ЖЭТФ, 2021, том 160, вып. 5 (11), стр. 678–688

МАГНИТООПТИЧЕСКИЙ ПАРАМЕТР Q ДЛЯ СТРУКТУР С ОДНООСНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

О. А. Максимова [a,b*], *С. А. Лященко* [a], *С. Н. Варнаков* [a], *С. Г. Овчинников* [a,b]

[a] *Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук — обособленное подразделение Федерального исследовательского центра «Красноярский научный центр Сибирского отделения РАН» 660036, Красноярск, Россия*

[b] *Сибирский федеральный университет 660041, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 29 июня 2021 г.,
после переработки 29 июня 2021 г.
Принята к публикации 1 июля 2021 г.

Работа посвящена развитию метода магнитооптической эллипсометрии на отражение. Решена обратная задача для структур с оптической одноосной анизотропией: найдены коэффициенты отражения для границы раздела внешняя среда–образец, получено аналитическое выражение для магнитооптического параметра, пропорционального намагниченности, позволяющее определить его исключительно по экспериментальным данным, измеряемым с помощью магнитооптической эллипсометрии. Представлен подробный алгоритм для проведения эксперимента по нахождению тензора диэлектрической проницаемости при экваториальной геометрии.

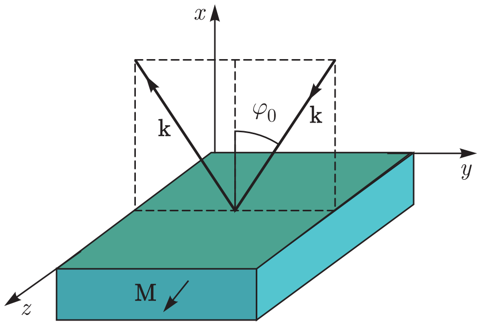
DOI: 10.31857/S0044451021110079

1. ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Магнитооптическая эллипсометрия (МЭ) одновременно обладает высокой чувствительностью к магнитному состоянию и оптическим свойствам отражающей поверхности. Этот метод широко используется и является очень удобным для контроля оптических, структурных, магнитных, магнитооптических (МО) свойств наноструктурированных материалов. По причине громоздкости математического аппарата МЭ, большинство измерений проводятся с целью простого анализа магнитных характеристик по полевым зависимостям эллипсометрических углов, либо рассмотрением простых изотропных и однородных сред. Однако многие материалы, особенно в пленочном и диспергированном состояниях, обладают зависимостью структуры от направления и, как следствие, имеют одноосную оптическую анизотропию. У таких материалов отличаются оптические свойства в плоскости пленки и перпендикулярно к ней [1, 2]. Примерами этих структур являются фотонные кристаллы [3], полимерные пленки [4], ориентированные массивы углеродных нанотрубок [5, 6]. В последние годы также активно исследуются оптические свойства анизотропных двумерных систем MXnes [7, 8] и MAX-фаз [9–11] (*ab initio*-расчеты). Если рассматривать магнитооптические свойства такой структуры, то кроме уже имеющейся оптической анизотропии необходимо учитывать и вынужденную анизотропию [12], обусловленную приложением внешнего магнитного поля, что неизбежно усложняет расчет и анализ полного тензора диэлектрической проницаемости. Поэтому в литературе такому подходу пока уделяется мало внимания. Преимущественно это работы [13–15], основанные на формализме матриц 4×4 [16], который хорошо проработан для МЭ, но не всегда применим, так как для определения всех матричных элементов необходимо проводить измерения в разных геометриях, следовательно, вращать образец.

Мы разработали оригинальный метод определения всех компонент тензора диэлектрической проницаемости тонких магнитных слоев по данным МЭ-характеризации оптически изотропных объемных сред и многослойных структур [17–21], который заключается в сочетании классических эллипсомет-

* E-mail: maximo.a@mail.ru



Геометрия экваториального магнитооптического эффекта Керра

рических измерений эллипсометрических углов ψ_0, Δ_0 без приложения внешнего магнитного поля и проведении эллипсометрических измерений при перемагничивании образца во внешнем магнитном поле (измерение $\delta\psi$, $\delta\Delta$) в экваториальной конфигурации. Эти измерения можно проводить при различных углах падения света и при разных длинах волн падающего излучения. Решение обратной задачи заключается в нахождении физических величин, таких как компоненты тензора диэлектрической проницаемости, по набору данных ψ_0, Δ_0, $\delta\psi$, $\delta\Delta$ посредством рассмотрения системы основных уравнений эллипсометрии:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\psi_0)\exp(i\Delta_0) &= \frac{R_{p0}}{R_{s0}}, \\ \operatorname{tg}(\psi_0+\delta\psi)\exp(i(\Delta_0+\delta\Delta)) &= \frac{R_{p0}+R_{p1}}{R_{s0}+R_{s1}}, \end{aligned} \tag{1}$$

где нижний индекс «0» — это индекс для измерений, проводимых без приложения внешнего магнитного поля, «1» — для измерений при приложении внешнего магнитного поля. Здесь индексы «s», «p» соответствуют s- и p-поляризации света.

В настоящей работе мы предлагаем расширить этот подход на магнитные оптически анизотропные материалы, а именно, для начала решить обратную задачу МЭ для полубесконечных структур с оптической одноосной анизотропией. Примерами подобных материалов являются толстые атомно-слоистые MAX-пленки [22], столбчатые ферромагнитные пленки [23–25] и различные низкосимметричные магнитооптически-активные объемные кристаллы [26–28]. Новый подход позволяет получать информацию о МО-свойствах образца из МЭ-измерений без вращения образца и электромагнита, создающего внешнее магнитное поле.

Рассмотрим геометрию МЭ-измерений на отражение, соответствующую экваториальному магнитооптическому эффекту Керра (рисунок). При экваториальной конфигурации МО-эффекта Керра намагниченность лежит в плоскости образца. Выберем направление оси z традиционно [12,17–22,29,30] параллельно направлению намагниченности. Таким образом, плоскость yz — граничная плоскость поверхности отражения, xy — плоскость падения света на образец.

В общем случае оптически анизотропных сред тензор диэлектрической проницаемости представляют [13, 14] следующим образом:

$$\varepsilon^{MO} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & -iQ_zM_z & -iQ_yM_y \\ iQ_zM_z & \varepsilon_y & -iQ_xM_x \\ iQ_yM_y & iQ_xM_x & \varepsilon_z \end{bmatrix}, \tag{2}$$

где $Q = (Q_x, Q_y, Q_z)$ — магнитооптический параметр, не зависящий от намагниченности, а $M = (M_x, M_y, M_z)$ — намагниченность.

