

Л. В. КИРЕНСКИЙ и Л. И. СЛОБОДСКОЙ

## НАМАГНИЧЕНИЕ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА В СИЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

### 1. Введение

Как известно, три типа энергии в ферромагнитном материале характеризуют все его основные свойства. Это, во-первых, электростатическая энергия обменного взаимодействия; во-вторых, энергия естественной или кристаллографической магнитной анизотропии и, в-третьих, энергия магнитоупругой анизотропии. Что касается энергии обменного взаимодействия, то она приводит к спонтанной намагниченности ферромагнетика и сказывается только на конечной точке технической кривой намагничивания. Что же касается энергии кристаллографической и магнитоупругой анизотропии, то они целиком определяют техническую кривую намагничивания данного ферромагнетика.

Величины указанных энергий определяются тригонометрическими функциями углов векторов магнитного поля спонтанного намагничивания и упругой деформирующей силы с тетрагональными осями кристалла, абсолютными величинами векторов, поля и деформирующей силы, а также констант  $I_s$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $\lambda_{100}$  и  $\lambda_{111}$ , дающими достаточно подробную характеристику ферромагнетика.

Таким образом, для полной магнитной характеристики материала необходимо знать значение  $I_s$  — интенсивности спонтанного намагничивания,  $K_1$ ,  $K_2$  — значения первой и второй констант магнитной анизотропии и  $\lambda_{100}$  и  $\lambda_{111}$  — соответствующие значения магнитострикции насыщения в направлениях тетрагональной и тригональной осей.

Что касается величины интенсивности спонтанного намагничивания  $I_s$ , то экспериментальное определение ее не вызывает каких-либо трудностей как на монокристаллах, так и на поликристаллических образцах. Однако при определении величин  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $\lambda_{100}$  и  $\lambda_{111}$  встречаются серьезные экспериментальные трудности. По существу эти константы вещества должны быть определены на монокристаллах, что является на сегодняшний день практически невыполнимым, вследствие трудности получения достаточной величины монокристаллов сплавов.

Однако существуют достаточно надежные пути для определения этих констант на поликристаллических образцах.

Методы определения указанных констант были найдены Акуловым [1] в связи с теоретически установленным им законом приближения к насыщению. Согласно этому закону, в области сильных магнитных полей, за второй точкой анизотропии, рост интенсивности намагничивания с увеличением поля для

образца, лишённого внешних и внутренних упругих напряжений, выражается следующей формулой:

$$I = I_s \left( 1 - \frac{b}{H^2} \right) + \chi_p H, \quad (1)$$

где  $I$  — интенсивность спонтанного намагничивания в поле напряженности  $H$ ,  $I_s$  — интенсивность спонтанного намагничивания,  $b = \frac{8}{105} \cdot \frac{K_1^2}{I_s^2}$ , где  $K_1$  — первая константа магнитной анизотропии.

Соотношение (1) было подтверждено целым рядом опытных исследований, в частности, работами Черлинского [2], получившего значения для  $K_1$ , близкие к тем, которые были получены на монокристаллах. Соотношение (1) было распространено на случай наличия упругих напряжений в работе Акулова и Киренского [3]. В частности, при наличии диффузных (равновероятно распределенных упругих напряжений) закон приближения к насыщению имеет тот же вид, но коэффициент  $b$  выражается следующим образом:

$$b = \frac{1}{I_s^2} \left[ \frac{8}{105} K_1^2 + \left( \frac{6}{25} \lambda_{100}^2 + \frac{9}{25} \lambda_{111}^2 \right) \sigma^2 \right], \quad (2)$$

и в случае направленных вдоль поля напряжений:

$$b = \frac{1}{I_s^2} \left[ \frac{8}{105} K_1^2 + \frac{8}{35} K_1 \sigma (\lambda_{100} - \lambda_{111}) + \frac{12}{35} \sigma^2 (\lambda_{100} - \lambda_{111})^2 \right]. \quad (3)$$

