

УДК 537.86

*А.В. СОРОКИН**, *А.Н. ОСТЫЛОВСКИЙ***, *М.И. МИХАЙЛОВ****

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ОСЛАБЛЕНИЯ СИГНАЛОВ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВ В ЛЕСНОМ ПОЛОГЕ

Рассмотрено влияние разномасштабных элементов деревьев на распространение излучения ГЛОНАСС и GPS в лесном пологе. Использован вероятностный подход к ослаблению волн в слоях крон и стволов деревьев. Результаты модельных расчетов на основе геометрических характеристик трех типов лесного полога сопоставлены с измеренными коэффициентами затухания радиоволн.

Ключевые слова: *лесной полог, статистически неоднородная среда, коэффициент ослабления, радиоволновой сигнал, навигационный спутник.*

Учет влияния разномасштабных элементов кроны и стволов лесов Сибири на распространение сигналов навигационных космических аппаратов (НКА) в лесном пологе необходим для формирования корректной модели леса в виде статистически неоднородной сплошной среды с верхним слоем из ветвей крон и нижним – из стволов деревьев. Характерные средние диаметры стволов и ветвей зрелого леса различаются на один-два порядка, отношение объемов древесины в стволах и кронах составляет несколько единиц [1].

Излучение НКА группировок ГЛОНАСС и GPS имеет длину волны около 19 см и близко к среднему диаметру ствола дерева. Диаметры ветвей кроны имеют разброс от 2–3 мм до 0,2–0,3 диаметра ствола.

Деревья высотой 10–20 м, в зависимости от вида и размера кроны, имеют несколько сотен ветвей. Усреднение по всем элементам ветвей дает оценку в 1 см диаметра элементарного фрагмента ветви, что на порядок меньше длины волны НКА.

Плоская волна излучения НКА проходит лесной полог по трассам с различными углами азимута α и места φ . Минимальный угол места, регистрируемый приемником сигналов НКА, составляет $9,5^\circ$. Длина трассы в лесном пологе определяется зависимостью $L = H / \sin \varphi$, где H – средняя высота дерева при расположении приемника на уровне почвы.

С целью реализации вероятностного подхода для оценки коэффициента ослабления сигнала НКА в лесном пологе рассмотрим модель с параметрами, представленными в табл. 1.

Таблица 1

Параметры геометрической модели лесного полога

Параметры	Высота деревьев	Диаметр ствола дерева	Высота ствола дерева	Среднее расстояние между деревьями	Нижняя граница крон	Диаметр кроны
Численные значения, м	15	0,2	13	3	10	4

В лесу с высотой деревьев $H = 15$ м L изменяется от 78 м при минимальном угле до 15 м при нормальном падении волны на лесной полог. Среднее расстояние между деревьями исследованных лесных участков хвойных пород в окрестностях стационара «Погорельский бор» ИЛ СО РАН составляет 3 м [2]. В интервале углов места $9\text{--}60^\circ$ число деревьев изменяется от 10–11 до 1–2 на трассе прохождения волны в канале квадратного сечения площадью 1 м^2 .

Рассмотрим отдельно два базовых варианта в массиве стволов и крон деревьев для волны, распространяющейся параллельно горизонтальной поверхности почвы. Это возможно в предельном случае нахождения НКА близи горизонта ($\varphi = 0^\circ$).

Выберем декартову систему координат следующим образом: ось Z ориентирована вертикально, ось Y перпендикулярна направлению распространения сигнала, ось X ориентирована навстречу сигналу.

Обозначим: H – высота деревьев, L – длина трассы распространения сигнала, равная расстоянию от начала лесного полога до оси Y . Приемник сигнала расположен в плоскости ZOY , имеет площадь S . Ослабление сигнала на трассе связано с поглощением в толще древесины, множест-

венным рассеянием в результате рефракции и дифракции на отдельных фрагментах деревьев. Часть исходного сигнала проходит до экрана по воздуху или поглощается при прохождении через деревья.

Перейдем к математической постановке задачи. В пространстве с деревьями рассмотрим канал, ориентированный вдоль оси X , конечной длины L и квадратного постоянного поперечного сечения площади S . В канале случайным образом распределены препятствия (ветви, стволы) с размерами, много меньшими размеров канала. Сигнал распространяется в канале параллельно его ребрам. Суммарную незатененную площадь в конечном поперечном сечении канала обозначим J . Оценим отношение J/S , характеризующее пропускание в геометрическом приближении.

Обозначим G – площадь боковой поверхности канала, d_i – площадь продольного диаметрального сечения i -й ветви. Введем безразмерный, статистически оцениваемый параметр $\mu = \sum d_i / G$. Угол между образующей канала и ветвями будем считать случайным и равномерно распределенным в интервале $(-\pi/2, +\pi/2)$. Тогда матожидание проекции d_i на поперечное сечение, параллельное плоскости YZ , равно $2d_i / \pi$.

Разобьем канал на поперечные слои малой толщины с площадью боковой поверхности g . Будем считать, что ветви в каждом слое не перекрываются, распределение ветвей в канале является равномерным и матожидание суммы проекций площадей сечений фрагментов ветвей в любом слое пропорционально g и равно $2\mu g / \pi$. Разобьем канал на параллельные трубки-соты с площадью поперечного сечения s . В результате двух разбиений образуются ячейки с объемом $g \times s$.

