

*На правах рукописи*



Авдеева Анастасия Юрьевна

**ПЕРЕСТРАИВАЕМЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ МОДЫ  
В НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ  
С РЕЗОНАНСНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ**

Специальности:

1.3.6. Оптика

1.3.8. Физика конденсированного состояния

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Красноярск 2021 г.

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Сибирский федеральный университет» (СФУ) и в Институте физики им Л.В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук – обособленном подразделении ФИЦ КНЦ СО РАН (ИФ СО РАН)

**Научные руководители:**

**Ветров Степан Яковлевич**

доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики и волновых явлений ИИФ и РЭ ФГАОУ ВО СФУ

**Тимофеев Иван Владимирович**

доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией фотоники молекулярных систем ИФ СО РАН

**Официальные оппоненты:**

**Шандаров Станислав Михайлович**

доктор физико-математических наук, профессор кафедры сверхвысокочастотной и квантовой радиотехники ФГБОУ ВО «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники»

**Паршин Анатолий Сергеевич**

доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой технической физики ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнева»

**Ведущая организация:**

Санкт-Петербургский национальный исследовательский Академический университет имени Ж. И. Алфёрова РАН

Защита состоится 8 октября 2021 г. в 14 часов 30 минут на заседании диссертационного совета 24.1.228.02 в ИФ СО РАН по адресу: 660036, г. Красноярск, Академгородок, 50/38

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИФ СО РАН и на сайте <http://kirensky.ru>  
Автореферат разослан августа 2021 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник



Втюрин  
Александр  
Николаевич

## Общая характеристика работы

Диссертационная работа посвящена исследованиям пространственных, спектральных и поляризационных характеристик оптических мод одномерных наноструктурированных фотонных кристаллов (ФК) на основе материалов с резонансной дисперсией. В качестве резонансных оптических сред рассмотрены металл-диэлектрические нанокомпозиты, пары металла и холестерические жидкие кристаллы, допированные молекулами красителя. Манипулирование оптическими полями в нанометровом масштабе позволяет говорить о новых возможностях управления светом, что важно для повышения производительности и эффективности оптических устройств.

**Актуальность темы.** Стремительное развитие современных технологий стимулирует проектирование и создание новых функциональных элементов оптических устройств. Построение элементной базы фотоники и устройств на их основе обозначено первым приоритетным направлением в области фотоники, согласно паспорту «Межведомственной программы исследований и разработок в области фотоники на 2017-2020 год» в Российской Федерации. В связи с этим особую актуальность представляют исследования фотонных систем, придающих заданные пространственные, спектральные и поляризационные характеристики излучению оптического диапазона. Значительная часть таких фотонных систем создана благодаря концепции ФК [1,2]. ФК обеспечивают формирование фотонных запрещенных зон и позволяют управлять локализацией электромагнитного поля на дефектах и на границах структуры. Наличие конструктивной интерференции отраженных волн и низких потерь на поглощение позволяет использовать ФК в качестве зеркал лазерных резонаторов.

В настоящее время в оптоэлектронике на базе ФК активно развивается достаточно новое направление, посвящённое исследованию оптических таммовских состояний [3]. Оптическое таммовское состояние – локализованное поверхностное состояние, формирующееся на общей границе двух зеркал, одно из которых ФК, и экспоненциально спадающее с расстоянием от границы в обе стороны. В отличие от поверхностного плазмон-поляритона, такое состояние может возбуждаться в  $p$ - и  $s$ - поляризациях под углами, меньшими угла полного внутреннего отражения. Если в качестве зеркал, помимо ФК, используются планарные металлические плёнки или другие материалы с отрицательной диэлектрической проницаемостью (ДП), то по аналогии с квантовой физикой такое локализованное состояние называют таммовским плазмон – поляритоном (ТПП) [4]. ТПП легли в основу многих оптических устройств, таких как поглотители, переключатели, органические солнечные элементы, тепловые излучатели, сенсоры.

Когда ФК-структура хиральна, то есть не обладает зеркальной симметрией, оптическое таммовское состояние также становится хиральным. При использовании в качестве ФК холестерического жидкого кристалла, брэгговское отражение становится селективным, кристалл отражает свет только одной из двух круговых поляризаций, и согласование поляризации требует, чтобы поляризация отраженной волны совпадала с падающей. В этом случае можно говорить о сохраняющем поляризацию анизотропном зеркале. Оптическое таммовское состояние, локализованное на границе холестерического жидкого кристалла и сохраняющего поляризацию анизотропного зеркала – это пример хирального оптического таммовского состояния [5,6]. Интерес к исследованию таких состояний обусловлен, прежде всего, возможностью эффективного внешнего управления спектральными свойствами структуры, так как холестерик имеет высокую чувствительность к внешним полям.

Кроме того, в настоящее время пристальное внимание уделяется гибридным модам [7], реализуемым в ФК-системах при совместном возбуждении ТПП и других типов локализованных мод: микрорезонаторной моды, поверхностного плазмон-поляритона, экситонной моды или топологически защищенного фотонного состояния.

Перечисленные оптические моды обладают рядом важных пространственных (форма и локализация, положение узлов и пучностей стоячей волны), спектральных (резонансная длина волны и добротность) и поляризационных (эллиптичность, хиральность, спиновый и орбитальный угловой момент) характеристик. Под перестраиваемой модой [8,9,10] понимаем локализованную моду, спектральное положение которой может быть перестроено по частоте путем изменения поляризации, углом падения излучения, возбуждающего моду, изменением длины оптического пути в слое, если изготовить данный слой в виде клина, или с градиентом концентрации, концентрацией и составом жидких и газообразных компонентов, концентрацией металлических наночастиц нанокompозитного слоя, величиной показателя преломления, двулучепреломлением и ориентацией оптической оси, а также можно использовать механические степени свободы, температурные поля и электрическое напряжение. При этом, для перестраивания таких оптических мод не требуется заново изготавливать структуру.

Одним из способов расширить возможности перестраивания оптических мод является использование материалов с резонансной частотной дисперсией в качестве элементов ФК-структур. Таким образом, резонансная дисперсия ФК включает две компоненты, материальную и структурную. Дисперсия как частотное изменение ДП может наблюдаться и вдали от резонансов. Под резонансной дисперсией материала будем понимать немонотонное изменение ДП с характерным для области аномальной дисперсии ростом по мере увеличения частоты. В этом случае длина оптического пути в резонансном слое ведет

себя немонотонно. Одна и та же мода может проявляться на нескольких частотах одновременно. Это явление будем называть резонансным расщеплением моды. Расщепление может оказаться малозаметным ввиду сильного резонансного поглощения.

В качестве резонансного материала с сильным оптическим откликом может быть предложен металл-диэлектрический нанокомпозит, который, как правило, состоит из равномерно распределенных металлических наночастиц, погруженных в диэлектрическую матрицу [11]. Положение плазмонного резонанса и диапазон частот, в пределах которого нанокомпозит проявляет металлические свойства, зависят от оптических свойств матрицы и от концентрации, формы, ориентации, размера наночастиц [12]. Также средой с сильным оптическим откликом могут выступать атомные газы, например, пары ртути [13], либо жидкие кристаллы, допированные молекулами красителя. Так, в допированных красителем холестерических жидких кристаллах возможна беззеркальная лазерная генерация с низким порогом лазерной накачки [10,14]. Более того, присутствие молекул красителя может приводить к качественной перестройке зонной структуры спектра холестерика, например, к расщеплению фотонной запрещенной зоны на несколько фотонных запрещенных зон [15].

Исследования подобных структур открывают возможность направленного изменения спектральных и поляризационных характеристик оптических мод в ФК при помощи наноструктурирования (например в ФК, изготавливаемых анодным травлением), либо наночастиц, как «управляющих» добавок, и создания на их основе материалов, обладающих новыми свойствами. Это и является обоснованием актуальности проведенного в данной диссертационной работе научного исследования.

