

**Расчет элементов матрицы рассеяния  
конечной антенной решетки из плоских  
волноводов**

*К.С. Тинкова, В.В. Щербинин*

Алтайский государственный университет (Барнаул, Россия)  
Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения  
Российской академии наук (Красноярск, Россия)

**Scattering Matrix Elements Computation  
for Finite Array of Planar Waveguides**

*K.S. Tinekova, V.V. Scherbinin*

Altai State University (Barnaul, Russia)  
L.V. Kirensky Institute of Physics, Siberian Branch  
of the Russian Academy of Sciences (Krasnoyarsk, Russia)

Рассматривается влияние поверхностного импеданса фланца на элементы матрицы рассеяния антенной решетки, состоящей из идентичных полубесконечных плоских волноводов с общим фланцем. Модель импедансного фланца позволяет учитывать конечную проводимость материала фланца и его структуру. Описывается метод расчета элементов матрицы рассеяния, заключающийся в решении системы линейных алгебраических уравнений. Рассмотрены результаты численного моделирования антенной решетки, состоящей из шести волноводов.

Показано, что для антенной решетки с фланцем, имеющим емкостной характер поверхностного импеданса, взаимное влияние между элементами оказывается меньше, чем в случае идеально проводящего фланца. При этом несколько возрастают коэффициенты отражения на высоких частотах, в частности, на верхней границе одномодового режима они возрастают более чем в четыре раза по мощности и достигают 4%.

Для антенной решетки с фланцем, имеющим индуктивный характер поверхностного импеданса, коэффициенты отражения оказываются выше, чем при идеально проводящем фланце во всем диапазоне частот. Амплитуда коэффициентов прохождения не уменьшается с ростом частоты. Это вызвано влиянием поверхностной волны, возбуждаемой вдоль фланца антенной решетки.

**Ключевые слова:** антенные решетки, волноводная антенна, матрица рассеяния, поверхностный импеданс, поверхностная волна.

In this paper, the surface impedance influence on scattering matrix of antenna array of identical semi-infinite plane waveguides with a common flange is investigated. Impedance flange model takes into account the imperfect flange material conductivity and flange surface structure (gratings, grooves, etc). A method of scattering matrix elements computation based on a system of linear equations is proposed. Results of numerical investigation for antenna array of six waveguides are presented.

It is demonstrated that for antenna array with capacitive type of flange impedance, mutual coupling between elements is less than for the perfectly conductive flange case. Values of reflection coefficients increase on the high frequencies, in particular, on the upper bound of single-mode band they increase almost fourfold and achieve up to 4% of power.

For antenna array with inductive type of flange impedance the values of reflection coefficients are greater than values of the perfectly conductive case on the full single-mode frequency band. Transmission coefficients amplitudes do not decrease when the frequency increases. It is caused by influence of a surface wave. This fact must be taking into account in the process of wideband phased waveguide array development.

**Key words:** document preparation system, scientific paper, manual.

**1. Введение.** В радиотехнике сантиметрового и миллиметрового диапазонов широкое распространение получили невыступающие антенные решетки (АР), составленные из идентичных волноводов [1, 2]. Как правило, антенные решетки изготавливаются таким образом, чтобы можно было управлять фазой электромагнитных волн или токов, возбуждающих отдельные элементы. Такие АР называются фазированными антенными решетками (ФАР). Важными достоинствами волноводных ФАР является компактность и возможность управления диаграммой направленности (ДН) излучения. Эти качества делают их удобными для использования в составе бортовых РЛС летательных аппаратов.

Несмотря на то, что методы расчета характеристик ФАР хорошо разработаны, существует ряд проблем, не имеющих удовлетворительного решения. Одной из них является учет конечной проводимости фланца. При высоких частотах проводимость существенно отличается от бесконечности и это заметно влияет на характеристики ФАР: например, при чисто индуктивном импедансе образуется поверхностная волна, уносящая часть мощности [3].

