

УДК 621.372.543.2; 535.326

Б.А. БЕЛЯЕВ*, **, ***, В.В. ТЮРНЕВ*, **, В.Ф. ШАБАНОВ*

ИССЛЕДОВАНИЕ ДОБРОТНОСТИ ОПТИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ В ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ И ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ВЫСОКОСЕЛЕКТИВНЫХ ФИЛЬТРОВ НА ИХ ОСНОВЕ¹

Исследованы конструкции оптических резонаторов, представляющих собой диэлектрический слой толщиной полдлины волны, с обеих сторон закрытый четвертьволновыми слоями с большей или меньшей диэлектрической проницаемостью относительно проницаемости полуволнового слоя. Электродинамический анализ показал значительное увеличение добротности многослойного резонатора по сравнению с обычным однослойным полуволновым резонатором. Рассмотрены принципы построения высокоселективных полосно-пропускающих фильтров на фотонно-кристаллических структурах.

Ключевые слова: фотонный кристалл, добротность резонатора, полосно-пропускающий фильтр.

Многослойные структуры, состоящие из чередующихся диэлектрических слоев с различными показателями преломления (ПП) и соизмеримым с длиной электромагнитной волны периодом, часто называют 1D-фотонными кристаллами (ФК). Они используются при конструировании различных оптоэлектронных устройств: фильтров, поляризаторов, зеркал [1–4]. По существу, ФК являются системами взаимодействующих (связанных) резонаторов, поэтому они имеют периодически повторяющиеся окна прозрачности и полосы режекции (фотонные запрещенные зоны) [5].

При построении многозвенных узкополосных фильтров смежные резонаторы должны иметь слабые связи друг с другом, а крайние резонаторы – с входом и выходом, при этом они обладают высокой внешней добротностью [6]. Однако внешние добротности входных и выходных резонаторов в ФК, как и коэффициенты связи смежных резонаторов, зависят от разности (контрастности) ПП контактирующих сред – чем больше разность, тем меньше коэффициент связи и тем выше добротность резонатора [7, 8]. Учитывая тот факт, что ПП материалов в оптике не столь высоки, внешняя добротность полуволнового (ПВ) диэлектрического слоя в свободном пространстве также невысока. Поэтому при проектировании узкополосных ФК-устройств используют нерезонансные разделительные четвертьволновые (ЧВ) слои [1] для ослабления связи резонансного ПВ-слоя со свободным пространством или с соседним с ним резонансным ПВ-слоем.

В связи с этим большой интерес представляют исследования внешней добротности ПВ-диэлектрического слоя, окруженного ЧВ-мультислоями в свободном пространстве, а также селективных свойств некоторых ФК-конструкций полосно-пропускающих фильтров на ПВ-резонаторах.

Для расчета прохождения волн через многослойную диэлектрическую структуру мы используем 1D-модель, в которой напряженности полей зависят только от координаты z , перпендикулярной слоям, а сами слои рассматриваются как каскадированные отрезки линий передачи. Нормированная $ABCD$ -матрица передачи [9]

$$\begin{pmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_k & -iZ_k \sin \theta_k \\ -iZ_k^{-1} \sin \theta_k & \cos \theta_k \end{pmatrix} \quad (1)$$

удобна для описания электродинамического поведения k -го отрезка линии передачи. Здесь Z_k – нормированное волновое сопротивление, а θ_k – электрическая длина k -го отрезка. Предполагается, что колебания компонент поля происходят по гармоническому закону $\exp(-i\omega t)$. В этом случае

$$Z_k = 1/n_k, \quad \theta_k = \frac{\omega}{c} n_k T_k, \quad (2)$$

где n_k – показатель преломления; T_k – толщина k -го диэлектрического слоя.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, госконтракт № 14.513.11.0010, и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России 2009–2013 гг.».

Матрица передачи (1) вместе с формулой

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ Z_0 H_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2 \\ Z_0 H_2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

позволяет рассчитать напряженности электрического и магнитного полей на одной поверхности диэлектрического слоя при заданных напряженностях полей на другой поверхности. Здесь $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ – характеристическое сопротивление свободного пространства.