**Цель и задачи диссертационного исследования.** Цель данной диссертационной работы – поиск новых способов управления пространственными, спектральными и поляризационными характеристиками излучения оптического диапазона в одномерных наноструктурированных фотонных кристаллах с резонансной дисперсией. Для достижения цели предлагалось решить следующие **задачи**:

1. Исследовать спектральные свойства одномерного ФК с дефектным слоем нанокомпозита. Получить расщепление дефектной моды на частоте резонанса нанокомпозита и показать зависимость величины расщепления от концентрации наночастиц в дефекте, а также от толщины дефектного слоя. Установить особенности спектральных проявлений расщепления дефектной моды для волн  $s$ - и  $p$ - поляризации в зависимости от угла падения.
2. Теоретически исследовать ТПП, реализованный на границе металла и слоя нанокомпозита, сопряженного с ФК. Получить расщепление ТПП при сближении частоты ТПП с резонансной частотой нанокомпозита. Сравнить решение дисперсионного уравнения,

полученного для образца с полубесконечными зеркалами, со спектрами, полученными методом трансфер-матрицы для конечной ФК-структуры.

3. Продемонстрировать существование гибридных оптических мод, обусловленных связью между микрорезонаторными модами ФК с нанокompозитным дефектом и ТПП на границе ФК и металлической пленки. Показать возможности управления спектральным положением гибридных мод.

4. Исследовать угловую зависимость спектра собственных возбуждений и спектра пропускания волн  $s$ - и  $p$ - поляризации света одномерного ФК, представляющего собой слоистую среду, состоящую из чередующихся изотропного слоя и слоя резонансно-поглощающего газа.

5. Исследовать спектральные свойства хирального оптического таммовского состояния, реализованного на границе сохраняющего поляризацию анизотропного зеркала и холестерика, допированного молекулами красителя. Получить расщепление хирального оптического таммовского состояния. Показать возможности управления параметрами фотонного энергетического спектра посредством внешних полей и вариации параметров молекул красителя.

**Научная новизна диссертационной работы состоит в следующем:**

1. *Впервые* продемонстрирован эффект расщепления дефектной моды ФК при сближении частоты дефектной моды с резонансной частотой нанокompозита. Установлена зависимость величины расщепления от объемной доли наночастиц в матрице нанокompозита. *Показано*, что в зависимости от угла падения резонансная частота материала может оказаться вблизи края запрещенной зоны, либо попадает в область сплошного спектра. В этих случаях в спектре пропускания появляются дополнительные полосы пропускания, либо дополнительные запрещенные частотные области, соответственно.

2. *Впервые* продемонстрировано спектральное раздвоение ТПП на границе металлической пленки и резонансного слоя нанокompозита, сопряженного с ФК. *Показано*, что результаты, полученные для конечной структуры, с помощью метода трансфер-матрицы, хорошо согласуются с независимым методом решения дисперсионного уравнения для неограниченной структуры.

3. *Впервые* продемонстрировано существование гибридных оптических мод, обусловленных связью между микрорезонаторными модами ФК с нанокompозитным дефектом и ТПП, сформированным на границе ФК и тонкой металлической пленки.

4. *Установлена* высокая чувствительность спектральных свойств одномерного ФК, наполненного резонансно-поглощающим газом, к углу падения света на слоистую среду для волн  $p$ - и  $s$ - поляризации. *Показано* появление дополнительных узких полос пропускания в

запрещенной зоне и дополнительных запрещенных областей (областей «непропускания», сочетающих отражение и поглощение) в сплошном спектре резонансного ФК.

5. *Впервые* продемонстрирован эффект расщепления хирального оптического таммовского состояния, локализованного на границе сохраняющего поляризацию анизотропного зеркала и холестерика, допированного молекулами красителя.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. В одномерном фотонном кристалле с дефектным слоем металл-диэлектрического нанокompозита реализуется резонансное расщепление дефектной моды. При заданных значениях объемной доли наночастиц существуют углы падения, при которых в спектре пропускания структуры появляются дополнительные полосы пропускания и дополнительные запрещенные частотные области. Перестройка зонной структуры спектра пропускания фотонного кристалла обусловлена смешиванием резонансной частоты нанокompозита с фотонными модами сплошного спектра.

2. Таммовский плазмон-поляритон, реализованный на границе металла и слоя нанокompозита, сопряженного с фотонным кристаллом, при сближении частоты таммовского плазмон-поляритона с резонансной частотой нанокompозита расщепляется на две локализованные моды.

3. Гибридные таммовские моды, сформированные связью микрорезонаторных мод фотонного кристалла с нанокompозитным дефектом и таммовским плазмон-поляритоном, возбужденным на границе фотонного кристалла и тонкой металлической пленки, проявляются в спектре пропускания в виде расталкивающихся резонансов.

4. В одномерном фотонном кристалле, наполненном парами атомов ртути, для случая наклонного падения излучения реализуются, в зависимости от положения резонансной частоты газа, узкие полосы пропускания в фотонной запрещенной зоне либо дополнительные запрещенные области частот в сплошном спектре. Управление спектром пропускания возможно за счет вариации угла падения света на слоистую среду, а также за счет изменения плотности резонансного газа.

5. На границе между сохраняющим поляризацию анизотропным зеркалом и холестерическим жидким кристаллом, допированным молекулами красителя, реализуется резонансное расщепление хирального оптического таммовского состояния.

**Теоретическая и практическая значимость исследования** заключается в углублении понимания оптических эффектов в одномерных ФК-структурах, на основе материалов с сильным оптическим откликом и в расширении возможностей управления спектральным положением оптических мод с помощью изменения механических степеней свободы, температурных полей и электрического напряжения. Созданы алгоритмы расчетов для

моделирования и проектирования оптических свойств одномерных наноструктурированных ФК на основе материалов с резонансным характером ДП. Проведена оптимизация геометрических и структурных параметров ФК-систем. В предложенных ФК-системах можно варьировать поляризацию, угол падения и фокус возбуждающего моду излучения, концентрацию и состав жидких и газообразных компонентов, градиент концентрации, величину показателя преломления, двулучепреломление и ориентацию оптической оси для перестраивания спектрального положения оптических мод. Такие ФК-системы могут стать основой при создании миниатюрных лазеров, узкополосных фильтров и спектральных призм с управляемыми характеристиками.

**Работа выполнена при финансовой поддержке** грантов Президента РФ для ведущих научных школ: № НШ-3818.2008.3, № НШ-7810.2010.3. При финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-52-52006 и совместного гранта РФФИ, Правительства Красноярского края и Красноярского краевого фонда науки № 19-42-240004 р\_а.

**Методология и методы исследования.** В основе работы лежат численные методы расчёта одномерных ФК-структур: метод трансфер-матрицы [16], метод матрицы переноса Берремана [17]. Некоторые главы также содержат графические и численно-аналитические методы.

**Достоверность и апробация результатов.** Достоверность результатов, полученных в данной работе, основана на корректном применении фундаментальных физических и математических моделей, подтверждается правильностью предельных переходов к ранее известным результатам, а также соответствием численных и аналитических расчетов.

Материалы, составляющие данную диссертацию, опубликованы в 7 печатных работах из перечня ВАК, таких как: «Журнал экспериментальной и теоретической физики» (ЖЭТФ), «Journal of the Optical Society of America B» (JOSA B), «Materials», «Оптика и спектроскопия», «Компьютерная оптика». Общее количество публикаций – 29.

Результаты работы докладывались на международных и всероссийских конференциях: «Ломоносов» (МГУ, Москва, 2009, 2010), «Оптика» (ИТМО, Санкт-Петербург, 2009, 2011), «Студент и научно-технический прогресс» (НГУ, Новосибирск, 2009-2011), «ВНКСФ-15» (ТГУ, Томск, 2009), «Фотоника органических и гибридных наноструктур» (ИЦ РАН, Черноголовка, 2011), «Волны» (МГУ, Москва, 2018, 2020), «Енисейская фотоника» (СФУ и ИФ СО РАН, Красноярск, 2020), «Фотоника и информационная оптика» (НИЯУ МИФИ, Москва, 2018-2020).

**Личный вклад автора.** Лично автором проведена основная часть численных расчетов, осуществлен подбор и оптимизация параметров исследуемых структур, проанализированы и подготовлены к публикации полученные результаты. Автор принимала участие в постановке



целей и задач научного исследования совместно с научным руководителем д. ф. - м. н., проф. С. Я. Ветровым. Алгоритмы расчета периодических структур были реализованы совместно с научным руководителем д. ф.-м. н. И. В. Тимофеевым.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа включает в себя введение, 6 глав, заключение, список терминов и сокращений, список литературы. Объем диссертации 111 страниц. Диссертация содержит 50 рисунков. Библиография включает 176 наименований на 17 страницах.