Антенная решетка является сложным радиотехническим устройством, состоящим из фидера, системы раскрыва и фланца. Такие устройства удобно описывать с помощью матрицы рассеяния (матрицы S-параметров) [4]. Матрица рассеяния позволяет описывать АР в терминах падающих и отраженных волн, без строгой формулировки краевой электродинамической задачи и определения граничных условий. Дополнительным преимуществом такого подхода является то, что современные анализаторы цепей непосредственно измеряют именно элементы матрицы рассеяния, что позволяет легко проверить результаты расчетов экспериментально.

В работах [5, 6] развит подход, позволяющий учитывать конечную проводимость фланца с использованием его модельного представления в виде фланца со сторонним поверхностным импедансом. Сформулированы граничные условия специального вида и соответствующая им краевая задача. В результате решения поставленной задачи найдены комплексные амплитуды полей на раскрывах волноводов, а через них выражены характеристики АР. В более поздней работе [7] подход модифицирован таким образом, чтобы непосредственно находить S-параметры. В результате строгое решение электродинамической задачи сведено к инженерным формулам для непосредственно измеряемых характеристик системы.

В данной работе рассмотрено влияние поверхностного импеданса фланца на S-параметры волноводной ФАР.

**2. Постановка задачи.** В области  $z < 0$  декартовой системы координат  $\{x, y, z\}$  расположена антенная решетка, состоящая из произвольного конечного числа  $n$  идентичных плоских волноводов шириной  $2a$ . Стенки волноводов являются идеально проводящими. Волноводы являются полубесконечными и заполнены идеальным магнетодиэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_w$  и магнитной проницаемостью  $\mu_w$ . В плоскости  $z = 0$  расположен общий фланец антенной системы, характеризующийся постоянным сторонним импедансом  $Z$ , нормированным на волновое сопротивление свободного пространства  $Z Z_0$ . На фланце расположены раскрывы волноводов  $C_1, C_2, \dots, C_n$ , центры которых находятся в точках  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Раскрывы волноводов не пересекаются. В области  $z > 0$  расположена однородная среда, заполненная идеальным магнетодиэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_s$  и магнитной проницаемостью  $\mu_s$ . Временная зависимость предполагается в виде  $e^{-i\omega t}$ .

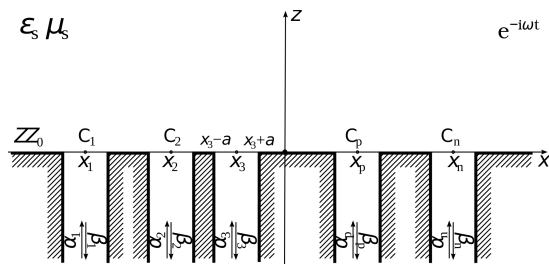


Рис. 1. Зависимость диагональных элементов матрицы рассеяния (коэффициентов отражения) от нормированной частоты  $k_s a$

Волноводы возбуждаются волнами основного типа для данного типа волноводов, набегающими на раскрывы волноводов в положительном направлении оси  $z$ , амплитуды которых равны  $\alpha_j$ . Амплитуды волн, распространяющихся в отрицательном направлении оси  $z$  и представляющих собой суперпозицию отраженной и прошедших в данный волновод, равны  $\beta_j, j = 1, \dots, n$ .

Представим АР в виде многополосника и будем считать, что часть волноводов, по которой подводится энергия от генератора это входы, а раскрывы волноводов — выходы. Элементы  $S_{ii}$ , расположенные на главной диагонали матрицы рассеяния, представляют собой коэффициенты отражения, а остальные элементы  $S_{ij} (i \neq j)$  — коэффициенты передачи. Физически параметр  $S_{ij}$  означает амплитуду обратной волны в  $j$ -м волноводе, возбуждаемую падающей волной единичной амплитуды в  $i$ -м волноводе.

