

# ВЛИЯНИЕ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ НА КРИВУЮ НАМАГНИЧИВАНИЯ ОБМЕННО-СВЯЗАННОГО КЛАСТЕРА МАГНИТНЫХ НАНОЧАСТИЦ

*С. В. Комогорцев<sup>а</sup>, Р. С. Исхаков<sup>а</sup>, В. А. Фельк<sup>б\*</sup>*

<sup>а</sup> *Институт физики им. Л. В. Киренского ФИЦ КНЦ Сибирского отделения Российской академии наук  
660036, Красноярск, Россия*

<sup>б</sup> *Сибирский государственный университет науки и технологий им. М. Ф. Решетнева  
660049, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 29 сентября 2018 г.,  
после переработки 6 декабря 2018 г.  
Принята к публикации 6 декабря 2018 г.

Влияние фрактальной размерности обменно-связанных кластеров магнитных наночастиц на их кривые намагничивания предсказывается скейлинговыми оценками. Эти предсказания дают основу для методики экспериментального определения фрактальной размерности кластеров наночастиц по кривым намагничивания. Возможность достоверного определения размерности данными методами оценивается в работе с помощью микромагнитного моделирования. Показано, что эффективная размерность корреляционных объемов намагниченности, определяемая из анализа приближения намагниченности к насыщению, согласуется с размерностью фрактальных кластеров, определенной из анализа их морфологии. Размерность, оцененная из анализа зависимости коэрцитивного поля от размера частицы в физически естественной ситуации диполь-дипольного взаимодействия между наночастицами, дает оценки размерности кластера, сильно расходящиеся с оценками, полученными из анализа их морфологии.

DOI: 10.1134/S0044451019050122

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Свойства системы существенно зависят от ее размерности. Существует несколько типов размерностей: топологическая, метрическая и фрактальная. Они различным образом используются в физических теориях и по-разному измеряются. В данной работе будут обсуждаться проявление фрактальной размерности в магнитных свойствах наноматериалов и возможности ее надежного измерения из этих свойств.

Фрактал обычно понимается как структура, которая состоит из самоподобных подструктур, повторяющихся во все более мелких масштабах [1, 2]. Детерминированные фракталы, например, ковер Серпинского, хорошо известны. Такие фрактальные структуры недавно рассматривались для применений в микро- и нанoeлектронике [3, 4]. Стохастические фрактальные структуры чаще всего наблюда-

ются в природе, где скейлинг следует понимать в статистическом смысле [1, 2, 5, 6]. Примеры фрактальных структур в физике конденсированных сред многочисленны: полимеры, коллоидные агрегаты, пористые среды, шероховатые поверхности, спиновые конфигурации в разбавленных магнетиках и т. д. [7–10]. Фрактальная размерность измеряется экспериментально как прямыми методами, основанными на микроскопической обработке изображений, так и в экспериментах по малоугловому рассеянию нейтронов, рентгеновского излучения или рассеянию света [2, 5, 6, 11, 12]. В последние десятилетия было рассмотрено влияние фрактальной размерности в магнитных корреляционных объемах на кривые намагничивания и ферромагнитный резонанс в аморфных и наноструктурированных материалах [13–18]. Это влияние предсказывается с помощью скейлинговых соображений в модели случайной магнитной анизотропии [15, 19, 20]. В наноструктурированных материалах с целочисленной размерностью достоверность этих предсказаний подтверждена экспериментально [14, 21–25]. С другой сто-

\* E-mail: vlaf80@mail.ru

роны, количественное соотношение между размерностью и кривой намагничивания уже использовалось для экспериментального определения фрактальной размерности из кривых намагничивания в различных наноструктурированных магнитных материалах [26–28]. Нецелочисленная размерность была оценена с использованием закона приближения намагниченности к насыщению (ЗПН) в гранулированных магнитных пленках вблизи порога перколяции, а также в нанопористых магнитных средах [26,27]. Строгая микромагнитная теория кривых намагничивания в наноматериалах с произвольной размерностью  $d$  магнитных корреляционных объемов или размерностью неоднородностей магнитной анизотропии существует только для случаев с целочисленной размерностью  $d = 1, 2, 3$  [29–33], поэтому возможность надежного измерения не целочисленной размерности из кривых намагничивания требует отдельного исследования. В данной работе возможность такого измерения продемонстрирована с использованием микромагнитных расчетов.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