Однако соотношения (1—3) являются лишь первым приближением в расчете закона приближения к насыщению, с учетом энергии кристаллографической и магнитоупругой анизотропии. Вообще же, как показали дальнейшие исследования, закон приближения к насыщению может быть представлен следующим образом:

$$I = I_s \left( 1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \frac{c}{H^3} \right) + \chi_p H, \quad (4)$$

где  $I$ ,  $I_s$ ,  $H$ ,  $b$  и  $\chi_p$  имеют тот же физический смысл, что и в соотношении (1); коэффициент  $a$ , согласно теории Броуна [4], зависит от резко-неоднородных напряжений в образце и не включает в себя ни констант анизотропии, ни магнитострикционных констант.

Для ферромагнетика, лишённого напряжений, коэффициент  $c$ , с учетом первой константы магнитной анизотропии, впервые был определен Гансом [5]. Согласно его расчету:

$$c = \frac{192}{5005} \cdot \frac{K_1^3}{I_s^3}. \quad (5)$$

Учет коэффициента  $c$  дает возможность не только определить абсолютные значения первой константы анизотропии, но также определить ее знак, что и было сделано в работе Акулова и Мирасова [6]. Таким образом, закон приближения к насыщению дает возможность производить определение весьма важных констант ферромагнитного материала на поликристаллических образцах, не прибегая к изготовлению монокристаллов.

Однако в последнее время были опубликованы работы Хольштейна и Примакова [7] и Неля [8], в которых произведен учет магнитного взаимодействия отдельных зерен кристаллитов, и было показано, что приведенные выше соотношения являются лишь предельными, справедливыми для полей  $H \gg 4\pi I_s$ .

Согласно указанным авторам, эти поля должны иметь для никеля нижнюю границу по крайней мере в 30 000 эрст. и для железа соответственно 100 000 эрст., что далеко выходит за рамки обычно применяемых в лабораторной практике полей. Если же учесть, что при исследовании закона приближения к насыщению область применяемых обычно полей лежит в интервале от 200 до 2 000 эрст., то это скорее удовлетворяет условию  $H \ll 4\pi I_s$ , что приводит к другому предельному значению, при котором коэффициент  $b$  в соотношении (4) оказывается в два раза меньшим. Следовательно, в отсутствие напряжений для нахождения истинных значений константы анизотропии следует, согласно Хольштейну и Примакову и Нелю, найденные прежним способом значения умножить на  $\sqrt{2}$ . Указанные авторы считают, что несколько заниженные значения констант анизотропии, полученные в некоторых случаях отдельными авторами, следует отнести за счет неверного применения закона приближения.

## II. Расчет коэффициентов „b“ и „c“ в законе приближения к насыщению

Поскольку закон приближения к насыщению в его первоначальной форме был подвергнут сомнению и уточнение закона пошло в направлении учета магнитного взаимодействия зерен кристаллита, то естественно испробовать и другой путь, связанный с расчетом коэффициента  $c$  в соотношении (4), с учетом обеих констант анизотропии и наличием как диффузных, так и направленных упругих напряжений. Такого рода исследования и были выполнены авторами.

Общий расчет коэффициентов „b“ и „c“ в соотношении (4) сводится к следующему: полная энергия ферромагнитного кристалла кубической системы, помещенного во внешнее магнитное поле напряженности  $H$ , будет складываться из трех частей:

1. Энергии кристалла по отношению к внешнему магнитному полю:

$$U_a = -HI_s(s_1h_1 + s_2h_2 + s_3h_3), \quad (6)$$

где  $s_1, s_2, s_3$  — направляющие косинусы вектора  $I_s$ ;  $h_1, h_2, h_3$  — направляющие косинусы вектора  $H$ .