Когда отрезки линий каскадируются, то их матрицы передачи перемножаются в том же порядке. Поэтому $ABCD$ -матрица n -слойной структуры может быть рассчитана по формуле

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \prod_{k=1}^n \begin{pmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Прохождение мощности через многослойную структуру характеризуем элементом матрицы рассеяния $|S_{21}|^2$, измеряемым в децибелах, который связан с $ABCD$ -матрицей формулой [9]

$$S_{21} = \frac{2\sqrt{Z_2 Z_1}}{AZ_2 + B + CZ_2 Z_1 + DZ_1}, \quad (5)$$

где Z_1 и Z_2 – характеристические сопротивления сред впереди и позади структуры.

Имея спектр прохождения и пренебрегая диэлектрическими потерями, можно оценить внешнюю добротность резонанса по формуле

$$Q = f_1/\Delta f, \quad (6)$$

где Δf – ширина полосы пропускания по уровню 3 дБ; f_1 – резонансная частота.

Теперь получим формулы для внешней добротности ПВ-диэлектрического слоя, помещенного в середину слоистой структуры, составленной из ЧВ-диэлектрических слоев. Полагаем, что внешние слои имеют ПП n_H , а ПП всех внутренних слоев поочередно принимают значения n_L и n_H , где $n_L < n_H$.

Внешняя добротность любой колебательной системы в отсутствие внутренних потерь связана с комплексной частотой свободных колебаний формулой [10]

$$Q_e = -\operatorname{Re} \omega / (2 \operatorname{Im} \omega). \quad (7)$$

Так как электрическая толщина диэлектрических слоев θ пропорциональна частоте ω , то формулу (7) можно переписать следующим образом:

$$Q_e = -\operatorname{Re} \theta / (2 \operatorname{Im} \theta). \quad (8)$$

На частоте f_1 электрическая толщина ЧВ-диэлектрического слоя $\operatorname{Re} \theta = \pi/2$.

Для упрощения расчета учтем наличие плоскости симметрии слоистой структуры. Нуль координаты z поместим в центре резонансного ПВ-слоя. Тогда достаточно будет рассмотреть распределение напряженностей поля только при $z > 0$. ПВ-слой эквивалентен отрезку линии передачи, короткозамкнутому на обоих концах, когда его ПП (n_R) намного меньше, чем ПП окружающих слоев (n_H), и эквивалентен отрезку линии передачи с разомкнутыми концами в противоположном случае ($n_R \gg n_L$). Отметим, что напряженность электрического поля $E(z)$ в ПВ-слое распределена по закону косинуса, если $n_R = n_L$, и распределена по закону синуса, если $n_R = n_H$ при любой степени контраста показателей преломления.

Таким образом, функции распределения для трехслойной структуры ($n_R = n_L$) имеют вид

$$E_x(z) = \begin{cases} A_1 \cos(k_1 z) & \text{при } 0 < z < z_1, \\ A_2 e^{ik_2(z-z_1)} + A_3 e^{-ik_2(z-z_1)} & \text{при } z_1 < z < z_2, \\ A_4 e^{ik_0(z-z_2)} & \text{при } z_2 < z < \infty, \end{cases} \quad (9)$$

$$Z_0 H_y(z) = \begin{cases} in_L A_1 \sin(k_1 z) & \text{при } 0 < z < z_1, \\ n_H A_2 e^{ik_2(z-z_1)} - n_H A_3 e^{-ik_2(z-z_1)} & \text{при } z_1 < z < z_2, \\ A_4 e^{ik_0(z-z_2)} & \text{при } z_2 < z < \infty, \end{cases}$$

где z_1, z_2 – координаты границ слоев; A_m ($m=1, 2, 3, 4$) – неизвестные амплитуды волн; $k_1 = \omega n_L/c$; $k_2 = \omega n_H/c$; $k_0 = \omega/c$.

