

На правах рукописи

*Пань*

Панкин Павел Сергеевич

**СПЕКТРАЛЬНЫЕ И ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА  
НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ  
ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ**

Специальность

01.04.05 - Оптика

01.04.07 - Физика конденсированного состояния

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Красноярск 2018 г.

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Сибирский федеральный университет»

**Научные руководители:**

**Ветров Степан Яковлевич**

доктор физико-математических наук, профессор

**Тимофеев Иван Владимирович**

доктор физико-математических наук

**Официальные оппоненты:**

**Толмачев Владимир Андреевич**

доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, Отделение твердотельной электроники, старший научный сотрудник

**Ветлужский Александр Юрьевич**

кандидат физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физического материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук, Лаборатория радиозондирования природных сред, старший научный сотрудник.

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ульяновский государственный университет»

Защита состоится «22» июня 2018 года в 14 часов 30 мин. на заседании диссертационного совета Д.003.075.02 Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук» (ФИЦ КНЦ СО РАН) по адресу: 660036 г. Красноярск, Академгородок, 50, стр.38

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИФ СО РАН и на сайте <http://kirensky.ru>

Автореферат разослан «27» апреля 2018 года.

Ученый секретарь

диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник



Втюрин  
Александр  
Николаевич

## Общая характеристика работы

Работа посвящена теоретическому исследованию распространения света в одномерных фотонных кристаллах (ФК) – многослойных диэлектрических структурах, в которых распределение показателя преломления (ПП) имеет периодическую модуляцию. Рассмотренные ФК содержат в качестве структурных элементов металлические, нанокompозитные (НК) или анизотропные жидкокристаллические (ЖК) слои.

**Актуальность темы исследования.** Одно из главных свойств ФК – это наличие запрещенных зон (ЗЗ), или полос отражения [1]. В отличие от металлических зеркал, ФК может обеспечивать отражение с низкими потерями на поглощение, что широко используется при создании зеркал резонаторов в лазерах и в других оптоэлектронных устройствах. В связи с этим, актуальна проблема управления положением и глубиной ЗЗ. Одно из направлений исследований в данной области, активно развивающееся в настоящее время – это формирование квазипериодических фотонных кристаллов (КПФК) [2]. При нарушении строго периодического чередования слоев, такие структуры все еще могут иметь ЗЗ, однако их положение теперь можно варьировать путем введения определенного правила чередования слоев, составляющих структуру.

Особое внимание в исследовании оптики ФК привлекают локализованные моды, которые играют важную роль при построении оптоэлектронных устройств. Одна из таких локализованных мод реализуется, когда свет запирается между металлическим и ФК-зеркалом [3]. Такая мода называется таммовским плазмон-поляритоном (ТПП), из-за возникновения коллективных колебаний поля и свободных электронов в металлической пленке. Существенная особенность ТПП – это условие его возбуждения, которое не требует использования призм или решеток, как в случае поверхностного плазмон-поляритона (ППП). На основе ТПП предложены источник одиночных фотонов, сенсоры, оптические переключатели и многоканальные фильтры. Требуется дополнительное исследование проблемы эффективного возбуждения ТПП [4], когда вся падающая энергия связывается в локализованном состоянии. Это играет ключевую роль для поглотителей, лазеров, тепловых эмиттеров, усиления нелинейных эффектов и люминесценции, предложенных на основе ТПП.

ТПП мода может гибридизоваться с другими типами мод, при их одновременном возбуждении в структуре. На основе гибридных ТПП и ППП [5] были предложены сенсоры, усиление электрического поля, флуоресценция на резонансных ТПП-ППП длинах волн. Гибридные ТПП-экситонные моды позволяют обеспечивать сильное взаимодействие поля и вещества. На основе ТПП и микрорезонаторных (МР) гибридных мод недавно были предложены поглотители для солнечных ячеек, белые светоизлучающие диоды, усиление поля в микрорезонаторе, уменьшение поглощения во внедренных в структуру металлических слоях. Становится актуальной проблема управления спектральным положением гибридных мод, для создания перестраиваемых устройств на их основе. Один из материалов, широко используемых для управления спектральными свойствами фотонных структур – это нематический жидкий кристалл (НЖК, нематик), ПП которого может настраиваться путем приложения внешних полей.

Ограничения, накладываемые на диэлектрическую проницаемость (ДП) природных материалов, сегодня успешно преодолеваются использованием вместо них метаматериалов. Один из таких материалов – НК, содержащий металлические наночастицы в диэлектрической матрице. Вариация параметров наночастиц позволяет управлять оптическими и поляризационными характеристиками НК, которые могут превышать соответствующие характеристики составляющих его материалов. Актуальной видится задача распространения света в ФК, содержащих НК в качестве структурных элементов, что открывает дополнительные возможности для управления светом [6, 7].

### **Цели и задачи диссертационной работы.**

**Целью** диссертационной работы является теоретическое изучение распространения света в наноструктурированных фотонных кристаллах, исследование спектральных и поляризационных свойств таких структур.

Для достижения поставленной цели предлагалось решить следующие **задачи**:

1. Исследовать распространение света в КПФК, ПП которого изменяется в пространстве по закону  $n(z) = n_0 + \Delta n \cdot \text{sgn}(a_1 \sin G_1 z + a_2 \sin G_2 z)$ , где  $G_1$  и  $G_2$  – пространственные частоты. Изучить возможность независимой настройки положения ЗЗ структуры при вариации пространственных частот. Рассчитать спектры пропускания КПФК и сравнить их с экспериментально полученными.

2. Получить дисперсионное уравнение ТПП, учитывающее толщину первого слоя ФК, примыкающего к металлу. С точки зрения временной теории связанных мод провести анализ добротности ТПП в условиях его критической связи с падающим ИК-излучением. Рассмотреть две схемы возбуждения ТПП, когда непрозрачно одно из зеркал (ФК, либо слой металла), а возбуждение происходит через второе зеркало. Выяснить, какая из схем дает бóльшую добротность. Сравнить качественные выводы с данными численных и экспериментальных спектров.

3. Исследовать распространение света в ФК, покрытом слоем металла и включающем слой НЖК в качестве дефекта. Изучить гибридные моды, образованные ТПП и МР-модой. Исследовать влияние электрического поля, приложенного к нематерику, и его нагревания на положение гибридных мод в спектре пропускания структуры.

4. Исследовать распространение света в ФК, сопряженных со слоем НК или содержащих его в качестве дефектного слоя. Изучить спектральные и поляризационные особенности таких структур, при включении в НК анизотропных металлических частиц или частиц с диэлектрическим ядром и металлической оболочкой. Исследовать изменение спектральных и поляризационных свойств при изменении параметров НК.

**Научная новизна** диссертационной работы состоит в следующем:

1. *Впервые* предложен метод суперпозиции модуляции показателя преломления для структурирования КПФК.

2. *Найдена* оптимальная схема возбуждения ТПП, в условиях его критической связи с падающим излучением ИК-диапазона.

3. *Впервые* предложен метод управления гибридными ТПП-МР-модами через воздействие на дефектный НЖК-слой электрического поля или через его нагревание.

4. *Исследованы* спектральные свойства ФК с дефектным слоем НК, который состоит из ориентационно упорядоченных диспергированных в прозрачной матрице металлических наночастиц сферической формы. Показана существенная зависимость спектрального положения МР-мод от параметров НК.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Метод суперпозиции модуляции показателя преломления позволяет осуществлять независимую настройку положения и глубины нескольких запрещенных зон квазипериодического фотонного кристалла.

2. Схема возбуждения таммовского плазмон-поляритона через полупрозрачный фотонный кристалл, сопряженный с непрозрачным металлическим зеркалом, имеет принципиальное преимущество по сравнению со схемой возбуждения через полупрозрачный металлический слой, сопряженный с непрозрачным фотонным кристаллом. А именно, в условиях критической связи падающего излучения с таммовским плазмон-поляритоном, в первой схеме таммовский плазмон-поляритон имеет бóльшую добротность.