2. Энергии кристаллографической анизотропии:

$$\begin{aligned} U_e &= U_0 + K_1(s_1^2s_2^2 + s_2^2s_3^2 + s_1^2s_3^2) + K_2s_1^2s_2^2s_3^2 = \\ &= U_0 + \frac{1}{2}K_1\left[1 - \sum_i s_i^4\right] + K_2s_1^2s_2^2s_3^2. \end{aligned} \quad (7)$$

3. Магнитоупругой энергии:

$$U_s = -\tau\left\{\frac{3}{2}\lambda_{100}\left[\sum_i s_i^2v_i^2 - \frac{1}{3}\right] - 3\lambda_{111}\sum_{i,j} s_i s_j v_i v_j\right\}, \quad (8)$$

где  $v_i$  — направляющие косинусы вектора напряжений  $\tau$ .

Таким образом, полная энергия единицы объема кристалла будет:

$$U = U_a + U_e + U_s. \quad (9)$$

Состояние устойчивого равновесия вектора спонтанного намагничивания  $I_s$  определится из минимума полной энергии (9) при добавочном условии:

$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 1.$$

Применяя правило множителей Лагранжа, получим следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U_e}{\partial s_i} + \frac{\partial U_z}{\partial s_i} - H I_s h_i + 2\lambda s_i &= 0 \quad (i = 1, 2, 3) \\ \sum_i s_i^2 &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Пусть  $\eta = \frac{1}{H I_s}$ ,  $\nu = \frac{2\lambda}{H I_s}$ . Тогда система уравнений переписывается так:

$$\left. \begin{aligned} \eta \left[ \frac{\partial U_e}{\partial s_i} + \frac{\partial U_z}{\partial s_i} \right] + \nu s_i &= h_i, \\ \sum_i s_i^2 &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

При  $H \rightarrow \infty$ ,  $s_i \rightarrow h_i$ ,  $\eta \rightarrow 0$  и из уравнений (11) следует, что  $\nu \rightarrow 1$ . Указанное обстоятельство дает возможность представить  $s_i$  и  $\nu$  в виде бесконечных рядов:

$$\left. \begin{aligned} s_i &= h_i + \eta A_i + \eta^2 B_i + \eta^3 C_i + \dots \\ \nu &= 1 + \eta \nu^{(1)} + \eta^2 \nu^{(2)} + \eta^3 \nu^{(3)} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Используя соотношение  $\sum_i s_i^2 = \sum_i h_i^2 = 1$ , получим, ограничиваясь третьей степенью разложения относительно  $\eta$ :

$$\sum_i h_i A_i = 0; \quad \sum_i (2h_i B_i + A_i^2) = 0; \quad \sum_i 2(A_i B_i + h_i C_i) = 0. \quad (13)$$

Если  $\theta$  — угол между векторами  $I_s$  и  $H$ , то, принимая во внимание (12) и (13), получим:

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= 1 - \frac{1}{2} \eta^2 \sum_i A_i^2 - \eta^3 \sum_i A_i B_i, \\ I &= I_s \cos \theta. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Функцию  $\left( \frac{\partial U_e}{\partial s_i} + \frac{\partial U_z}{\partial s_i} \right)$  разложим в ряд Тейлора:

$$\frac{\partial (U_e + U_z)}{\partial s_i} = U_i + U_{i1}(s_1 - h_1) + U_{i2}(s_2 - h_2) + U_{i3}(s_3 - h_3) + \dots,$$

где

$$\left[ \frac{\partial (U_e + U_z)}{\partial s_i} \right]_{s_i = h_i} = U_i; \quad \left[ \frac{\partial^2 (U_e + U_z)}{\partial s_i \partial s_k} \right]_{s_i = h_i} = U_{ik}.$$

Используя (12) для  $s_i$  с точностью до первой степени  $\eta$ , получим  $s_i - h_i = \eta A_i$  и, следовательно:

$$\frac{\partial (U_e + U_z)}{\partial s_i} = U_i + \eta (U_{ik} A_k + U_{i2} A_2 + U_{i3} A_3).$$