С другой стороны, есть традиция не выделять в компонентах тензора диэлектрической проницаемости отдельно намагниченность, а вместо этого считать Q пропорциональным намагниченности магнитооптическим параметром, именуемым также вектором Фохта [12,29–34]. В этом случае для изотропных сред, когда все диагональные компоненты тензора равны и имеют некое значение ε_0, недиагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости представляют собой произведение диагональной компоненты на компоненту вектора Фохта:

$$\varepsilon_{ij} = -i\varepsilon_0 Q_k, \tag{3}$$

где i, j, k принимают значение x, y, z. Из геометрии решаемой нами МЭ-задачи следует, что для оптической одноосной анизотропной полубесконечной ферромагнитной структуры коэффициенты преломления в плоскости yz одинаковы:

$$N_x \neq N_y = N_z, \tag{4}$$

что означает, что диагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости в плоскости образца также одинаковы:

$$\varepsilon_{xx} \neq \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz}. \tag{5}$$

Таким образом, принимая во внимание работы [12, 14], для случая одноосной анизотропии тензор диэлектрической проницаемости можно представить в виде

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & -i\varepsilon_{zz}Q & 0 \\ i\varepsilon_{zz}Q & \varepsilon_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}, \tag{6}$$

где Q=Q_1-iQ_2 — комплексный магнитооптический параметр, пропорциональный намагниченности, лежащей в плоскости пленки, $\varepsilon_{xx} = \varepsilon'_{xx} - i\varepsilon''_{xx}$, $\varepsilon_{zz} = \varepsilon'_{zz} - i\varepsilon''_{zz}$ (вещественные части обозначены одним штрихом, мнимые части — двумя). Квадратичные по намагниченности эффекты в данном случае не учитываются.

Для изотропных структур коэффициенты отражения, учитывающие магнитооптический отклик, хорошо известны [12, 29]:

$$R_s = \frac{N_0\cos(\varphi_0) - N_1\cos(\varphi_1)}{N_0\cos(\varphi_0) + N_1\cos(\varphi_1)}, \tag{7}$$

$$R_p = \frac{N_1\cos(\varphi_0) - N_0\cos(\varphi_1)}{N_1\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_1)} - iQ\frac{N_0^2\sin(2\varphi_0)}{(N_1\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_1))^2}, \tag{8}$$

где N_0 — комплексный показатель преломления внешней среды, N_1 — комплексный показатель преломления ферромагнитного материала, φ_0 — угол падения света на образец. Эти выражения используются в основанном на матрицах Джонса методе определения компонент тензора диэлектрической проницаемости изотропных образцов, разработанном в работах [17–20].

Работать с анизотропными средами, продолжая использовать матрицы Джонса и коэффициенты Френеля, можно, когда выполняется условие равенства нулю недиагональных элементов матрицы Джонса коэффициентов отражения [35, 36]

$$r_{ps} = r_{sp} = 0. \tag{9}$$

В нашей геометрии выражение (9) справедливо, поскольку в случае одноосной оптической анизотропии объемного образца для его выполнения достаточно того, что оптическая ось параллельна или перпендикулярна плоскости падения света [35, 36].

Для анизотропных систем с выбранной нами геометрией (рисунок) получение коэффициентов отражения описано в работе [36]. Их можно представить в виде

$$r_{ss} = \frac{N_0\cos(\varphi_0) - N_z\cos(\varphi_{ts})}{N_0\cos(\varphi_0) + N_z\cos(\varphi_{ts})}, \tag{10}$$

$$r_{pp} = \frac{N_y\cos(\varphi_0) - N_0\cos(\varphi_{tp})}{N_y\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_{tp})}, \tag{11}$$

где углы φ_{ts} и φ_{tp} — углы преломления, определяющиеся выражениями

$$\cos(\varphi_{ts}) = \frac{\sqrt{N_z^2 - N_0^2\sin^2(\varphi_0)}}{N_z}, \tag{12}$$

$$\cos(\varphi_{tp}) = \frac{\sqrt{N_x^2 - N_0^2\sin^2(\varphi_0)}}{N_x}. \tag{13}$$

В работе [36] сразу учтен знак минус в соотношении $N = n - ik$, что традиционно для представления коэффициента преломления в эллипсометрии и МЭ. В изотропном пределе $N_x = N_y = N_1$ из уравнений (10), (11) следуют стандартные коэффициенты Френеля [35].

Однако коэффициенты отражения (10), (11) в [36] не учитывают влияния внешнего магнитного поля, и их недостаточно для анализа магнитооптических свойств образца. Выражения, учитывающие магнитооптический отклик, нам и необходимо добавить к уже известным в литературе формулам для коэффициентов отражения анизотропных сред, связать с измеряемыми методом магнитооптической эллипсометрии параметрами и определить выражения для получения информации о магнитооптическом параметре $Q = Q_1 - iQ_2$ и о полном тензоре диэлектрической проницаемости (6).

2. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ ДЛЯ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ВНЕШНЯЯ СРЕДА — ОПТИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНЫЙ ОДНООСНЫЙ ОБЪЕМНЫЙ ОБРАЗЕЦ С УЧЕТОМ МАГНИТООПТИЧЕСКОГО ОТКЛИКА

Для того чтобы учесть магнитооптический отклик в выражениях (10), (11), обратимся к тому, как он учитывался в работах Соколова и Кринчика [12, 29], где рассматривался случай границы раздела двух изотропных сред. Для учета экваториального МО-эффекта Керра (TMOKE) при рассмотрении отражения на границе внешней среды с оптически анизотропным объемным образцом необходимо пройти те же шаги, что и при его учете на границе с изотропным образцом. Все выкладки ниже справедливы для видимого спектрального диапазона и проведены в предположении, что $\mu \approx \mu_0 \approx 1$, а магнитооптический параметр $Q \ll 1$ [12, 30, 32, 37].