3. Способ управления спектральным положением гибридных таммовских-микрорезонаторных мод в фотонном кристалле с дефектным слоем нематика при помощи внешних полей. Управление осуществляется через электрическое поле, приложенное к нематике или через его нагревание. Гибридные моды испытывают спектральный скачок в точке фазового перехода нематик-изотропная жидкость, величина скачка зависит от поляризации падающего света.

4. Положение микрорезонаторных мод фотонного кристалла с анизотропным нанокompозитным дефектом чувствительно к изменению формы наночастиц, фактора заполнения, поляризации и угла падения света.

**Теоретическая и практическая значимость.** Метод суперпозиции модуляции показателя преломления, предложенный для структурирования КПФК позволяет создавать зеркала и фильтры с заранее заданным положением нескольких ЗЗ. Разработано программное обеспечение для моделирования светопропускания в таких структурах, позволяющее осуществлять настройку их параметров. Переход к возбуждению ТПП через полупрозрачный ФК позволяет создать тепловые эмиттеры с увеличенной добротностью. Предложенный метод управления ТПП через НЖК-слой, внедренный в структуру, может найти применение в таких приложениях, как сенсоры, фильтры, органические диоды и поглотители на основе ТПП. ФК, включающие НК-слои в качестве структурных элементов, могут быть использованы для создания фильтров и поляризаторов.

**Методология и методы исследования.** Основу диссертации составляют качественные, аналитические, полуаналитические и численные методы: временная теория связанных мод для описания добротности резонансов; метод трансфер-матрицы для расчета спектральных коэффициентов и распределения поля в неоднородных средах; метод Берремана для расчета анизотропных сред; преобразование Фурье для анализа спектральных свойств квазипе-

риодических фотонных кристаллов; метод вариации свободной энергии жидкого кристалла для моделирования его управления внешним электрическим полем.

**Степень достоверности и апробация результатов.** Достоверность полученных результатов обусловлена непротиворечивостью использованных моделей основным физическим представлениям, корректностью использованных приближений, использованием известных численных методов, а также соответствием результатов теоретических и экспериментальных данных.

Материалы диссертации опубликованы в 9 печатных работах [П1–П9] в рецензируемых журналах из списка ВАК, среди которых “ACS Photonics”, “Optics Letters”, “JOSAB”, “Journal of Optics”, “Квантовая электроника”, “Оптика и спектроскопия”.

Результаты работы были представлены на Всероссийских и международных конференциях: “ECLC 2017” (Москва); “ACLC 2017” (Тайнань, Тайвань); “PIERS 2016” (Шанхай, Китай); “SIBCON 2013” (Красноярск); “Волны” в 2014-2016 гг. (Москва); “ФПО 2014” и “Оптика 2015” (С.-Петербург); “Всероссийский конкурс-конференция работ по оптике и лазерной физике” в 2014 и 2015 гг. (Самара).

**Личный вклад автора.** Все представленные в диссертации оригинальные результаты получены автором, либо при его непосредственном участии. Автором осуществлялась разработка теоретических и численных подходов, проектирование и оптимизация параметров образцов перед их созданием, анализ и обсуждение результатов экспериментов, подготовка результатов исследований к публикации. Основная часть численных расчётов, а также разработка и тестирование программ, выполнены лично автором. Выбор направлений и объектов исследований осуществлялся совместно с научным руководителем С.Я. Ветровым. Алгоритм расчета слоистых сред, временная теория связанных мод, метод вариации свободной энергии жидкого кристалла реализованы совместно с научным руководителем И.В. Тимофеевым, алгоритм преобразования Фурье для квазипериодических структур и метод суперпозиции модуляции показателя преломления реализован совместно с А.М. Вьюнышевым.

**Структура и объём диссертации.** Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка литературы и 3 приложений. Общий объём диссертации 140 страниц, из них 124 страниц текста, включая 67 рисунков. Библиография включает 158 наименований на 16 страницах.

## **Содержание работы**

**Введение** отражает актуальность диссертационной работы, в нем сформулированы цель и задачи диссертации, приведены основные положения, выносимые на защиту. Указаны научная новизна и практическая значимость выполненной работы.

**Глава 1** содержит обзор теоретических и экспериментальных работ, касающихся МР и поверхностных мод в ФК, методов формирования КПФК, ТПП и его применений, а также гибридных мод, образованных взаимодействием ТПП и других мод в ФК.

**Глава 2** посвящена новому методу для создания КПФК. Данный метод позволяет создавать многослойные структуры с независимо настраиваемым положением ЗЗ.

Рассмотрим структуру, ПП которой описывается формулой:

$$n(z) = n_0 + \Delta n \cdot \text{sgn}(a_1 \sin G_1 z + a_2 \sin G_2 z). \quad (1)$$

Здесь  $n_0$  – это средний ПП  $\Delta n$  – это максимальное отклонение ПП от его среднего значения  $n_0$ ,  $a_j$ ,  $G_j$  – это амплитуда и пространственная частота (вектор обратной решетки)  $j$ -ой пространственной гармоники,  $\text{sgn}(x) = |x|/x$  – это функция Кронекера.

Модуляция ПП структуры становится периодической, если любая из двух амплитуд в уравнении (1) будет равна нулю ( $a_2 = 0$ ). В спектре пропускания периодической структуры возникает ЗЗ первого порядка, соответствующая пространственной частоте  $G_1$ , положение которой отвечает условию Брэгга [1]:

$$\lambda_m = 2\pi(n_1 + n_2)/mG, \quad (2)$$

где  $n_{1,2}$  – это ПП слоев, из которых состоит ФК.

Если оставить оба слагаемых в уравнении (1), получается более сложная пространственная модуляция ПП, соответствующая КПФК структуре. На Рисунке 1а представлен рассчитанный спектр пропускания КПФК при фиксированном значении пространственной частоты  $G_1$  и непрерывном изменении значения пространственной частоты  $G_2$ . В расчете методом трансфер-матрицы [8] были использованы параметры:  $n_0 = 1.40$ ,  $\Delta n = 0.08$ ,  $a_1 = a_2 = 1$ .

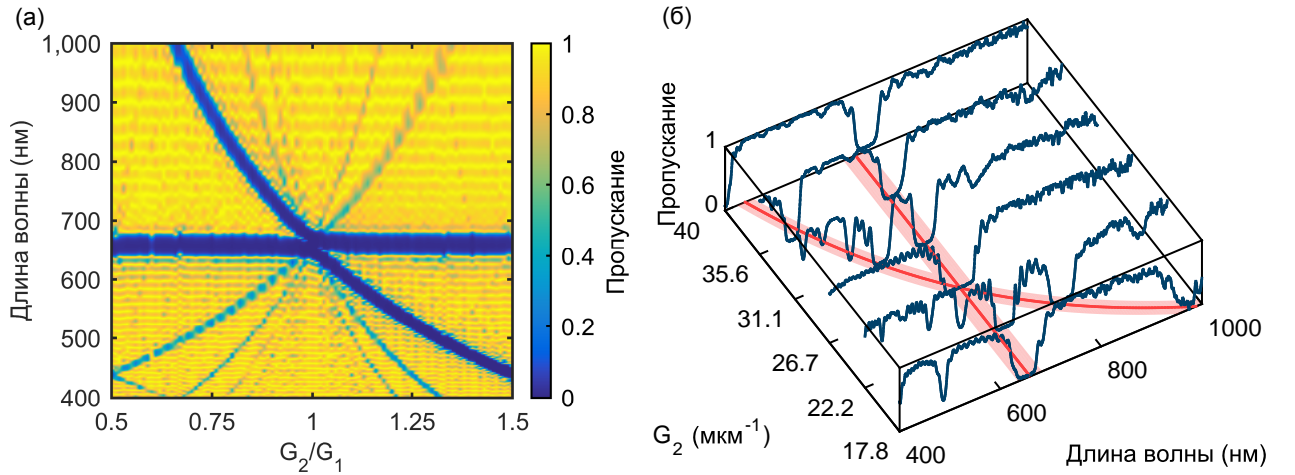


Рисунок 1: (а) Рассчитанный спектр пропускания КПФК при изменении отношения  $G_2/G_1$ . (б) Измеренные спектры пропускания КПФК (индиго) в зависимости от величины  $G_2$  ( $G_1 = 26.7$  рад  $\cdot$  мкм $^{-1}$ ). Рассчитанные по формуле (2) положения центральных длин волн для ЗЗ (красный) [П1].