Благодаря первому из соотношений (11) имеем следующее:

$$\begin{aligned} &\eta [U_i + \eta (U_{i1} A_1 + U_{i2} A_2 + U_{i3} A_3)] + \\ &+ [1 + \eta \nu^{(1)} + \eta^2 \nu^{(2)}] \cdot [h_i + \eta A_i + \eta^2 B_i] = h_i. \end{aligned}$$

Откуда следует:

$$U_i + \nu^{(1)} h_i + A_i = 0, \quad (15)$$

$$U_{i1} A_1 + U_{i2} A_2 + U_{i3} A_3 + \nu^{(2)} h_i + \nu^{(1)} A_i + B_i = 0. \quad (16)$$

Учитывая (13), получим:

$$v^{(1)} = - \sum_i U_i h_i,$$

и уравнение (15) примет вид:

$$A_i = h_i \sum_k U_k h_k - U_i.$$

Следовательно:

$$\sum_i A_i^2 = \sum_i U_i^2 - (v^{(1)})^2. \quad (17)$$

Далее, умножив (16) на  $A_i$  и просуммировав, получим:

$$\sum_i A_i B_i = -v^{(1)} \sum_i A_i^2 - \sum_i (U_{i1} A_1 + U_{i2} A_2 + U_{i3} A_3) \cdot A_i. \quad (18)$$

Подставляя в (18) значения  $A_i$  и  $\sum_i A_i^2$ , получим:

$$\begin{aligned} \sum_i A_i B_i = & - \sum_{i,k} U_i U_k U_{ik} - v^{(1)} \left[ \sum_i U_i^2 + 2 \sum_{i,k} h_i U_k U_{ik} \right] - \\ & - (v^{(1)})^2 \sum_{i,k} h_i h_k U_{ik} + (v^{(1)})^3. \end{aligned} \quad (19)$$

Вычислим значения  $U_i$  и  $U_{ik}$ . Обращаясь к выражению  $U_e + U_s$ , мы получим следующие равенства:

$$U_1 = \alpha_1 h_1^3 + \alpha_2 h_1 h_2^2 h_3^2 + \alpha_3 h_1 v_1^2 + \alpha_4 (h_2 v_1 v_2 + h_3 v_1 v_3),$$

$$U_2 = \alpha_1 h_2^3 + \alpha_2 h_1^2 h_2 h_3^2 + \alpha_3 h_2 v_2^2 + \alpha_4 (h_1 v_1 v_2 + h_3 v_2 v_3),$$

$$U_3 = \alpha_1 h_3^3 + \alpha_2 h_1^2 h_2^2 h_3 + \alpha_3 h_3 v_3^2 + \alpha_4 (h_2 v_2 v_3 + h_1 v_1 v_3),$$

$$U_{12} = 2\alpha_2 h_1 h_2 h_3^2 + \alpha_4 v_1 v_2,$$

$$U_{13} = 2\alpha_2 h_1 h_2^2 h_3 + \alpha_4 v_1 v_3,$$

$$U_{23} = 2\alpha_2 h_1^2 h_2 h_3 + \alpha_4 v_2 v_3,$$

$$U_{11} = 3\alpha_1 h_1^2 + \alpha_2 h_2^2 h_3^2 + \alpha_3 v_1^2,$$

$$U_{22} = 3\alpha_1 h_2^2 + \alpha_2 h_1^2 h_3^2 + \alpha_3 v_2^2,$$

$$U_{33} = 3\alpha_1 h_3^2 + \alpha_2 h_1^2 h_2^2 + \alpha_3 v_3^2,$$

где

$$\alpha_1 = -2k_1; \quad \alpha_2 = 2k_2; \quad \alpha_3 = 3\epsilon\lambda_{100}; \quad \alpha_4 = 3\epsilon\lambda_{111}.$$