Согласно электродинамическим граничным условиям, функции (9) должны быть непрерывны в точках z_1 и z_2 . Отсюда получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \cos \theta A_1 - A_2 - A_3 &= 0, \\ i n_L \sin \theta A_1 - n_H A_2 + n_H A_3 &= 0, \\ e^{i\theta} A_2 + e^{-i\theta} A_3 - A_4 &= 0, \\ n_H e^{i\theta} A_2 - n_H e^{-i\theta} A_3 - A_4 &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Однородная система имеет нетривиальное решение, если ее определитель равен нулю. Отсюда получаем уравнение для нахождения частоты свободных колебаний

$$n_L \operatorname{tg}^2 \theta + i n_H (n_H + n_L) \operatorname{tg} \theta - n_H = 0, \quad (11)$$

оно имеет следующее решение:

$$\theta = \frac{\pi}{2} - i \operatorname{arcth} \left(\frac{n_H + n_L}{2n_L} n_H + \sqrt{\left(\frac{n_H + n_L}{2n_L} n_H \right)^2 - \frac{n_H}{n_L}} \right). \quad (12)$$

После подстановки (12) в (8) получаем внешнюю добротность ПВ-резонатора в трехслойной структуре [11]

$$Q_{e3} = \frac{\pi}{4 \operatorname{arcth} \left(\frac{n_H + n_L}{2n_L} n_H + \sqrt{\left(\frac{n_H + n_L}{2n_L} n_H \right)^2 - \frac{n_H}{n_L}} \right)}. \quad (13)$$

Добавление еще одного ЧВ-слоя справа и слева от ПВ-резонатора приводит к существенному увеличению его добротности. В этом случае ПП полуволнового слоя должен быть больше, чем ПП смежного с ним ЧВ-слоя.

Добротность ПВ-резонатора в пятислойной структуре можно рассчитать по формуле [11]

$$Q_{e5} = \frac{\pi}{4 \operatorname{arcth} x}, \quad (14)$$

где x – вещественный корень кубического уравнения

$$n_L^2 x^3 - n_H (n_H^2 + n_L n_H + n_L^2) x^2 + n_H (n_L + n_H + n_L) x - n_H^2 n_L = 0. \quad (15)$$

Эти формулы получены тем же путем, что и формула (13).

На рис. 1 построены частотные зависимости коэффициента прохождения света через рассмотренные структуры с полуволновым резонатором. Все зависимости повторяются с периодом f_1 .

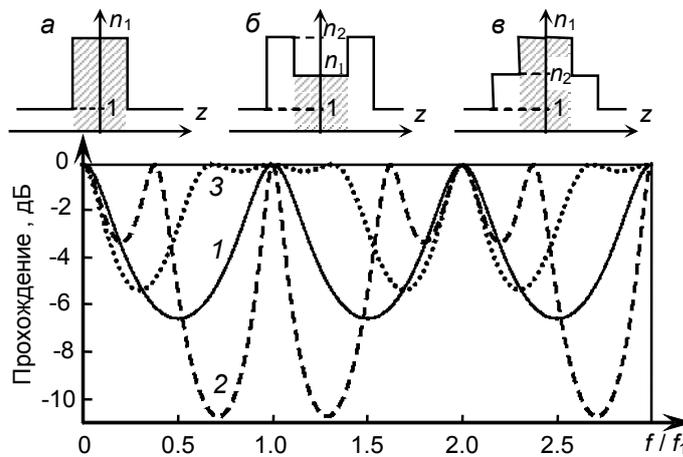


Рис. 1. Частотные зависимости прохождения света через одиночный ПВ-резонатор (а), с ЧВ-слоями при $n_2 > n_1$ (б), с ЧВ-слоями при $n_2 < n_1$ (в) (вставки показывают профиль показателя преломления; заштрихован ПВ-слой с n_1)

Сплошная кривая 1 относится к резонатору, состоящему только из одного полуволнового слоя с показателем преломления $n_1 = 4$. Как известно [12], в оптическом диапазоне указанная ве-