**3. Расчет матрицы рассеяния.** Матрица рассеяния связывает амплитуды падающих и отраженных волн следующим образом:

$$\beta_p = \sum_{j=1}^n S_{pj} \alpha_j, \quad p = 1, \dots, n. \quad (1)$$

В работе [7] показано, что элементы матрицы рассеяния могут быть найдены из решения системы линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{j=1}^n S_{pj} \left( d_{ij} + \frac{Y_0}{\alpha} \delta_{ij} \right) = \frac{\alpha - 2}{\alpha} d_{ip} + Y_0 \delta_{ip}, \quad (2)$$

здесь  $\alpha = 1 - Y_0 Z Z_0$ ;

$Y_0 = \frac{1}{Z_0 Z_w}$  — характеристический адмитанс волны основного типа;

$Z_w = \sqrt{\mu_w / \varepsilon_w}$  — нормированное волновое сопротивление заполнения волноводов;

$d_{ij} = \frac{2k_s a}{\pi Z_0} \int_0^\infty \left( \frac{\sin \xi a}{\xi a} \right)^2 \frac{e^{i\xi|x_i - x_j|}}{W_s + k_0 Z} d\xi$ ; — коэффициенты, зависящие от геометрии волновода;

$W_s = \sqrt{k_s^2 - \xi^2}$  — поперечное волновое число;

$k_s = \sqrt{\varepsilon_s \varepsilon_0 \mu_s \mu_0}$  — волновое число в диэлектрическом заполнении полупространства  $z > 0$ ;

$\varepsilon_0, \mu_0$  — диэлектрическая и магнитная проницаемость свободного пространства;

$n$  — число волноводов.

Значение интеграла из выражения для  $d_{ij}$  можно обозначить  $I_{ij}$  тогда  $d_{ij} = \frac{2k_s a}{\pi Z_0} I_{ij}$ . С учетом данного представления, а также, явного вида  $\alpha$  и  $Y_0$  уравнение (2) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n S_{pj} \left( \frac{2k_s a}{\pi Z_0} I_{ij} + \frac{1}{1 - \frac{1}{Z_0 Z_w} Z Z_0} \delta_{ij} \right) = \\ = \frac{1 - \frac{1}{Z_0 Z_w} Z Z_0 - 2 \frac{2k_s a}{\pi Z_0}}{1 - \frac{1}{Z_0 Z_w} Z Z_0} I_{ip} + \frac{1}{Z_0 Z_w} \delta_{ip}. \end{aligned} \quad (3)$$

С помощью серии тождественных математических преобразований систему уравнений (3) можно переписать в более удобном виде

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n S_{pj} \left( \frac{2k_s a}{\pi} I_{ij} + \frac{1}{Z_w - Z} \delta_{ij} \right) = \\ = \frac{-Z - Z_w}{Z_w - Z} \frac{2k_s a}{\pi} I_{ip} + \frac{1}{Z_w} \delta_{ip} \end{aligned}$$

или

$$\sum_{j=1}^n S_{pj} (b_1 I_{ij} + b_2 \delta_{ij}) = b_3 b_1 I_{ip} + \frac{\delta_{ip}}{Z_w}, \quad (4)$$

$$i = 1, \dots, n \quad p = 1, \dots, n$$

где

$$b_1 = \frac{2k_s a}{\pi}, \quad b_2 = \frac{1}{Z_w - Z},$$

$$b_3 = -\frac{Z_w + Z}{Z_w - Z}.$$

Для построения полной матрицы рассеяния необходимо решить систему уравнений (4)  $n$  раз, варьируя номер активного волновода  $p$ . После

решения каждой системы получается  $p$ -я строка матрицы рассеяния, элементы которой представляют из себя амплитуды волн, прошедших в каждый из волноводов когда активным является  $p$ -й.