Перейдем теперь к вычислению  $\sum_i A_i^2$  и  $\sum_i A_i B_i$ . Для того чтобы произвести указанные вычисления, надо в выражения (17) и (19) подставить найденные значения  $U_i$ ,  $U_{ik}$  и  $v^{(1)}$ . Выкладки весьма громоздки и сводятся к действиям сложения и умножения многочленов, члены которых имеют вид:

$$A h_1^\alpha h_2^\beta h_3^\gamma v_1^\mu v_2^\rho v_3^\tau,$$

где  $A$  зависит от  $\alpha_i$ ; а  $\alpha, \beta, \gamma, \mu, \rho, \tau$  — натуральные числа (или 0). Для сокращения записи введем следующий символ (оператор):

$$S \begin{pmatrix} n_1 & n_2 & n_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix},$$

где  $n_1, n_2, n_3; m_1, m_2, m_3$  — натуральные числа (или 0). Этот символ следует понимать как сумму, слагаемые которой имеют вид:

$$h_1^\alpha h_2^\beta h_3^\gamma v_1^\mu v_2^\rho v_3^\tau,$$

где  $\alpha, \beta, \gamma$  представляют собой перестановку чисел  $n_1, n_2, n_3$ , а  $\mu, \rho, \tau$  — перестановку чисел  $m_1, m_2, m_3$ , которая получена таким же путем, каким получена перестановка  $\alpha, \beta, \gamma$ , причем перестановки чисел  $n_1, n_2, n_3$  различны между собой, например:

$$\begin{aligned} S \binom{213}{211} &= h_1^2 h_2 h_3^2 v_1^2 v_2 v_3 + h_1^2 h_2^2 h_3 v_1^2 v_2 v_3 + h_1^2 h_2 h_3^2 v_1 v_2 v_3^2 + \\ &+ h_1^2 h_2^2 h_3 v_1 v_2^2 v_3 + h_1 h_2^3 h_3^2 v_1 v_2 v_3^2 + h_1 h_2^2 h_3^3 v_1 v_2^2 v_3; \\ S \binom{226}{002} &= h_1^2 h_2^2 h_3^2 v_3^2 + h_1^2 h_2^2 h_3^2 v_2^2 + h_1^2 h_2^2 h_3^2 v_1^2; \end{aligned}$$

здесь всего три слагаемых, так как имеются только три различные перестановки чисел 2, 2, 6. Еще примеры:

$$\begin{aligned} S \binom{222}{202} &= h_1^2 h_2^2 h_3^2 v_1^2 v_3^2; & S \binom{222}{022} &= h_1^2 h_2^2 h_3^2 v_2^2 v_3^2; \\ S \binom{400}{400} &= h_1^4 v_1^4 + h_2^4 v_2^4 + h_3^4 v_3^4; & S \binom{600}{400} &= h_1^6 v_1^4 + h_2^6 v_2^4 + h_3^6 v_3^4; \\ S \binom{222}{000} &= h_1^2 h_2^2 h_3^2; & S \binom{222}{222} &= h_1^2 h_2^2 h_3^2 v_1^2 v_2^2 v_3^2. \end{aligned}$$

Используя указанный оператор, получим:

$$\begin{aligned} \sum_i A_i^2 &= \left[ S \binom{600}{000} - S \binom{800}{000} - 2S \binom{044}{000} \right] x_1^2 + \\ &+ \left[ S \binom{244}{000} - 9S \binom{444}{000} \right] x_2^2 + \\ &+ \left[ S \binom{200}{400} - S \binom{400}{400} - 2S \binom{220}{220} \right] x_3^2 + \\ &+ \left[ S \binom{022}{000} - S \binom{200}{022} + 2S \binom{011}{211} - 4S \binom{022}{022} - 8S \binom{112}{112} \right] x_4^2 + \\ &+ 2 \left[ S \binom{224}{000} - 3S \binom{226}{000} \right] x_1 x_2 + \\ &+ 2 \left[ S \binom{400}{200} - S \binom{600}{200} - S \binom{420}{020} \right] x_1 x_3 + \\ &+ 2 \left[ S \binom{310}{110} - 2S \binom{510}{110} - 2S \binom{411}{011} \right] x_1 x_4 + \\ &+ 2 \left[ S \binom{222}{000} - 3S \binom{422}{200} \right] x_2 x_3 + \\ &+ 2 \left[ S \binom{123}{101} - 6S \binom{233}{011} \right] x_2 x_4 + \\ &+ 2 \left[ S \binom{310}{110} - 2S \binom{310}{310} - 2S \binom{211}{211} \right] x_3 x_4. \end{aligned} \quad (20)$$