Используем тензор (6) и решаем уравнения Максвелла со следующей связью между напряженностью и индукцией:

$$\begin{aligned} D_x &= \varepsilon_{xx}E_x - i\varepsilon_{zz}QE_y, \\ D_y &= i\varepsilon_{zz}QE_x + \varepsilon_{zz}E_y, \\ D_z &= \varepsilon_{zz}E_z. \end{aligned} \tag{14}$$

Решение ищем в виде плоской неоднородной волны, распространяющейся в магнитной среде:

$$E = E_0 \exp\left(i\omega\left(t - \frac{\alpha^* x + \beta^* y + \gamma^* z}{\upsilon^*}\right)\right), \quad (15)$$

где α^*, β^*, γ^* — направляющие косинусы, υ^* — скорость распространения волны в среде. Тогда получим систему уравнений

$$\begin{aligned} &\varepsilon_{xx}E_x - i\varepsilon_{zz}QE_y = \\ &= N_x^2[E_x - \alpha^*(\alpha^* E_x + \beta^* E_y + \gamma^* E_z)], \\ &i\varepsilon_{zz}QE_x + \varepsilon_{zz}E_y = \\ &= N_y^2[E_y - \beta^*(\alpha^* E_x + \beta^* E_y + \gamma^* E_z)], \\ &\varepsilon_{zz}E_z = \\ &= N_z^2[E_z - \gamma^*(\alpha^* E_x + \beta^* E_y + \gamma^* E_z)]. \end{aligned} \quad (16)$$

В результате ряда преобразований (см. Приложение А) с учетом (4), (5) получим

$$\begin{aligned} &(\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}\cos(\varphi_{tp}) + i\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}Q\sin(\varphi_{tp}))E_x + \\ &+ (\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}\sin(\varphi_{tp}) - i\varepsilon_{zz}^2 Q\cos(\varphi_{tp}))E_y = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

С учетом введенной нами системы координат граничные условия для s-поляризации:

$$E_{0is} + E_{0rs} = E_{d3} = E_{ts}, \quad (18)$$

$$N_0\cos(\varphi_0)(E_{0is} - E_{0rs}) = N_z\cos(\varphi_{ts})E_{ts}, \quad (19)$$

для p-поляризации:

$$\cos(\varphi_0)(E_{0ip} - E_{0rp}) = E_{d2}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} &N_0(E_{0ip} + E_{0rp}) = \\ &= N_y(\cos(\varphi_{tp})E_{d2} - \sin(\varphi_{tp})E_{d1}), \end{aligned} \quad (21)$$

где нижний индекс i при E соответствует падающей волне, r — отраженной, d — прошедшей в среду, E_{d1}, E_{d2}, E_{d3} — это соответственно x-, y-, z-компоненты амплитуды напряженности электрического поля прошедшей волны [12, 29].

Полученный коэффициент отражения $r_{ss\,TMOKE}$ полностью совпадает с коэффициентом отражения для анизотропных сред в отсутствие внешнего магнитного поля (10):

$$r_{s\,TMOKE} = \frac{N_0\cos(\varphi_0) - N_z\cos(\varphi_{ts})}{N_0\cos(\varphi_0) + N_z\cos(\varphi_{ts})}, \quad (22)$$

соответственно, для s-поляризации влияние магнитного поля на коэффициент отражения при реализации экваториальной конфигурации МО-эффекта Керра отсутствует не только для изотропных систем, но и анизотропных тоже:

$$R_{s1} = 0. \quad (23)$$

Коэффициент отражения для p-поляризации при TMOKE получаем из (20), (21), к которым добавлено выражение для условия связи между E_{d1} и E_{d2} (см. Приложение А):

$$r_{pp\,TMOKE} = \frac{E_{0rp}}{E_{0ip}} = \frac{\cos(\varphi_0) - FN_0}{\cos(\varphi_0) + FN_0}, \quad (24)$$

где

$$F = \frac{\cos(\varphi_{tp}) + iQ\sin(\varphi_{tp})}{N_z(1 + i(1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx})Q\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_{tp}))}. \quad (25)$$

Поскольку во время эксперимента для учета МО-вклада измеряются изменения эллипсометрических параметров, т. е. наблюдается изменение коэффициента отражения по сравнению с выражением (11), характеризующим поведение света в ситуации без приложения внешнего магнитного поля, то хотелось бы увидеть в явном виде изменение коэффициента отражения R_{p1}. Поэтому представим выражение (24) для $r_{pp\,TMOKE}$ в виде суммы r_{pp} без учета внешнего магнитного поля, т. е. выражения (11), и слагаемого, отвечающего за вклад экваториального МО-эффекта Керра (см. Приложение А). Таким образом, получаем коэффициент отражения для p-поляризации с учетом МО-отклика в геометрии экваториального МО-эффекта Керра:

$$r_{pp\,TMOKE} = \frac{N_z\cos(\varphi_0) - N_0\cos(\varphi_{tp})}{N_z\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_{tp})} - iQ\frac{2N_0N_z\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_0)\left(1 - \left(1 - N_z^2/N_x^2\right)\cos^2(\varphi_{tp})\right)}{\left(N_z\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_{tp})\right)^2}. \quad (26)$$

Из (26) можно получить выражение для коэффициента отражения для границы раздела с изотропным кристаллом при учете того, что $N_x = N_z = N_1$ и $\varphi_{tp} = \varphi_1$:

$$\begin{aligned} r_p = &\frac{N_1\cos(\varphi_0) - N_0\cos(\varphi_1)}{N_1\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_1)} - \\ &- iQ\frac{2N_0N_1\sin(\varphi_1)\cos(\varphi_0)}{(N_1\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_1))^2}. \end{aligned} \quad (27)$$

Воспользуемся законом Снелла

$$N_1 \sin(\varphi_1) = N_0 \sin(\varphi_0) \tag{28}$$

и тогда получаем известное выражение (8) для коэффициента отражения для p-поляризации на границе раздела двух изотропных сред [12, 38].

3. АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МАГНИТООПТИЧЕСКОГО ПАРАМЕТРА Q

Как было показано нами в предыдущих работах по изучению МО-свойств изотропных структур [20, 39], в случае, когда вклад от магнитного поля в коэффициенты отражения мал, можно использовать в расчетах малые параметры как отношения магнитной к немагнитной частей коэффициента отражения для p-поляризации:

$$\alpha = R'_{p1}/R'_{p0}, \tag{29}$$

$$\beta = R''_{p1}/R''_{p0}, \tag{30}$$

где индекс «0» соответствует измерениям, проводимым в отсутствие внешнего магнитного поля, «1» — при наличии внешнего магнитного поля (TMOKE). Эти малые параметры связаны с измеряемыми эллипсометрическими (ψ_0, Δ_0) и магнитоэллипсометрическими ($\delta\psi$, $\delta\Delta$) параметрами следующим образом [20]:

$$\alpha \approx \frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)} + \frac{R''_{p0}}{R'_{p0}}\delta\Delta, \tag{31}$$

$$\beta \approx \frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)} - \frac{R'_{p0}}{R''_{p0}}\delta\Delta, \tag{32}$$

т. е. коэффициент отражения для p-поляризации можно записать следующим образом:

$$R_p = R_{p0} + R_{p1} = R'_{p0} - iR''_{p0} + R'_{p1} - iR''_{p1}, \tag{33}$$

$$R_{p0} = R'_{p0} - iR''_{p0}, \tag{34}$$

$$R_{p1} = R'_{p1} - iR''_{p1} = \alpha R'_{p0} - i\beta R''_{p0}. \tag{35}$$

Сопоставим выражения (34), (35) с полученным выше выражением (26)

$$R'_{p0} - iR''_{p0} = \frac{N_z\cos(\varphi_0) - N_0\cos(\varphi_{tp})}{N_z\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_{tp})}, \tag{36}$$

$$\alpha R'_{p0} - i\beta R''_{p0} = -iQ\frac{2N_0N_z\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_0)\left(1-\left(1-N_z^2/N_x^2\right)\cos^2(\varphi_{tp})\right)}{(N_z\cos(\varphi_0)+N_0\cos(\varphi_{tp}))^2}. \tag{37}$$

Учтем (31), (32) и выразим отсюда Q (см. Приложение B):

$$Q = \frac{N_0^2\cos^2(\varphi_{tp}) - N_z^2\cos^2(\varphi_0)}{2N_0N_z\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_0)\left(1-(1-N_z^2/N_x^2)\cos^2(\varphi_{tp})\right)}\left(\delta\Delta - i\frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)}\right). \tag{38}$$

Таким образом, для одноосного анизотропного объемного кристалла можно аналитически рассчитать магнитооптический параметр по результатам МЭ-измерений, проведенных в экваториальной конфигурации МО-эффекта Керра.

Если в (37) положить, что $N_x = N_z = N_1$ и $\varphi_{tp} = \varphi_1$, полученное выражение (37) переходит в выражение

$$Q = \frac{N_0^2\cos^2(\varphi_1) - N_1^2\cos^2(\varphi_0)}{2N_0N_1\sin(\varphi_1)\cos(\varphi_0)} \times \left(\delta\Delta - i\frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)}\right). \tag{39}$$

Воспользуемся законом Снелла (28) и получим выражение, полностью совпадающее со значением МО-параметра для изотропного кристалла [20]:

$$Q = \frac{N_0^2\cos^2(\varphi_1) - N_1^2\cos^2(\varphi_0)}{N_0^2\sin(2\varphi_0)} \times \left(\delta\Delta - i\frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)}\right). \tag{40}$$

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как следует из полученного выражения (37), для расчета всех компонент тензора диэлектрической проницаемости (6) достаточно иметь информацию об

— угле падения света φ_0,

— коэффициенте преломления внешней среды N_0,

— коэффициентах преломления анизотропной структуры в плоскости образца $N_y = N_z$ и перпендикулярно ей N_x,

— эллипсометрическом параметре ψ_0, измеряемом без приложения магнитного поля,

— магнитоэллипсометрических параметрах

$$\delta\psi = \psi(+H)–\psi(-H), \quad \delta\Delta = \Delta(+H)–\Delta(-H),$$

измеряемых в экваториальной конфигурации магнитооптического эффекта Керра, где $\pm H$ — внешнее магнитное поле на образце.

Экспериментальные подходы и математические инструменты для измерения коэффициентов преломления анизотропной пленки произвольной толщины (в том числе непрозрачной) методом эллипсометрии уже давно разработаны и не требуют дополнительных пояснений [40–42]. Реализация конкретного подхода может зависеть от условий эксперимента и имеющейся приборной базы экспериментатора.

Следует учитывать, что предлагаемый нами метод расчета Q ограничен не только особенностями модели однородной полубесконечной среды и геометрией экваториального МО-эффекта Керра, но также и условием малости МО-вклада в коэффициент отражения R_p для условия малости параметров α, β [20]. Последнее условие может быть нарушено при близости к углу Брюстера, особенно для слабопоглощающих образцов. Поэтому, на наш взгляд, наиболее надежен подход, представляющий многоугловые эллипсометрические измерения, из-за простоты оптической схемы и возможности избежать угол Брюстера. Образец обязан иметь гладкую отражающую поверхность, непрозрачную в используемом спектральном диапазоне, и насколько возможно тонкий неферромагнитный оксидный слой на поверхности. В этом случае можно представить алгоритм проведения магнитоэллипсометрического эксперимента в следующем виде.

1) Измеряем спектральные зависимости ψ_0, Δ_0 без магнитного поля для произвольного угла φ_0. Вычисляем спектральную зависимость вещественной компоненты угла Брюстера для образца в приближении изотропной полубесконечной среды. Выбираем не менее двух углов падения φ_0, которые доступны для установки на магнитоэллипсометре и не попадают на значения угла Брюстера в нужном спектральном диапазоне.

2) На одном из выбранных углов φ_0 измеряем полевые зависимости ψ_0, Δ_0 при фиксированной длине волны, соответствующей максимальной величине сигнал/шум магнитоэллипсометра.

3) По полевой зависимости ψ_0, Δ_0 выбираем оптимальные значения магнитного поля $\pm H$ для дальнейших спектральных магнитоэллипсометрических измерений, т. е. если образец ферромагнитен, то величину H целесообразно выбрать из условия ферромагнитного насыщения образца.

4) Для заданного угла φ_0 измеряем спектральные зависимости ψ_0, Δ_0 размагниченного образца и изменения $\delta\psi$, $\delta\Delta$ при перемагничивании образца в полях $\pm H$;

5) Задаем второй выбранный угол падения φ_0 и измеряем спектральные зависимости ψ_0, Δ_0 размагниченного образца;

6) Для размагниченного состояния образца численными методами получаем комплексные величины N_x и $N_z = N_y$, из которых по (37) вычисляется Q.

Получив значения магнитооптического параметра Q и коэффициентов преломления N_x, N_y, N_z, можно рассчитать все компоненты тензора диэлектрической проницаемости (6).