личина n_1 близка к максимальному значению материалов. Такой одиночный ПВ-слой даже при столь высоком показателе преломления имеет относительно низкую внешнюю добротность. На частоте f_1 она составляет всего $Q_e \approx 2,8$, о чем свидетельствуют широкие полосы пропускания и значительное прохождение мощности в полосах заграждения. Штриховая кривая 2 на рис. 1 показывает прохождение света через трехслойную структуру, в которой ПВ-слой с показателем преломления $n_1 = 2$ окружен ЧВ-слоями с $n_2 = 4$, при этом добротность увеличилась почти в 3 раза до $Q_e \approx 8,3$. Пунктирная кривая 3 относится к резонатору с «просветляющими» ЧВ-слоями ($n_1 = 4$ и $n_2 = 2$).

На рис. 2 приведены зависимости добротности ПВ-резонатора в трехслойной структуре от показателя преломления ЧВ-слоев [11]. Кривые построены по формуле (13) для нескольких значений показателя преломления у ПВ-слоя. Видно, что добротность резонатора быстро растет как с увеличением n_2 , так и с уменьшением n_1 . Заметим, что добротность воздушного резонатора в трехслойной структуре возрастает более чем в 5 раз по сравнению с однослойным ПВ резонатором.

На рис. 3 представлены аналогичные зависимости для пятислойной структуры, построенные по формуле (14). Видно, что добротность в этом случае, напротив, быстро убывает, когда n_2 растет или n_1 падает. Однако отметим, что по сравнению с однослойным ПВ-резонатором с $n_1=4$ его добротность в пятислойной структуре возрастает более чем в 20 раз.

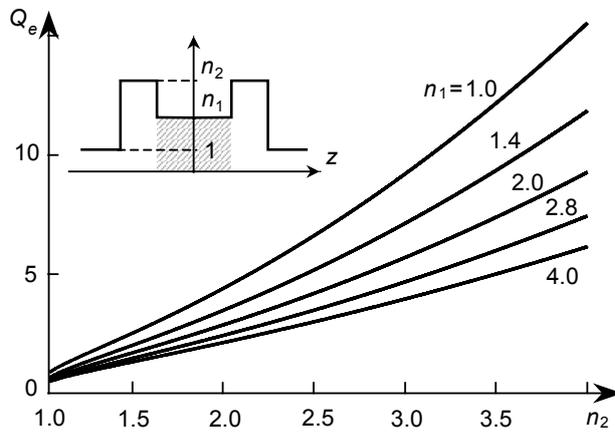


Рис. 2. Зависимости добротности ПВ-резонатора в трехслойной структуре от показателя преломления ЧВ-слоев для нескольких значений n_1

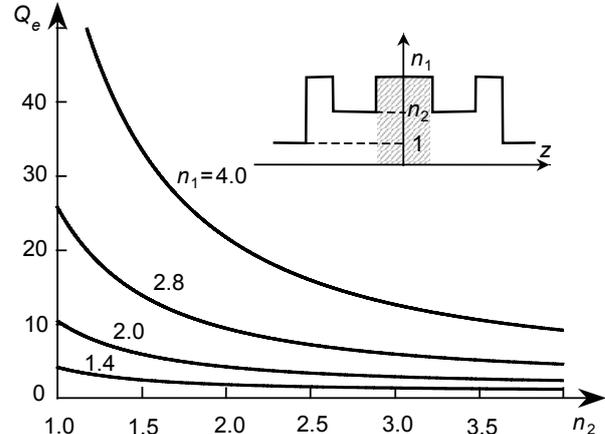


Рис. 3. Зависимости добротности ПВ-резонатора в пятислойной структуре от показателя преломления ЧВ-слоев для нескольких значений n_1