## Содержание работы

**Во введении** обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель и задачи работы, показана научная новизна и практическая значимость результатов. Изложены основные положения, выносимые на защиту.

**Первая глава** содержит обзор теоретических и экспериментальных работ, касающихся фотонных структур, включающих композитные материалы с резонансным характером дисперсии ДП. Дан обзор работ, посвященных ТПП, дефектным и гибридным модам в сложных ФК-системах.

**Во второй главе** выполнены исследования спектральных свойств ФК со структурным резонансно-поглощающим дефектным слоем нанокompозита, состоящего из сферических серебряных наночастиц, взвешенных в прозрачном оптическом стекле [1].

Была рассмотрена структура (рис. 1), ограниченная вакуумом, состоящая из чередующихся слоев  $ZrO_2$  и  $SiO_2$  с параметрами:  $\varepsilon_a = 4,16$ ,  $\varepsilon_b = 2,1$ ,  $d_a = 50$  нм,  $d_b = 74$  нм. В качестве дефектного слоя был рассмотрен нанокompозит толщиной  $d = 130$  нм с комплексной эффективной ДП  $\varepsilon_{mix}$ , которая задается формулой Максвелл-Гарнетта, применимой для композитных сред при малых концентрациях наночастиц [18]:

$$\varepsilon_{mix} = \varepsilon_d \left[ 1 + \frac{f}{(1-f)/3 + \varepsilon_d/(\varepsilon_m - \varepsilon_d)} \right], \quad (1)$$

где  $f$  – фактор заполнения (объемная доля наночастиц в матрице),  $\varepsilon_d$  и  $\varepsilon_m(\omega)$  – ДП матрицы и металла, из которого изготовлены наночастицы,  $\omega$  – частота излучения. ДП серебряных частиц  $\varepsilon_m$  выражается формулой Друде-Зоммерфельда:

$$\varepsilon_m(\omega) = \varepsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_0$  – постоянная учитывающая вклады межзонных переходов связанных электронов,  $\omega_p$  – плазменная частота,  $\gamma$  – величина, обратная времени релаксации электронов. Параметры серебра:  $\varepsilon_0 = 5$ ,  $\omega_p = 9$  эВ,  $\gamma = 0,02$  эВ [19].

На рис. 1 показан спектр пропускания структуры, рассчитанный методом трансформации матрицы, при вариации объемной доли наночастиц в дефектном слое. Видно, что при  $f = 0,01$

дефектная мода ФК, содержащего структурный дефект, расщепляется на две локализованные моды, когда частота брэгговского отражателя совпадает с частотой плазмонного резонанса нанокompозита, величина расщепления составляет  $\Delta\lambda \approx 34$  нм. При увеличении  $f$  на 10 % расщепление достигает 101 нм.

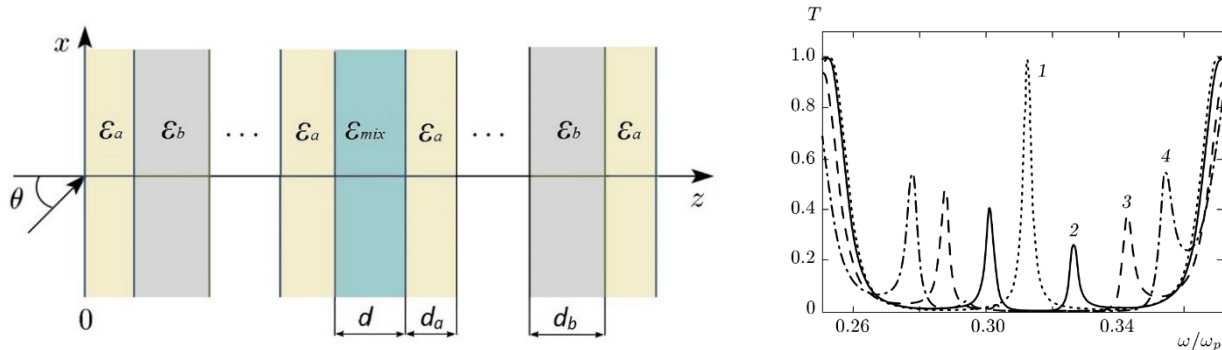


Рисунок 1: Схематическое представление ФК с дефектом (слева). Спектр пропускания структуры при вариации фактора заполнения  $f=0$  (1);  $0,01$  (2);  $0,05$  (3);  $0,1$  (4) (справа)

Эффект расщепления частоты обусловлен изменением условия резонанса Фабри-Перо из-за дисперсии ДП нанокompозита. Условие Фабри-Перо имеет вид:

$$n(\omega) = \pi c t / d \omega, \quad n(\omega) = \left[ \frac{\left( \sqrt{\varepsilon_{mix}^{\prime 2} + \varepsilon_{mix}^{\prime\prime 2}} + \varepsilon_{mix}^{\prime} \right)}{2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

где  $m=1,2,\dots$ . На рис. 2 показаны зависимость действительной части эффективной ДП и графическое решение уравнения (3) при  $f=0,01$ .

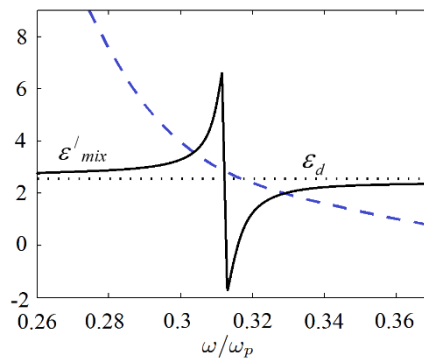


Рисунок 2: Синяя пунктирная кривая – графическое решение уравнения (3); черная сплошная кривая – действительная часть эффективной ДП  $\varepsilon_{mix}$ ; черная пунктирная – ДП матрицы  $\varepsilon_d$

Показана также возможность эффективного управления спектром пропускания структуры для волн  $s$ - и  $p$ -поляризации в зависимости от угла падения [III]. Выявлено, что в зависимости от угла падения, когда резонансная частота оказывается вблизи края запрещенной зоны, либо попадает в область сплошного спектра, в спектре пропускания, соответственно, появляются

дополнительные полосы пропускания, либо запрещенные частотные области (рис. 3). В силу этого имеются возможности для дополнительного управления поляризацией и пропусканием света.

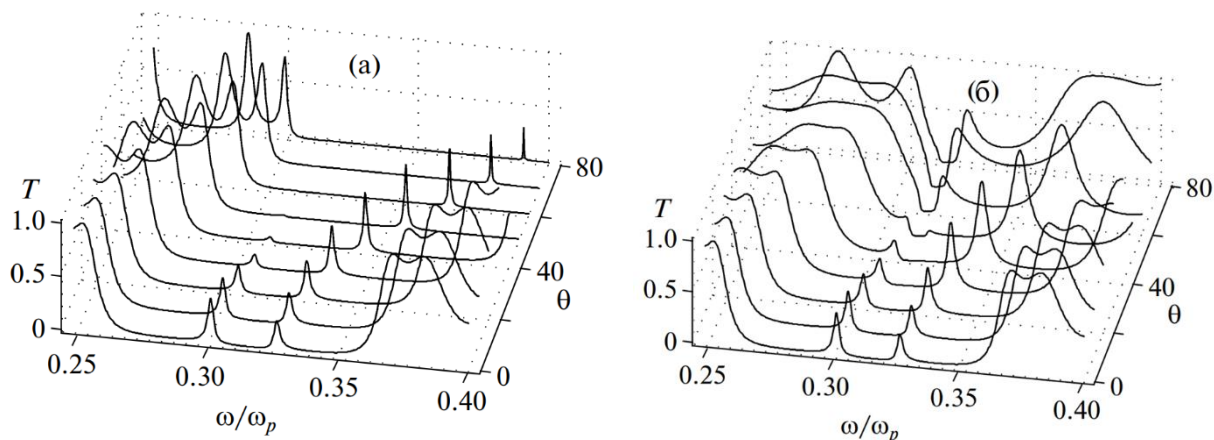


Рисунок 3: Угловая и частотная зависимость коэффициентов пропускания ФК для волн  $s$ - поляризации (а) и  $p$ - поляризации (б). Фактор заполнения  $f = 0,01$

В третьей главе продемонстрировано спектральное раздвоение ТПП на границе металлической пленки и резонансного слоя нанокompозита, сопряженного с ФК, при совпадении частоты ТПП с частотой резонанса нанокompозита. Показано, что результаты, полученные для конечной структуры с помощью метода трансфер-матрицы, согласуются с независимым численно-аналитическим методом решения дисперсионного уравнения для неограниченной структуры.