Рассмотрим произвольную трубку и 1-ю ее ячейку. Найдем вероятность p того, что эта ячейка пуста. Имеем $n = S/s$ – количество ячеек в слое, $m = 2\mu g / \pi s$ – матожидание количества непустых ячеек в слое. Тогда

$$p' = (n - m) / n = 1 - 2\mu g / \pi S. \quad (1)$$

События «ячейки канала пусты» будем считать независимыми. Тогда вероятность p' того, что весь канал пуст, равна

$$p' = (1 - 2\mu g / \pi S)^{G/g}. \quad (2)$$

При $g \rightarrow 0$ получаем

$$p' = \exp(-2\mu G / \pi S). \quad (3)$$

Пусть в некоторой реализации имеется k пустых каналов. При $k \ll n$ эти события можно считать независимыми. Тогда [3]

$$P = \left(\left| \frac{k}{n} - p' \right| \leq \varepsilon \right) = 2\Phi \left(\varepsilon \sqrt{\frac{n}{p'(1-p')}} \right). \quad (4)$$

Здесь $\Phi(x)$ – интеграл Лапласа:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt.$$

Подставляя сюда значения n , p и $k/n = ks/ns = J/S$, получим

$$P = \left(\left| \frac{J}{S} - e^{-\frac{2\mu G}{\pi S}} \right| \leq \varepsilon \right) = 2\Phi \left(\varepsilon \sqrt{\frac{S}{e^{-\frac{2\mu G}{\pi S}} \left(1 - e^{-\frac{2\mu G}{\pi S}} \right)}} \right). \quad (5)$$

При $g \ll S$ правая часть этой формулы близка к единице при любом ε . Окончательно получаем оценку отношения J/S :

$$J/S = (-2\mu G / \pi S). \quad (6)$$

Аналогичная задача для вертикально стоящих стволов вырождается в двумерную. В этом случае отношение доли свободного просвета определится как

$$P/\sqrt{S} = \exp(-\beta L / \sqrt{S}), \quad (7)$$

где $\beta = \sum a_i / L$ – безразмерный, статистически оцениваемый параметр для массива стволов; a_i – средний диаметр ствола; L – длина трассы прохождения сигнала; P – суммарная ширина просвета между стволами вдоль оси Y .

В частном случае, при $S = l^2$, где l равно высоте стволов, ρ – плотность древостоя, получим $P/l \sim \exp(-\rho aL)$. В данном случае произведение ρa играет роль коэффициента экстинкции.

Общее ослабление сигнала в массивах крон и стволов аддитивно и позволяет оценить долю сигнала, проходящего в древесине. Измерение реального прошедшего сигнала в плоскости приемника дает возможность обоснованно сравнивать данную модель с моделью лесного полога как непрерывного поглощающего слоя.

Дифференцирующие возможности вероятностного подхода содержат коэффициенты μ и β .

В табл. 2 представлены геометрические параметры древостоя на трех экспериментальных площадках стационара «Погорельский бор» ИЛ СО РАН и расчетные значения $\exp(-\rho aL)$ для разных значений L .

Таблица 2
Параметры древостоя и расчетные значения величины $\exp(-\rho aL)$

Параметры	Высота деревьев, м	Диаметр ствола, м	Высота ствола, м	Плотность древостоя, шт/м ²	$\exp(-\rho aL)$	
					$L = 10$ м	$L = 40$ м
Лиственница 1	9,4	0,13	8	0,38	0,61	0,14
Сосна 2	12,3	0,23	10	0,18	0,66	0,19
Сосна 3	15,2	0,36	12	0,07	0,78	0,37

Статистическая оценка параметра μ более трудоемка, требует учета геометрических особенностей крон разных типов деревьев.

Использование параметров, характеризующих дискретные элементы древостоя, необходимы для моделирования ослабления радиосигнала лесным пологом. Данный подход позволяет формировать адекватные модели и корректно решать обратную задачу для восстановления интегральных характеристик лесного полога на основе измерений ослабления сигналов НКА.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кашкин В.Б., Кокорин В.И., Миронов В.Л., Сизасов С.В. // Радиотехника и электроника. – 2006. – Т. 51. – № 7. – С. 825–830.
2. Миронов В.Л., Фомин С.В., Сорокин А.В. и др. // Изв. вузов. Физика. – 2012. – Т. 55. – № 9/2. – С. 99–101.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2000. – 479 с.

*Сибирский государственный аэрокосмический университет
им. акад. М.Ф. Решетнева, г. Красноярск, Россия

**Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия

***Институт физики им. акад. Л.В. Киренского СО РАН, г. Красноярск, Россия

E-mail: sorav@iph.krasn.ru

Поступила в редакцию 15.07.13.

Сорокин Анатолий Васильевич, к.ф.-м.н., профессор;
Остыловский Анатолий Николаевич, к.ф.-м.н., доцент;
Михайлов Михаил Иванович, ст. инженер.

A.V. SOROKIN, A.N. OSTILOVSKIY**, M.I. MIKHAILOV****

THE PROBABILISTIC MODEL OF THE WEAKENING OF THE NAVIGATION SATELLITE SIGNALS IN THE FOREST CANOPY

At this report examines the influence of the variously-scaled elements of the trees on the distribution of radiation of GLONASS and GPS in the forest canopy. Used a probabilistic approach to the weakening of the waves into the layers of crown and the tree trunks. The results of the model calculations on the basis of the geometric characteristics of the three types of forest canopy are compared with the measured the ratios of the attenuation of radio waves.

Keywords: forest canopy, statistically inhomogeneous continuous medium, coefficient of attenuation, radio wave signal, navigation satellite.