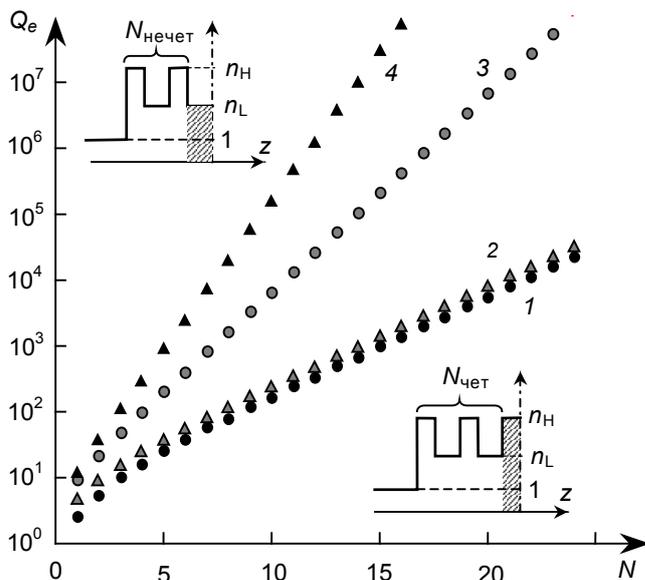


Рис. 4. Зависимости добротности ПВ-резонатора от числа окружающих его ЧВ-слоев: 1 – $n_H = 4$, $n_L = 2$; 2 – $n_H = 8$, $n_L = 4$; 3 – $n_H = 16$, $n_L = 4$; 4 – $n_H = 16$, $n_L = 2$

Формулы (1) – (6) позволяют рассчитать добротность ПВ-слоя при любом числе N окружающих его ЧВ-слоев с чередующимися высокой и низкой оптическими плотностями. Такие зависимости для нескольких отношений ПП (рис. 4). Эти зависимости демонстрируют почти экспоненциальный рост добротности резонатора с увеличением числа окружающих его ЧВ-слоев.

Таким образом, связь полуволнового резонансного слоя с пространством можно регулировать контрастом и количеством ЧВ-диэлектрических слоев, сильно отражающих электромагнитные волны на резонансных частотах ПВ-слоя. Как известно, в полосно-пропускающем фильтре количество резонаторов m определяет порядок фильтра, а значит, и его селективные свойства. Очевидно, что связь между резонато-

рами фильтра также можно регулировать ЧВ-слоями. На рис. 5 представлена амплитудно-частотная характеристика (АЧХ), демонстрирующая прохождения света через фильтр 7-го порядка с относительной шириной полосы пропускания 10 %. Видно, что АЧХ является периодической функцией с периодом $2f_1$. Структура слоев в фильтре симметрична относительно центрального (IV) ПВ-слоя (на вставке рис. 5 представлена зависимость показателя преломления $n(z)$ для левой половины структуры). Для минимизации потерь в полосе пропускания важно, чтобы резонансные ПВ-слои имели минимальные диэлектрические потери, поэтому все семь резонаторов в фильтре (I, II, III, IV, ...), формирующих полосу пропускания, воздушные ($n = 1$). Соседние резонаторы фильтра отделены друг от друга тремя ЧВ-слоями, а крайние отделены от свободного пространства одним ЧВ-слоем. В результате фильтр содержит 27 диэлектрических слоев.