Если образец лишен текстуры и, следовательно, кристаллографические оси кристаллитов не имеют никакой преимущественной ориентации, то в соотношении (14) должно быть подставлено значение  $\sum_i A_i^2$ , усредненное по

всем возможным направлениям  $H$ . Усреднение, очевидно, сведется к отысканию интегралов типа:

$$\int S \begin{pmatrix} n_1 & n_2 & n_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} dS,$$

причем, очевидно, величина этого интеграла будет равна числу возможных перестановок чисел  $n_1, n_2, n_3$ , помноженному на усредненное по всем направлениям значение интеграла с подынтегральной функцией  $h_1^{n_1} h_2^{n_2} h_3^{n_3} v_1^{m_1} v_2^{m_2} v_3^{m_3}$ , а усреднение последнего обычно проводится в сферических координатах, причем если:

$$\begin{aligned} h_1 &= \cos \theta; & v_1 &= \cos \theta'; \\ h_2 &= \sin \theta \cdot \cos \varphi; & v_2 &= \sin \theta' \cdot \cos \varphi'; \\ h_3 &= \sin \theta \cdot \sin \varphi; & v_3 &= \sin \theta' \cdot \sin \varphi'. \end{aligned}$$

то отыскивается интеграл вида:

$$\frac{1}{16\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \cos^{n_1} \theta \cdot \sin^{(n_2+n_3+1)} \theta \cdot \cos^{n_2} \varphi \cdot \sin^{n_3} \varphi \times \\ \times \cos^{m_1} \theta' \cdot \sin^{(m_2+m_3+1)} \theta' \cdot \cos^{m_2} \varphi' \cdot \sin^{m_3} \varphi' d\theta d\varphi d\theta' d\varphi'.$$

Усреднение и подстановка соответствующих значений  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  приводит к соотношению:

$$\sum_i \overline{A_i^2} = \frac{16}{105} K_1^2 + \frac{16}{5005} K_2^2 + \frac{32}{1155} K_1 K_2 + \frac{6}{25} (2\lambda_{100}^2 + 3\lambda_{111}^2) \sigma^2.$$

Найденное соотношение вполне совпадает с выражением, приведенным в монографии Вонсовского и Шура [12].

Теперь вычислим таким же образом величину  $\sum_i A_i B_i$ . Подстановка значений  $U_i$  и  $U_{ik}$  в равенство (19) приводит к следующему выражению:

$$\begin{aligned} \sum_i A_i B_i &= \left[ 7S \binom{1000}{000} - 3S \binom{800}{000} + 7S \binom{046}{000} - 4S \binom{1200}{000} - 12S \binom{048}{000} - \right. \\ &- 24S \binom{444}{000} \left. \right] \alpha_1^3 + \left[ 33S \binom{466}{000} - S \binom{266}{000} - 4S \binom{446}{000} - 162S \binom{666}{000} \right] \alpha_2^3 + \\ &+ \left[ 3S \binom{400}{600} - S \binom{200}{600} + 3S \binom{022}{420} - 2S \binom{006}{006} - 6S \binom{240}{240} - 12S \binom{222}{222} \right] \alpha_3^3 + \\ &+ 2 \left[ 3S \binom{310}{330} + 3S \binom{112}{132} + 3S \binom{112}{312} + 3S \binom{301}{321} + 6S \binom{220}{222} + 6S \binom{211}{231} + \right. \\ &+ 6S \binom{211}{213} - 8S \binom{330}{330} - 24S \binom{312}{312} - 48S \binom{222}{222} - S \binom{110}{330} - S \binom{101}{321} - \\ &- S \binom{101}{123} - S \binom{000}{222} \left. \right] \alpha_4^3 + \left[ 18S \binom{426}{000} + 39S \binom{822}{000} - 7S \binom{226}{000} - \right. \\ &- 4S \binom{244}{000} - 42S \binom{2210}{000} - 84S \binom{266}{000} \left. \right] \alpha_1^2 \alpha_2 + \left[ 65S \binom{446}{000} + \right. \\ &+ 11S \binom{248}{000} - 15S \binom{444}{000} - 4S \binom{246}{000} \left. \right] \alpha_1 \alpha_2^2 + \left[ 17S \binom{800}{200} - 7S \binom{600}{200} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 10S \binom{440}{200} + 10S \binom{440}{020} + 7S \binom{260}{200} - 10S \binom{1000}{200} - 20S \binom{640}{200} - 10S \binom{820}{020} - \\
& - 20S \binom{424}{020} \Big] \alpha_1^2 \alpha_3 + \left[ 13S \binom{600}{400} - 5S \binom{400}{400} + 3S \binom{420}{040} + 10S \binom{240}{220} - \right. \\
& - 8S \binom{800}{400} - 8S \binom{440}{040} - 8S \binom{440}{400} - 16S \binom{620}{220} - 16S \binom{422}{022} \Big] \alpha_1 \alpha_3^2 + \\
& + 2 \left[ 3S \binom{510}{110} + S \binom{330}{110} + 12S \binom{710}{110} + 5S \binom{530}{110} + 5S \binom{413}{011} + 7S \binom{116}{110} - \right. \\
& - 10S \binom{910}{110} - 20S \binom{415}{011} - 20S \binom{550}{110} + 10S \binom{811}{011} \Big] \alpha_1^2 \alpha_4 + \left[ 3S \binom{600}{220} - \right. \\
& - 6S \binom{220}{220} - 2S \binom{400}{220} - 2S \binom{400}{202} + 3S \binom{600}{202} + 23S \binom{420}{220} + 3S \binom{402}{022} - \\
& - 32S \binom{620}{220} - 32S \binom{422}{022} \Big] \alpha_1 \alpha_4^2 + \left[ 53S \binom{444}{000} - 3S \binom{244}{200} - 4S \binom{244}{002} - \right. \\
& - 4S \binom{244}{020} + 11S \binom{624}{200} - 126S \binom{644}{200} \Big] \alpha_2^2 \alpha_3 + \left[ 9S \binom{224}{004} - 3S \binom{222}{400} - \right. \\
& - 3S \binom{222}{040} - 3S \binom{222}{004} - 4S \binom{222}{202} - 4S \binom{222}{220} - 4S \binom{222}{022} + 14S \binom{224}{002} - \\
& - 30S \binom{622}{400} - 60S \binom{442}{220} \Big] \alpha_2 \alpha_3^2 + 2 \left[ 32S \binom{354}{110} + 11S \binom{552}{110} - S \binom{145}{101} - \right. \\
& - 5S \binom{334}{110} - 2S \binom{532}{110} - 126S \binom{554}{110} \Big] \alpha_2^2 \alpha_4 + \left[ 37S \binom{422}{220} + 37S \binom{422}{202} - \right. \\
& - 120S \binom{442}{220} - S \binom{240}{022} - 8S \binom{222}{220} - 8S \binom{222}{202} - 8S \binom{222}{022} \Big] \alpha_2 \alpha_4^2 + 2 \left[ 6S \binom{310}{510} + \right. \\
& + 3S \binom{310}{330} + 3S \binom{211}{213} + 3S \binom{112}{114} + 3S \binom{211}{231} - S \binom{110}{510} - S \binom{110}{150} - S \binom{110}{330} - \\
& - 6S \binom{510}{510} - 12S \binom{330}{330} - 12S \binom{213}{213} - 6S \binom{411}{411} \Big] \alpha_3^2 \alpha_4 + \left[ 3S \binom{400}{420} + \right. \\
& + 3S \binom{400}{402} + 15S \binom{220}{420} + 15S \binom{220}{240} + 6S \binom{202}{222} - 24S \binom{420}{420} - 72S \binom{222}{222} - \\
& - S \binom{200}{240} - S \binom{200}{204} - 2S \binom{200}{420} - 2S \binom{200}{402} \Big] \alpha_3 \alpha_4^2 + 2 \left[ 7S \binom{226}{000} + 24S \binom{226}{002} + \right. \\
& + 9S \binom{442}{200} + 9S \binom{442}{020} - 36S \binom{642}{020} - 36S \binom{822}{200} - 5S \binom{422}{200} - 2S \binom{422}{020} - \\
& - 2S \binom{422}{002} \Big] \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 + 2 \left[ 40S \binom{532}{110} + 7S \binom{712}{110} + 7S \binom{631}{011} + 18S \binom{334}{110} - \right. \\
& - 8S \binom{332}{110} - 3S \binom{152}{110} - 2S \binom{134}{110} - 72S \binom{732}{110} - 72S \binom{633}{011} \Big] \alpha_1 \alpha_2 \alpha_4 + \\
& + 2 \left[ 18S \binom{510}{310} + 3S \binom{510}{130} + 3S \binom{411}{013} + 3S \binom{411}{031} + 5S \binom{213}{211} + 5S \binom{330}{310} + \right. \\
& + 5S \binom{330}{130} + 10S \binom{411}{211} - 4S \binom{310}{310} - 5S \binom{130}{310} - 16S \binom{710}{310} - 16S \binom{413}{013} - \\
& - 16S \binom{530}{130} - 16S \binom{611}{611} - 16S \binom{521}{121} \Big] \alpha_1 \alpha_3 \alpha_4 + 2 \left[ 16S \binom{332}{310} + 16S \binom{332}{310} + \right. \\
& + 7S \binom{521}{301} + 14S \binom{332}{110} - 2S \binom{123}{301} - 3S \binom{132}{130} - 2S \binom{132}{112} - 60S \binom{532}{310} - \\
& \left. - 60S \binom{433}{211} \right] \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4. \quad (21)
\end{aligned}$$