Магнитная микроструктура материала, состоящего из обменно-связанных наночастиц со случайно ориентированными осями легкого намагничивания, представляет собой совокупность стохастических магнитных доменов или магнитных корреляционных объемов, включающих большое число наночастиц [34]. Константа анизотропии магнитного корреляционного объема есть  $\langle K \rangle = K/\sqrt{N}$ , где  $N$  — число наночастиц в объеме и  $K$  — константа магнитной анизотропии индивидуальной наночастицы. Число  $N$  может быть оценено как  $N = (l_m/l_g)^d$ , где  $l_m$  — магнитная корреляционная длина,  $l_g$  — размер зерна (наночастицы, кристаллита) и  $d$  — фрактальная размерность магнитного корреляционного объема. Используя эти оценки и данные для зависимости  $l_m = f(l_g, H)$  [15, 35], можно получить зависимость средней анизотропии магнитного корреляционного объема от размера зерна и внешнего магнитного поля  $\langle K \rangle = f(l_g, H)$ . Такое описание объясняет зависимость коэрцитивного поля  $H_c \propto l_g^6$ , наблюдаемую в объемных нанокристаллических сплавах [21]. Стохастические магнитные домены или магнитные корреляционные объемы наблюдаются в нанокристаллических сплавах [36–39]. В средних и высоких полях магнитная микроструктура преобразуется в рябь намагниченности, которая принимает форму слабых периодических изменений направ-

ления намагниченности из-за флуктуирующей локальной оси легкого намагничивания [40–42]. Величины  $l_m$  и  $\langle K \rangle$  для слабого приложенного поля даются в терминах модели случайной магнитной анизотропии для  $l_g < \delta$ :

$$l_m \propto \delta^{4/(4-d)} / l_g^{d/(4-d)}, \quad (1)$$

$$\langle K \rangle \propto K (l_g/\delta)^{2d/(4-d)}, \quad (2)$$

где  $\delta = \sqrt{A/K}$ . Здесь  $A$  — обменная константа.

Показатели степени в уравнениях (1) и (2) зависят от фрактальной размерности магнитной структуры. Согласно формуле (2) коэрцитивное поле от размера зерна зависит как

$$H_c \propto \langle K \rangle \propto l_g^{2d/(4-d)}.$$

В эксперименте фрактальная размерность может быть оценена из показателя в степенном законе  $H_c(l_g)$ . Эта возможность уже использовалась для интерпретации некоторых экспериментов [24, 30, 43, 44].

В аморфном или нанокристаллическом ферромагнетике ЗПН определяется нормированной дисперсией ( $\nu_m$ ) поперечных к полю компонент орта намагниченности  $\mathbf{m}_{tr}(\mathbf{x}) = \mathbf{M}_{tr}(\mathbf{x})/M_s$  (здесь  $M_s$  — намагниченность насыщения)

$$M(H) = M_s(1 - \nu_m(H)). \quad (3)$$

Теория для ЗПН, включающая  $d$ , была предложена в работе [29]. В подходе, используемом в [29], размерность  $d$  равна кратности интеграла, который использовался для вычисления  $\nu_m(H)$ . Таким образом, нецелая размерность была здесь исключена. Позже было показано, что фрактальная размерность в ЗПН может быть отнесена как к размерности неоднородности локальной оси легкого намагничивания, так и к фрактальной размерности магнитного корреляционного объема [14, 15, 22].

Скейлинговый подход к магнитным корреляционным объемам (см. (1)) естественно подразумевает возможность нецелой фрактальной размерности. Намагниченность в ансамбле магнитных корреляционных объемов можно считать статистически независимой [15]. В этом случае дисперсию намагниченности в выражении (3) можно оценить как

$$\nu_m = (a \langle K \rangle / (M_s H))^2,$$

где  $a = \sqrt{1/15}$  для одноосной и  $a = \sqrt{2/105}$  для кубической симметрии локальной магнитной анизотропии. В результате было предложено выражение для нормированной дисперсии [45]:

$$\nu_m(H) = \frac{a^2}{\delta^4} \frac{l_H^4}{1 + (l_H/l_g)^d} = \frac{(aH_a)^2}{H^{(4-d)/2}(H^{d/2} + H_{ex}^{d/2})}. \quad (4)$$

Здесь  $H_a = 2K/M_s$  — поле локальной магнитной анизотропии,  $H_{ex} = 2A/(M_s l_g^2)$  — обменное поле,  $l_H = \sqrt{2A/(M_s H)}$  — длина магнитной корреляции в полях  $H \ll H_{ex}$ . Отметим, что в этом пределе  $l_H$  приобретает физический смысл ( $l_H \gg l_g$ ). Существует переход между двумя степенными режимами, находящимися выше и ниже  $H_{ex}$ :

$$\nu_m(H) = (aH_a)^2 \times \begin{cases} H^{-2}, & H \gg H_{ex}, \\ H^{-(4-d)/2} H_{ex}^{-d/2}, & H \ll H_{ex}. \end{cases} \quad (5)$$

В логарифмических осях на зависимости  $\nu_m(H)$  они соответствуют двум линейным участкам с различными угловыми коэффициентами [15, 46]. Изменение показателя степени, входящего в соотношение (5) для  $H \ll H_{ex}$ , также можно использовать для оценки  $d$ . Поскольку для случая нецелой фрактальной размерности не существует строгой микромагнитной теории, мы будем проверять справедливость скейлинговых оценок (2) и (5) с помощью микромагнитного моделирования. Упомянутая во Введении строгая микромагнитная теория кривых намагничивания в структурах с целочисленной размерностью неоднородностей магнитной анизотропии была развита для континуальной среды в пренебрежении диполь-дипольным взаимодействием. В практике измерений это пренебрежение может быть оправдано соответствующим выбором формы образца и ориентации внешнего магнитного поля. В материалах, состоящих из кластеров со сложной морфологией, диполь-дипольное взаимодействие может существенно влиять на их свойства, поэтому целью работы является также проверка влияния диполь-дипольного взаимодействия на результаты определения фрактальной размерности с помощью выражений (2) и (5).