Из рисунка можно видеть наличие двух ЗЗ с центральными длинами волн соответствующими обычным ФК, положение которых удовлетворяет уравнению (2). Расчет демонстрирует, что оптические волны претерпевают селективную брэгговскую дифракцию для обеих пространственных частот. Из рисунка видно, что ЗЗ, соответствующая пространственной частоте  $G_2$ , сдвигается в коротковолновую область при возрастании ее величины. Положе-

ние ЗЗ, соответствующей  $G_1$ , остается практически неизменным, за исключением небольшого спектрального сдвига вблизи точки пересечения  $G_2 = G_1$ , соответствующей обычному периодическому ФК. Стоит отметить также, что глубина ЗЗ в КПФК зависит от выбора соотношения между величиной амплитуд  $a_1$  и  $a_2$ , и может быть произвольно подобрана. Для экспериментальной проверки метода суперпозиции модуляции ПП, была изготовлена серия образцов КПФК из пористого кремния [9] с распределением ПП, определяемым формулой (1). ПП слоев, из которых состоят образцы, равны 1.32 и 1.48, что соответствует значениям  $n_0 = 1.40$ ,  $\Delta n = 0.08$  в формуле (1). Полученные образцы имели толщину около 9 мкм. На Рисунке 16 показаны измеренные спектры пропускания для всех изготовленных образцов КПФК в зависимости от величины  $G_2$ . Из рисунка четко видно, что ЗЗ, соответствующая пространственной частоте  $G_2$ , демонстрирует спектральный сдвиг. Экспериментальный результат хорошо согласуется с численным расчетом. Предложенный подход для формирования КПФК позволяет осуществить независимую настройку положения ЗЗ структуры.

КПФК с произвольно настраиваемыми ЗЗ может служить зеркалом микрорезонатора. Два КПФК с попарно перекрывающимися ЗЗ были сопряжены для формирования дефектного (микрорезонаторного) слоя на границе раздела. ПП КПФК промодулированы в пространстве по закону (1) со следующими параметрами:  $G_1 = 21.4 \text{ рад} \cdot \text{мкм}^{-1}$  и  $G_2 = 38.6 \text{ рад} \cdot \text{мкм}^{-1}$  для первого КПФК, толщиной 8.32 мкм, и  $G_3 = 22.8 \text{ рад} \cdot \text{мкм}^{-1}$  и  $G_4 = 36.1 \text{ рад} \cdot \text{мкм}^{-1}$  для второго КПФК, толщиной 8 мкм; ПП  $n_0 = 1.4$ ,  $\Delta n = 0.08$ .

В областях перекрывания ЗЗ КПФК видны пики (Рисунок 2), соответствующие МР-

модам, локализованным на границе между двумя структурами. Метод суперпозиции модуляции ПП позволяет настраивать положения ЗЗ КПФК и, соответственно, положение МР-мод.

**Глава 3** посвящена исследованию добротности резонанса ТПП для двух схем возбуждения. С точки зрения временной теории связанных мод обосновывается преимущество одной схемы перед другой.

ТПП, также называемый оптическим таммовским состоянием, назван так по аналогии с электронным таммовским состоянием в физике конденсированных сред [10]. Уравнение Шредингера для электронного таммовского состояния математически эквивалентно уравнению Гельмгольца для оптического таммовского состояния. В задаче Тамма было рассмотрено решение для электрона на границе периодического потенциала атомной решетки и потенциального барьера в вакууме. В задаче для ТПП, авторами в [3] было рассмотрено решение для электромагнитных волн на границе ФК, с периодическим распределением ДП, и металла с

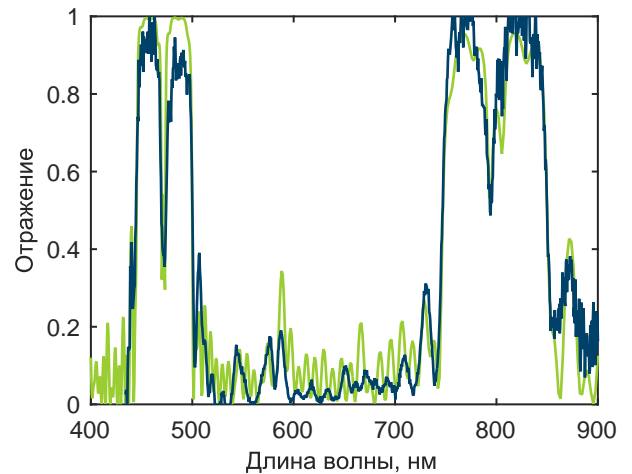


Рисунок 2: Измеренный (индиго) и рассчитанный (желто-зеленый) коэффициент отражения структуры двух сопряженных КПФК.



отрицательной ДП, играющей роль потенциального барьера (Рисунок 3а,б). Дисперсионная кривая ТПП вблизи центра ЗЗ ФК была приведена в работе [3], с существенными ограничениями на область длин волн и геометрические параметры ФК. Дисперсия, без накладывания этих ограничений, была построена численно в работе [11]. Поэтому становится актуальной задача поиска аналитического выражения для дисперсии ТПП, которая была решена в диссертации (Рисунок 3в). Также была построена зависимость дисперсионных кривых от толщины  $d = d_a + d'$  первого слоя ФК (играющего роль микрорезонатора), которая определяет частоту ТПП и энергию, накопленную в резонансе ТПП:

$$r_{am}^2 e^{4ik_{az}d'} e^{ik_{az}d_a} \sin(k_{bz}d_b) - r_{ab}r_{am}e^{2ik_{az}d'} \sin(k_{bz}d_b - k_{az}d_a) - r_{ab}^{-1}r_{am}e^{2ik_{az}d'} \sin(k_{bz}d_b + k_{az}d_a) + e^{-ik_{az}d_a} \sin(k_{bz}d_b) = 0, \quad (3)$$

где  $r_{ij}$  – коэффициенты Френеля,  $k_{iz}$  – волновые векторы в слоях.

Согласно временной теории связанных мод [12], резонанс описывается круговой собственной частотой  $\omega_0$  и комплексной амплитудой  $A$ . Если резонатор связан с волноводами, то амплитуда резонанса связана с амплитудами  $s_{\ell\pm}$  входящего и исходящего потока энергии в этих волноводах через коэффициенты связи  $\kappa_\ell$ :

$$\frac{dA}{dt} = -i\omega_0 A - \sum_{\ell=1}^N A \kappa_\ell^2 / 2 + \sum_{\ell=1}^N \kappa_\ell s_{\ell+}, \quad s_{\ell-} = -s_{\ell+} + \kappa_\ell A. \quad (4)$$

Для комплексной амплитуды отражения в канале  $\ell$  имеем:

$$r_\ell = \frac{s_{\ell-}}{s_{\ell+}} = -1 + \frac{2\gamma_\ell}{i(\omega_0 - \omega) + \sum \gamma_{\ell'}}, \quad \gamma_\ell = \frac{\kappa_\ell^2}{2} = \frac{1}{\tau_\ell}, \quad (5)$$

где  $\gamma_\ell$  – это скорость релаксации энергии в волновод,  $\tau_\ell$  – это время релаксации. Коэффициент отражения в этом случае аппроксимируется лоренцевым контуром с шириной на полувысоте, равной:  $\Delta\omega = 2 \sum_{\ell=1}^N \gamma_\ell$ ,  $\gamma_\ell = \frac{\omega_0}{2Q_\ell}$ , где  $Q_\ell$  – это добротность. Нулевое отражение возможно на резонансной частоте  $\omega = \omega_0$  в условиях критической (оптимальной) связи:

$$2\gamma_\ell = \sum \gamma_{\ell'} \Rightarrow r_\ell(\omega = \omega_0) = 0. \quad (6)$$

