

УДК 538.945

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ФАЗА СОСУЩЕСТВОВАНИЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ И 120-ГРАДУСНОГО МАГНИТНОГО ПОРЯДКА НА ТРЕУГОЛЬНОЙ РЕШЕТКЕ

© 2018 г. В. В. Вальков, А. О. Злотников

*Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения
Российской академии наук – обособленное подразделение ФИЦ КНЦ СО РАН, Красноярск
E-mail: vvv@iph.krasn.ru*

В рамках t – J – V -модели проведен самосогласованный расчет сверхпроводящего параметра порядка, описываемого линейной комбинацией $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ и $p_x + ip_y$ киральных инвариантов, в фазе сосуществования со 120-градусным магнитным упорядочением. Значение подрешеточной намагниченности определено в спин-волновом приближении для случая половинного заполнения. Продемонстрирована нетривиальная топология фазы сосуществования, свидетельствующая о возможности реализации краевых состояний и майорановских мод.

DOI: 10.7868/S0367676518050307

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что в сверхпроводнике с киральным типом симметрии параметра порядка возможна реализация топологически нетривиальной фазы, в которой формируются краевые состояния [1]. Для треугольной решетки с киральным $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ -типом симметрии сверхпроводящей фазы наряду с топологическим переходом из тривиальной фазы в нетривиальную существует квантовый топологический переход по концентрации между двумя фазами с нетривиальной топологией [2]. В работе [3] показано, что при наличии неколлинеарного магнитного порядка со “страйповой” структурой в киральной сверхпроводящей фазе могут быть выполнены условия для реализации краевых майорановских состояний. Это приобретает особое значение, поскольку механизм индуцирования майорановских мод в топологических сверхпроводниках, связанный с неколлинеарным магнетизмом, вызывает значительный интерес [4, 5].

Предполагается, что фаза сосуществования сверхпроводимости и неколлинеарного магнетизма формируется в таких материалах, как тройные редкоземельные бориды и халькогениды, редкоземельные интерметаллиды, а также кобальтиты натрия, слои которых образуют треугольную решетку. В этой связи в работе [6] для ансамбля фермионов Хаббарда на треугольной решетке исследовано влияние магнитной структуры на куперовскую неустойчивость. Показано, что при формировании “страйповой” магнитной структуры киральная симметрия сверхпроводящего параметра порядка нарушается. В случае, когда магнитная структура соответствует

неколлинеарному 120° упорядочению, возможно формирование однородной фазы сосуществования киральной сверхпроводимости и магнитного порядка (фаза SC+120°). Впоследствии для фазы SC+120° в рамках квадратичного гамильтониана были определены условия реализации майорановских мод, рассчитаны топологические инварианты, а также определена топологическая фазовая диаграмма [7, 8].

В настоящее время остается открытым вопрос о топологии фазы SC+120° при учете сильных электронных корреляций, характерных для исследуемых материалов. При этом ранее для 2D-систем со взаимодействием был предложен топологический инвариант \tilde{N}_3 , выраженный через функции Грина [9]. В этой связи в данной работе в рамках t – J – V -модели из уравнений самосогласования найдены амплитуды сверхпроводящих спариваний при учете 120° магнитного порядка. В фазе SC+120° рассчитан топологический инвариант \tilde{N}_3 и продемонстрирована нетривиальная топология основного состояния.

МОДЕЛЬ

Гамильтониан t – J_1 – J_2 – V -модели при рассмотрении верхней хаббардовской подзоны в атомном представлении имеет вид:

$$H = (\varepsilon - \mu) \sum_{f\sigma} X_f^{\sigma\sigma} + (2\varepsilon + U - 2\mu) \sum_f X_f^{22} + \sum_{fm\sigma} t_{fm} X_f^{2\bar{\sigma}} X_m^{\bar{\sigma}2} + \sum_{fm} J_{fm} (X_f^{\uparrow\downarrow} X_m^{\downarrow\uparrow} - X_f^{\uparrow\uparrow} X_m^{\downarrow\downarrow}) + \frac{V}{2} \sum_{f\delta} n_f n_{f+\delta}, \quad (1)$$

где ε – затравочная энергия электронов, μ – хим-
потенциал, U – параметр одноузельного кулонов-
ского отталкивания, t_{fm} – амплитуда перескоков
электронов, J_{fm} – величина обменного взаимодей-
ствия. Последнее слагаемое гамильтониана описы-
вает кулоновское взаимодействие между электро-
нами на ближайших узлах с параметром V , n_f –
оператор числа электронов на узле.

