

04,05

## Одноосная магнитная анизотропия ромбоэдрических кристаллов $\text{CoCO}_3$ при $T = 0\text{ K}$

© В.В. Меньшиков, В.В. Руденко, В.И. Тугаринов, А.М. Воротинов, С.Г. Овчинников

Институт физики им. Л.В. Киренского СО РАН,  
Красноярск, Россия

E-mail: rvv@iph.krasn.ru

(Поступила в Редакцию 30 июля 2013 г.)

Отработан метод расчета вклада обменного взаимодействия в одноосную анизотропию с использованием  $g'$ -факторов на примере кристаллов  $\text{CoCO}_3$ . Вычислен вклад дипольных взаимодействий в анизотропию  $\text{CoCO}_3$ , равный  $0.93\text{ cm}^{-1}$ . Сумма вкладов в константу анизотропии  $\text{CoCO}_3$  с учетом дипольного взаимодействия равна  $36.1\text{ cm}^{-1}$ .

### 1. Введение

Ромбоэдрические антиферромагнитные кристаллы со структурой кальцита  $\text{MCO}_3$  ( $M = \text{Mn, Fe, Ni, Co}$ ) интенсивно изучались Боровиком-Романовым с соавторами начиная с 1956 г. для выяснения характера и особенностей слабого ферромагнетизма [1]. Феноменологическая теория этого явления построена Дзялошинским в 1957 г. [2] и его микроскопические источники выяснены Мория в 1960 г. [3]. Было показано с учетом свойств симметрии [2], что существование слабого ферромагнетизма является естественным явлением для ромбоэдрических кристаллов. Причем слабый ферромагнетизм возникает, если минимуму термодинамического потенциала

$$\Phi = (1/2)Bm^2 + (1/2)a \cos^2 \theta - d \sin \theta (m_y \cos \varphi - m_x \sin \varphi) \quad (1)$$

соответствует состояние, когда векторы антиферромагнетизма  $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/M$  и ферромагнетизма  $\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/M$  лежат в базисной плоскости (111). Здесь  $\mathbf{M}_1$  и  $\mathbf{M}_2$  — намагниченности подрешеток,  $M = 2|\mathbf{M}_1| = 2|\mathbf{M}_2|$ ,  $\theta$  и  $\varphi$  — полярный и азимутальный углы вектора  $\mathbf{l}$  в системе координат  $xuz$  (ось  $z$  параллельна  $C_3$ ). Первое, второе и третье слагаемые в (1) соответствуют обменной энергии, одноосной анизотропии и взаимодействию Дзялошинского–Мория соответственно.

Кристаллы  $\text{CoCO}_3$  имеют температуру Нееля  $T_N = 18.1\text{ K}$  [4], координационное число  $Z = 6$ , орбитальный момент для свободного иона  $\text{Co}^{2+}$   $L = 3$  и спин  $S = 3/2$ . Магнитная структура была определена из измерения рассеяния нейтронов [5] и уточнена в [6]. Измерения [5,6] показали наличие слабого ферромагнетизма и магнитную структуру [6], находящуюся в согласии с термодинамической теорией [2].

Существующие экспериментальные данные для констант одноосной анизотропии противоречивы:  $a = 0.1$  [4],  $3.4$  [7] и  $24.9\text{ cm}^{-1}$  в соответствии с  $g'$ -фактором, равным  $3.3$  [8,9]. Также наблюдаются существенные разногласия в величинах  $g$ -факторов, измеренных

методом антиферромагнитного (АФМР) [9,10] в  $\text{CoCO}_3$  и электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) на диамагнитных аналогах с примесью ионов  $\text{Co}^{2+}$  [11]. Эти результаты по АФМР и ЭПР должны примерно совпадать, если следовать расчетам [12] для  $g$ -факторов. Анизотропия и  $g$ -фактор чувствительны к примеси с орбитальным моментом. Поэтому небольшое количество такой примеси будет изменять эти параметры. Однако такие параметры, как обменный интеграл и  $T_N$ , практически не меняются при ее небольшом содержании. Однако в работе [13] данные, полученные для  $g_{xy}$ -фактора (равного 4.55) из измерения слабоферромагнитного момента, соответствуют измерениям методом ЭПР на одиночных ионах  $\text{Co}^{2+}$  в диамагнитных аналогах  $\text{CoCO}_3$  [11,12]. Поэтому исходные экспериментальные параметры можно отнести к номинально чистому кристаллу  $\text{CoCO}_3$ .

