

Использование акустической теории связанных мод в задачах о волновом транспорте и поиске связанных состояний в континууме

А.С. Пилипчук^{1*}, А.А. Пилипчук¹, А.Ф. Садреев¹, Д.Н. Максимов¹

¹ Институт физики им. Л. В. Киренского СО РАН, Красноярск, Российская Федерация
*e-mail: AS-Pilipchuk@yandex.ru

При расчете коэффициента пропускания через волноводные структуры часто используются метод согласованных мод или метод конечных элементов [1], которые зачастую требуют серьезных вычислительных мощностей.

Альтернативным вариантом является акустическая теория связанных мод [2], которая представляет собой адаптацию хорошо известного в квантовой механике и оптике метода неэрмитового эффективного гамильтониана [3] к граничным условиям Неймана. В основе метода лежит проекционная техника Фешбаха, подразумевающая проецирование всего Гильбертова пространства системы "волноводы + резонатор" на подпространство резонатора, что приводит к возникновению неэрмитового эффективного гамильтониана:

$$H_{eff} = H_B + \sum_C \sum_n ik_n W_{C,n} W_{C,n}^\dagger, \quad (1)$$

где n нумерует распространяющиеся в волноводах моды, C нумерует подключенные к резонатору волноводы, H_B — гамильтониан закрытого резонатора, k_n — волновое число, $W_{C,n}$ — матрица, описывающая связь между распространяющимися в C -м волноводе решениями и собственными модами закрытого резонатора.

Зная H_{eff} , можно построить матрицу рассеяния системы, которая содержит коэффициенты пропускания и отражения:

$$S = \delta_{CC'} \delta_{nn'} - 2\pi i \sum_{CC'} \sum_{nn'} W_{C,n} \frac{1}{\omega^2 - H_{eff}} W_{C',n'}^\dagger \quad (2)$$

Эффективный гамильтониан является мощным инструментом для обнаружения в системе связанных состояний в континууме (ССК): действительные части его комплексных собственных значений определяют позиции резонансов, а мнимые — соответствующие им ширины. Поэтому обнаружить ССК можно, найдя собственные значения H_{eff} с нулевой мнимой частью.

Предложен метод, позволяющий вычислять матрицу рассеяния и волновую функцию рассеяния в акустических системах типа "резонатор-волновод", а также находить параметры этих систем, при которых в них возможно образование ССК. Метод успешно применен в задачах о распространении звука через систему коаксиальных и некоаксиальных цилиндрических волноводов, а также через сферический резонатор с присоединенными к нему цилиндрическими волноводами.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-32-00234

1. S. Hein, W. Koch and L. Nannen, Journal of fluid mechanics **692**, 257 (2015).
2. D. N. Maksimov, A. A. Lyapina, A. S. Pilipchuk, A. F. Sadreev, Wave motion **56**, 52 (2015).
3. A. F. Sadreev, I. Rotter, Journal of physics A: Mathematical and General **36**(45), 11413 (2003).