В работе [10] была найдена матричная мацуба-
ровская функция Грина для фазы SC+120°:

$$G^{-1} = \begin{pmatrix} i\omega_n - \xi_p & -\Delta_p^* & -R_{p-Q} & 0 \\ -\Delta_p & i\omega_n + \xi_p & 0 & R_{p-Q} \\ -R_p & 0 & i\omega_n - \xi_{p-Q} & \Delta_{-p+Q}^* \\ 0 & R_p & \Delta_{-p+Q} & i\omega_n + \xi_{p-Q} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\xi_p = \varepsilon(n) - \mu + nt_p / 2$, $n = \langle n_f \rangle$, t_p – фурье-
образ интеграла перескока, Δ_p – сверх-
проводящий параметр порядка, $R_p = M(t_p - J_Q)$,
 $R_{p-Q} = M(t_{p-Q} - J_Q)$, M – магнитный параметр
порядка, J_Q – значение фурье-образа обменного
интеграла для вектора магнитной структуры \vec{Q} .

При учете обменного взаимодействия между бли-
жайшими и следующими за ближайшими соседя-
ми, а также межузельного кулоновского взаимодей-
ствия, сверхпроводящий параметр порядка в фазе
SC+120° представляется в виде линейной суперпо-
зиции киральных инвариантов $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ -типа и
 $p_x + ip_y$ -типа симметрии:

$$\Delta_p = 2\Delta_{21}\Phi_{21}(p) + 2\Delta_{22}\Phi_{22}(p) + 2\Delta_{11}\Phi_{11}(p). \quad (3)$$

Энергетический спектр в фазе SC+120° имеет вид:

$$E_{1,2p} = \sqrt{\frac{1}{2}(\xi_p^2 + \xi_{p-Q}^2 + |\Delta_p|^2 + |\Delta_{-p+Q}|^2) + R_p R_{p-Q} \mp v_p}, \quad (4)$$

$$v_p = \sqrt{\frac{1}{4}(\xi_p^2 - \xi_{p-Q}^2 + |\Delta_p|^2 - |\Delta_{-p+Q}|^2)^2 + R_p R_{p-Q} [(\xi_p + \xi_{p-Q})^2 + |\Delta_p + \Delta_{-p+Q}|^2]}. \quad (5)$$

ВЕЛИЧИНА НАМАГНИЧЕННОСТИ ПРИ ПОЛОВИННОМ ЗАПОЛНЕНИИ

Следует отметить, что полученный спектр (4)
в зависимости от параметров может принимать
комплексные значения. Это связано с тем, что при
учете нефермиевского характера перестановок
операторов Хаббарда эффективные обменные поля
в неколлинеарной магнитной фазе R_p , R_{p-Q} яв-
ляются знакопеременными функциями квазимим-
пульса. В этом случае наличие мнимости в спектре
определяется в том числе величиной магнитного
параметра порядка.

Проведем расчет намагниченности при по-
ловинном заполнении. Среднее значение опе-
ратора спина для случая, когда намагниченно-
сти подрешеток лежат в плоскости, перпенди-
кулярной оси квантования, определяется в виде:
 $\langle \vec{S}_f \rangle = M(\cos(\vec{Q}\vec{R}_f), -\sin(\vec{Q}\vec{R}_f), 0)$. Как было ука-
зано в [11], данный выбор оси квантования суще-
ственно упрощает проведение вычислений.