Целью настоящей работы является отработка методики расчета вклада обменного взаимодействия в одноосную анизотропию ионов кобальта в аксиальном кристаллическом поле и ее проверка на примере номинально чистого соединения  $\text{CoCO}_3$ .

Расчет основан на следующих представлениях:

1. Исходными данными являлись экспериментальные результаты [13]:  $g_{xy} = 4.55$  фактор в базисной плоскости; эффективный обменный параметр  $J'_{xy}$  в плоскости (111) для пары ионов  $\text{CoCO}_3$ , который определялся в [13] из уравнения  $4kT_N = 3J'_{xy}$ . Здесь  $k$  — постоянная Больцмана. Остальные „микроскопические“ параметры получены из уравнений Абрагама и Прайса [12] (см. раздел 2).

2. Анизотропия обменного взаимодействия была рассмотрена с использованием метода Огучи [14] и введением  $g'$ -факторов (см. раздел 2). Обсуждалась пара ионов, связанных обменным взаимодействием в молекулярном поле соседей. Кроме того, в отличие от [14] введено взаимодействие Дзялошинского–Мория, а энергия молекулярного поля имела недиагональную форму. Расчет проведен для нижнего дублетного уровня с эффективным спином  $s = 1/2$ .

3. Вычисление вклада дипольных взаимодействий проведено по методу [15] с учетом неэквивалентности  $g$ -факторов вдоль оси  $C_3(g_z)$  и в базисной плоскости.

## 2. Гамильтониан иона $\text{Co}^{2+}$ в аксиальном кристаллическом поле

Ион  $\text{Co}^{2+}$  имеет электронную конфигурацию  $3d^7$  и находится в  $^4F$ -состоянии. Кубическое кристаллическое поле расщепляет  $^4F$ -терм на орбитальный синглет и два низколежащих орбитальных триплета. Самый низкий триплет можно охарактеризовать фиктивным орбитальным моментом  $\mathbf{L} = -\alpha \mathbf{l}'$  с  $l' = 1$  [12]. Совместное действие тригонального кристаллического поля и спин-орбитального взаимодействия расщепляет орбитальные и спиновые уровни ( $S = 3/2$ ) нижайшего триплета на шесть дублетов с энергетическими расстояниями между ними несколько сотен обратных сантиметров [12,13]. Гамильтон, который приводит к представленному выше результату, имеет вид

$$\hat{H} = \Delta(1 - l_z'^2) - \alpha \lambda l_z' S_z - \alpha' \lambda (l_x' S_x + l_y' S_y),$$

где первое слагаемое описывает уровни, расщепляющиеся в кристаллическом поле тригональной симметрии, второе и третье описывают спин-орбитальное взаимодействие. Отсутствие равенства между  $\alpha$  и  $\alpha'$  отражает анизотропию спинорбитального взаимодействия, обусловленную примесью возбужденных состояний [13],  $\lambda$  является эффективной константой спин-орбитального взаимодействия, которая равна  $(-)$   $180 \text{ cm}^{-1}$  для свободного иона,  $z$  — ось системы координат, параллельная оси  $C_3$  кристалла.