5. ВЫВОДЫ

Таким образом, получены выражения для коэффициентов отражения для p- и s-поляризации для границы раздела внешней среды и образца с оптической одноосной анизотропией, учитывающие магнитооптический отклик при геометрии экваториального магнитооптического эффекта Керра. Аналитически рассчитан магнитооптический параметр Q для выбранной геометрии эксперимента. Показана схема проведения магнитоэллипсометрических измерений для получения всех компонент тензора диэлектрической проницаемости одноосного анизотропного материала, например, MAX-фаз.

Финансирование. Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант № 21-12-00226, http://rscf.ru/project/21-12-00226/).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Ниже представлен вывод коэффициентов отражения на границе раздела внешней среды и объемной среды с одноосной оптической анизотропией и тензором диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & -i\varepsilon_{zz}Q & 0 \\ i\varepsilon_{zz}Q & \varepsilon_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}. \tag{A.1}$$

Все выкладки ниже справедливы для видимого спектрального диапазона и проведены в предположении, что $\mu \approx \mu_0 \approx 1$, а магнитооптический параметр $Q \ll 1$ [12].

Ищем решение уравнений Максвелла

$$\begin{gathered} D_x = \varepsilon_{xx} E_x - i\varepsilon_{zz} Q E_y, \\ D_y = i\varepsilon_{zz} Q E_x + \varepsilon_{zz} E_y, \\ D_z = \varepsilon_{zz} E_z. \end{gathered} \tag{A.2}$$

в виде плоской неоднородной волны, распространяющейся в магнитной среде:

$$E = E_0 \exp\left(i\omega\left(t - \frac{\alpha^* x + \beta^* y + \gamma^* z}{\upsilon^*}\right)\right), \tag{A.3}$$

где α^*, β^*, γ^* — направляющие косинусы, υ^* — скорость распространения волны в среде. Тогда получим систему уравнений

$$\begin{gathered} \varepsilon_{xx} E_x - i\varepsilon_{zz} Q E_y = \\ = N_x^2 [E_x - \alpha^* (\alpha^* E_x + \beta^* E_y + \gamma^* E_z)], \\ i\varepsilon_{zz} Q E_x + \varepsilon_{zz} E_y = \\ = N_y^2 [E_y - \beta^* (\alpha^* E_x + \beta^* E_y + \gamma^* E_z)], \\ \varepsilon_{zz} E_z = N_z^2 [E_z - \gamma^* (\alpha^* E_x + \beta^* E_y + \gamma^* E_z)]. \end{gathered} \tag{A.4}$$

Домножим строки системы (A.4) соответственно на $N_y^2 N_z^2 \alpha^*$, $N_z^2 N_x^2 \beta^*$, $N_x^2 N_y^2 \gamma^*$, просуммируем их и учтем, что $N_y = N_z$, $\varepsilon = N^2$, а направляющие косинусы $\alpha^* = \cos\varphi_{tp}$, $\beta^* = \sin\varphi_{tp}$, $\gamma^* = 0$. Тогда получим

$$(\varepsilon_{xx} E_x - i\varepsilon_{zz} Q E_y)\cos(\varphi_{tp})\varepsilon_{zz} + \\ + (i\varepsilon_{zz} Q E_x + \varepsilon_{zz} E_y)\sin(\varphi_{tp})\varepsilon_{xx} = 0, \tag{A.5}$$

$$(\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}\cos(\varphi_{tp}) + i\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz} Q \sin(\varphi_{tp}))E_x + \\ + (\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}\sin(\varphi_{tp}) - i\varepsilon_{zz}^2 Q\cos(\varphi_{tp}))E_y = 0. \tag{A.6}$$

С учетом выбранной системы координат (см. рисунок) получаем граничные условия для s-поляризации:

$$E_{0is} + E_{0rs} = E_{d3} = E_{ts}, \tag{A.7}$$

$$N_0 \cos(\varphi_0)(E_{0is} - E_{0rs}) = N_z \cos(\varphi_{ts}) E_{ts}, \tag{A.8}$$

для p-поляризации:

$$\cos(\varphi_0)(E_{0ip} - E_{0rp}) = E_{d2}, \tag{A.9}$$

$$N_0(E_{0ip} + E_{0rp}) = \\ = N_y(\cos(\varphi_{tp})E_{d2} - \sin(\varphi_{tp})E_{d1}), \tag{A.10}$$

где нижний индекс i при E соответствует падающей волне, r — отраженной, d — прошедшей в среду, E_{d1}, E_{d2}, E_{d3} — это соответственно x-, y- и z-компоненты амплитуды напряженности электрического поля прошедшей волны [12, 29].

Для s-поляризации коэффициент отражения при реализации экваториальной конфигурации МО-эффекта Керра (TMOKE) имеет вид

$$r_{ss\,TMOKE} = \frac{N_0\cos(\varphi_0) - N_z\cos(\varphi_{ts})}{N_0\cos(\varphi_0) + N_z\cos(\varphi_{ts})}, \tag{A.11}$$

Коэффициент отражения для p-поляризации при TMOKE получаем из (A.9), (A.10), к которым необходимо добавить еще условие связи между E_{d1} и E_{d2}. Искомое соотношение можно получить из (A.6):

$$E_{d2} = \frac{(\varepsilon_{xx}\cos(\varphi_{tp}) + i\varepsilon_{xx} Q\sin(\varphi_{tp}))E_{d1}}{i\varepsilon_{zz} Q\cos(\varphi_{tp}) - \varepsilon_{xx}\sin(\varphi_{tp})}, \tag{A.12}$$

Соответственно, решаем систему трех уравнений:

$$\begin{gathered} E_{d2} = \frac{(\varepsilon_{xx}\cos(\varphi_{tp}) + i\varepsilon_{xx} Q\sin(\varphi_{tp}))E_{d1}}{i\varepsilon_{zz} Q\cos(\varphi_{tp}) - \varepsilon_{xx}\sin(\varphi_{tp})}, \\ \cos(\varphi_0)(E_{0ip} - E_{0rp}) = E_{d2}, \\ N_0(E_{0ip} + E_{0rp}) = N_y(\cos(\varphi_{tp})E_{d2} - \\ - \sin(\varphi_{tp})E_{d1}). \end{gathered} \tag{A.13}$$

