Рассчитаны оптимизированные РЧ импульсы для основных однокутритных вентилях на квадрупольных ядрах со спином $I=1$ и изучена зависимость ошибки реализации от их длительности. Установлено, что длительность T_∞ составного селективного поворота близка к оптимальной. Найдено, что при той же ошибке оптимизированный РЧ импульс для КПФ короче вентиля КПФ, составленного из селективных поворотов.
- 4) Выполнено моделирование и определены границы применимости двух вариантов реализации вентиля *SUM*: варианта из двух оптимизированных РЧ импульсов, рассчитанных для отдельных кутритов; и варианта из одного РЧ импульса, полученного прямой оптимизацией управляющего поля для полного гамильтониана двухспиновой системы. Установлена оптимальность по времени вентиля *SUM*, выполненного с помощью селективных по квадрупольному расщеплению РЧ импульсов, когда его длительность определяется величиной слабого спин-спинового взаимодействия. Показано, что длительность вентиля *SUM* можно существенно уменьшить для ядер, связанных с электронным спином сильным сверхтонким взаимодействием, если управление ядром осуществлять посредством воздействия на электронный спин оптимизированным МКВ импульсом.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Шауро В.П., Пехтерев Д.И., Зобов В.Е. Сравнительный анализ двух способов реализации элементарных логических операторов для квантового компьютера на кутритах // Изв. вузов. Физика. -2007. -№6. -С. 41-47.
2. Зобов В. Е., Шауро В. П. Избирательное управление состояниями трехуровневого квадрупольного ядра с помощью неселективных радиочастотных импульсов // Письма в ЖЭТФ. -2007. -Т. 86. -С. 260-264.
3. Зобов В. Е., Шауро В.П., Ермилов А. С. Выполнение квантового алгоритма поиска порядка подстановки на двух кудитах // Письма в ЖЭТФ. -2008. -Т. 87. -С. 385-390.
4. Zobov V. E., Shauro V. P. Selective control of states of a three-level quadrupolar nucleus using non-selective radio-frequency pulses // Proc. SPIE. - 2008. - V.7023, 70230N. - 10 p.
5. Зобов В. Е., Шауро В. П. Избирательное управление состояниями многоуровневых квантовых систем с помощью неселективных операторов поворота // ЖЭТФ. -2009. -Т. 135. - С. 10-23.
6. Shauro V. P., Zobov V. E. Time-optimal control of quantum dynamics of a quadrupole nucleus by NMR techniques // Quantum Computers and Computing. -2009. -V.9. -P. 11-18.
7. Зобов В.Е., Шауро В.П. Об оптимальном по времени управлении методом ЯМР состояниями кутритов, представленных квадрупольными ядрами со спином $I=1$ // ЖЭТФ. -2011. -Т. 140. -С. 211-223.
8. Шауро В. П. Сравнительный анализ различных способов реализации элементарных логических операторов для квантового компьютера на кутритах // ВНКСФ-13: Тезисы докладов/ Екатеринбург: изд. АСФ России, 2007. – С. 649.
9. Шауро В. П. Моделирование квантового алгоритма поиска порядка подстановки на кудитах // ВНКСФ-14: Тезисы докладов/ Екатеринбург, изд. АСФ России, 2008. – С. 565.
10. Шауро В. П. Поиск оптимального управляющего радиочастотного магнитного поля для обработки квантовой информации на квадрупольных ядрах // ВНКСФ-15: Тезисы докладов/ Екатеринбург, изд. АСФ России, 2009. – С. 581.
11. Шауро В. П. Расчет оптимального управляющего поля для реализации квантовых логических операций на квадрупольных ядрах со спином $I=1$ методом ЯМР // ВНКСФ-16: Тезисы докладов/ Екатеринбург, изд. АСФ России, 2010. – С. 682.
12. Шауро В. П. Расчет оптимизированных радиочастотных импульсов для реализации квантового логического оператора SUM на кутритах, представленных квадрупольными ядрами // ВНКСФ-17: Тезисы докладов/ Екатеринбург, изд. АСФ России, 2011. – С. 550.
13. Shauro V.P., Zobov V.E. Time-optimal control of quantum dynamics of a quadrupole nucleus by NMR techniques // International Conference “Micro- and nanoelectronics”, Book of abstracts. Moscow-Zvenigorod, 2009. -P. q2-09.