Так как оператор  $l_z' + S_z$  коммутирует с гамильтонианом, то собственные значения  $m_j = \pm 1/2, \pm 3/2, \pm 5/2$  могут быть использованы для описания уровней энергии. Используя соответствующие волновые функции  $|l_z', S_z\rangle$ , можно получить секулярное уравнение для магнитного квантового числа  $m_j = \pm 1/2$  [12,13]. Решение уравнения может быть получено с помощью введения параметра  $x$ , определяемого из соотношения  $E = (1/2)\alpha\lambda(x+3)$ .  $E$  ( $m_j = \pm 1/2$ ) будет соответствовать трем дублетным уровням энергии. Состояния  $m_j = \pm 1/2$  для нижнего дублета могут быть записаны в форме [12,13]  $|\pm 1/2\rangle = a|\mp 1, \pm 3/2\rangle + b|0, \pm 1/2\rangle + c|\pm 1, \mp 1/2\rangle$ . Условия нормировки  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ , значение  $g_{xy} = 4.55$ , соотношения  $a : b : c = \frac{\sqrt{6}}{x} : -\frac{\alpha}{\alpha'} : \frac{\sqrt{8}}{x+2}$ , выражения  $\Delta = -\lambda \frac{\alpha'^2}{\alpha} \left( \frac{3}{x} + \frac{4}{x+2} \right) + \frac{\lambda \alpha}{2} (x+3)$  и (2) для  $g$ -факторов позволяют определить величины  $g_z, \Delta, x, \alpha, a, b$  и  $c$  (параметр  $p = (\alpha/\alpha')^2$  задается от 0.6 до 2 [13]). Выражения для  $g$ -факторов имеют форму [12]

$$g_z = 2 + \left[ 4(\alpha+2) \left( \frac{3}{x^2} - \frac{4}{(x+2)^2} \right) \right] / \left( p + \frac{6}{x^2} + \frac{8}{(x+2)^2} \right),$$

$$g_{xy} = 4 \left( p + \frac{2\alpha}{x+2} + \frac{12}{x(x+2)} \right) / \left( p + \frac{6}{x^2} + \frac{8}{(x+2)^2} \right). \quad (2)$$

Таблица 1. Значения  $a, b$  и  $c$  для  $p = 1.0$  в  $\text{CoCO}_3$  [13].

$p$	$\alpha$	$\Delta, \text{cm}^{-1}$	$a$	$b$	$c$
1.0	1.2	-230	-0.59	0.69	-0.40

Нижайшее дублетное состояние может быть описано эффективным спином  $s = 1/2$ . Таким образом, соотношение между реальным  $S = 3/2$  и эффективным спином  $s = 1/2$  может быть записано в виде  $S_{xy} = \eta_{xy} s_{xy}, S_z = \eta_z s_z$  [16,17]. В соответствии с [17]  $J' \eta_{xy}^2 = 4(ac\sqrt{3} + b^2)^2 J' = J'_{xy}, J' \eta_z^2 = (3a^2 + b^2 - c^2) J' = J'_z, d_{xy} = d' \eta_{xy}^2$  для основного состояния пары ионов в  $\text{CoCO}_3$ . Здесь  $J'$  изотропный обменный параметр для пары ионов. Величины  $g'_{xy} = \eta_{xy}^2$  и  $g'_z = \eta_z^2$  ( $g'$ -факторы), в частности, отражают влияние орбитального момента на параметр  $J'$ . Значения  $a, b$  и  $c$  для  $\alpha, p$  и  $\Delta$  представлены в [13] и в табл. 1,  $J'_z$  является эффективным обменным параметром вдоль оси  $C_3$ .

## 3. Анизотропия обменного взаимодействия в кристаллах $\text{CoCO}_3$

Рассмотрим обменное взаимодействие пары ионов  $\text{Co}^{2+}$  в окружении ближайших соседей. Таких соседей для каждого иона в паре будет пять, их влияние определим молекулярным полем [14]. Исходный гамильтониан ( $S = 3/2$ ) для изотропного обменного взаимодействия пары в молекулярном поле (в произвольной системе координат) имеет вид

$$\hat{H}^{ex} + J \mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2 + \sum_{i,j=1}^5 J[\mathbf{S}_1 \langle \mathbf{S}_i \rangle + \mathbf{S}_2 \langle \mathbf{S}_j \rangle]. \quad (3)$$