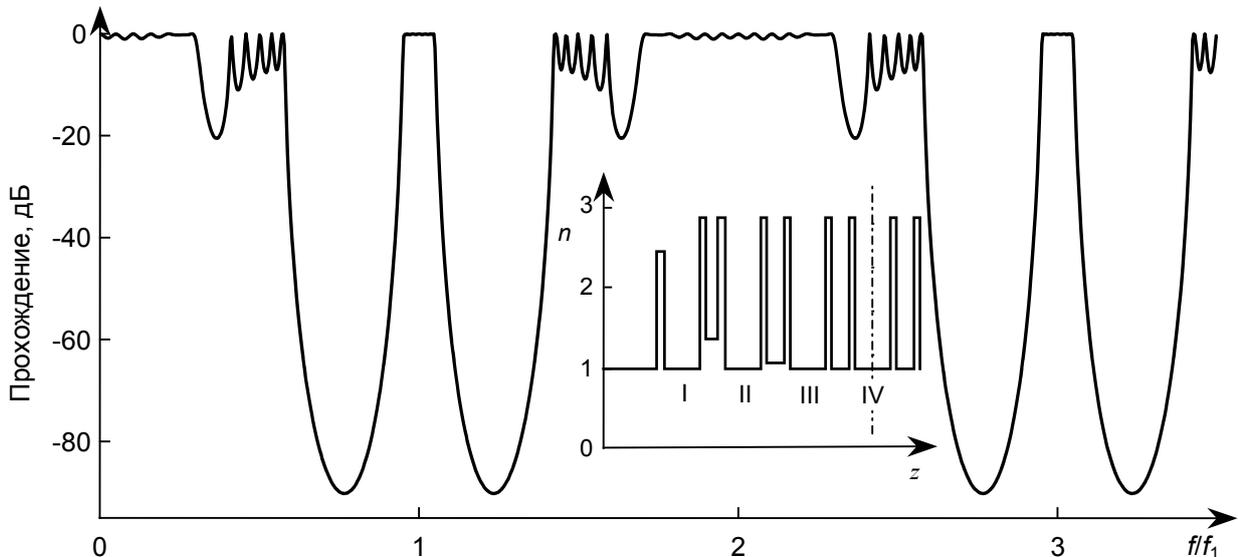


Рис. 5. Расчетная частотная характеристика синтезированного фильтра 7-го порядка (на вставке показан профиль показателя преломления для левой половины фильтра)

Важно отметить, что в фильтре на рис. 5 не все ЧВ-слои имеют одинаковые показатели преломления. Кроме двух значений $n = 1$ и $2,86$ они принимают еще значения $n = 1,06$, $1,35$ и $2,45$. Это значит, что фотонно-кристаллическая структура рассматриваемого оптического фильтра не является строго периодической. Этим она существенно отличается от всех известных оптических фильтров [1, 13]. Недостатком периодических фотонно-кристаллических структур является большая неравномерность прохождения света в полосе пропускания фильтра [14], превышающая 3 дБ, т.е. более 50 % (рис. 6). В рассматриваемом же настроенном оптическом фильтре эта неравномерность ничтожно мала (около 3 %), а при необходимости может быть сделана еще меньше. В микроволновых фильтрах такую неравномерность легко устраняют увеличением связей резонаторов по мере приближения к краю фильтра [6]. Это же правило применено при настройке рассматриваемого оптического фильтра.

На рис. 7 для сравнения показаны частотные зависимости прохождения света через фильтры 3-го, 5-го и 7-го порядков. Видно, что с увеличением порядка фильтра, то есть с увеличением числа ПВ-слоев, увеличивается глубина полосы заграждения и растет крутизна ее склонов АЧХ. Крутизну склонов микроволновых фильтров характеризуют коэффициентом крутизны низкочастотного склона K_L и высокочастотного склона K_H [15]. В фотонно-кристаллических структурах склоны полос пропускания симметричны, поэтому их коэффициенты крутизны совпадают. Для симметричных склонов коэффициент крутизны определяется простой формулой

$$K_S = \frac{\Delta f_{-3 \text{ дБ}}}{\Delta f_{-30 \text{ дБ}} - \Delta f_{-3 \text{ дБ}}}, \quad (16)$$

где $\Delta f_{-3 \text{ дБ}}$ и $\Delta f_{-30 \text{ дБ}}$ – ширина полосы пропускания по уровням прохождения -3 дБ и -30 дБ.

Заметим, что пропорциональное ослабление всех связей резонаторов приводит к пропорциональному сужению полосы пропускания фильтра [6]. Очевидно, что в рассмотренной конструкции оптического фильтра для ослабления связей потребуется не только большее число разделительных

ЧВ-слоев между ПВ-резонаторами, но и большее число ЧВ-слоев, отделяющих крайние резонаторы от свободного пространства. Нами были синтезированы и исследованы узкополосные фильтры с относительной шириной полосы пропускания 1,45 %, содержащие от 2 до 7 резонаторов. Для их реализации потребовалось между крайними резонаторами и пространством разместить не 1, а 3 ЧВ-слоя, а между резонаторами не 3, а 5 разделительных ЧВ-слоев, используя материалы с показателем преломления $n \leq 4$. При этом фильтр 7-го порядка состоял уже из 43 слоев.