Выразим E_{d1} из первого уравнения системы (A.13) и подставим в третье:

$$N_0 E_{0ip} + N_0 E_{0rp} = N_y E_{d2}\left(\cos(\varphi_{tp}) - \sin(\varphi_{tp})\frac{i\varepsilon_{zz} Q\cos(\varphi_{tp}) - \varepsilon_{xx}\sin(\varphi_{tp})}{\varepsilon_{xx}\cos(\varphi_{tp}) + i\varepsilon_{xx} Q\sin(\varphi_{tp})}\right). \tag{A.14}$$

Отсюда получаем выражение для E_{d2}:

$$E_{d2} = \frac{(N_0 E_{0ip} + N_0 E_{0rp})(\varepsilon_{xx}\cos(\varphi_{tp}) + i\varepsilon_{xx} Q\sin(\varphi_{tp}))}{N_y \varepsilon_{xx} + iN_y Q\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_{tp})(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz})}. \tag{A.15}$$

Теперь приравняем полученное выражение (А.15) к левой части второго уравнения в системе (А.13):

$$\cos(\varphi_0)(E_{0ip} - E_{0rp}) = \frac{(N_0 E_{0ip} + N_0 E_{0rp})(\varepsilon_{xx}\cos(\varphi_{tp}) + i\varepsilon_{xx} Q \sin(\varphi_{tp}))}{N_y \varepsilon_{xx} + i N_y Q \sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_{tp})(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz})}. \quad (A.16)$$

Поскольку нам необходимо получить выражение для коэффициента отражения $r_p = E_{0rp}/E_{0ip}$, удобно ввести обозначение

$$F = \frac{\varepsilon_{xx}\cos(\varphi_{tp}) + i\varepsilon_{xx} Q \sin(\varphi_{tp})}{N_y \varepsilon_{xx} + i N_y Q \sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_{tp})(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz})}. \quad (A.17)$$

Учтем, что $N_y = N_z$, поделим числитель и знаменатель F на ϵ_{xx}:

$$F = \frac{\cos(\varphi_{tp}) + iQ\sin(\varphi_{tp})}{N_z(1 + i(1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx})Q\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_{tp}))}. \quad (A.18)$$

Выражение (А.16) примет вид

$$E_{0ip}\cos(\varphi_0) - E_{0rp}\cos(\varphi_0) = FN_0 E_{0ip} + FN_0 E_{0rp}, \quad (A.19)$$

$$E_{0ip}(\cos(\varphi_0) - FN_0) = E_{0rp}(\cos(\varphi_0) + FN_0). \quad (A.20)$$

Таким образом, коэффициент отражения для p-поляризации равен

$$r_{pp\,TMOKE} = \frac{E_{0rp}}{E_{0ip}} = \frac{\cos(\varphi_0) - FN_0}{\cos(\varphi_0) + FN_0}. \quad (A.21)$$

Выделим в (А.21) два слагаемых, R_{p0} и R_{p1}, где немагнитное слагаемое R_{p0} определяется выражением (11), а R_{p1} отвечает за вклад TMOKE:

$$r_{pp\,TMOKE} = \left(\cos(\varphi_0) - \frac{N_0}{N_z}\frac{\cos(\varphi_{tp}) + iQ\sin(\varphi_{tp})}{1 + i(1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx})Q\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_{tp})}\right) \Big/ \Big/ \left(\cos(\varphi_0) + \frac{N_0}{N_z}\frac{\cos(\varphi_{tp}) + iQ\sin(\varphi_{tp})}{1 + i(1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx})Q\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_{tp})}\right). \quad (A.22)$$

$$r_{pp\,TMOKE} = \left[N_z\cos(\varphi_0)\left(1 + i\left(1 - \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}}\right)Q\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_{tp})\right) - N_0\cos(\varphi_{tp}) - iN_0 Q\sin(\varphi_{tp})\right] \Big/ \Big/ \left[N_z\cos(\varphi_0)\left(1 + i\left(1 - \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}}\right)Q\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_{tp})\right) + N_0\cos(\varphi_{tp}) + iN_0 Q\sin(\varphi_{tp})\right], \quad (A.23)$$

$$r_{pp\,TMOKE} = \left[N_z\cos(\varphi_0) - N_0\cos(\varphi_{tp}) + i\left(1 - \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}}\right)Q\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_{tp})N_z\cos(\varphi_0) - iN_0 Q\sin(\varphi_{tp})\right] \Big/ \Big/ \left[N_z\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_{tp}) + i\left(1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}\right)Q\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_{tp})N_z\cos(\varphi_0) + iN_0 Q\sin(\varphi_{tp})\right], \quad (A.24)$$

$$r_{pp\,TMOKE} = \left[(N_z\cos(\varphi_0) - N_0\cos(\varphi_{tp})) - iQ\sin(\varphi_{tp})(N_0 - \left(1 - \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}}\right)\cos(\varphi_{tp})N_z\cos(\varphi_0))\right] \Big/ \Big/ \left[(N_z\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_{tp}))\left(1 + iQ\sin(\varphi_{tp})\frac{(1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx})\cos(\varphi_{tp})N_z\cos(\varphi_0) + N_0}{N_z\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_{tp})}\right)\right]. \quad (A.25)$$

Домножим числитель и знаменатель выражения (А.25) на комплексно-сопряженное второму множителю знаменателя, а именно на

$$\left(1 - iQ\sin(\varphi_{tp})\frac{(1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx})\cos(\varphi_{tp})N_z\cos(\varphi_0) + N_0}{N_z\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_{tp})}\right),$$

после чего, поскольку магнитооптический параметр $Q \ll 1$, пренебрежем слагаемыми, пропорциональными Q^2 и более высоким степеням Q в виду малости:

$$r_{pp\,TMOKE} = \left[\frac{(N_z \cos(\varphi_0) - N_0 \cos(\varphi_{tp}))}{N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp})} - \frac{iQ \sin(\varphi_{tp}) \left(N_0 - (1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}) \cos(\varphi_{tp}) N_z \cos(\varphi_0)\right)}{N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp})} \right] \times \\ \times \left(1 - iQ \sin(\varphi_{tp}) \frac{(1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}) \cos(\varphi_{tp}) N_z \cos(\varphi_0) + N_0}{N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp})} \right), \quad (A.26)$$

$$r_{pp\,TMOKE} = \frac{N_z \cos(\varphi_0) - N_0 \cos(\varphi_{tp})}{N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp})} - \frac{iQ \sin(\varphi_{tp}) \left(N_0 - (1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}) \cos(\varphi_{tp}) N_z \cos(\varphi_0)\right)}{N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp})} - \\ - \frac{iQ \sin(\varphi_{tp}) \left(N_0 + (1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}) \cos(\varphi_{tp}) N_z \cos(\varphi_0)\right)}{(N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp}))^2} (N_z \cos(\varphi_0) - N_0 \cos(\varphi_{tp})), \quad (A.27)$$