По определению, скорость релаксации энергии из резонанса – это отношение между мощностью релаксации энергии  $P$ , и накопленной энергией  $\mathcal{E}$ :  $\gamma_\ell = \frac{P_\ell}{2\mathcal{E}}$ . ТПП имеет три канала релаксации энергии, со скоростями  $\gamma_{PhC, Met, Abs}$ , обусловленные пропусканием света через ФК-зеркало  $T_{PhC}$ , металлическое зеркало  $T_{Met}$ , и поглощением в металле  $A_{Met} = 1 - R_{Met} - T_{Met}$ . Скорости релаксации связаны пропорцией:

$$\gamma_{PhC} : \gamma_{Met} : \gamma_{Abs} = T_{PhC} : T_{Met} : A_{Met}. \quad (7)$$

Рассмотрим добротность ТПП в условиях критической связи с падающим полем для двух схем возбуждения (Рисунок 3). В обеих схемах возбуждения одно зеркало делается

непрозрачным, чтобы можно было пренебречь одним из трех каналов релаксации энергии. При этом условия критической связи (6) для схемы с возбуждением через металл, с учетом (7) записываются в виде:

$$\gamma_{Met} = \gamma_{Abs}, \gamma_{PhC} = 0 \Leftrightarrow T_{Met} = A_{Met}, T_{PhC} = 0, \omega = \omega_0, \quad (8)$$

а для возбуждения через ФК – в виде:

$$\gamma_{PhC} = \gamma_{Abs}, \gamma_{Met} = 0 \Leftrightarrow T_{PhC} = A_{Met}, T_{Met} = 0, \omega = \omega_0. \quad (9)$$

При заданном материале металлического слоя, на резонансной длине волны его пропускание зависит от толщины. Для тонкого слоя металла, порядка толщины скин-слоя или менее, поглощение в нем также зависит от толщины. Это значит, что скорости релаксации энергии в схеме возбуждения через металл (8) связаны между собой параметрически через толщину металлического слоя.

$$A_{Met}(T_{Met}) \neq const. \quad (10)$$

Скорости релаксации энергии в схеме возбуждения через ФК (9), напротив, не зависят друг от друга:

$$A_{Met}(T_{PhC}) = const, dA_{Met}/dT_{PhC} = 0. \quad (11)$$

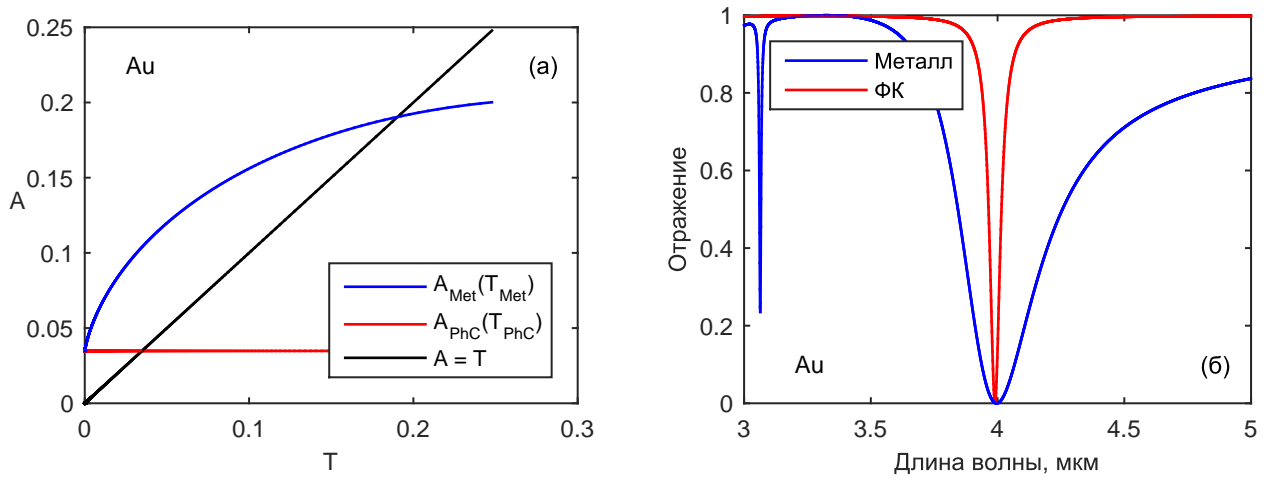


Рисунок 4: (а) Зависимость поглощения металлической пленки от ее пропускания, при изменении ее толщины  $d_m$  (10) (синий). Зависимость поглощения непрозрачной металлической пленки от пропускания через ФК, при изменении числа периодов ФК  $m$  (11) (красный). Точка пересечения черной и синей линий соответствует условиям критической связи (8), черной и красной – условиям (9). Для золота на длине волны  $\lambda = 4$  мкм [13] (SI в [П2]). (б) Спектр отражения для схемы возбуждения ТПП через металл (синий). Непрозрачное ФК-зеркало содержит  $m = 8$  периодов, толщина золота  $d_m = 5$  нм,  $d = 200$  нм. Спектр отражения для схемы возбуждения ТПП через ФК (красный). Непрозрачное золотое зеркало имеет толщину  $d_m = 250$  нм, число периодов ФК  $m = 2$ ,  $d = 269$  нм.

Найдем условия критической связи для каждой схемы возбуждения графически, используя формулы Эйри для связи  $A_{Met}$  и  $T_{Met}$  [14]. Рассмотрим падение света из первого слоя ФК (спейсера) с ПП  $n_1$  на металл (Рисунок 4а). Из рисунка видно, что для схемы возбуждения ТПП через металл условия критической связи наступают при бóльших значениях пропускания и поглощения, а значит при бóльших скоростях релаксации энергии  $\gamma$ , сумма которых определяет ширину спектральной линии резонанса ТПП. На Рисунке 4б приведены спектры отражения, рассчитанные методом трансфер-матрицы [8] для двух схем возбуждения ТПП. Толщина первого слоя ФК (спейсера)  $d$  подобрана таким образом, чтобы резонанс ТПП соответствовал центру ЗЗ ФК  $\lambda_0 = 4$  мкм. Резонанс вблизи 3 мкм соответствует краевой моде ФК. Рисунок 4б подтверждает преимущество схемы возбуждения ТПП через ФК, в которой в условиях критической связи линия резонанса уже, а значит добротность выше.

Используя соотношение  $\gamma = \frac{\omega_0}{2Q}$  и условия критической связи для схемы возбуждения через ФК (9), можно сравнить добротности ТПП с разными металлами через их ПП  $n_m = n + ik$ , взятые на длине волны ТПП (когда  $k \gg n$ ):

$$Q \propto \frac{1}{\gamma_{Abs}} \propto \frac{1}{A_{Met}} = \frac{1}{1 - R_{Met}} = \frac{1}{(n_1 + n)^2 + k^2} \propto \frac{k^2}{n}. \quad (12)$$

Сравним оценку (12) с добротностями, полученными из численных спектров как отношение длины волны ТПП к ширине резонанса на полувысоте  $Q = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}$  для разных металлов. Добротность по ширине линии для Au, Al, Mo, W равна соответственно  $Q = 80, 58, 57, 45$ . Формула (12) дает соответственно  $Q \propto 29, 18, 17, 13$ . Отношение добротностей примерно одинаково для всех металлов.

На основе ТПП были изготовлены тепловые эмиттеры (Рисунок 5) в среднем ИК-диапазоне [П2]. Экспериментальные и рассчитанные спектры находятся в хорошем согласии друг с другом (Рисунок 5). При этом экспериментально и численно подтверждается качественная оценка добротности для разных металлов (12), полученная в рамках временной теории связанных мод.

В Главе 4 предлагается способ управления гибридными ТПП-МР-модами, через управление МР-модой, участвующей в гибридизации.