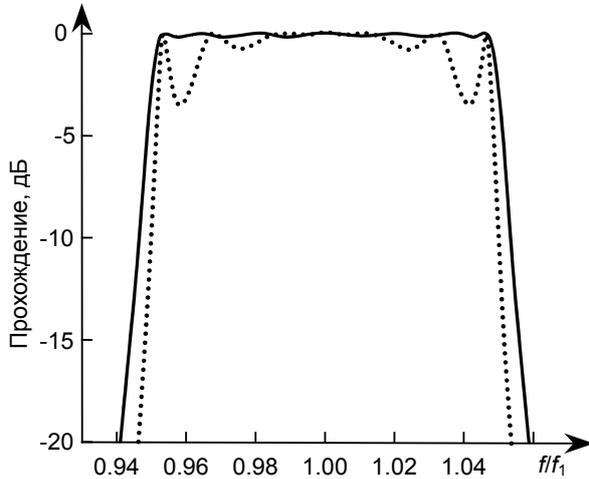


Рис. 6. АЧХ настроенного фильтра (сплошная линия) и периодической фотонно-кристаллической структуры (пунктирная)

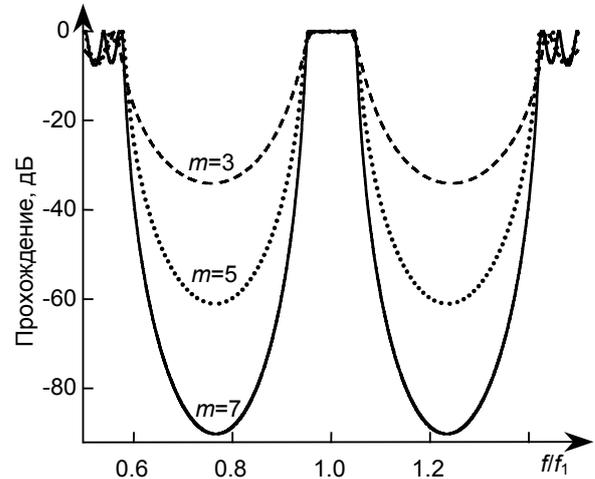


Рис. 7. АЧХ фильтров 3-го, 5-го и 7-го порядков с относительной шириной полосы пропускания 10 %

На рис. 8 построены зависимости коэффициента крутизны склонов от порядка исследуемых фильтров при их относительной ширине полосы пропускания 1,45 и 10 %. Видно, что крутизна склонов растет с увеличением порядка фильтра немного быстрее, чем линейная функция. В узкополосных фильтрах крутизна склонов незначительно выше, чем в широкополосных фильтрах.

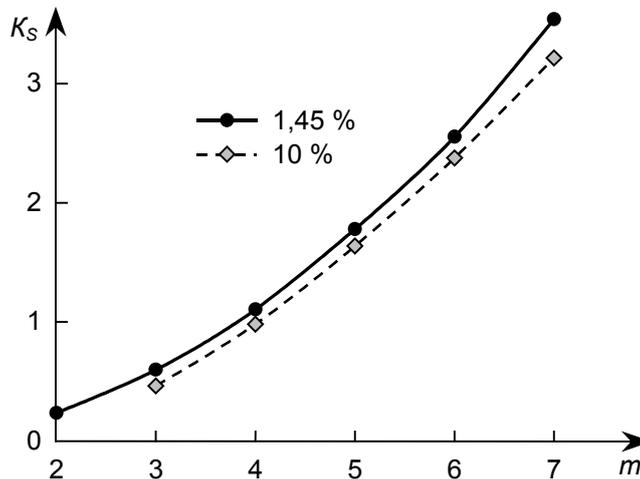


Рис. 8. Зависимости коэффициентов крутизны склонов амплитудно-частотной характеристики фильтров с относительной шириной полосы пропускания 1,45 и 10 % от количества резонаторов в них

Таким образом, проведен электродинамический анализ оптического резонатора, представляющего собой полуволновый диэлектрический слой с низким или высоким показателем преломления, покрытый с каждой стороны четвертьволновыми слоями с чередующимися высоким и низким показателями преломления. Получены формулы для расчета внешней добротности такого резонатора в свободном пространстве. Исследованы зависимости добротности как от числа диэлектрических слоев в структуре, так и от их оптических свойств. Предложенный подход позволяет

определить необходимое число четвертьволновых диэлектрических слоев, покрывающих полуволновый диэлектрический резонатор, для получения требуемой добротности.