Таким образом, мы выделили уже первое слагаемое, которое, как и ожидалось, равно выражению (11). Преобразуем вид второго и третьего слагаемых:

$$r_{p\,TMOKE} = \frac{N_z \cos(\varphi_0) - N_0 \cos(\varphi_{tp})}{N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp})} - \frac{iQ \sin(\varphi_{tp})}{(N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp}))^2} \times \\ \times \left(\left(N_0 - \left(1 - \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}}\right) \cos(\varphi_{tp}) N_z \cos(\varphi_0) \right) (N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp})) + (N_z \cos(\varphi_0) - N_0 \cos(\varphi_{tp})) \times \right. \\ \left. \times \left(N_0 + \left(1 - \frac{\varepsilon_{zz}}{\epsilon_{xx}}\right) \cos(\varphi_{tp}) N_z \cos(\varphi_0) \right) \right). \quad (A.28)$$

Рассмотрим отдельно выражение в скобке второго слагаемого, обозначим его буквой A

$$A = (N_0 - (1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}) \cos(\varphi_{tp}) N_z \cos(\varphi_0)) (N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp})) + (N_z \cos(\varphi_0) - N_0 \cos(\varphi_{tp})) \times \\ \times (N_0 + (1 - \varepsilon_{zz}/\epsilon_{xx}) \cos(\varphi_{tp}) N_z \cos(\varphi_0)). \quad (A.29)$$

Раскроем скобки:

$$A = N_0 N_z \cos(\varphi_0) - N_z^2 (1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}) \cos(\varphi_{tp}) \cos^2(\varphi_0) + N_0^2 \cos(\varphi_{tp}) - N_0 N_z (1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}) \cos(\varphi_0) \cos^2(\varphi_{tp}) + \\ + N_0 N_z \cos(\varphi_0) + N_z^2 (1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}) \cos(\varphi_{tp}) \cos^2(\varphi_0) - \\ - N_0^2 \cos(\varphi_{tp}) - N_0 N_z (1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}) \cos(\varphi_0) \cos^2(\varphi_{tp}), \quad (A.30)$$

$$A = 2 N_0 N_z \cos(\varphi_0) \left(1 - (1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}) \cos^2(\varphi_{tp})\right). \quad (A.31)$$

В итоге выражение (A.28) принимает форму

$$r_{pp\,TMOKE} = \frac{N_z \cos(\varphi_0) - N_0 \cos(\varphi_{tp})}{N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp})} - iQ \frac{2 N_0 N_z \sin(\varphi_{tp}) \cos(\varphi_0) \left(1 - (1 - \varepsilon_{zz}/\varepsilon_{xx}) \cos^2(\varphi_{tp})\right)}{(N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp}))^2}, \quad (A.32)$$

где первое слагаемое это R_{p0}, а второе — R_{p1}.

Таким образом, получаем коэффициент отражения для p-поляризации с учетом МО-отклика при геометрии TMOKE:

$$r_{pp\,TMOKE} = \frac{N_z \cos(\varphi_0) - N_0 \cos(\varphi_{tp})}{N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp})} - iQ \frac{2 N_0 N_z \sin(\varphi_{tp}) \cos(\varphi_0) \left(1 - \left(1 - N_z^2/N_x^2\right) \cos^2(\varphi_{tp})\right)}{(N_z \cos(\varphi_0) + N_0 \cos(\varphi_{tp}))^2}. \quad (A.33)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ B

Ниже представлен вывод выражения для МО-параметра Q из системы уравнений (36). Из второго уравнения мы получаем

$$Q = \frac{(i\alpha R'_{p0} + \beta R''_{p0})(N_z\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_{tp}))^2}{2N_0N_z\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_0)\,(1-(1-N_z^2/N_x^2)\cos^2(\varphi_{tp}))}. \tag{B.1}$$

Распишем первый множитель в числителе (B.1) с учетом выражений для малых параметров α и β (31), (32):

$$\beta R''_{p0} + i\alpha R'_{p0} = \left(\frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)} - \frac{R'_{p0}}{R''_{p0}}\delta\Delta\right)R''_{p0} + i\left(\frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)} + \frac{R''_{p0}}{R'_{p0}}\delta\Delta\right)R'_{p0}. \tag{B.2}$$

Раскроем скобки и приведем подобные:

$$\begin{aligned}\beta R''_{p0} + i\alpha R'_{p0} &= \frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)}R''_{p0} - R'_{p0}\delta\Delta + i\frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)}R'_{p0} + iR''_{p0}\delta\Delta = \\ &= \frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)}(R''_{p0} + iR'_{p0}) - \delta\Delta(R'_{p0} + iR''_{p0}) = R_{p0}\left(i\frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)} - \delta\Delta\right).\end{aligned} \tag{B.3}$$

Тогда магнитооптический параметр приобретает вид

$$\begin{aligned}Q = R_{p0}\left(i\frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)} - \delta\Delta\right)(N_z\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_{tp}))^2 \Big/ \\ \Big/ \left(2N_0N_z\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_0)\left(1-\left(1-\frac{N_z^2}{N_x^2}\right)\cos^2(\varphi_{tp})\right)\right).\end{aligned} \tag{B.4}$$

Подставляем значение R_{p0} из (36)

$$\begin{aligned}Q = \frac{N_z\cos(\varphi_0) - N_0\cos(\varphi_{tp})}{N_z\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_{tp})}\left(i\frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)} - \delta\Delta\right)(N_z\cos(\varphi_0) + N_0\cos(\varphi_{tp}))^2 \Big/ \\ \Big/ \left(2N_0N_z\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_0)\left(1-\left(1-\frac{N_z^2}{N_x^2}\right)\cos^2(\varphi_{tp})\right)\right) = \\ = \frac{(N_z\cos(\varphi_0))^2 - (N_0\cos(\varphi_{tp}))^2}{2N_0N_z\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_0)\,(1-(1-N_z^2/N_x^2)\cos^2(\varphi_{tp}))}\left(i\frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)} - \delta\Delta\right).\end{aligned} \tag{B.5}$$