С учетом анизотропии обмена и взаимодействия Дзялошинского—Мория эффективный гамильтониан для нижнего дублета ( $m_j = \pm 1/2$ ) в системе координат  $xuz$  можно записать в виде

$$\hat{H} = [J'_{xy}(s_{x1}s_{x2} + s_{y1}s_{y2}) + J'_z s_{z1}s_{z2}] + d_{xy}(s_{x1}s_{y2} - s_{x2}s_{y1}) - 5\{J'_{xy}[\langle s \rangle_x (s_{x1} - s_{x2}) + \langle s \rangle_y (s_{y1} - s_{y2})] + J'_z[\langle s \rangle_z (s_{z1} - s_{z2})]\}. \quad (4)$$

Здесь первое слагаемое в квадратных скобках соответствует энергии анизотропии обменного взаимодействия пары, второе есть взаимодействие Дзялошинского—Мория и молекулярного поля,  $\langle s \rangle$  — усредненный по температуре оператор спина, проецирующийся на соответствующие оси системы координат  $xuz$ . Обменный член, записанный в приближении молекулярного поля, может быть преобразован в форму  $(-5J'g'\langle s \rangle_z (s_{z1} - s_{z2}))$  при вращении системы координат  $xuz$  на угол  $\beta$  так, что  $\sin \beta = (g'_{xy}/g') \sin \theta, \cos \beta = (g'_z/g') \cos \theta$  [18], где  $\theta$  — угол между осью  $z$  и

**Таблица 2.** Гамильтониан (5), представленный в пространстве соответствующих волновых функций

	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_3$	$\psi_4$
$\psi_1$	$(J'/4)[(g'_{xy} - g'_z)(g'^2_{xy}/g'^2) \sin^2 \theta + g'_z]$	$(J'/2\sqrt{2})(g'_{xy} - g'_z)(g'_{xy}g'_z/g'^2) \sin \theta \cos \theta$	$-(id'/2\sqrt{2})(g'^2_{xy}/g') \sin \theta$	0
$\psi_2$	$(J'/2\sqrt{2})[(g'_{xy} - g'_z)(g'_{xy}g'_z/g'^2) \sin \theta \cos \theta$	$(J'/4)[-2(g'_{xy} - g'_z)(g'^2_{xy}/g'^2) \sin^2 \theta + 2g'_{xy} - g'_z]$	$-5J'g'$	$-(J'/2\sqrt{2})[(g'_{xy} - g'_z)(g'_{xy}g'_z/g'^2) \sin \theta \cos \theta$
$\psi_3$	$(id'/2\sqrt{2})(g'^2_{xy}/g') \sin \theta$	$-5J'g'$	$-(J'/4)(2g'_{xy} + g'_z)$	$-(id'/2\sqrt{2})g'^2_{xy}/g' \sin \theta$
$\psi_4$	0	$(J'/2\sqrt{2})(g'_{xy} - g'_z)(g'_{xy}g'_z/g'^2) \sin \theta \cos \theta$	$(id'/2\sqrt{2})(g'^2_{xy}/g') \sin \theta$	$(J'/4)[(g'_{xy} - g'_z)(g'^2_{xy}/g'^2) \sin^2 \theta + g'_z]$

молекулярным полем. Гамильтониан (4) можно записать при  $T = 0 \text{ K}$  в виде

$$\begin{aligned} \hat{H} = J' \{ & [-(g'_{xy} - g'_z)(g'^2_{xy}/g'^2) \sin^2 \theta + g'_{xy}]s_{x1}s_{x2} \\ & + g'_{xy}s_{y1}s_{y2} + [(g'_{xy} - g'_z)(g'^2_{xy}/g'^2) \sin^2 \theta + g'_z] \\ & \times s_{z1}s_{z2} + (g'_{xy} - g'_z)(g'_{xy}g'_z/g')(s_{x1}s_{z2} + s_{z1}s_{x2}) \\ & \times \sin \theta \cos \theta - (5/2)g'(s_{z1} - s_{z2}) \} \\ & - d'(s_{z1}s_{y2} - s_{y1}s_{z2})(g'^2_{xy}/g') \sin \theta \cos 2\gamma. \end{aligned} \quad (5)$$