Синтезированы фотонно-кристаллические фильтры от 2-го до 7-го порядка с относительной шириной полосы пропускания 10 и 1,45 %. Исследованы их селективные свойства. Впервые показано, что фотонно-кристаллическая структура настроенного оптического фильтра не должна быть строго периодической. В противном случае неравномерность прохождения света в полосе пропускания может превышать 50 %. Для устранения этой неравномерности следует уменьшать контраст показателей преломления соседних четвертьволновых слоев по мере перемещения от центра структуры к ее краям. Рассмотренные конструкции фильтров могут быть изготовлены электронно-лучевой литографией и травлением с помощью индуктивно связанной плазмы [16].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Macleod H. A. *Thin-film Optical Filters*. – London: Adam Hilger Ltd, 1969. – 332 p.
2. Yablonovitch E. // *Phys. Rev. Lett.* – 1987. – V. 58. – No. 20. – P. 2059.
3. Shirasaki M., Nakajima H., Obokata T., and Asama K. // *Appl. Opt.* – 1982. – V. 21. – No. 23. – P. 4229.
4. Феоктистов Н.А., Морозова Л.Е. // *Письма в ЖТФ*. – 1994. – Т. 20. – № 5. – С. 12.
5. Беляев Б.А., Волошин А.С., Шабанов В.Ф. // *ДАН*. – 2005. – Т. 403. – № 3. – С. 319.
6. Маттей Г.Л., Янг Л., Джонс Е.М.Т. *Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи*. Т. 1. – М.: Связь, 1971. – 438 с.
7. Тюрнев В.В. // *Радиотехника и электроника*. – 2008. – Т. 53. – № 5. – С. 584.
8. Беляев Б.А., Волошин А.С., Шабанов В.Ф. // *ДАН*. – 2004. – Т. 395. – № 6. – С. 756.
9. Гупта К., Гардж Р., Чадха Р. *Машинное проектирование СВЧ-устройств*. – М.: Радио и связь, 1987. – 428 с.
10. Woan G. *The Cambridge Handbook of Physics Formulas*. – Cambridge University Press, 2000.
11. Belyaev B. A. and Tyurnev V. V. // *Microwave Opt. Technol. Lett.* – 2013. – V. 55. – No. 7. – P. 1613.
12. Aspnes D. E. and Studna A. A. // *Phys. Rev. B*. – 1983. – V. 27. – P. 985.
13. Li J. // *Opt. Commun.* – 2010. – V. 283. – P. 2647.
14. Withayachumnankul W., Fischer B. M., and Abbott D. // *Opt. Commun.* – 2008. – V. 281. – P. 2374.
15. Беляев Б.А., Бутаков С.В., Лалетин Н.В. и др. // *Радиотехника и электроника*. – 2006. – Т. 51. – № 1. – С. 24.
16. Jia W., Deng J., Reid B. P. L., et al. // *Photonics and Nanostructures – Fundamentals and Applications*. – 2012. – V. 10. – P. 447.

*Институт физики им. Л.В. Киренского СО РАН, г. Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 24.06.13.

**Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия

***Сибирский государственный аэрокосмический университет

им. акад. М.Ф. Решетнева, г. Красноярск, Россия

E-mail: belyaev@iph.krasn.ru

Беляев Борис Афанасьевич, д.т.н., профессор;

Тюрнев Владимир Вениаминович, д.т.н., профессор;

Шабанов Василий Филиппович, д.ф.-м.н., профессор, академик РАН.