Исследуемая структура (рис. 4) включает слои серебра с ДП  $\epsilon_m$ , слой нанокompозита толщиной  $d$  с ДП  $\epsilon_{mix}$ , и ФК.

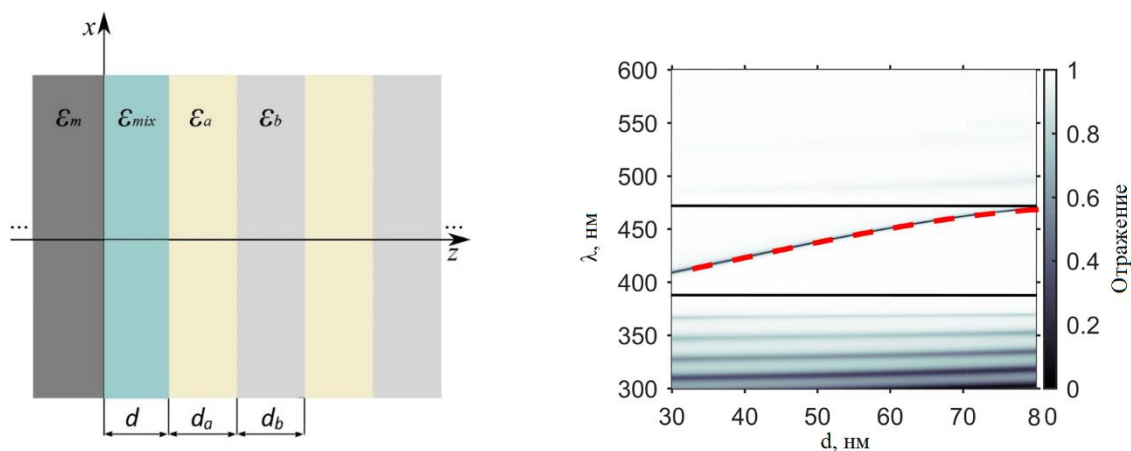


Рисунок 4: Схематическое представление структуры (слева). Спектр отражения структуры в зависимости от  $d$  при  $f = 0$  (справа). Красная пунктирная кривая – решение дисперсионного уравнения для ТПП. Черные прямые – границы запрещенной зоны неограниченного ФК

ФК состоит из чередующихся слоев  $ZrO_2$  и  $SiO_2$ , с параметрами:  $d_a=74$  нм,  $d_b=50$  нм,  $\varepsilon_a = 4,16$ ,  $\varepsilon_b = 2,1$ . Увеличение  $d$  меняет фазу коэффициента отражения от ФК. При этом частота ТПП в запрещенной зоне двигается в длинноволновую область, это дает возможность настройки положения ТПП.

При наполнении нанокompозитного слоя наночастицами серебра с параметрами:  $\varepsilon_0=5$ ,  $\hbar\omega_p=9$  эВ,  $\hbar\gamma=0,02$  эВ,  $\varepsilon_d=2,56$ , для случая, когда частота резонанса нанокompозита совпадает с частотой ТПП, в спектре отражения наблюдается эффект расщепления ТПП, проиллюстрированный на рис. 5 а. При этом в отличие от случая  $f=0$  (рис. 3), наблюдаются два провала в спектре отражения, что обусловлено дисперсией  $\varepsilon_{mix}$  в слое нанокompозита.

При изменении  $f$  высокочастотная мода и низкочастотная мода симметрично расталкиваются. Как видно на рис. 5 б при  $f=0,05$ , ТПП на длине волны 409 нм расщепляется на две таммовские моды: высокодобротную моду  $\lambda_1=397$  нм и низкодобротную моду  $\lambda_2=463$  нм, при этом величина расщепления ТПП составляет  $\Delta\lambda=66$  нм, что в два раза превышает величину расщепления при  $f=0,01$ .

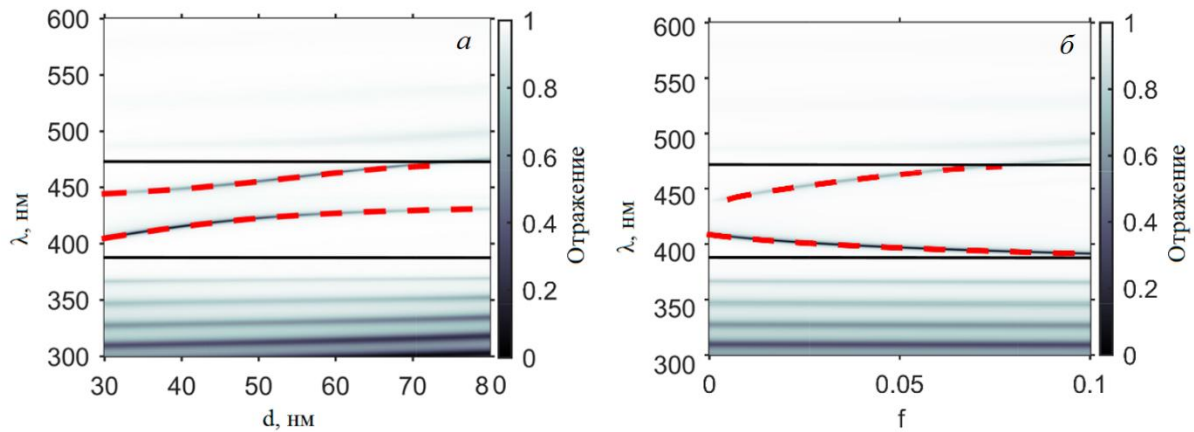


Рисунок 5: Спектр отражения структуры: при вариации слоя  $d$ ,  $f=0,01$  (а); при вариации параметра  $f$ ;  $d=30$  нм (б). Красные пунктирные кривые – решение дисперсионного уравнения для ТПП. Черные прямые – границы запрещенной зоны неограниченного ФК

Дисперсионное уравнение для ТПП, локализованного в нанокompозитном слое, внедренном между полубесконечными фотоннокристаллическим и металлическим зеркалами, имеет вид [III]:

$$\frac{x e^{i k_a d_a} - r_{ab} e^{-i k_a d_a}}{x e^{-i k_b d_b} - r_{ab} e^{-i k_b d_b}} - \frac{e^{-i k_a d_a} - \chi r_{ab} e^{i k_a d_a}}{e^{i k_b d_b} - \chi r_{ab} e^{i k_b d_b}} = 0, \quad (4)$$

где

$$\chi = \frac{r_{amix} e^{-i k_{mix} d} - r_{mmix} e^{i k_{mix} d}}{e^{-i k_{mix} d} - r_{mmix} r_{amix} e^{i k_{mix} d}}, \quad (5)$$

волновые числа в соответствующих слоях:  
 $k_m = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_m}$ ;  $k_{mix} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_{mix}}$ ;  $k_a = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_a}$ ;  $k_b = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_b}$ , коэффициенты отражения Френеля на границах раздела сред равны:  $r_{mmix} = \frac{k_m - k_{mix}}{k_m + k_{mix}}$ ;  $r_{amix} = \frac{k_a - k_{mix}}{k_a + k_{mix}}$ ;  $r_{ab} = \frac{k_a - k_b}{k_a + k_b}$ .  
 Решением уравнения (4) является комплексная частота  $\omega_r = \tilde{\omega} - i\gamma$ , действительная часть которой определяет спектральное положение ТПП:  $\tilde{\lambda} = \frac{2\pi}{\tilde{\omega}}$ .

Сравнение полученного решения дисперсионного уравнения для ТПП, реализованного в образце с полубесконечными зеркалами, со спектрами, полученными методом трансформации для конечной структуры (толщина серебряного слоя  $70 \text{ нм}$ , количество слоев ФК – 25), показано на рис. 4 и на рис. 5. Видно, что красная пунктирная кривая полностью совпадает с серой сплошной кривой, тем самым демонстрируя согласие двух методов исследования.

Преимущество предложенной модели определяется расширением возможности эффективного управления положением таммовских мод в спектрах ФК-структур, путем вариации параметров резонансного нанокompозитного слоя. Помимо этого, перестраивание пиков отражения по частоте может быть реализовано путем использования слоя нанокompозита в виде клина.