Как видно, в предположении  $g'_{xy} = g'_z = 1$  (5) соответствует гамильтониану Огучи [14], если не учитывать взаимодействие Дзялошинского–Мория. В (5) знаки, принадлежащие к другой системе координат, опущены,  $g' = \sqrt{g'^2_{xy} \sin^2 \theta + g'^2_z \cos^2 \theta}$ ,  $\gamma$  — угол, описывающий отклонение подрешеточного магнитного момента от антиферромагнитной оси взаимодействием Дзялошинского–Мория [19]. Гамильтониан (5), записанный в пространстве волновых функций  $\psi_1 = \alpha_i\alpha_j$ ,  $\psi_2 = (1/\sqrt{2})(\alpha_i\beta_j + \beta_i\alpha_j)$ ,  $\psi_3 = (1/\sqrt{2})(\alpha_i\beta_j - \beta_i\alpha_j)$ ,  $\psi_4 = \beta_i\beta_j$  (где  $\alpha_i, \alpha_j$  и  $\beta_i, \beta_j$  представляют собой волновые функции спина  $1/2$ , направленного соответственно вверх и вниз в узлах решетки  $i$  и  $j$ ), имеет вид (табл. 2). При таком выборе волновых функций [13,20] уровни энергии пары характеризуются спином  $S'$ , равным 0 и 1 (диагональные компоненты парного гамильтониана согласуются с [13,20] при условии  $g'_{xy} = g'_z = 1$ ).

На основе этого гамильтониана секулярное уравнение может быть записано в следующем виде:

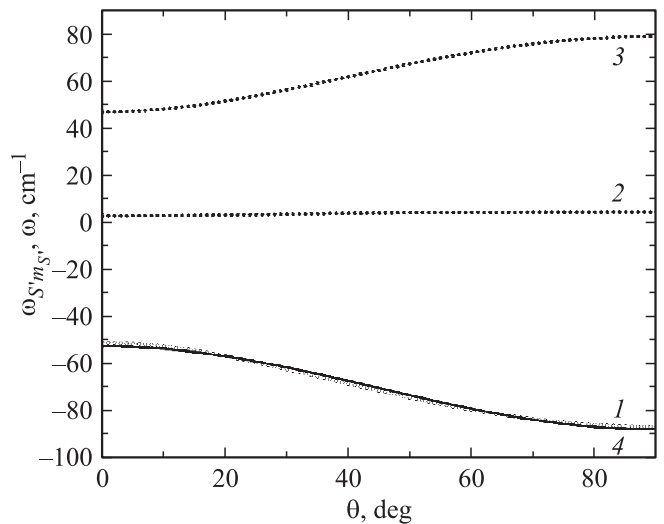
$$\begin{aligned} (A - \omega) [ & A - \omega(B - \omega)(C - \omega) - (1/4)(B - \omega)d'^2 \\ & \times (g'^4_{xy}/g'^2) \sin^2 \theta - (1/4)(C - \omega)J'^2(g'_{xy}g'_z/g'^2) \\ & \times (g'_{xy} - g'_z)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta - 25(A - \omega)g'^2J'^2] \\ & + (1/16)d'^2J'^2(g'^4_{xy}/g'^2)(g'_{xy}g'_z/g'^2)^2(g'_{xy} - g'_z)^2 \\ & \times \sin^4 \theta \cos^2 \theta = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

В уравнении (6)  $A = (1/4)J'[(g'_{xy} - g'_z)(g'^2_{xy}/g'^2) \sin^2 \theta + g'_z]$ ,  $C = -(1/4)J'(2g'_{xy} + g'_z)$ ,  $B = (1/4)J'[-2(g'_{xy} - g'_z)(g'_{xy}g'_z/g'^2) \sin \theta \cos \theta + 2g'_{xy} - g'_z]$ .