Определим фурье-образ функции Грина –
 $\langle T_\tau \tilde{S}_f^z(\tau) \tilde{S}_f^z(\tau') \rangle$ в спин-волновом (беспетле-
вом) приближении для поправок от обменного
взаимодействия:

$$D^{zz}(p, i\omega_n) = \frac{2M^2[(J_{p-Q} + J_{p+Q})/2 - J_Q]}{(i\omega_n)^2 - \omega_p^2}, \quad (6)$$

где $\omega_p = 2M\sqrt{(J_p - J_Q)[(J_{p-Q} + J_{p+Q})/2 - J_Q]}$ –
спектр спин-волновых возбуждений. При половин-
ном заполнении спин-флуктуационные поправки
от слагаемого, описывающего перескоки хаббар-
довских фермионов, полностью подавлены. Для
выполнения условия $(S_f^z)^2 = 1/4$, справедливого
при половинном заполнении, намагниченность M
должна удовлетворять уравнению:

$$M(T) = \frac{1}{2} \frac{1}{\sum_p \sqrt{\frac{(J_{p-Q} + J_{p+Q})/2 - J_Q}{(J_p - J_Q)} \text{cth}\left(\frac{\omega_p}{2T}\right)}}. \quad (7)$$

Полученное выражение позволяет рассчитывать
температурную зависимость магнитного параметра
порядка для различных типов решеток, который
задается функцией J_p , и с магнитной структурой,
определяемой вектором \vec{Q} , при условии, что про-
екция среднего магнитного момента на одну из
осей всегда равна 0. В частности, из (7) легко по-
лучаются известные результаты так называемого

приближения Тябликова для ферромагнетика с $\vec{Q} = (0,0,0)$ и антиферромагнетика с $\vec{Q} = (\pi,\pi,\pi)$ на простой кубической решетке.

В дальнейшем мы будем рассматривать двумерную треугольную решетку со 120° упорядочением, для которой $\vec{Q} = (2\pi/3, 2\pi/3)$, в пределе нулевой температуры. Предполагается, что устойчивость магнитного упорядочения при конечных температурах определяется существованием слабого обмена между плоскостями квазидвумерной структуры. В этом случае $M(0) = 0.298$.

САМОСОГЛАСОВАННЫЙ РАСЧЕТ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ АМПЛИТУД

Рассмотрим случай, когда фаза $SC+120^\circ$ реализуется вблизи половинного заполнения. Предполагается, что флуктуационные поправки не оказывают существенного влияния на магнитный порядок в этой области концентраций. Учитываются также перескоки во вторую и третью координационные сферы треугольной решетки.

Уравнения самосогласования для амплитуд сверхпроводящего параметра порядка были получены в работе [10]. На рис. 1 приведены концентрационные зависимости аномальных амплитуд в пределе нулевой температуры при $M(0) = 0.298$. Показано, что в этом случае спектр элементарных возбуждений в фазе $SC+120^\circ$ всегда действительный. Остальные параметры выбраны в виде: $J_1 = 0.5t_1$, $J_2 = 0.06t_1$, $V = 0.96t_1$, $t_2 = -0.2t_1$, $t_3 = -0.18t_1$, t_1 – параметр перескока между ближайшими соседями. Максимальная критическая температура сверхпроводимости достигается при концентрации $n = 1.107$ и составляет $T_c = 0.00188t_1$.

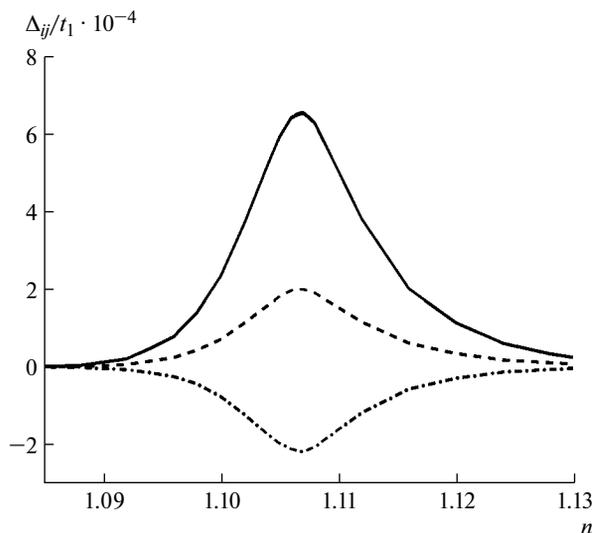
ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ ИНВАРИАНТ ДЛЯ ФАЗЫ $SC+120^\circ$

В системах со взаимодействием нетривиальные фазы определяются топологией функций Грина [9]. Выражение для топологического инварианта основного состояния в этом случае имеет вид:

$$N_3 = \frac{\epsilon_{\mu\nu\lambda}}{24\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \iint dp_1 dp_2 \text{Tr} \times \times (G \partial_\mu G^{-1} G \partial_\nu G^{-1} G \partial_\lambda G^{-1}), \tag{8}$$

где $\epsilon_{\mu\nu\lambda}$ – символ Леви–Чивиты, G – матричная функция Грина (2).