### 3. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Плоские фрактальные кластеры для микромагнитных расчетов были получены с использованием модели диффузионно-лимитируемой агрегации (diffusion-limited aggregation, DLA) в пакете Visions of Chaos v.59.3 [47]. Кластеры DLA, содержащие от  $2 \cdot 10^4$  до  $7 \cdot 10^4$  частиц, различающихся вероятностью их прилипания, имеют разные размерности,

которые были определены клеточным методом (box counting, BC) [1, 2, 6] (см. рис. 1). Кроме того, исследован фрактальный кластер в виде ковра Серпинского, размерность которого  $d = \ln 8 / \ln 3 \approx 1.89$  хорошо известна. Микромагнитное моделирование фрактального кластера проводилось с использованием пакета OOMMF [48]. Изображения кластеров использовались в качестве маски для микромагнитной задачи, где пикселям, заполненным черным цветом, соответствовала намагниченность  $8.6 \cdot 10^5$  А/м, остальные пиксели имели нулевую намагниченность.

Размер ячейки  $l_g$  был выбран равным толщине слоя 5 нм. Поскольку нас интересуют магнитные свойства ансамбля однодоменных наночастиц, размер ячейки соответствует одному пикселю маски. Таким образом, намагниченность одной частицы в кластере однородна. Константа локальной одноосной магнитной анизотропии каждой ячейки составляла  $K = 10^5$  Дж/м<sup>3</sup>. Оси легкого намагничивания частиц были случайным образом ориентированы. Положительная константа обмена  $A$  была выбрана в диапазоне от  $0.25 \cdot 10^{-11}$  Дж/м до  $2 \cdot 10^{-11}$  Дж/м, чтобы обеспечить различные отношения между конкурирующими энергиями обмена и анизотропии. Заметим, что безразмерное отношение этих энергий может быть выражено через отношение характерных масштабов  $l_g/\delta$  как  $Kl_g^2/A = (l_g/\delta)^2$  [49, 50], поэтому в дальнейшем результаты будут представлены в зависимости от  $l_g/\delta$ .

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Чтобы проверить пригодность уравнений (2) и (5) для измерения фрактальной размерности кластеров, мы рассчитали предельную петлю гистерезиса, делая особый акцент на расчете ее обратимого участка, соответствующего приближению намагниченности к состоянию насыщения в области полей много больших коэрцитивного поля (рис. 2). В области полей, сравнимых с коэрцитивным полем, корреляции намагниченности распространяются на масштабы, значительно превышающие размер частицы (рис. 3). Таким образом, средняя энергия магнитной анизотропии магнитного корреляционного объема должна содержать информацию о структуре обменно-связанного кластера в пределах данного масштаба.

Смену асимптотических зависимостей в ЗПН от  $M_s - M(H) \propto H^{-\alpha}$  до  $M_s - M(H) \propto H^{-2}$ , предсказываемую выражением (5), можно представить как