В данной работе был проведен расчет угловой зависимости энергетических уровней иона  $\text{Co}^{2+}$  в кристалле  $\text{CoCO}_3$  для случая (табл. 1)  $\Delta = -230 \text{ cm}^{-1}$ ,  $p = 1.0$ ,  $\alpha = 1.2$ ;  $J' = 5.12 \text{ cm}^{-1}$ ,  $g'_{xy} = 3.24$ ,  $g'_z = 1.90$ ,  $d' = 1.63 \text{ cm}^{-1}$ .

Константа Дзялошинского  $d'$  была определена из отношения экспериментальных данных полей Дзялошинского и обмена и соотношения  $d'$  и  $J'$  [1,9].

Результаты представлены на рисунке. Кривые 1 и 3 соответствуют нижнему и верхнему уровням энергии иона  $\text{Co}^{2+}$  в кристалле  $\text{CoCO}_3$  ( $S' = 1$ ,  $m_{S'} = -1$  и  $S' = 1$ ,  $m_{S'} = 1$ ). Значения спина  $S'$  и  $m_{S'}$  могут быть определены из зависимости энергетических уровней от угла  $\theta$ . Так, кривая 2 соответствует двум уровням энергии, которые не зависят от угла, что характерно для спина  $S'$ , равного 0 или 1, и  $m_{S'} = 0$ . Сплошная подгоночная линия (4) для самого низкого уровня энергии ( $T = 0 \text{ K}$ ) описывается функцией  $\omega = 2[(b/2) + (a_{ex}/2) \cos^2 \theta] \text{ cm}^{-1}$  (ее угловая часть соответствует энергии магнитной анизотропии, приходящейся на ион  $\text{Co}^{2+}$  в кристалле  $\text{CoCO}_3$ ). Здесь  $a_{ex}$  — константа анизотропии обмена, равная  $35.2 \text{ cm}^{-1}$ . Значе-



Зависимость энергии уровней иона  $\text{Co}^{2+}$   $\omega_{S'm_{S'}}$  (1–3) и подгоночной функции  $\omega$  (сплошная кривая 4) от угла  $\theta$  в кристаллах  $\text{CoCO}_3$ . 1 — расчет для нижнего уровня энергии ( $S' = 1$ ,  $m_{S'} = -1$ ). 2 — для двух уровней энергии  $S' = 0$  и  $S' = 1$ ,  $m_{S'} = 0$ . 3 — для верхнего уровня энергии  $S' = 1$ ,  $m_{S'} = 1$ .

ния  $a_{ex}$  практически не зависит от  $\rho$ ,  $\alpha$  и  $\Delta$  по крайней мере в пределах параметров, приведенных в табл. 2 в [13].

Теоретическое значение  $a_{ex} = 35.2 \text{ cm}^{-1}$  является наиболее близким к эксперименту [8] ( $24.9 \text{ cm}^{-1}$ ). Однако расхождение между расчетом в [8] составляет примерно  $5 \text{ cm}^{-1}$ , если учесть погрешность эксперимента [8]. Отметим, что в [8] интенсивность пика, обусловленного одномагнитным переходом и частично ответственного за величину поля одноосной анизотропии  $\text{CoCO}_3$ , весьма низка. Это обстоятельство является непонятным самим авторам [8], и как они отмечают: „во всех исследованных ранее антиферромагнитных соединениях иона  $\text{Co}^{2+}$  интенсивности одномагнитного рассеяния света и экситонных линий были одного порядка“, чего в эксперименте не наблюдалось. Этот факт вызывает некоторые сомнения в чистоте использованных образцов  $\text{CoCO}_3$  в работе [8]. Расхождение эксперимента [8] и расчета (примерно 17%), по-видимому, может быть объяснено влиянием примесей.