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{p1} & S_{p2} & \dots & S_{pn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nn} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Матрица S-параметров является симметричной, т.е.  $S_{ij} = S_{ji}$ , так как волноводы идентичны. Это позволяет сэкономить машинное время при выполнении расчетов.

**4. Численные результаты.** С использованием выражений (4) была составлена расчетная программа для вычисления элементов матрицы рассеяния. В данном разделе приведены зависимости S-параметров от частоты при различных значениях поверхностного импеданса фланца.

**4.1. Зависимость S-параметров от частоты.** На рисунках 3, 4 изображены графики зависимости амплитуды S-параметров от частоты. Расчеты проводились при  $Z = 0, n = 6$ , расстояние между элементами —  $2.5a$

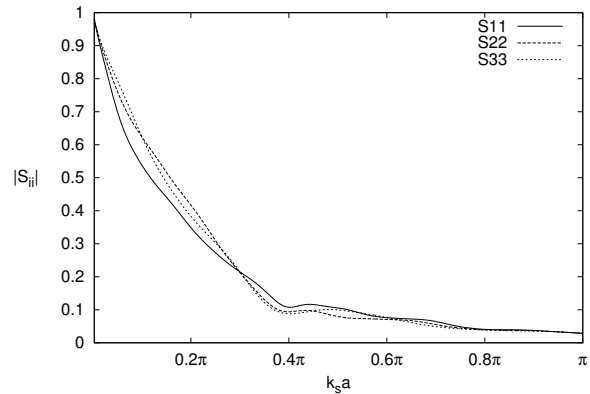


Рис. 2. Зависимость диагональных элементов матрицы рассеяния (коэффициентов отражения) от нормированной частоты  $k_s a$

На рисунке 2 представлены зависимости коэффициентов отражения  $S_{ii}$  от частоты. Коэффициенты отражения с ростом частоты убывают и уже в средней части диапазона одномодового режима не превышают 0.1 (т.е. 1% по мощности). Это можно объяснить тем, что наращивая нормированную частоту, мы увеличиваем электрическую ширину волновода. На частоте, близкой к нулю для волны, волновод оказывается закрытым, и вся мощность бегущей волны возвращается назад. Далее, чем шире для волны становится апертура, тем больше мощности излучается в пространство  $z > 0$ .

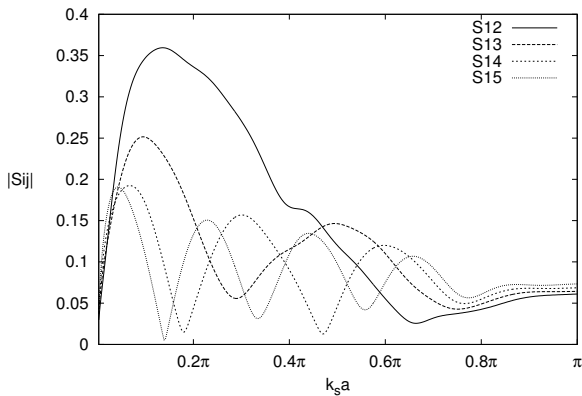


Рис. 3. Зависимость внедиагональных элементов матрицы рассеяния (коэффициентов прохождения) от частоты

На рисунке 3 изображены коэффициенты передачи из первого волновода в другие. Таким образом, коэффициенты передачи  $S_{1j}$  уменьшаются при увеличении  $j$ , т.е. чем дальше волновод  $i$  от волновода  $j$ , тем меньше амплитуда волны, возбужденной в  $j$ -м волноводе. Кроме этого, видно, что количество максимумов кривой  $S_{ij}$  при наращивании  $j$  увеличивается. Кривая  $S_{12}$  имеет 1 максимум, а кривая  $S_{15}$  — 4. Это происходит из-за того что волна, возбужденная в первом волноводе, прежде чем попасть, например в пятый, частично поглотится каждым из волноводов, расположенных между ними. Поскольку поглощение энергии волноводом (т.е. возбуждение в нем волн, распространяющейся в направлении, противоположном оси  $z$ ) зависит от частоты, то при некоторых частотах достигается максимум возбуждения, а при некоторых — минимум, и, соответственно, коэффициент передачи также имеет резонансный характер частотной зависимости.