Исследуемая модель представляет собою одномерный ФК с НЖК-дефектом, ограниченный серебряной пленкой (Рисунок 6). Элементарная ячейка ФК со-

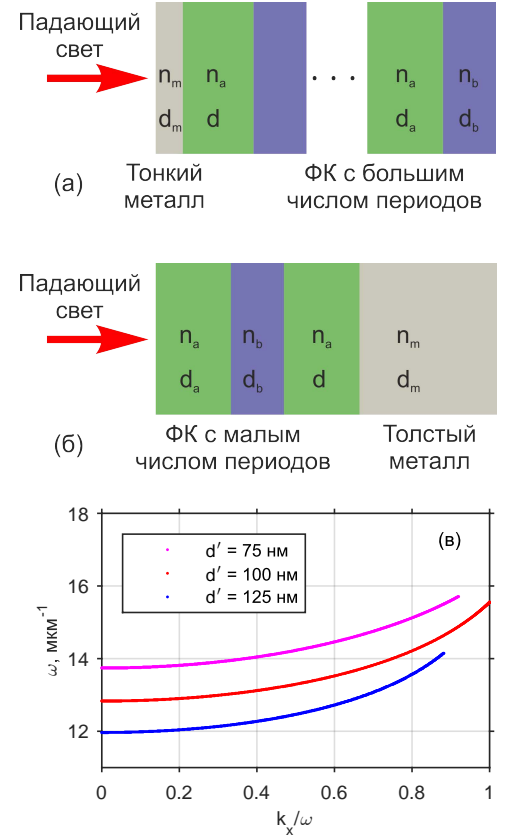


Рисунок 3: (а) Схема возбуждения ТПП со стороны металла; (б) со стороны ФК. (в) Дисперсия ТПП (3) при различных значениях утолщения  $d'$ .

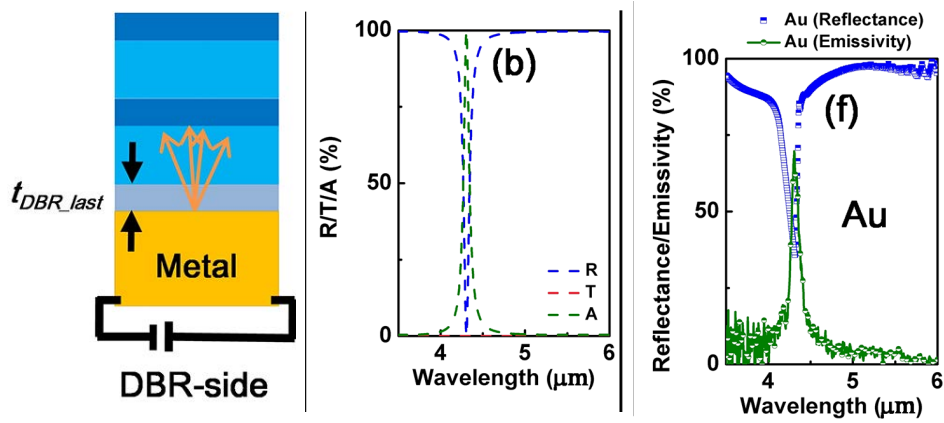


Рисунок 5: (слева) Схема теплового эмиттера на основе ТПП (схема возбуждения через ФК), на которой показан источник напряжения, подаваемого на металл. Рассчитанные (по центру) спектры пропускания, отражения и поглощения эмиттеров на ТПП. Измеренные (справа) спектры отражения и эмиссии эмиттеров на ТПП [П2].

стоит из диоксида циркония  $ZrO_2$  и диоксида кремния  $SiO_2$ , с ПП и толщинами  $n_a = 2.04$ ,  $d_a = 52$  нм и  $n_b = 1.45$ ,  $d_b = 102$  нм соответственно. Дефектный слой толщиной  $L = 2.13$  мкм заполнен планарно-ориентированным НЖК 4-н-пентил-4-цианобифенил (5ЦБ). Директор НЖК ориентирован вдоль оси  $x$  системы. 5ЦБ имеет последовательность фазовых переходов: кристалл –  $22.5^\circ\text{C}$  – нематик –  $35^\circ\text{C}$  – изотропная жидкость. ФК с одной стороны покрыт пленкой серебра толщиной  $d_m = 50$  нм, ДП которого найдена в приближении Друде-Зоммерфельда. Общее количество слоев  $N = 24$ , включая слои НЖК и серебра. Спектры пропускания, а также распределение энергии светового поля в структуре были найдены численно методом трансфер-матрицы [8], при нормальном падении света. Рассмотрено падение волн, поляризованных вдоль оси  $x$ , либо  $y$ . Для расчета температурной перестройки спектров (Рисунок 7) были использованы экспериментальные значения зависимости  $n_e$  и  $n_o$  от температуры [15].

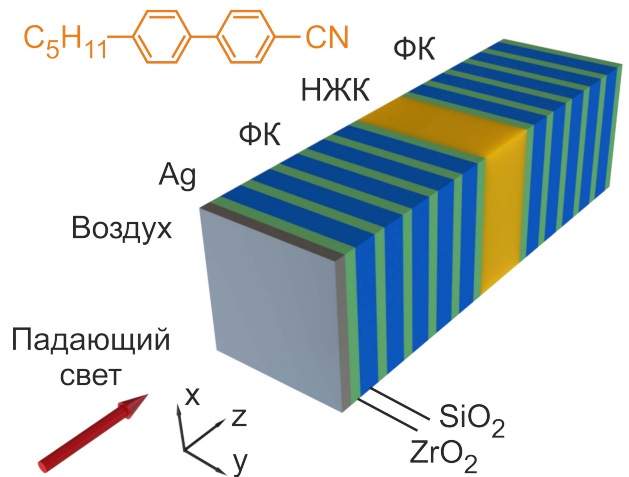


Рисунок 6: ФК с НЖК-дефектом, ограниченный серебряной пленкой. Во вставке показана структурная химическая формула 5ЦБ [П3].

С ростом температуры ПП  $n_e$  уменьшается, это приводит к уменьшению оптической толщины микрорезонатора и, как следствие, к синему сдвигу МР-мод. Движение МР-мод приводит к сдвигу гибридных ТПП-МР-мод (Рисунок 7а). В точке фазового перехода нематик – изотропная жидкость при  $t_0 = 35.0^\circ\text{C}$  происходит скачок ПП  $n_e$ . Это приводит к скачкообразному синему сдвигу гибридных ТПП-МР-мод. При дальнейшем повышении температуры

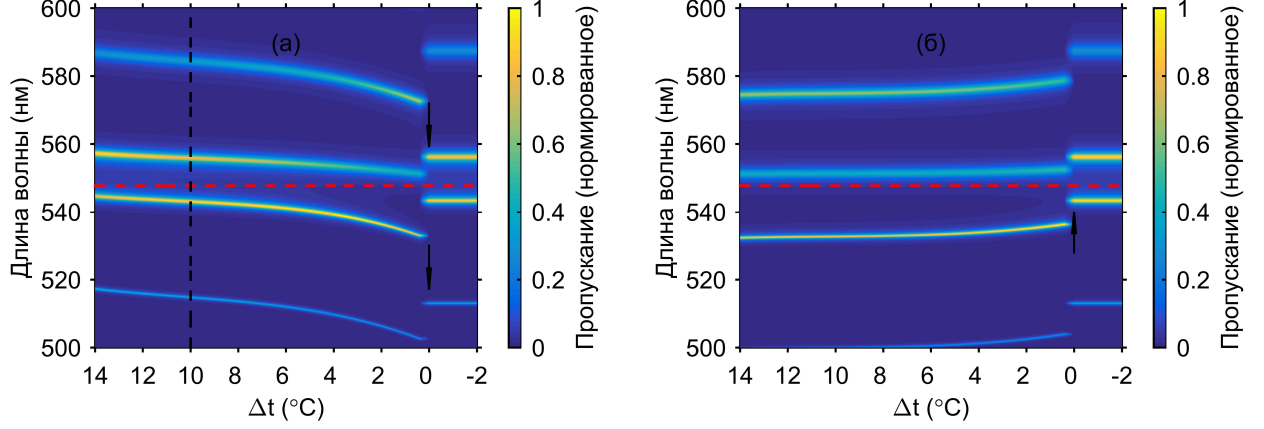


Рисунок 7: Нормированный спектр пропускания  $T/T_{max}$  структуры в зависимости от температурной отстройки  $\Delta t = t_0 - t$ , где температура фазового перехода  $t_0 = 35.0^\circ\text{C}$ . (а) Директор НЖК параллелен вектору электрического поля ( $x$ -поляризация);  $T_{max} = 0.55$ . (б) Директор НЖК перпендикулярен вектору электрического поля ( $y$ -поляризация);  $T_{max} = 0.52$ . Стрелками показано направление скачка МР-мод, участвующих в образовании гибридного состояния. Красная линия соответствует положению негибридизованного ТПП [П3].