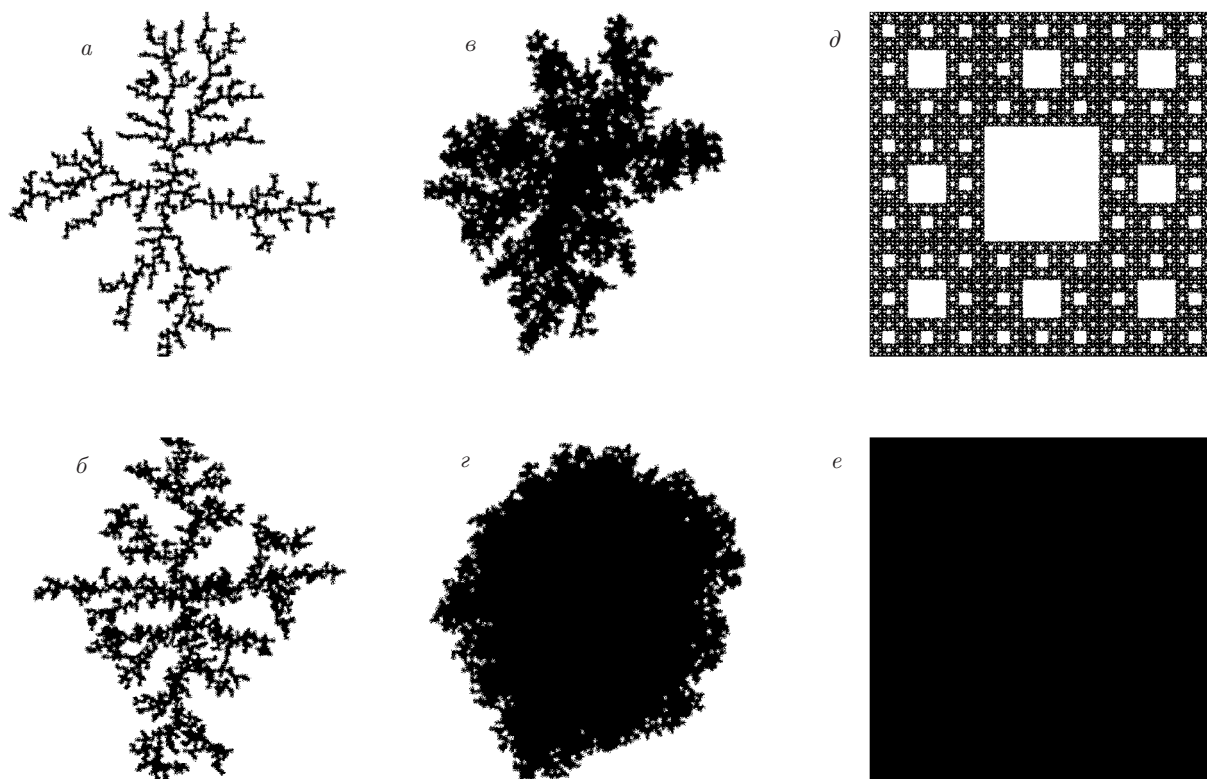


Рис. 1. Кластеры, используемые для микромагнитных расчетов: (а-г) представляют собой кластеры в DLA-форме: а — DLA-кластер, выращенный с вероятностью прилипания частицы  $p = 1$ ; б —  $p = 0.1$ ; в —  $p = 0.01$ ; г —  $p = 0.001$ ; д — кластер со структурой ковра Серпинского; е — твердотельный пленочный элемент

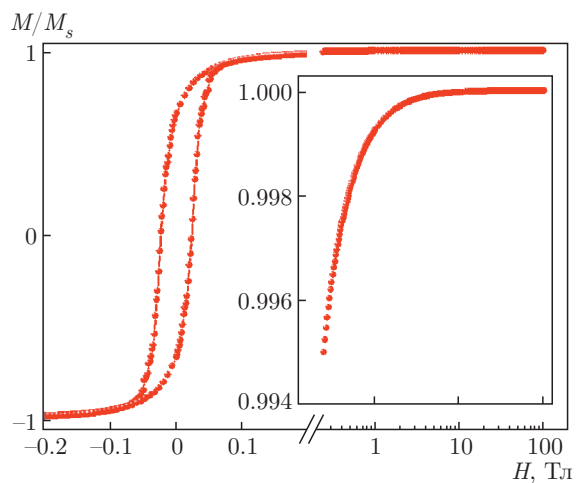


Рис. 2. Петля гистерезиса фрактального кластера, на примере DLA-кластера а. На вставке показана область приближения намагниченности к состоянию насыщения

изменение показателя степени  $\alpha(H)$  в эмпирическом выражении

$$M_s - M(H) \propto H^{-\alpha},$$

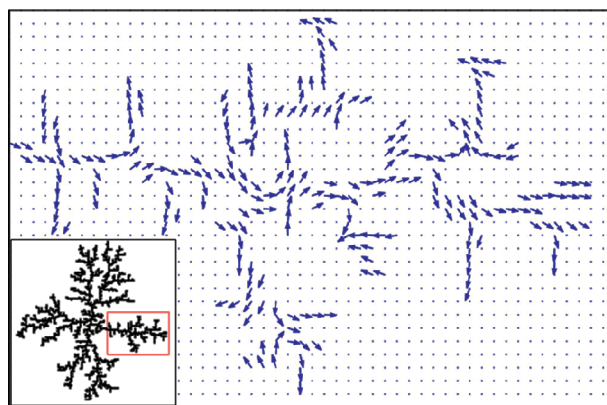


Рис. 3. Микромагнитная структура в одной из ветвей DLA-кластера а (см. вставку) в состоянии  $M/M_s = 0$  и  $H = H_c$

описывающем небольшой участок кривой  $M(H)$  вблизи некоторого поля  $H$ . Такой подход применялся ранее для анализа теоретических выражений ЗПН в тонких магнитных пленках [51] и в обработке экспериментальных данных [45, 52, 53]. Величина  $d$  для различных полей  $H$  (соответствующих цен-