14. Пехтерев Д. И., Шауро В. П. Моделирование и сравнительный анализ различных способов реализации двухкутритного вентиля для квантового компьютера // НКСФ-2006: Тезисы докладов/ Краснояр. гос. ун-т. - С. 31.
15. Шауро В. П. Управление состоянием трехуровневой квантовой системы (квадрупольным ядром) методом ЯМР // НКСФ-2007: Тезисы докладов/ Красноярск: ИЕиГН СФУ, 2007 - С. 43.
16. Шауро В. П. Моделирование реализации квантового Фурье-преобразования на кутритах методом ЯМР // Материалы МНСК-XLV: Физика/ Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2007. – С. 62.
17. Шауро В. П. Моделирование квантового алгоритма поиска порядка подстановки на кудитах // НКСФ-2008: Тезисы докладов/ Красноярск: ИИФиРЭ СФУ, 2008 - С. 35.
18. Шауро В.П. Управление состояниями многоуровневых квантовых систем методом ЯМР с помощью неселективных операторов поворота//Наука и инновации: Материалы школы-семинара/Хабаровск: изд. ДВГУПС, 2008. – С. 92.
19. Шауро В. П. Оптимальное время выполнения квантовых логических операций на квадрупольном ядре методом ЯМР // НКСФ-2009: Тезисы докладов/ Красноярск: ИИФиРЭ СФУ, 2009 - С. 112.
20. Шауро В. П. Поиск оптимального управления для реализации квантовых логических операций на квадрупольных ядрах со спином $I=1$ методом ЯМР // НКСФ-2010: Тезисы докладов/ Красноярск: СФУ, 2010 - С. 61.

Цитируемая литература

1. Валиев К. А, Кокин А. А. Квантовые компьютеры: надежды и реальность. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 352 с.
2. Фрадков А. Л., Якубовский О. А. Управление молекулярными и квантовыми системами. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 416 с.
3. Ladd T. D., Jelezko F., Laflamme R. et al. Quantum computers. // Nature.-2010. - V. 464. - P. 45-53.
4. Jones J. A. Quantum Computing with NMR // Prog. NMR. Specrosc. -2011. -V. 59. - P. 91-120
5. Gottesman D. Fault-Tolerant Quantum Computation with Higher-Dimensional Systems //Lect. Notes. Comput. Sci.-1999.-V. 1509.-P. 302-313.
6. Daboul J., Wang X., Sanders B. C.. Quantum gates on hybrid qudits // J. Phys. A.: Math. Gen. -2003. -V. 36. - P. 2525–2536.
7. Vlasov A. Yu. Algebras and universal quantum computations with higher dimensional systems // Proc. SPIE. -2003. V.5128. -P. 29-36.
8. Сликтер Ч. Основы теории магнитного резонанса.-М.: Мир, 1981. 448 с.
9. Кессель А. Р., Ермаков В. Л. Многокубитный спин // Письма в ЖЭТФ.- 1999.-Т. 70.-С. 59-63.

10. Berman G. P., Doolen G. D., Lopez G. V., Tsifrinovich V. I. Nonresonant effects in the implementation of the quantum Shor algorithm // Phys. Rev. A.-2000. -V. 61.-P. 042307(1-7).
11. Ермилов А. С., Зобов В. Е. Представление квантового преобразования Фурье на многоуровневых базовых элементах с помощью последовательности операторов селективных поворотов // Оптика и спектроскопия. -2007. -Т. 103, № 6. -С. 994-1001.
12. Das R., Kumar A. Use of quadrupolar nuclei for quantum-information processing by nuclear magnetic resonance: Implementation of a quantum algorithm // Phys. Rev. A.-2003.-V. 68.-P. 032304(1-8).
13. N. Khaneja, T. Reiss, C. Kehlet et al. Optimal control of coupled spin dynamics: design of NMR pulse sequences by gradient ascent algorithms // J. Magn. Reson.-2005. -V. 172. - P. 296-305.
14. Khaneja N., Heitmann B., Sporl A. et al. Shortest paths for efficient control of indirectly coupled qubits // Phys. Rev. A -2007. -V.75 -P. 012322(1-10)
15. Khaneja N. Switched control of electron nuclear spin systems // Phys. Rev. A -2007. -V.76 -P. 032326(1-8)
16. Zhang Y., Ryan C.A., Laflamme R, Baugh J. Coherent control of two nuclear spins using the anisotropic hyperfine interaction // ArXiv:quant-ph/1107.2884v1.-2011

Шауро Виталий Павлович

Теория управления состояниями квадрупольных ядер с целью выполнения квантовых вычислений.

Автореф. дисс. на соискание учёной степени кандидата физ. - мат. наук.

Подписано в печать 19.10.2011. Заказ № 54

Формат 60x90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 70 экз.

Типография Института физики СО РАН

660036, Красноярск, Академгородок 50