ПП изотропной жидкости практически не изменяется, поэтому после фазового перехода положение гибридных мод постоянно. Значение ПП  $n_o$  с ростом температуры растет, поэтому гибридные моды испытывают красный сдвиг (Рисунок 7б). Из сравнения Рисунков 7а и 7б можно сделать вывод о существенной чувствительности температурных спектров к направлению поляризации падающего света.

Для расчета структуры слоя ЖК под напряжением использовался метод вариации свободной энергии [16]. Этот метод учитывает вклад упругой энергии ЖК при наклоне его молекул и вклад их электростатической энергии во внешнем поле, и позволяет получить уравнение для определения угла наклона  $\theta(z)$  директора ЖК относительно оси  $x$ :

$$(k_{11} \cos^2 \theta + k_{33} \sin^2 \theta) \frac{d^2 \theta}{dz^2} + \frac{(k_{33} - k_{11}) \sin(2\theta)}{2} \left( \frac{d\theta}{dz} \right)^2 + \frac{D_z^2 (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) \sin(2\theta)}{2\varepsilon_0 (\varepsilon_{\perp} \cos^2 \theta + \varepsilon_{\parallel} \sin^2 \theta)^2} = 0, \quad (13)$$

где  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная, а вектор электрической индукции  $D_z$  связан с приложенным к дефектному слою напряжением  $U$  следующей формулой:

$$U = \int_0^L E_z dz = \frac{D_z}{\varepsilon_0} \int_0^L \frac{dz}{\varepsilon_{\perp} \cos^2 \theta + \varepsilon_{\parallel} \sin^2 \theta}. \quad (14)$$

Уравнения (13) и (14) решались совместно, с граничными условиями соответствующими исходной планарной ориентации НЖК  $\theta(0) = \theta(L) = 0$ . Для расчета были взяты параметры 5ЦБ при температуре  $25^\circ\text{C}$ : коэффициенты упругости  $k_{11} = 5.9$  пН,  $k_{33} = 9.9$  пН; ДП на

частоте внешнего поля  $\varepsilon_{\parallel} = 18$ ,  $\varepsilon_{\perp} = 6$  [17]. На Рисунке 8а представлен рассчитанный спектр пропускания структуры для  $x$ -поляризованного света, при изменении напряжения, приложенного к дефектному слою. При напряжениях, больших критического  $U_c = 0.74$  (порог перехода Фредерикса), происходит синий сдвиг гибридных мод, т.к. молекулы ЖК начинают отклоняться от оси  $x$ , и ориентироваться параллельно приложенному полю (вдоль оси  $z$ ). С учетом наклона молекул ЖК, его ПП для  $x$ -поляризованного излучения дается формулой [14]:

$$n(z) = \frac{n_e n_o}{\sqrt{n_e^2 \sin^2 \theta(z) + n_o^2 \cos^2 \theta(z)}}. \quad (15)$$

Отсюда видно, что при увеличении угла наклона  $\theta(z)$ , ПП ЖК-слоя уменьшается. Это приводит к синему сдвигу МР-мод, а вместе с ними и сдвигу гибридных ТПП-МР-мод. При этом видно, что при  $U > 4.5$  В изменение положения гибридных мод практически прекращается. Это связано с тем, что при больших напряжениях исходная планарная ориентация ЖК переходит в гомеотропную, его ПП становится равным обыкновенному  $n_o$ .

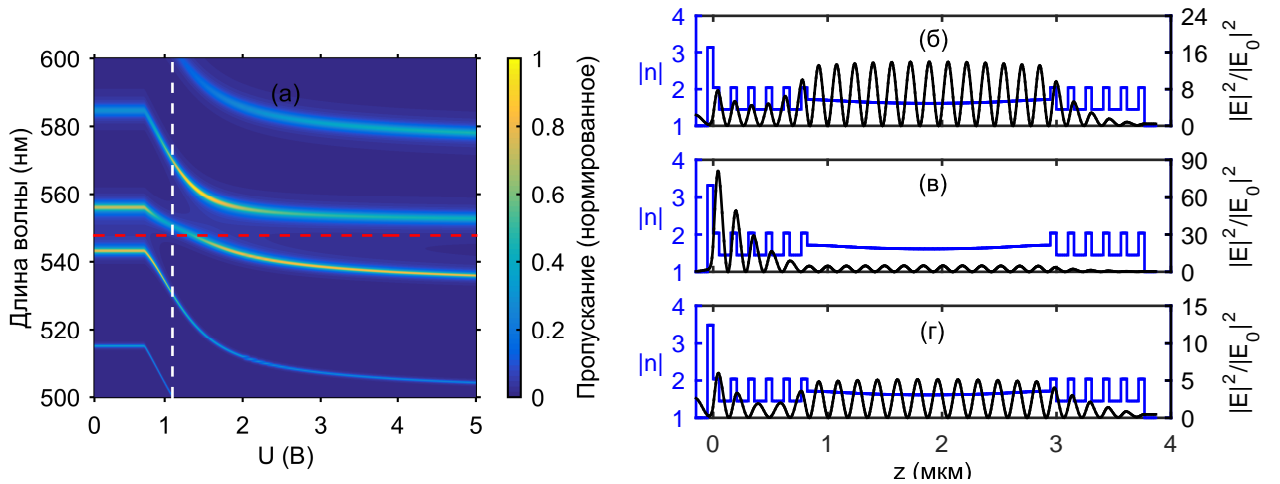


Рисунок 8: (а) Нормированный спектр пропускания  $T/T_{max}$  структуры в зависимости от приложенного напряжения для  $x$ -поляризованного света;  $T_{max} = 0.6240$ . Внешнее поле направлено вдоль оси  $z$ . Красная линия соответствует положению негибридизованного ТПП. Пространственное распределение ПП и энергии электрического поля световой волны в гибридных ТПП-МР-модах при  $U = 1.1$  В (белая линия на Рисунке 8а) на длине волны 530.5 нм (б), 550.5 нм (в), 570 нм (г) [П3].

Приложенное напряжение позволяет также управлять величиной локализации светового поля на границе между слоем металла и ФК (Рисунок 8), что может быть важно для приложений ТПП. Спектры пропускания для  $y$ -поляризованной волны не претерпевают изменений, так как для нее при переориентации молекул в плоскости  $xz$  ПП ЖК остается равным обыкновенному ПП  $n_o$ .

В Главе 5 исследованы спектральные и поляризационные свойства ФК, содержащих НК слои в качестве структурных элементов.