При квантовом фазовом переходе в фазу $SC+120^\circ$ с ростом концентрации топологический инвариант изменяется от значения $N_3 = 0$ к значению $N_3 = 3$, что свидетельствует о переходе из топологически тривиальной (фаза со 120°



Зависимость амплитуд Δ_{22} (сплошная линия), Δ_{21} (штриховая линия), Δ_{11} (штрихпунктирная линия) сверхпроводящего параметра порядка от концентрации электронов в пределе нулевой температуры.

упорядочением) в топологически нетривиальную фазу (фаза $SC+120^\circ$). В дальнейшем вблизи концентрации $n = 1.118$ происходит еще один топологический переход в фазу $SC+120^\circ$ с инвариантом $N_3 = 2$.

Следует отметить, что топологический инвариант $N_3 = 2$ характерен для киральной сверхпроводящей фазы на треугольной решетке [2]. Таким образом, учет магнитного порядка в этой области концентраций качественно не изменяет особенности формирования краевых состояний в системе. С другой стороны, область концентраций с $N_3 = 3$ реализуется только благодаря наличию 120° спинового упорядочения. Предполагается [8, 12], что в областях с нечетным значением N_3 возможно формирование особенных краевых состояний с нулевой энергией возбуждения – майорановских связанных состояний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Определены значения концентрации электронов, при которых возможно формирование фазы сосуществования киральной сверхпроводимости и 120 -градусного магнитного упорядочения в t - J - V -модели на треугольной решетке. Найдена подрешеточная намагниченность в спин-волновом приближении. В этом приближении рассчитан топологический инвариант, выраженный через функции Грина. Продемонстрирована реализация нетривиальной топологии основного состояния в фазе сосуществования при учете сильных электронных корреляций.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, Правительства Красноярского края и Краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности (гранты № 16-02-00073, 17-42-240441 и 16-42-243069). Работа А.О.З. поддержана Советом по грантам Президента РФ (СП-1370.2015.5, МК-1398.2017.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Volovik G.E.* // Письма в ЖЭТФ. 1997. Т. 66. С. 492.
2. *Вальков В.В., Валькова Т.А., Мицкан В.А.* // Письма в ЖЭТФ. 2015. Т. 102. С. 399.
3. *Lu Y.-M., Wang Z.* // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. P. 096403.
4. *Martin I., Morpurgo A.F.* // Phys. Rev. B. 2012. V. 85. P. 144505.
5. *Nakajima Y., Hu R., Kirshenbaum K. et al.* // Sci. Advanc. 2015. V. 1. Is. 5. E1500242.
6. *Вальков В.В., Злотников А.О.* // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 104. С. 512.
7. *Val'kov V.V., Zlotnikov A.O., Fedoseev A.D., Shustin M.S.* // J. Magn. Magn. Mater. 2017. V. 440. P. 37.
8. *Val'kov V.V., Zlotnikov A.O., Shustin M.S.* / The nontrivial ground state topology in the coexistence phase of chiral d-wave // arXiv:1707.04422 (2017).
9. *Volovik G.E.* Universe in a Helium Droplet. Oxford Press. 2003. 510 p.
10. *Вальков В.В., Злотников А.О.* // Физика тв. тела. 2017. Т. 59. С. 2100.
11. *Катанин А.А., Ирхин В.Ю., Игошев П.А.* Модельные подходы к магнетизму двумерных зонных систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. 176 с.
12. *Ghosh P., Sau J.D., Tewari S., Das Sarma S.* // Phys. Rev. B. 2010. V. 82. 184525.