В четвертой главе показана реализация гибридных таммовских мод, обусловленных связью микрорезонаторных мод ФК с нанокompозитным дефектом, с ТПП, сформированным на границе ФК и тонкой металлической пленки. Показано, что в спектре отражения таммовская и брэгговская компоненты гибридного состояния проявляются в виде квазипересечения резонансов.

Был исследован образец, состоящий из одномерного ФК с дефектным слоем нанокompозита, граничащий с серебряной плёнкой толщиной  $50 \text{ нм}$  (рис. 6). Материалы слоев ФК:  $ZrO_2$  и  $SiO_2$  с толщинами  $40$  и  $90 \text{ нм}$ , соответственно, количество слоев  $N = 23$  [IV]. Толщина слоя  $ZrO_2$ , граничащего с металлической плёнкой, отлична от  $40 \text{ нм}$  и задается параметром  $d$ . Эффективная ДП  $\varepsilon_{mix}$  задается формулой (1). При отсутствии включений ( $f = 0$ ) в спектре пропускания ФК на длине волны  $434,5 \text{ нм}$  проявляется пик, соответствующий дефектной моде (вставка на рис. 6). При  $f = 0,01$  происходит расщепление частоты дефектной моды с образованием двух пиков на длинах волн  $\lambda = 419,5$  и  $453 \text{ нм}$  (зелёная штриховая кривая на рис. 6).

ТПП реализуется на границе ФК и металлической пленки (синяя кривая на рис. 6). Вариация толщины  $d$ , позволяет управлять положением ТПП в запрещенной зоне ФК. Так, при увеличении  $d$  от  $0$  до  $50 \text{ нм}$  происходит последовательная гибридизация со всеми микрорезонаторными модами.

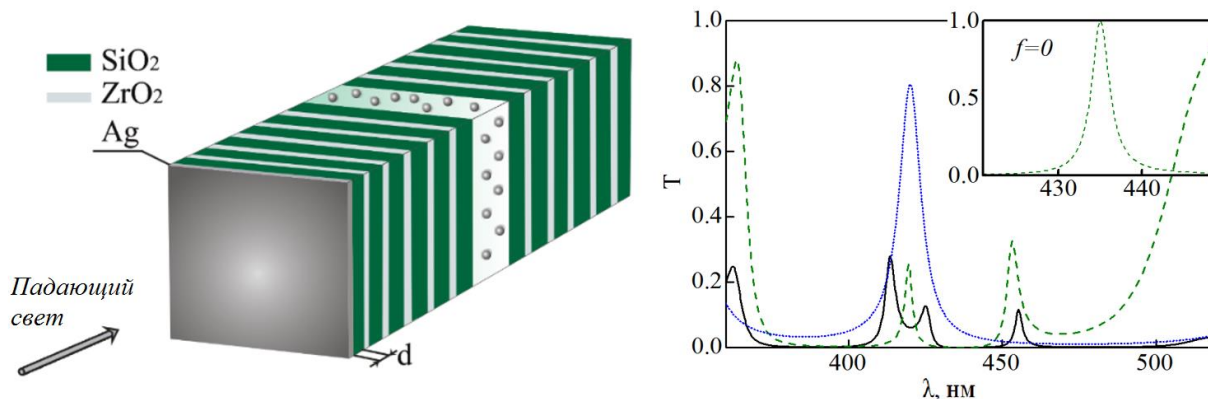


Рисунок 6: Схематическое представление ФК-структуры (слева). Спектр пропускания структуры (справа). Зелёная штриховая линия для ФК с нанокompозитным дефектом при  $f=0,01$ ; синяя пунктирная линия – для ФК, сопряженного с пленкой серебра; чёрная сплошная линия – для рассматриваемой структуры при  $d = 19 \text{ нм}$ ;  $f = 0,01$ . Вставка показывает спектр пропускания ФК без металлического слоя при  $f=0$

Данное взаимодействие проявляется в спектрах структуры квазипересечения в виде двух мод для  $f = 0,01$  (рис. 7 а) и для  $f = 0,06$  (рис. 7 б).

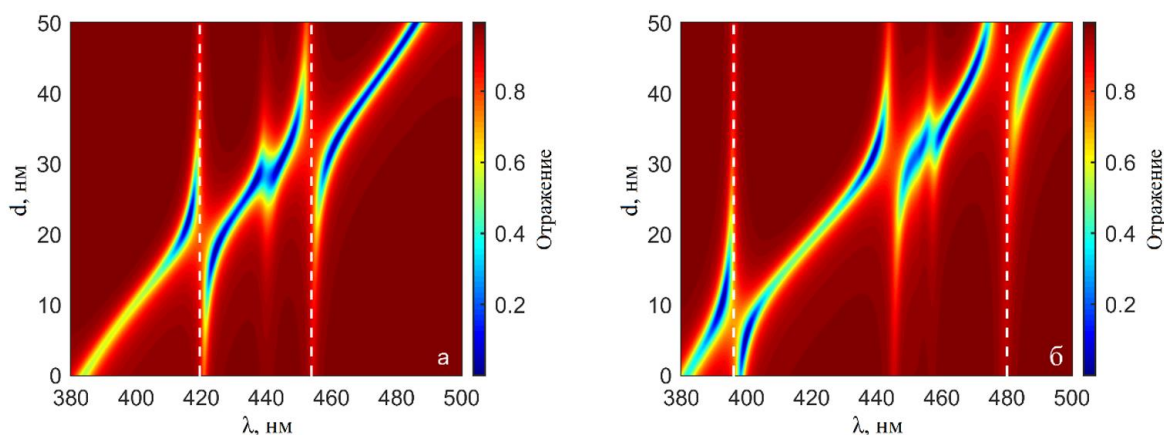


Рисунок 7: Спектр отражения структуры в зависимости от  $d$  при  $f = 0,01$  (а) и  $f = 0,06$  (б). Белые штриховые линии соответствуют положению микрорезонаторных мод, расщеплённых резонансом нанокompозита

Таким образом, управление спектральным положением мод возможно при помощи варьирования толщины слоя, прилегающего к металлу, количества слоев ФК, а также за счет вариации  $f$ . Чувствительность положения расщепленных пиков в спектре пропускания к параметрам структуры может оказаться полезной для управления светом в устройствах на основе таммовских гибридных мод.

В пятой главе исследованы спектральные и поляризационные свойства одномерного ФК, наполненного резонансно-поглощающим газом, при вариации угла падения на образец. В первой части главы рассмотрена ФК-структура схематически показанная на рис. 8, состоящая из чередующихся слоев изотропной среды и резонансного газа с  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2(\omega)$ , соответственно [V]. Толщины слоев  $d_1$  и  $d_2$ , период структуры –  $L = d_1 + d_2$ .

Комплексная ДП среды в модели Лоренца дается выражением:

$$\varepsilon_2(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}, \quad (6)$$

где  $\omega_p^2 = 4\pi Nfe^2/m$ ,  $e$  – заряд электрона,  $m$  – масса электрона,  $N$  – плотность резонансных атомов,  $f$  – сила осциллятора,  $\gamma$  – ширина линии,  $\omega_0$  – центральная частота резонанса,  $\omega$  – частота излучения.

Дисперсионное соотношение для подобной структуры, в случае волн  $p$ -поляризации, описывается уравнением Рытова [16], структура которого не меняется при учете дисперсии среды:

$$\cos(k_z L) = \cos(q_1 d_1) \cos(q_2 d_2) - \frac{1}{2}(\varepsilon_1 q_1 \varepsilon_2 q_2)^{-1} \cdot [(\varepsilon_1 q_2)^2 + (\varepsilon_2 q_1)^2] \sin(q_1 d_1) \sin(q_2 d_2), \quad (7)$$

где  $q_i^2 = c^{-2}\omega^2\varepsilon_i - k_x^2$ ,  $i = 1, 2$ ,  $c$  – скорость света,  $k_x, k_z$  – составляющие волнового вектора  $\vec{k}$ .

Дисперсионное уравнение (7) решалось численно. Для численных расчетов были выбраны параметры ФК, близкие к используемым в работе [13]:  $\varepsilon_1 = 3,24$ ,  $d_1\sqrt{\varepsilon_1} = d_2\sqrt{\varepsilon_2}$ ,  $L = 100$  нм. Численные оценки получены с использованием характеристик резонансного перехода атома Hg, для которого  $\gamma/\omega_G = 5 \cdot 10^{-7}$ ,  $\omega_p^2/\omega_G^2 = 7 \cdot 10^{-8}$ . Резонансу на длине волны  $\lambda_0 \approx 250$  нм соответствует ширина линии  $\gamma = 10^9$  Гц. На рис. 8 представлена типичная затравочная зонная структура бесконечного одномерного ФК в плоскости  $\omega k_x$  для волн  $p$ -поляризации.