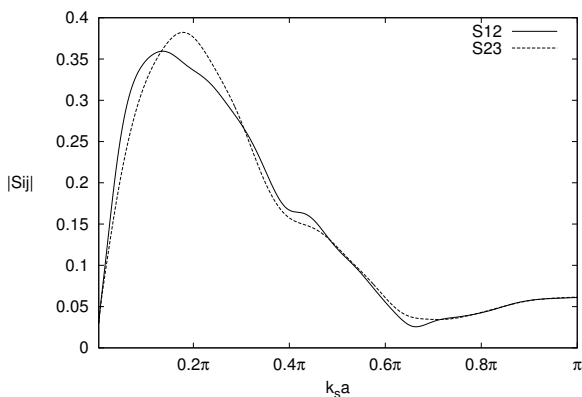


Рис. 4. Зависимость коэффициентов прохождения в ближайший соседний волновод от нормированной частоты  $k_s a$

Рассматриваемая система симметрична относительно своего центра, поэтому и  $S$ -параметры

обладают такой же симметрией:  $S_{12} = S_{45}, S_{13} = S_{35}$  и т.д., однако  $S_{12} \neq S_{23}$ . На рисунке 4 представлены результаты расчета коэффициентов прохождения, зависимости  $S_{12}$  и  $S_{23}$  от частоты. Отличие между зависимостями можно объяснить тем, что от волновода с номером 1 все остальные элементы решетки находятся с одной стороны, тогда как у волновода с номером 2 — с обеих сторон (с одной — первый, с другой — все остальные).

На основе представленных расчетов можно сделать вывод, что полученные результаты в целом соответствуют ожидаемым и предложенный метод расчета физически корректен.

**4.2. Влияние импеданса фланца.** Рассмотрим влияние импеданса фланца на элементы матрицы рассеяния для случаев емкостного  $Z = +iQ$  и индуктивного  $Z = -iQ$  импедансов. Результаты приведены для решетки из шести элементов, при  $Q = 0.4$ . Расстояние между элементами —  $2.5a$ .

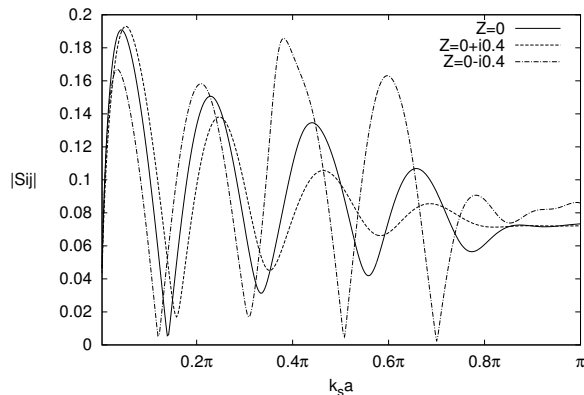


Рис. 5. Зависимость коэффициентов прохождения от нормированной частоты  $k_s a$  при разных значениях импеданса

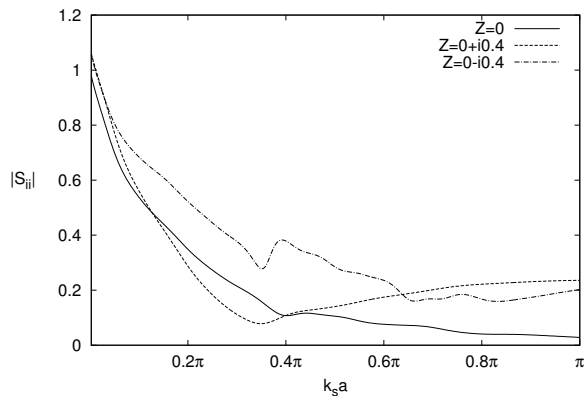


Рис. 6. Зависимость коэффициентов отражения от нормированной частоты  $k_s a$  при разных значениях импеданса

Волны вдоль фланца с емкостным импедансом затухают быстрее, чем вдоль идеально проводящего фланца. На рисунке 5 это проявляется в виде существенно сглаженной зависимости  $S_{ij}$  от частоты.