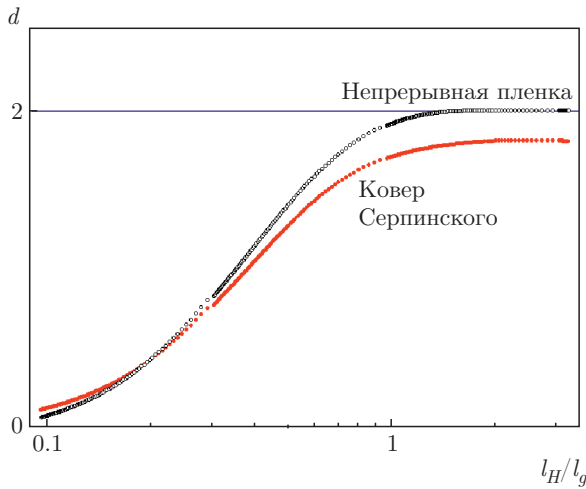


Рис. 4. Фрактальная размерность, полученная из приближения намагнитченности к состоянию насыщения для непрерывной магнитной пленки и кластера «Ковер Серпинского»

тру участка от  $H - \Delta H/2$  до  $H + \Delta H/2$ ) согласно (4) рассчитана из модельных кривых приближения намагнитченности к насыщению как

$$d = 4 - 2\Delta \ln(1 - M/M_s) / \Delta \ln(H).$$

На рис. 4 и 5 фрактальная размерность представлена в зависимости соответственно от  $l_H/l_g$  и  $l/l_g$  ( $l$  — размер области, по которой вычисляется фрактальная размерность в методе ВС), что позволяет нагляднее рассмотреть ее физический смысл и сопоставить с результатами определения размерности кластера прямым ВС-методом (рис. 5). Во-первых, рис. 4 показывает, что в области масштабов  $l_H$ , превышающих размер частицы  $l_g$ , фрактальная размерность переходит в режим, где в определенном диапазоне масштабов усреднения она практически не зависит от величины этого масштаба. Это означает статистическую масштабную инвариантность исследуемой магнитной структуры для данного диапазона размеров, а значит, доказывает ее фрактальную природу. Величину  $d$ , соответствующую области плато на рис. 4 и 5, следует понимать как оценку размерности магнитного корреляционного объема (магнитной неоднородности). Во-вторых, видно, что в диапазоне масштабов  $1 < l_H/l_g < 2.5$  величины фрактальной размерности, определенные из кривых ЗПН, хорошо согласуются с данными, полученными ВС-методом (рис. 5). Фрактальная размерность пленки получилась равной 2 (см. рис. 4), а для ковра Серпинского —  $d = 1.81 \pm 0.02$ , что несколько ниже теоретического значения  $d = \ln 8 / \ln 3 \approx 1.89$ .

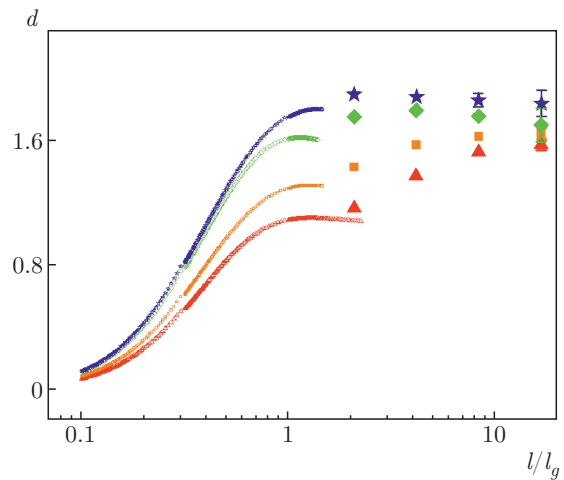
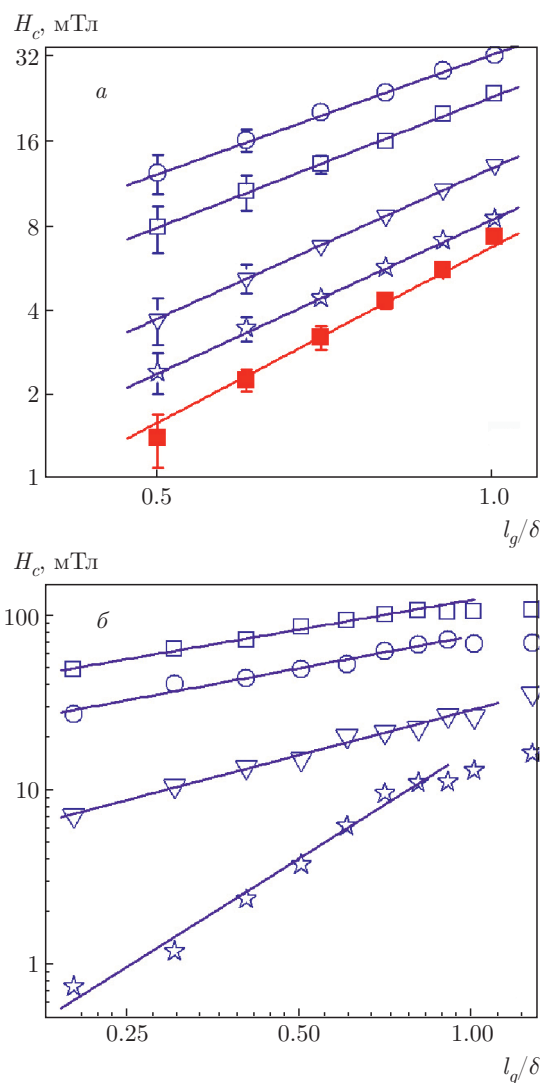