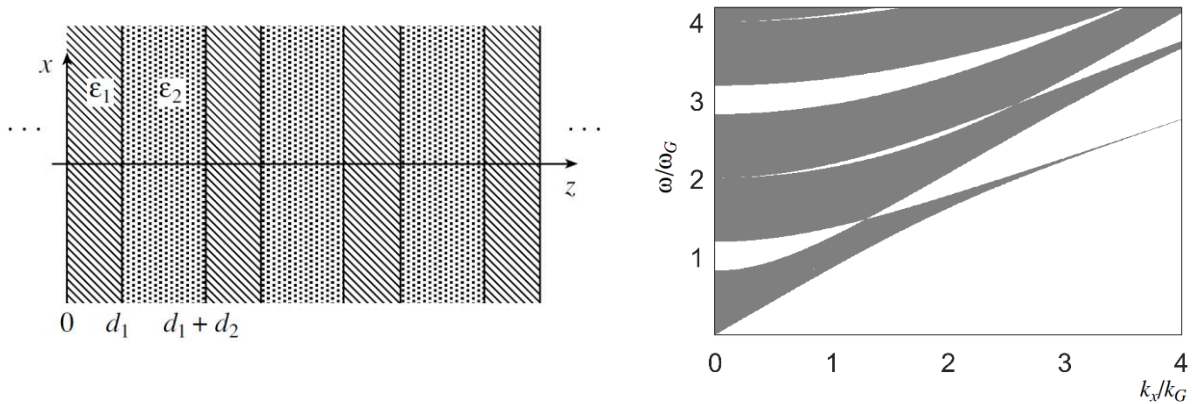


Рисунок 8: Схематическое представление периодической слоистой среды (слева). Частотная зависимость коэффициента пропускания для волн  $p$ -поляризации (справа).  $\omega_G = \pi c/L_0$  – характерная частота запрещенной зоны,  $k_x$  – волновой вектор,  $k_z = \pi/L_0$ ,  $L_0 = d_1\sqrt{\varepsilon_1} + d_2$

Учет частотной дисперсии ДП привел к качественным изменениям в зонной структуре затравочного спектра. Из рис. 9 видно, что в спектре резонансного ФК появляется дополнительная запрещенная область частот, резонансная частота газа  $\omega_0 = 1,19 \omega_G$  лежит на краю первой запрещенной зоны исходной зонной структуры.

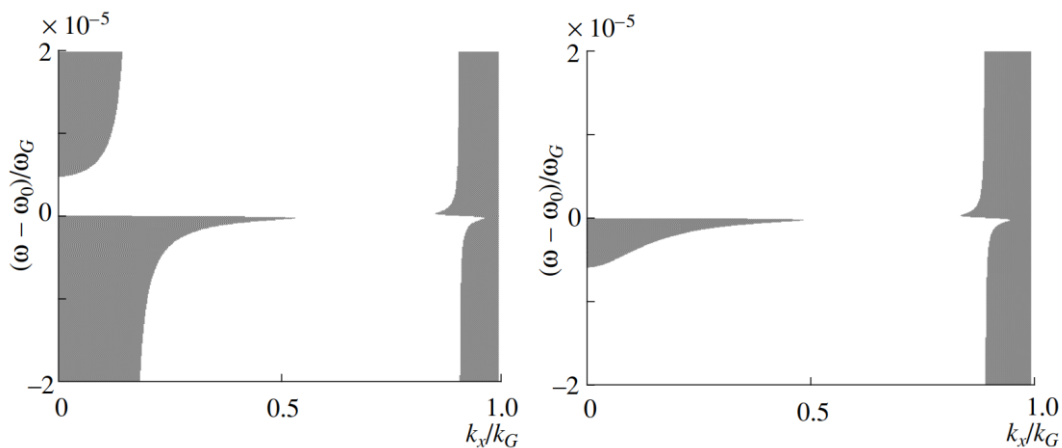


Рисунок 9: Фрагмент зонной структуры, аналогичной зонной структуре представленной на рис. 8.  $N = 4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ;  $\omega_0 = 1,19 \omega_G$  (слева) и  $\omega_0 = 1,18 \omega_G$  (справа)

Иная ситуация реализуется, если резонансная частота лежит в запрещенной зоне ФК на частоте  $\omega_0 = 1,18 \omega_G$ , в этом случае в запрещенной зоне появляется дополнительная узкая полоса пропускания с шириной, на порядок повышающей ширину резонансной линии.

Во второй части главы проведен расчет спектральных свойств наполненной резонансным газом конечной одномерной структуры с фотонными запрещенными зонами. Вычисления показывают, что имеются возможности эффективного управления параметрами дополнительного пропускания в запрещенной зоне резонансного ФК, а также параметрами дополнительных запрещенных частотных областей путем варьирования плотности резонансного газа и/или угла падения светового луча. Из-за того, что полоса пропускания возникает в фотонной запрещенной зоне, в которой излучение не распространяется, можно достичь высоких значений контраста фильтрации оптического излучения. Например, для волн  $p$ -поляризации увеличение угла падения на  $1^\circ$  на краю запрещенной зоны приводит к возрастанию коэффициента пропускания в 27 раз, а максимум полосы дополнительного пропускания достигает 83% [VI]. Резонансные ФК могут быть перспективны для создания спектральных призм с увеличенной дисперсией и узкополосных фильтров с управляемыми характеристиками для построения новых типов оптических устройств.

**Шестая глава** посвящена исследованию оптического таммовского состояния, сформированного на границе сохраняющего поляризацию анизотропного зеркала (СПАЗ) и



холестерического жидкого кристалла (ХЖК), допированного молекулами красителя. ХЖК, в отличие от других типов ФК, обладает селективным дифракционным отражением по отношению к поляризации. При нормальном падении света на холестерик существует точное решение уравнений Максвелла, и в диапазоне длин волн  $p \cdot n_o < \lambda < p \cdot n_e$  наблюдается фотонная запрещенная зона для света круговой дифрагирующей поляризации, направление которой совпадает с направлением спирали кристалла. Для недифрагирующей поляризации свет не испытывает дифракционного отражения и свободно проходит сквозь структуру.

Была рассмотрена структура, состоящая из анизотропного зеркала, сопряженного с правозакрученным холестериком, допированным молекулами красителя (рис. 10). СПАЗ состоит из одноосных диэлектрических слоев с показателями преломления:  $n_e^p = \sqrt{\varepsilon_e^p}$ ,  $n_o^p = \sqrt{\varepsilon_o^p}$  и характеризуется диэлектрическими тензорами слоев:  $\hat{\varepsilon}_V, \hat{\varepsilon}_H$ . Число элементарных ячеек структуры равно  $N_{СПАЗ}$ , период равен  $A = d_V + d_H$ , где  $d_V = 100$  нм,  $d_H = 96$  нм, толщины слоев,  $N_{СПАЗ} = 20$ ,  $n_e^p = 1,7$ ,  $n_o^p = 1,5$ . Длина анизотропного зеркала 3,92 мкм.

Длина холестерика 5,85 мкм, число периодов  $N_{ХЖК} = 30$ , шаг спирали  $p = 390$  нм,  $n_e^0 = 1,7$ ,  $n_o^0 = 1,5$ , центр запрещенной зоны  $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0 = 625$  нм. Угол между директором холестерика и оптической осью анизотропного зеркала обозначим  $\varphi$ . В случае распространения света вдоль оптической оси, тензора диэлектрической и магнитной проницаемости холестерика имеют, соответственно, вид:

$$\hat{\varepsilon}(z) = \varepsilon_m \begin{pmatrix} 1 + \delta \cos(qz) & \pm \delta \sin(qz) & 0 \\ \pm \delta \sin(qz) & 1 - \delta \cos(qz) & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \delta \end{pmatrix}, \quad \hat{\mu}(z) = \hat{I}, \quad (8)$$

где  $q = \frac{4\pi}{p}$ ,  $\varepsilon_m = \frac{\varepsilon_e + \varepsilon_o}{2}$ ,  $\delta = \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_o}{\varepsilon_e + \varepsilon_o}$ .