В *первой* части главы рассмотрен ФК с дефектным слоем НК (Рисунок 9). Дефектный НК-слой толщиной  $d_{NC} = 130$  нм состоит из серебряных наночастиц в форме эллипсоидов вращения, равномерно распределенных в диэлектрической матрице из прозрачного оптического стекла с ДП  $\varepsilon_1 = 2.56$ . ДП серебряных частиц  $\varepsilon_2$  выражается формулой Друде-Зоммерфельда. Полярная ось наносфероидов ориентирована параллельно оптической оси НК (ось  $x$ ). В качестве чередующихся слоев, из которых составлена элементарная ячейка ФК, рассматриваются слой диоксида циркония  $ZrO_2$  и диоксида кремния  $SiO_2$ , с ПП и толщинами  $n_a = 2.04$ ,  $d_a = 50$  нм и  $n_b = 1.45$ ,  $d_b = 74$  нм соответственно. ФК-структура помещена в среду (воздух) с ДП равной единице и состоит из  $N = 19$  слоев, включая дефектный слой в центре симметрии структуры. Эффективная ДП НК, со свойствами одноосного вещества, в главных осях представляется в виде диагонального тензора с компонентами  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{eff,\parallel}$ ,  $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{eff,\perp}$ , определяемыми формулой Максвелл-Гарнетта [18]:

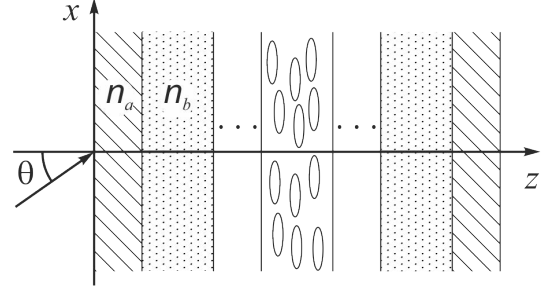


Рисунок 9: Схематическое представление одномерной ФК-структуры с анизотропным НК-слоем в качестве дефекта [П4].

$$\varepsilon_{eff,\perp,\parallel} = \varepsilon_1 \left( 1 + \frac{f}{(1-f)L_{\perp,\parallel} + \varepsilon_1/(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} \right). \quad (16)$$

Факторы деполяризации  $L_{\perp,\parallel}$  в (16) зависят от отношения длин полярной  $a$  и экваториальной  $b$  полуосей эллипсоида вращения  $\xi = a/b$ , а также от направления поля. Для поля, направленного вдоль и перпендикулярно к оси вращения сфероида, имеем:

$$L_{\parallel} = \frac{1}{1 - \xi^2} \left( 1 - \xi \frac{\arcsin(\sqrt{1 - \xi^2})}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right); \quad L_{\perp} = (1 - L_{\parallel})/2. \quad (17)$$

На Рисунке 10 приведены резонансные частотные зависимости вещественной и мнимой частей эффективных ДП анизотропной НК-среды, вычисленные по формуле (16). Из рисунка видно, что частоты резонансов зависят от направления электрического поля относительно оси вращения сфероида. Поляризационная чувствительность спектра пропускания ФК иллюстрируется на Рисунке 10. Из рисунка видно, что положение МР-мод существенно зависит от поляризации падающего света. Положение МР-мод в спектре также меняется при вариации формы наночастиц и фактора заполнения.

Во *второй* части главы исследуются спектральные свойства ФК с изотропным дефектом структуры, сопряженного со слоем НК. НК состоит из сферических серебряных наночастиц, диспергированных в матрице. Показана возможность реализации гибридных мод, образованных взаимодействием ТПП-моды и МР-моды. Величину расщепления резонансов гибридных мод можно изменять, варьируя параметры структуры.

В *третьей* части главы исследуются ТПП, локализованные на границе раздела ФК и НК из сферических наночастиц, имеющих диэлектрическое ядро и металлическую оболочку.

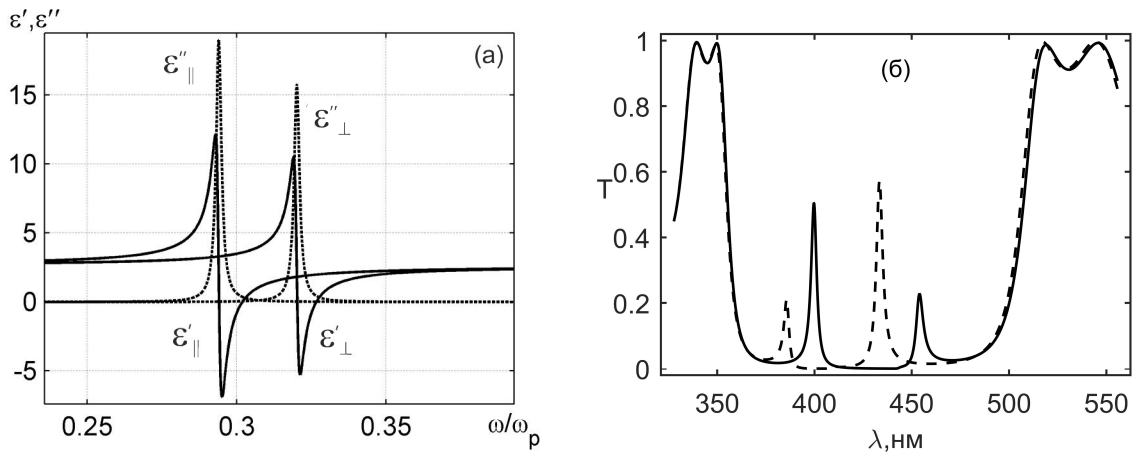


Рисунок 10: (а) Частотные зависимости действительных ( $\epsilon'_{\perp}$ ,  $\epsilon'_{\parallel}$ ) и мнимых ( $\epsilon''_{\perp}$ ,  $\epsilon''_{\parallel}$ ) частей эффективной ДП НК. (б) Коэффициент пропускания системы как функция длины волны, для параллельной (сплошная линия) и перпендикулярной (пунктирная линия) (относительно оптической оси НК) поляризации света. Параметр  $\xi = 1.2$ ,  $f = 0.02$  [П4].

Установлена существенная зависимость характеристик локализованного на краю ФК ТПП от отношения объема ядра частицы к ее полному объему. Показано, что при определенных параметрах структуры возможно спектральное проявление двух ТПП в двух ЗЗ ФК. Выполнены исследования спектральных свойств ФК, сопряженного со слоем НК с обеих сторон.

В четвертой части исследовано влияние размерных эффектов на спектральные свойства ФК, содержащего НК в качестве дефекта. Уменьшение размера золотых частиц в НК приводит к увеличению параметра затухания в модели Друде-Зоммерфельда для определения ДП металла. Это в свою очередь приводит к увеличению поглощения света в ФК.

**Приложения** содержат справочную информацию об уравнениях Максвелла, методе трансфер-матрицы и модели Максвелл-Гарнетта.

*Работа выполнена при частичной поддержке совместных грантов РФФИ, Правительства Красноярского края и Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности № 17-42-240464 и 16-42-243065, при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-02-31248, государственного задания Министерства образования и науки РФ № 3.1276.2014/К, а также Стипендии Президента Российской Федерации № СП-227.2016.5.*

**В Заключение** суммируется вышеизложенный материал и приводятся основные выводы. **Основные результаты и выводы:**

1. Описан новый метод суперпозиции модуляции показателя преломления для структурирования квазипериодических фотонных кристаллов на основе неупорядоченных дисперсных систем из пористого кремния. Спектральное положение и глубина нескольких запрещенных зон могут быть независимо настроены путем подбора пространственных частот и амплитуд гармоник, участвующих в формировании показателя преломления структуры. Рассчитанные спектры согласуются с экспериментальными.



2. Получено дисперсионное уравнение таммовского плазмон-поляритона, учитывающее толщину первого слоя фотонного кристалла, примыкающего к металлу. Рассмотрены две различные схемы возбуждения таммовского плазмон-поляритона. В каждой из двух схем предполагается непрозрачным одно из зеркал (фотонный кристалл, либо слой металла), а возбуждение происходит через второе зеркало. С точки зрения временной теории связанных мод обосновывается преимущество одной схемы перед другой. А именно, в условиях критической связи падающего излучения с таммовским плазмон-поляритоном, бóльшая добротность получается для схемы возбуждения через фотонный кристалл. Численный расчет, а также экспериментальные спектральные линии излучения тепловых эмиттеров на основе таммовского плазмон-поляритона подтверждают качественные выводы.