Рис. 5. (В цвете онлайн) Фрактальная размерность  $d$  плоских магнитных DLA-кластеров: большие символы — данные, полученные ВС-методом; маленькие символы — данные из приближения намагнитченности к состоянию насыщения: синим звездочкам соответствует кластер  $a$ ; зеленые ромбы —  $b$ ; оранжевые квадраты —  $v$ ; красные треугольники —  $z$

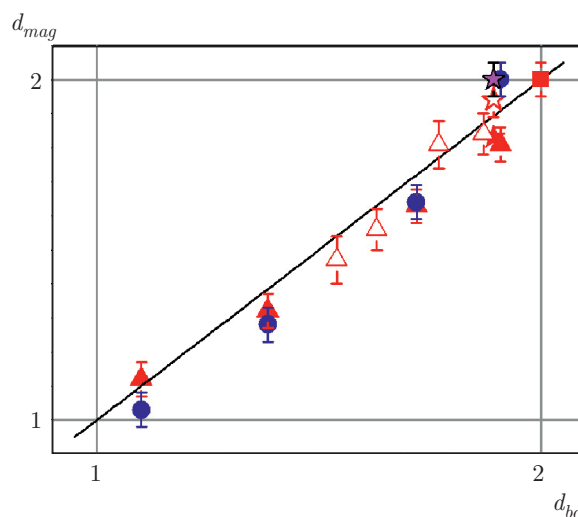
Фрактальную размерность кластера можно определить из зависимости коэрцитивного поля от приведенного размера частицы  $l_g/\delta$ , используя уравнение (2), из которого следует, что  $H_c \propto l_g^{2d/(4-d)}$ . Величина  $H_c$ , определенная из рассчитанных петель гистерезиса для различных отношений  $l_g/\delta$  меньших единицы, действительно демонстрирует степенную корреляцию этих параметров,  $H_c \propto (l_g/\delta)^\beta$ , в случае фрактальных кластеров с различной размерностью (рис. 6).

Рассчитанная таким образом фрактальная размерность хорошо согласуется с размерностью, рассчитанной с помощью ВС-метода для случая, когда диполь-дипольное взаимодействие не учитывается (рис. 7). Величина фрактальной размерности  $d_{mag}$  оцененная из рис. 6б, содержащего результаты расчетов размерных зависимостей коэрцитивного поля с учетом диполь-дипольного взаимодействия, не демонстрирует согласия с  $d_{bc}$ , полученной ВС-методом. Для разных кластеров результаты таковы:  $d_{mag}/d_{bc} = (0.90 \pm 0.03)/(1.54 \pm 0.02)$  для кластера  $a$ ;  $(0.92 \pm 0.03)/(1.63 \pm 0.02)$  — кластер  $b$ ;  $(1.23 \pm 0.03)/(1.77 \pm 0.03)$  — кластер  $v$ ;  $(2.01 \pm 0.03)/(1.91 \pm 0.02)$  — кластер  $z$  (см. рис. 1). Для кластеров  $a$  и  $b$  фрактальная размерность  $d_{mag}$  меньше физического осмысленного ограничения  $d = 1$ . Некоторое согласие величин для наиболее плотного кластера  $z$ -типа может быть связано с тем, что



**Рис. 6.** Зависимость коэрцитивного поля от размера зерна (корреляционного радиуса локальной оси легкого намагничивания) без учета (а) и с учетом (б) диполь-дипольного взаимодействия: сплошные квадраты — сплошная магнитная пленка, светлые символы — данные для плоских магнитных DLA-кластеров, кружки — кластер, выращенный при вероятности прилипания частицы  $p = 1$ , квадраты —  $p = 0.1$ , треугольники —  $p = 0.01$ , звездочки —  $p = 0.001$

его структура представляет собой сплошную пленку с незначительной концентрацией пор. Этот случай подробно рассмотрен в работе [54], где показано, что для пор малого диаметра,  $l_g/\delta < 1$ , возмущение в магнитной микроструктуре, вносимое размагничивающими полями поры, практически исчезает. Такая пористая среда в магнитном отношении должна вести себя как бездефектная и сплошная. В нашем случае это должно приводить к наблюдению  $d_{mag} = 2$ , что вполне согласуется с из-



**Рис. 7.** Корреляция фрактальной размерности в магнитном кластере, рассчитанная с использованием ВС-метода  $d_{bc}$  с фрактальной размерностью, вычисленной по магнитным свойствам  $d_{mag}$ : сплошные символы — данные из анализа кривой приближения намагниченности к состоянию насыщения, светлые символы — из размерной зависимости коэрцитивного поля, треугольники (без диполь-дипольного взаимодействия) и кружки (с диполь-дипольным взаимодействием) соответствуют DLA-кластерам, звездочки — ковер Серпинского, квадраты — сплошная пленка