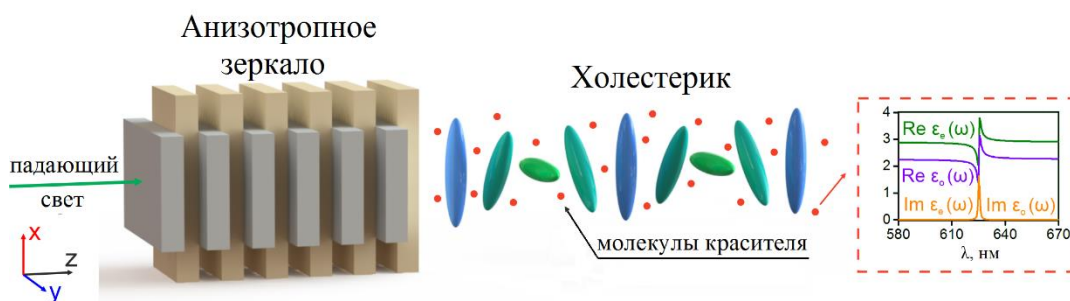


Рисунок 10: Схематическое представление структуры СПАЗ-ХЖК, допированной красителем. Структура ограничена средой с показателем преломления  $(n_e^0 + n_o^0)/2$ . Вставка: действительные и мнимые части ДП молекул красителя

Присутствие молекул красителя в матрице холестерика обуславливает частотную зависимость главных значений локального диэлектрического тензора. Предполагаем, как и в [15], Лоренцеву форму частотной зависимости. Расчет спектральных коэффициентов и распределение поля в холестерике, сопряженного с анизотропным зеркалом, выполнен методом  $4 \times 4$  матрицы переноса Берремана [17]. Распространение света с частотой  $\omega$  вдоль оси  $z$  описывается уравнением:

$$\frac{d\psi}{dz} = \frac{i\omega}{c} \Delta(z)\psi(z), \quad (9)$$

здесь  $\psi(z) = (E_x, H_y, E_y, -H_x)^T$  и  $\Delta(z)$  – матрица Берремана.

В холестерик были добавлены примесные молекулы красителя с параметрами:  $\gamma = 4 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ ,  $f = 2 \cdot 10^{28} \text{ c}^{-2}$ . При этом главные значения локального диэлектрического тензора холестерика зависят от частоты. В случае совпадения резонансной частоты молекул красителя с частотой хирального оптического таммовского состояния в спектрах вместо одной моды появляется две [VII]. Этим модам соответствуют провалы на длинах волн  $\lambda_1 = 619,3 \text{ нм}$  и  $\lambda_2 = 631,3 \text{ нм}$  (рис. 11). Рис. 11 а и рис. 11 б демонстрируют высокую чувствительность расщепления к влиянию концентрации допированных молекул и к изменению коэффициента затухания  $\gamma$ . Важным преимуществом ХЖК является их высокая чувствительность к внешним полям. Так, зависимость шага спирали от температуры или приложенного напряжения можно использовать для управления величиной расщепления хирального оптического состояния, уменьшение шага спирали с  $400 \text{ нм}$  до  $380 \text{ нм}$  приводит к возрастанию расщепления до  $\Delta\lambda = 13,2 \text{ нм}$  (рис. 11 в).

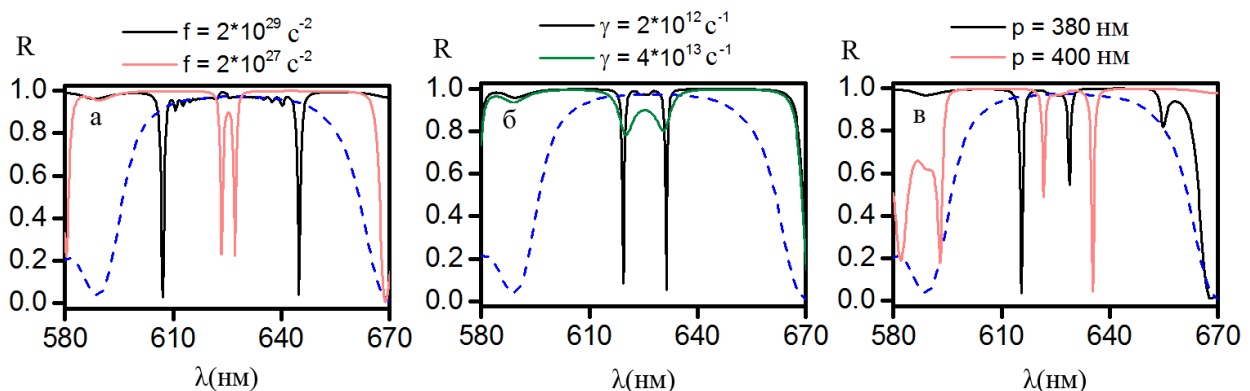


Рисунок 11: Спектры отражения структуры при вариации  $f$  (а),  $\gamma$  (б) и  $p$  (в). Сплошные линии – дифрагирующая поляризация, штриховая – недифрагирующая.  $\varphi = \pi/4$

Аналогичные эффекты можно реализовать иначе, путем вариации угла между оптическими осями анизотропного зеркала и ХЖК на границе сред (вставка к рис. 12). Из

рис. 12 видно, что в спектрах отражения и пропускания для дифрагирующей поляризации отражение правого пика падает с 24% до 8% в то время, как пропускание возрастает с 11% до 50% при увеличении  $\varphi$  от  $\pi/4$  до  $\pi/3$ .

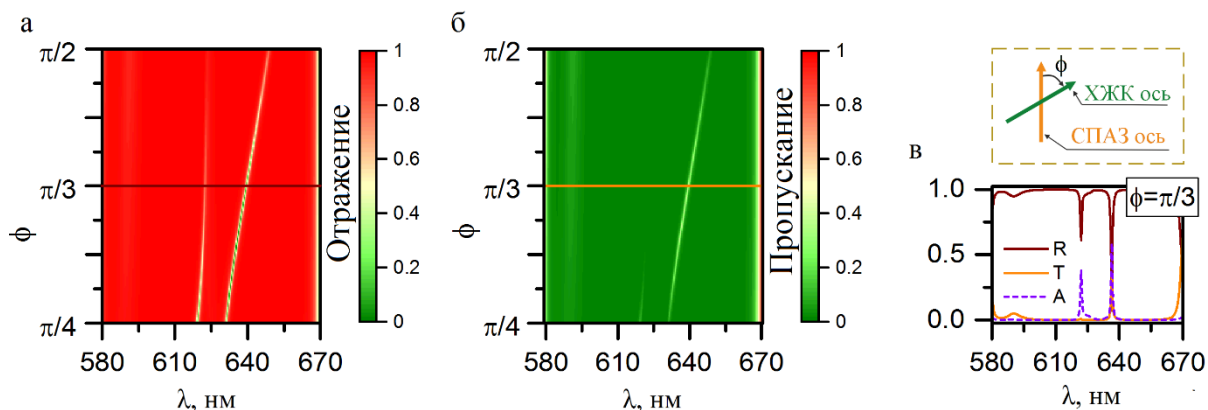


Рисунок 12: Спектры отражения (а) и пропускания (б) структуры при различных значениях угла  $\varphi$ . Спектры отражения, пропускания и поглощения структуры при  $\varphi = \pi/3$  (в)

На основе предложенной структуры возможно создание миниатюрных лазеров с основной модой, имеющей круговую поляризацию, а также проектирование узкополосных и перестраиваемых фильтров.

**В заключении** подводятся итоги диссертационного исследования, излагаются его основные результаты и выводы:

1. Выполнены исследования спектральных свойств одномерного фотонного кристалла с резонансно поглощающим дефектным слоем нанокompозита, состоящим из серебряных наночастиц, взвешенных в оптическом стекле. Выявлен ряд важных особенностей в спектре пропускания фотонного кристалла, которые обусловлены, прежде всего, резонансным характером эффективной диэлектрической проницаемости нанокompозита. Изучено спектральное проявление расщепления дефектной моды в зависимости от объемной доли наночастиц. Установлено, что при заданном значении фактора заполнения существуют углы падения, при которых возникают качественные изменения в спектре пропускания фотонного кристалла – появляются дополнительные полосы пропускания и запрещенные частотные области. В силу этого, появляются новые возможности для управления поляризацией и пропусканием света.
2. Продемонстрирован эффект расщепления таммовского плазмон-поляритона на границе серебряной пленки и резонансного нанокompозитного слоя, сопряженного с одномерным фотонным кристаллом. Показано, что расщепление таммовского плазмон-поляритона чувствительно к концентрации наночастиц и к другим параметрам нанокompозита. Результаты, полученные для конечной структуры с помощью метода

трансфер-матрицы согласуются с независимым методом решения дисперсионного уравнения для неограниченной структуры.