Отсюда получаем выражение для расчета магнитооптического параметра для одноосного анизотропного объемного кристалла:

$$Q = \frac{N_0^2\cos^2(\varphi_{tp}) - N_z^2\cos^2(\varphi_0)}{2N_0N_z\sin(\varphi_{tp})\cos(\varphi_0)\,(1-(1-N_z^2/N_x^2)\cos^2(\varphi_{tp}))}\left(\delta\Delta - i\frac{\delta\psi(1+\mathrm{tg}^2(\psi_0))}{\mathrm{tg}(\psi_0)}\right). \tag{B.6}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Schopper, Z. Physik **132**, 146 (1952).
2. T. Yamaguchi, S. Yoshida, and A. Kinbara, J. Opt. Soc. Amer. **62**, 634 (1972).
3. J. Gomis-Bresco, D. Artigas, and L. Torner, Nat. Photon. **11**, 232 (2017).
4. M. Losurdo, G. Bruno, and E. A. Irene, J. Appl. Phys. **94**, 4923 (2003).
5. K. Bubke, H. Gnewuch, M. Hempstead et al., Appl. Phys. Lett. **71**, 1906 (1997).
6. Y. Murakami, Sh. Chiashi, Y. Miyauchi et al., Chem. Phys. Lett. **385**, 298 (2004).

7. K. Chaudhuri, Z. Wang, M. Alhabeb et al., *2D Metal Carbides and Nitrides* (*MXenes*), ed. by B. Anasori and Y. Gogotsi, Springer, Cham. (2019), p. 327.

8. K. Hantanasirisakul and Y. Gogotsi, Adv. Mater. **30**, 1804779 (2018).

9. Y. Mo, P. Rulis, and W. Y. Ching, Phys. Rev. B **86**, 165122 (2012).

10. X.H. Li, H.L. Cui, and R.Z. Zhang, Front. Phys. **13**, 136501 (2018).

11. A. Chowdhury, M. A. Ali, M. M. Hossain, M. M. Uddin, S. H. Naqib, and A. K. M. A. Islam, Phys. Stat. Sol. B **255**, 1700235 (2018).

12. А. В. Соколов, *Оптические свойства металлов*, ГИФМЛ, Москва (1961).

13. K. Mok, G. J. Kovács, J. McCord et al., Phys. Rev. B **84**, 094413 (2011).

14. K. Mok, C. Scarlat, G. J. Kovács et al., J. Appl. Phys. **110**, 123110 (2011).

15. D. Schmidt, C. Briley, E. Schubert et al., Appl. Phys. Lett. **102**, 123109 (2013).

16. P. Yeh, Surface Science **96**, 41 (1980).

17. O. A. Maximova, N. N. Kosyrev, S. N. Varnakov et al., J. Magn. Magn. Mater. **440**, 196 (2017).

18. O. A. Maximova, N. N. Kosyrev, S. N. Varnakov et al., IOP Conference Series: Materials Science and Engineering **155**, 012030 (2017).

19. O. A. Maximova, S. A. Lyaschenko, S. N. Varnakov et al., Defect and Diffusion Forum **386**, 131 (2018).

20. O. Maximova, S. Ovchinnikov, and S. Lyaschenko, J. Phys. A: Math. Theor. **54**, 295201 (2021).

21. О. А. Максимова, С. А. Лященко, М. А. Высотин и др., Письма в ЖЭТФ **110**, 155 (2019).

22. S. Lyaschenko, O. Maximova, D. Shevtsov et al., J. Magn. Magn. Mater. **528**, 167803 (2021).

23. Sh. Zhu, X. Tang, R. Wei et al., J. Magn. Magn. Mater. **484**, 95 (2019).

24. S. Y. Wu, H. X. Liu, Lin Gu et al., Appl. Phys. Lett. **82**, 3047 (2003).

25. T. C. Chuang, C. F. Pai, and S. Y. Huang, Phys. Rev. Appl. **11**, 061005 (2019).

26. Н. Б. Иванова, Н. В. Казак, Ю. В. Князев и др., ЖЭТФ **140**, 1160 (2011).

27. J. Bartolomé, A. Arauzo, N. V. Kazak et al., Phys. Rev. B **83**, 144426 (2011).

28. И. И. Назаренко, *Структура, магнитные свойства оксиборатов переходных металлов со структурой котоита и людвигита*, Дисс. … канд. физ.-матем. наук, ФИЦ КНЦ СО РАН, Красноярск (2019).

29. Г. С. Кринчик, *Физика магнитных явлений*, Изд-во МГУ, Москва (1976).

30. А. Н. Калиш, Магнитооптические эффекты в периодических наноструктурированных средах, Дисс. канд. физ.-матем. наук, МГУ, Москва (2013).

31. T. Haider, Int. J. Electromagn. Appl. **7**, 17 (2017).

32. V. I. Belotelov and A. K. Zvezdin, J. Opt. Soc. Amer. B **22**, 286 (2005).

33. K. W. Wierman, J. N. Hilfiker, R. F. Sabiryanov et al., Phys. Rev. B **55**, 3093 (1997).

34. R. Rauer, G. Neuber, J. Kunze et al., Rev. Sci. Instr. **76**, 023910 (2005).

35. R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, *Ellipsometry and Polarized Light*, North-Holland Pub. Co., Amsterdam (1977).

36. H. Fujiwara, *Spectroscopic Ellipsometry Principles and Applications*, John Wiley & Sons Ltd., Chichester (2007).

37. В. И. Белотелов, *Плазмонные гетероструктуры и фотонные кристаллы с перестраиваемыми оптическими свойствами*, Дисс. … докт. физ.-матем. наук, МГУ, Москва (2012).

38. А. В. Малаховский, *Избранные вопросы оптики и магнитооптики соединений переходных элементов*, Наука, Сибирское отделение, Новосибирск (1992).

39. О. А. Максимова, *Оптические и магнитооптические свойства магнитных наноструктур по данным in situ спектральной магнитооптической эллипсометрии*, Дисс. … канд. физ.-матем. наук, ФИЦ КНЦ СО РАН, Красноярск (2020).

40. D. den Engelsen, J. Opt. Soc. Amer. **61**, 1460 (1971).

41. R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, J. Opt. Soc. Amer. **64**, 128 (1974).

42. T. Wagner, J. N. Hilfiker, T. E. Tiwald et al., Phys. Stat. Sol. A **188**, 1553 (2001).