меренной величиной  $d_{mag} = (2.01 \pm 0.03)$ . Окончательный результат (рис. 7) показывает, что фрактальная размерность кластера, полученная с помощью метода приближения намагниченности к насыщению, находится в удовлетворительном согласии с фрактальной размерностью этого кластера, определяемой ВС-методом. Важным результатом является то, что это согласие наблюдается не только без учета диполь-дипольного взаимодействия, но и в том случае, когда такой учет был выполнен. Таким образом, метод измерения фрактальной размерности из приближения намагниченности к насыщению, предложенный в теории, не учитывающей диполь-дипольное взаимодействие, позволяет получать разумные оценки  $d$  даже в случае таких сложных объектов, как фрактальные магнитные кластеры. Экспериментальные величины целых фрактальных размерностей для наногранулированных пленок и нанопористых сред, оцененные с использованием этого метода ранее [29, 30], теперь получают дополнительное подтверждение со стороны численного эксперимента.

Отметим, что достоверные экспериментальные оценки фрактальной размерности с помощью ме-

тогда приближения намагниченности к насыщению требуют измерения намагниченности в высоких полях (от 0.1 Тл до 10 Тл) с достаточно высокой точностью (относительная погрешность не ниже  $10^{-3}$ ) [15, 45]. Современные вибрационные и СКВИД-магнитометры, как правило, удовлетворяют таким требованиям. Примеры успешного применения данного метода на практике можно найти в работах [15, 26, 27].

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численная оценка достоверности экспериментальных подходов к определению размерности магнитной микроструктуры по магнитным свойствам на примере плоских фрактальных кластеров однодоменных частиц в основном состоянии показала, что метод определения размерности из кривых приближения намагниченности к насыщению, предложенный ранее для таких систем, может рассматриваться как достоверный. Как оказалось, метод размерной зависимости коэрцитивного поля в физически естественной ситуации, учитывающей диполь-дипольное взаимодействие между наночастицами, дает оценки размерности кластера, сильно расходящиеся с оценками, полученными прямым ВС-методом. Последнее связано с существенным влиянием диполь-дипольного взаимодействия между наночастицами фрактального кластера в малых полях.

**Финансирование.** Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда науки в рамках научного проекта № 18-42-240006 «Наноматериалы с магнитными свойствами, определяемыми топологическими особенностями наноструктуры».

## ЛИТЕРАТУРА

1. B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman and Co, US (1982).
2. J. F. Gouyet, *Physics and Fractal Structures*, Springer, New York (1996).
3. C. Swoboda, M. Martens, and G. Meier, *Phys. Rev. B* **91**, 064416 (2015).
4. P. Monceau and J.-C. S. Levy, *Phys. Lett. A* **374**, 1872 (2010).
5. S. H. Liu, *Sol. St. Phys.* **39**, 207 (1986).
6. T. Nakayama and K. Yakubo, *Fractal Concepts in Condensed Matter Physics*, Springer, Berlin, Heidelberg (2003).
7. A. Bunde and S. Havlin, *Fractals and Disordered Systems*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (1996).
8. Б. М. Смирнов, *УФН* **149**, 177 (1986).
9. S. V. Karpov, V. S. Gerasimov, I. L. Isaev, and V. A. Markel, *Phys. Rev. B* **72**, 205425 (2005).
10. T. A. Witten and L. M. Sander, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1400 (1981).
11. M. Balasoiu, M. V. Avdeev, V. L. Aksenov, D. Hasegan, V. M. Garamus, A. Schreyer, D. Bica, and L. Veikas, *J. Magn. Magn. Mater.* **300**, e225 (2006).
12. A. V. Nagornyi, V. I. Petrenko, M. V. Avdeev, O. V. Yelenich, S. O. Solopan, A. G. Belous, A. Yu. Gruzinov, O. I. Ivankov, and L. A. Bulavin, *J. Magn. Magn. Mater.* **431**, 16 (2017).
13. G. Herzer, *Mater. Sci. Eng. A* **133**, 1 (1991).
14. Р. С. Исхаков, С. В. Комогорцев, А. Д. Балаев, Л. А. Чеканова, *Письма в ЖЭТФ* **72**, 440 (2000).
15. R. S. Iskhakov and S. V. Komogortsev, *Phys. Met. Metallogr.* **112**, 666 (2011).
16. V. A. Ignatchenko and V. A. Felk, *Phys. Rev. B* **71**, 094417 (2005).
17. V. A. Ignatchenko and V. A. Felk, *Phys. Rev. B* **74**, 174415 (2006).
18. V. A. Ignatchenko and V. A. Felk, *Phys. Met. Metallogr.* **100**, Suppl. 1, S63 (2005).
19. G. Herzer, *IEEE Trans. Magn.* **25**, 3327 (1989).
20. R. Skomski, *J. Phys. Condens. Matter* **15**, R841 (2003).
21. G. Herzer, *Acta Mater.* **61**, 718 (2013).
22. Р. С. Исхаков, В. А. Игнатченко, С. В. Комогорцев, А. Д. Балаев, *Письма в ЖЭТФ* **78**, 1142 (2003).
23. Р. С. Исхаков, С. В. Комогорцев, А. Д. Балаев, А. В. Окотруб, А. Г. Кудашов, В. Л. Кузнецов, Ю. В. Бутенко, *Письма в ЖЭТФ* **78**, 271 (2003).
24. R. S. Iskhakov, S. V. Komogortsev, A. D. Balaev, and L. A. Chekanova, *Tech. Phys. Lett.* **28**, 725 (2002).
25. G. S. Kraynova, A. M. Frolov, and T. A. Pisarenko, *Adv. Mater. Res.* **718-720**, 85 (2013).