3. Продемонстрировано существование гибридных мод, обусловленных связью между микрорезонаторными модами брэгговского отражателя с нанокompозитным дефектом, и таммовским плазмон-поляритоном, сформированным на границе фотонного кристалла и металлической плёнки. Показана возможность управления положением локализованных мод при помощи варьирования толщины слоя, прилегающего к металлу, что открывает возможность создания перестраиваемого фильтра на основе подобной структуры. Дополнительное управление спектральными свойствами возможно за счет вариации фактора заполнения металл-диэлектрического нанокompозита.

4. Проведен расчет спектральных свойств наполненной резонансным газом одномерной структуры с фотонными запрещенными зонами для электромагнитных волн  $p$ - и  $s$ - поляризации при наклонном падении излучения на слоистую среду. В качестве резонансного газа рассмотрены пары атомов ртути. Расчеты показывают, что коэффициент пропускания весьма чувствителен к изменению угла падения излучения и к вариации плотности резонансного газа. В практических приложениях такие резонансные фотонные кристаллы могут быть перспективны при создании узкополосных фильтров с перестраиваемыми характеристиками.

5. Показано, что на границе холестерика и слоистой структуры, характеризующейся чередующимися одинаковыми одноосными диэлектрическими слоями с ортогональными направлениями оптических осей, хиральное оптическое таммовское состояние, при допировании холестерика молекулами красителя, расщепляется на два локализованных состояния. Расчеты, выполненные с помощью матрицы Берремана, показывают, что полученные локализованные моды могут быть эффективно перестроены по частоте с помощью внешних полей и вариации параметров красителя, либо путем вращения зеркал в плоскости границы раздела анизотропного зеркала и холестерика. Предложенная структура может быть использована при создании миниатюрных лазеров с основной модой, имеющей круговую поляризацию, а также при проектировании оптических фильтров.

\*\*\*

Таким образом, проведенные исследования наноструктурированных фотонных систем на основе материалов с резонансной дисперсией показали качественно новые способы перестройки оптических мод, что может быть полезно при проектировании устройств для управления светом. Полученные знания могут найти применение при промышленном освоении современных технологий фотоники.

## Публикации автора по теме диссертации

- I. Vetrov S. Ya., Avdeeva A. Yu., Timofeev I. V. Spectral properties of a one-dimensional photonic crystal with a resonant defect nanocomposite layer // J. Exp. Theor. Phys. 2011. 113. 755–761.
- II. Vetrov S. Ya., Avdeeva A. Yu., Bikbaev R. G. et al Traveling of light through a 1D photonic crystal containing a defect layer with resonant dispersion // Opt. Spectrosc. 2012. 113. 517–521.40.
- III. Avdeeva A. Yu., Vetrov S. Ya., Timofeev I. V. Splitting of a Tamm plasmon polariton at the interface between a metal and a resonant nanocomposite layer conjugated with a photonic crystal // J. Opt. Soc.Am. 2021. B38. 1792.
- IV. Vetrov S. Ya., Avdeeva A. Yu., Pyatnov M.V. et al Hybrid Tamm-cavity modes in photonic crystal with resonant nanocomposite defect layer // Comput. Opt. 2020. 44. 319–324.
- V. Vetrov S. Ya., Timofeev I. V., Avdeeva (Kutukova) A. Yu. Spectral properties of a one-dimensional resonant photonic crystal // Opt. Spectrosc. 2009. 106. 757–761.
- VI. Vetrov S. Ya., Timofeev I. V., Avdeeva A. Yu. Control of absorption spectrum of a one-dimensional resonant photonic crystal // Opt.Spectrosc. 2010. 109. 106–111.
- VII. Avdeeva A. Yu., Vetrov S. Ya., Bikbaev R. G. et al Chiral optical Tamm States at the Interface between a Dye-Doped cholesteric Liquid Crystal and an Anisotropic Mirror // Materials. 2020. 13. 3255.

## Цитированная литература

1. Joannopoulos J. D., Johnson S. G., Winn J. N., Meade R. D. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light (Second Edition). Princeton NJ USA: Princeton University Press. 2008. P. 304. ISBN: 0691124566.
2. Шабанов В. Ф., Ветров С. Я., Шабанов А. В. Оптика реальных фотонных кристаллов. Жидкокристаллические дефекты, неоднородности. Изд-во СО РАН. 2005. С. 239. ISBN: 5-7692-0737-X.
3. Vinogradov A.P., Dorofeenko A.V., Merzlikin A.M., Lisyansky A.A. Surface states in photonic crystals // Physics-Uspekhi. 2010. Vol. 53. no. 3. P. 243-256.
4. Kaliteevski M.A., Iorsh I., Brand S. et al. Tamm plasmon-polaritons: Possible electromagnetic states at the interface of a metal and a dielectric Bragg mirror // Physical Review B. 2007. Vol. 76. no. 16. P. 165415.
5. Plum E, Zheludev N.I. Chiral mirrors // Appl. Phys. Lett. 106221901. 2015.

6. Тимофеев И.В., Ветров С.Я., Хиральные оптические таммовские состояния на границе среды с винтовой симметрией тензора диэлектрической проницаемости. // Письма в ЖЭТФ 2016. 104. 393-397. 1608.01876.
7. Afinogenov B. I., Bessonov V. O., Nikulin A. A. et al. Observation of hybrid state of Tamm and surface plasmon-polaritons in one-dimensional photonic crystals // Appl. Phys. Lett. 2013. Vol. 103. no. 6. P. 61112.
8. Ozaki R., Matsui T., Ozaki M., and Yoshino K. Electro-Tunable Defect Mode in One-Dimensional Periodic Structure Containing Nematic Liquid Crystal as a Defect Layer // Jpn. J. Appl. Phys. 41(12B). L1482–L1484. 2002.
9. Zyryanov V.Y., Myslivets S.A., Gunyakov V.A., Parshin A.M., Arkhipkin V.G., Shabanov V.F., and Lee W. Magnetic-field tunable defect modes in a photonic-crystal/liquid-crystal cell // Optics Express. 2010. Т. 18. № 2. С. 1283-1288.
10. Ильчишин И.П., Тихонов Е.А., Тищенко В.Г., Шпак М.Т. Генерация перестраиваемого излучения примесными холестерическими жидкими кристаллами // Письма в ЖЭТФ. Том 32. вып.1. стр. 27-30. 1980.
11. Климов В. В. Наноплазмоника. Физматлит, 2009. С. 480. ISBN: 978-5-9221-1030-3.
12. Moiseev S. G., Ostatochnikov V. A., Sementsov D. I. Defect mode suppression in a photonic crystal structure with a resonance nanocomposite layer // Quantum Electronics. 2012. Vol. 42. no. 6. P. 557-560.
13. Желтиков А.М., Наумов А.Н., Баркер П., Майлс Р.Б. Управление свойствами дисперсии и спектром пропускания комбинированных оптических элементов на основе наполненных резонансным газом фотонно-кристаллических структур // Оптика и спектроскопия. 2000. Т. 89. № 2. С. 309-313.
14. Schmidtke J., Stille W., Finkeimann H. Defect Mode Emission of a Dye Doped Cholesteric Polymer Network // Phys. Rev. Lett. 90. 083902. 2003.
15. Gevorgyan A.H. Fano resonance in a cholesteric liquid crystal with dye // Phys.Rev.E. 2019. V. 99. P. 012702.
16. Yariv A., Yeh P. Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation // New York: Wiley. 1984.
17. Berreman D. W. Optics in Stratified and Anisotropic Media: 4×4-Matrix Formulation // J. Opt. Soc. Am. 62. 502-510. 1972.
18. Maxwell Garnett J. C. Colours in Metal Glasses and in Metallic Films // Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci. 1904. Vol. 203. no. 359-371. P. 385-420.
19. Johnson P. B., Christy R. W. Optical Constants of the Noble Metals // Phys. Rev. B 6. 4370. 1972.