Для коэффициента отражения ситуация несколько иная: при емкостном импедансе в нижней части частотного диапазона ( $k_s a < 0.4\pi$ ) он существенно не отличается от случая идеально проводящего фланца, а в области высоких частот — заметно выше. Это можно объяснить тем, что неидеальный фланец представляет собой дополнительную реактивную нагрузку и увеличивает входное сопротивление антенны и, соответственно,  $S_{ij}$ .

При индуктивном характере импеданса появляется поверхностная волна, распространяющаяся вдоль фланца, которая тоже участвует

в интерференционных процессах. Из-за этого амплитуда минимумов и максимумов частотной зависимости коэффициентов прохождения увеличивается. В результате зависимость S-параметров от частоты существенно усложняется по сравнению со случаем  $Z = 0$  и приобретает явно выраженный резонансный характер. Это приводит к тому, что при некоторых частотах любой волновод значительно влияет даже на те, что находятся далеко от него, а при некоторых — почти не влияет на ближайшие соседние.

Подобное поведение характерно и для коэффициентов отражения (рис. 6).

**5. Выводы.** Полученные численные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. При идеально проводящем фланце с увеличением частоты взаимное влияние элементов решетки уменьшается.
2. Коэффициенты отражения слабее зависят от импеданса фланца, чем коэффициенты прохождения.
3. Для АР с фланцем, имеющим емкостный характер поверхностного импеданса, взаимное влияние между элементами оказывается меньше, чем в случае идеально проводящего фланца. Недостатком является некоторое увеличение коэффициента отражения на высоких частотах с менее чем 1–4% на верхней границе диапазона однодогового режима.
4. Для АР с фланцем, имеющим индуктивный характер поверхностного импеданса, коэффициенты отражения оказываются выше, чем при идеально проводящем фланце во всем диапазоне частот. Амплитуда коэффициентов прохождения не уменьшается монотонно с ростом частоты, а зависимость имеет ярко выраженный резонансный характер и препятствует созданию широкополосных антенных решеток.
5. Отмеченные выше эффекты можно объяснить возбуждением поверхностной волны вдоль фланца с индуктивным импедансом.

## Библиографический список

1. Amitay N., Galindo V., Wu C.P. Theory and analysis of phased array antennas. — N.-Y., 1972.
2. Mailloux Robert. J. Phased Array Antenna Handbook. — 2005.
3. Комаров С.А., Щербинин В.В. Влияние поверхностной волны на взаимную связь элементов конечной волноводной решетки с импедансным фланцем // Известия вузов. Сер. Физика. — 2006.
4. Сушкевич В.И. Нерегулярные линейные волновые системы. М., 1967.
5. Комаров С.А. Вариационный принцип в задачах излучения из полубесконечного волновода с импедансным фланцем // Известия вузов. Сер. Радиоэлектроника. — 1985.
6. Scherbinin V.V., Komarov S.A. Matching characteristics of finite phased waveguide array with impedance flange. — 11<sup>th</sup> International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (ММЕТ'06) Proceedings (June 26–29, 2006, Kharkiv, Ukraine). — 2006.
7. Щербинин В.В. Расчет матрицы рассеяния конечной волноводной антенной решетки плоских волноводов с применением вариационного принципа // Матер. Междунар. конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (8–13 сентября, 2013, г. Севастополь, Украина). — Севастополь, 1972.