26. P. С. Исхаков, С. В. Комогорцев, Б. А. Денисова, Ю. Е. Калинин, А. В. Ситников, *Письма в ЖЭТФ* **86**, 534 (2007).
27. S. V. Komogortsev, R. S. Iskhakov, A. A. Zimin, E. Y. Filatov, S. V. Korenev, Y. V. Shubin, N. A. Chizhik, G. Y. Yurkin, and E. V. Eremin, *J. Magn. Magn. Mater.* **401**, 236 (2016).
28. R. S. Iskhakov, S. V. Komogortsev, A. D. Balaev, and A. A. Gavriiliuk, *J. Magn. Magn. Mater.* **374**, 423 (2015).
29. V. A. Ignatchenko and R. S. Iskhakov, *Fiz. Met. Met.* **73**, 602 (1992).
30. E. M. Chudnovsky, W. M. Saslow, and R. A. Serota, *Phys. Rev. B* **33**, 251 (1986).
31. D. A. Garanin, E. M. Chudnovsky, and T. Proctor, *Phys. Rev. B* **88**, 224418 (2013).
32. V. A. Ignatchenko and R. S. Iskhakov, *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz.* **44**, 1434 (1980).
33. В. А. Игнатченко, Р. С. Исхаков, Г. В. Попов, *ЖЭТФ* **82**, 1518 (1982).
34. G. Herzer, *Handb. Magn. Adv. Magn. Mater.*, ed. by H. Kronmuller and S. S. P. Parkin, John Wiley and Sons (2007).
35. R. S. Iskhakov and S. V. Komogortsev, *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **71**, 1620 (2007).
36. A. Michels, R. N. Viswanath, J. G. Barker, R. Birringer, and J. Weissmuller, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 267204 (2003).
37. A. Grob, S. Saranu, U. Herr, A. Michels, R. N. Viswanath, and J. Weissmuller, *Phys. Stat. Sol. Appl. Res.* **201**, 3354 (2004).
38. Y. Gao, D. Shindo, T. Bitoh, and A. Makino, *Phys. Rev. B* **67**, 172409 (2003).
39. I. R. McFadyen and I. A. Beardsley, *J. Appl. Phys.* **67**, 5540 (1990).
40. В. И. Петров, Г. В. Спивак, О. П. Павлюченко, *УФН* **106**, 229 (1972).
41. T. Suzuki, *Phys. Stat. Sol.* **37**, 101 (1970).
42. H. W. Fuller and M. E. Hale, *J. Appl. Phys.* **31**, 238 (1960).
43. J. Echigoaya, *J. Mater. Sci.* **40**, 3209 (2005).
44. S. Thomas, S. H. Al-Harhi, D. Sakthikumar, I. A. Al-Omari, R. V. Ramanujan, Y. Yoshida, and M. R. Anantharaman, *J. Phys. D. Appl. Phys.* **41**, 155009 (2008).
45. S. V. Komogortsev and R. S. Iskhakov, *J. Magn. Magn. Mater.* **440**, 213 (2017).
46. P. Garoche and A. P. Malozemoff, *Phys. Rev. B* **29**, 226 (1984).
47. J. Rampe, *Visions of Chaos v.59.3*, <http://softology.com.au/voc.htm> (2016).
48. M. J. Donahue and D. G. Porter, 1999 OOMMF User's Guide, Version 1.0, Interagency Report NISTIR 6376 (2004).
49. С. В. Комогорцев, В. А. Фельк, Р. С. Исхаков, Г. В. Шадрина, *ЖЭТФ* **152**, 379 (2017).
50. S. V. Komogortsev and R. S. Iskhakov, *Phys. Stat. Sol.* **47**, 480 (2005).
51. W. Maass, U. Krey, and H. Hoffmann, *Phys. Stat. Sol.* **122**, K137 (1984).
52. V. Dupuis, J. P. Perez, J. Tuailon, V. Paillard, P. Melinon, A. Perez, B. Barbara, L. Thomas, S. Fayeulle, and J. M. Gray, *J. Appl. Phys.* **76**, 6676 (1994).
53. L. Thomas, J. Tuailon, J. P. Perez, V. Dupuis, A. Perez, and B. Barbara, *J. Magn. Magn. Mater.* **140–144**, 437 (1995).
54. E. Schlomann, *J. Appl. Phys.* **38**, 5027 (1967).