#### 4. Дипольный вклад в энергию анизотропии

Детальный расчет вклада дипольных взаимодействий в энергию анизотропии для кристаллов со структурой кальцита без учета неэквивалентности  $g$ -фактора выполнен в [21]. Выражение для энергии анизотропии, определяемое дипольными взаимодействиями с учетом неэквивалентности значений  $g$ -факторов ( $g_{xy} = 4.55$  [13],  $g_z = 3.21$ ), имеет вид

$$a_{\text{dip}} = [(g_z \beta S)^2 / (a_H^3 \cdot 10^{-24})] [1 + (1/2)(g_{xy}/g_z)^2] \times [a_H^3 S_{0,0,1/2}^z + 2a_H^3 S_{2/3,2/3,1/6}^z - a_H^3 S_{0,0,0}^z - 2a_H^3 S_{1/3,1/3,1/3}^z].$$

Здесь  $a_H$  и  $c_H$  — параметры гексагональной элементарной ячейки в базисной плоскости и вдоль оси  $C_3$  соответственно равны 4.641 и 15.023 Å;  $a_H S_{i_1, i_2, i_3}^z$  — решеточные суммы, указанные в [15],  $a_H^3 \sum S_{i_1, i_2, i_3}^z = 5.01$ . В результате имеем  $a_{\text{dip}} = 0.93 \text{ cm}^{-1}$ .

#### 5. Заключение

Показано, что метод проведенного расчета может быть использован для оценки одноосной магнитной анизотропии в соединениях, содержащих ионы  $\text{Co}^{2+}$  в аксиальном кристаллическом поле. Сравнение величин вкладов в константу одноосной анизотропии, полученных предложенным методом, с результатами работы [8] позволяют говорить о наличии примеси в образцах [8].

Авторы выражают благодарность А.И. Панкрацу за обсуждение результатов работы.

#### Список литературы

- [1] А.С. Боровик-Романов. В сб.: Проблемы магнетизма. Ред. В.А. Игнатченко и Ю.В. Захаров. Наука, М. (1972). С. 47.
- [2] И.Е. Дзялошинский. ЖЭТФ **32**, 1547 (1957).
- [3] Т. Moriya. Phys. Rev. **120**, 91 (1960).
- [4] А.С. Боровик-Романов, В.И. Ожогин. ЖЭТФ **39**, 27 (1960).
- [5] Р.А. Алиханов. ЖЭТФ **39**, 148 (1960).
- [6] J. Brown, P.J. Welford, J.B. Forsyth. J. Phys. C **6**, 1405 (1973).
- [7] И.Н. Калинин. ЖЭТФ **43**, 2028 (1962).
- [8] В.В. Еременко, А.П. Мохир, Ю.А. Попков, Н.А. Сергиенко, В.И. Фомин. ЖЭТФ **73**, 2352 (1977).
- [9] Г.Д. Богомолов, Ю.Ф. Игонин, Л.А. Прозорова, Ф.С. Русин. ЖЭТФ **54**, 1069 (1968).
- [10] Е.Г. Рудашевский. ЖЭТФ **46**, 134 (1964).
- [11] А.С. Боровик-Романов, Н.Ю. Икорникова, В.Ф. Мещеряков, Е.Г. Рудашевский. Кристаллография **12**, 488 (1967).
- [12] A. Abragam, M.H.L. Pryce. Proc. Royal Soc. **206**, 173 (1951).
- [13] В.Ф. Мещеряков. ЖЭТФ **132**, 1138 (2007).
- [14] Т. Oguchi. Progr. Theor. Phys. **13**, 148 (1955).
- [15] F.W. Wette, G.E. Schacher. Phys. Rev. **137**, A78 (1965).
- [16] Т. Oguchi. J. Phys. Soc. Jpn. **20**, 2236 (1965).
- [17] К. Yosida. J. Appl. Phys. **39**, 511 (1968).
- [18] В. Лоу. Парамагнитный резонанс в твердых телах. ИЛ, М. (1972).
- [19] G.V. Bondarenko, S.G. Ovchinnikov, V.V. Rudenko, V.M. Sosnin, V.I. Tugarinov, A.M. Vorotyнов. JMMM **335**, 90 (2013).
- [20] Дж. Сمارт. Эффективное поле в теории магнетизма. Мир, М. (1968).
- [21] В.В. Руденко, А.С. Хлыстов. Изв. вузов. Физика **42**, 82 (1999).