3. Выполнен расчет спектров пропускания фотонного кристалла, покрытого тонким серебряным слоем, и содержащего слой нематика в качестве дефекта. Продемонстрирована возможность температурной настройки спектрального положения гибридных таммовских-микрорезонаторных мод, посредством нагревания нематика. Показано существование скачка гибридных мод в точке фазового перехода нематик–изотропная жидкость. Показана поляризационная чувствительность спектров. Построена математическая модель, позволяющая прогнозировать изменение оптических свойств структуры в зависимости от приложенного к нематику электрического поля.

4. Выполнены исследования спектральных свойств фотонного кристалла с дефектным слоем нанокompозита, состоящего из ориентационно упорядоченных серебряных наночастиц сферической формы, взвешенных в прозрачном оптическом стекле. Показана зависимость положения микрорезонаторных мод в спектре от поляризации и угла падения излучения, формы наночастиц и фактора заполнения.

\*\*\*

В диссертации представлены примеры наноструктурированных фотонных кристаллов. Это квазипериодические структуры, состоящие из множества слоев. Их толщина может быть равна нескольким нанометрам, но при особом порядке расположения, каждый слой вносит вклад в формирование настраиваемых запрещенных зон. Это ГПП-структуры, требующие тонкой настройки условий критической связи, для достижения которых необходима точность контроля геометрических параметров на наномасштабе. Это структуры с включением композитов, спектрально и поляризационно чувствительные к изменению формы, структуры и размера включенных в них наночастиц. Проведенное исследование оптических свойств этих структур позволяет заключить, что структурирование фотонных кристаллов на наномасштабе проявляется на макроскопическом уровне, дает качественно новые явления и расширяет возможности эффективного управления светом.

#### **Список работ, опубликованных автором по теме диссертации**

- П1. Vyunishev A. M., Pankin P. S., Svyakhovskiy S. E. et al. Quasiperiodic one-dimensional photonic crystals with adjustable multiple photonic bandgaps // Opt. Lett. 2017. Vol. 42, no. 18. P. 3602–3605.

- П2. Yang Z. Y., Ishii S., Yokoyama T. et al. Narrowband Wavelength Selective Thermal Emitters by Confined Tamm Plasmon Polaritons // [ACS Photonics](#). 2017. Vol. 4, no. 9. P. 2212–2219.
- П3. Pankin P. S., Vetrov S. Y., Timofeev I. V. Tunable hybrid Tamm-microcavity states // [JOSA B](#). 2017. Vol. 34, no. 12. P. 2633–2639.
- П4. Ветров С. Я., Панкин П. С., Тимофеев И. В. Особенности спектральных свойств одномерного фотонного кристалла с анизотропным дефектным слоем нанокompозита, имеющего резонансную дисперсию // [Квантовая электроника](#). 2014. Т. 44, № 9. С. 881–884.
- П5. Vetrov S. Y., Pankin P. S., Timofeev I. V. The optical Tamm states at the interface between a photonic crystal and a nanocomposite containing core-shell particles // [J. Opt.](#) 2016. Vol. 18, no. 6. P. 65106.
- П6. Ветров С. Я., Панкин П. С., Тимофеев И. В. Особенности спектральных свойств фотонного кристалла с дефектом из нанокompозита с учетом размерных эффектов // [Оптика и спектроскопия](#). 2015. Т. 119, № 1. С. 69–72.
- П7. Vetrov S. Y., Pankin P. S., Timofeev I. V. Spectral Properties of One-Dimensional Photonic Crystal with Anisotropic Defect Layer of Nanocomposite // [Phys. Wave Phenom.](#) 2015. Vol. 23, no. 1. P. 35–38.
- П8. Vetrov S. Y., Pankin P. S., Timofeev I. V. Coupled Optical Tamm States at Edges of a Photonic Crystal Enclosed by a Composite of Core-Shell Nanoparticles // [Phys. Wave Phenom.](#) 2017. Vol. 25, no. 3. P. 170–174.
- П9. Pankin P. S., Vetrov S. Y., Timofeev I. V. [Hybrid states formed by the optical Tamm and defect modes in a one-dimensional photonic crystal](#) // [Prog. Electromagn. Res. Symp.](#) No. August. IEEE, 2016. P. 4571–4574.

### Цитированная литература

1. Joannopoulos J. D., Johnson S. G., Winn J. N., Meade R. D. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light (Second Edition). Princeton, NJ, USA : Princeton University Press, 2008. P. 304. ISBN: [0691124566](#).
2. Vardeny Z. V., Nahata A., Agrawal A. Optics of photonic quasicrystals // [Nat. Photonics](#). 2013. Vol. 7, no. 3. P. 177.
3. Kaliteevski M., Iorsh I., Brand S. et al. Tamm plasmon-polaritons: Possible electromagnetic states at the interface of a metal and a dielectric Bragg mirror // [Phys. Rev. B](#). 2007. Vol. 76, no. 16. P. 165415.

4. Auguie B., Bruchhausen A., Fainstein A. Critical coupling to Tamm plasmons // *J. Opt.* 2015. Vol. 17, no. 3. P. 35003. 1411.0608.
5. Afinogenov B. I., Bessonov V. O., Nikulin A. A., Fedyanin A. A. Observation of hybrid state of Tamm and surface plasmon-polaritons in one-dimensional photonic crystals // *Appl. Phys. Lett.* 2013. Vol. 103, no. 6. P. 61112.
6. Моисеев С. Г., Остаточников В. А., Семенцов Д. И. Влияние размерных эффектов на оптические характеристики одномерного фотонного кристалла с нанокompозитным дефектом // *Письма в ЖЭТФ*. 2014. Т. 100, № 6. С. 413–417.
7. Dadoenkova Y., Glukhov I., Moiseev S. et al. Optical generation in an amplifying photonic crystal with an embedded nanocomposite polarizer // *Opt. Commun.* 2017. Vol. 389. P. 1–4.
8. Bethune D. S. Optical harmonic generation and mixing in multilayer media: analysis using optical transfer matrix techniques // *JOSA B*. 1989. Vol. 6, no. 5. P. 910–916.
9. Svyakhovskiy S. E., Maydykovsky A. I., Murzina T. V. Mesoporous silicon photonic structures with thousands of periods // *J. Appl. Phys.* 2012. Vol. 112, no. 1.
10. Tamm I. E. // *Phys. Z. Sowjetunion*. 1932. Vol. 1. P. 733.
11. Белецкий Н. Н., Борисенко С. А., Гвоздев Н. И. Взаимодействие плазменных и дефектных мод в одномерной дефектной диэлектрической слоисто-периодической структуре, граничащей с плазмopодобной средой // *Радиофизика и электроника*. 2013. Т. 4 (18), № 3. С. 55–63.
12. Хаус Х. А. Волны и поля в оптоэлектронике. Мир, 1988. С. 432. ISBN: [503000761X](#).
13. Ordal M. A., Bell R. J., Alexander R. W. et al. Optical properties of Au, Ni, and Pb at submillimeter wavelengths // *Appl. Opt.* 1987. Vol. 26, no. 4. P. 744–752.
14. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. Наука, 1973. С. 720.
15. Sefton M. S., Bowdler A. R., Coles H. J. Light Scattering Studies of the Viscoelastic Ratios of Mixtures of Side Chain Liquid Crystalline Polymers in Low Molar Mass Mesogens // *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* 1985. Vol. 129, no. 1-3. P. 1–16.
16. Deuling H. J. Deformation of Nematic Liquid Crystals in an Electric Field // *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* 1972. Vol. 19, no. 2. P. 123–131.
17. Nowinowski-Kruszelnicki E., Kędzierski J., Raszewski Z. et al. Measurement of elastic constants of nematic liquid crystals with use of hybrid in-plane-switched cell // *Opto-Electronics Rev.* 2012. Vol. 20, no. 3. P. 255–259.
18. Sihvola A. Electromagnetic Mixing Formulae and Applications (IEEE Electromagnetic Waves Series, 47). 1999. P. 284.