Усреднив по всем возможным направлениям  $H$  и подставляя в полученную формулу значения  $\alpha_i$ , будем иметь:

$$\sum_i A_i B_i = \frac{192}{5005} K_1^3 - \frac{64}{15015} K_1^2 K_2 - \frac{64}{19635} K_1 K_2^2 - \frac{64}{285285} K_2^3 + \\ + \frac{6}{1225} (24\lambda_{100}^3 + 27\lambda_{111}^3) \sigma^3 + \frac{16}{175} K_1 (\lambda_{100}^2 - \lambda_{111}^2) \sigma^2 + \\ + \frac{16}{1925} K_2 (\lambda_{100}^2 - \lambda_{111}^2) \sigma^2 + \frac{324}{1225} \lambda_{100} \lambda_{111}^2 \sigma^3.$$

При  $K_2 = 0$  и  $\sigma = 0$  получаем соотношение, полученное Гансом [4] и другими авторами [14].

Так как в данной теории не рассматривается изменение абсолютной величины спонтанного намагничивания  $I_s$ , то рост намагничивания возможен лишь при уменьшении угла между векторами спонтанного намагничивания  $I_s$  и вектором поля  $H$ . Если этот угол  $\theta$ , то  $I = I_s \cos \theta$  или, согласно (14),

$$I = I_s \left( 1 - \frac{b}{H^2} - \frac{c}{H^3} \right),$$

причем

$$b = \frac{1}{I_s^2} \left[ \frac{8}{105} K_1^2 + \frac{16}{1155} K_1 K_2 + \frac{8}{5005} K_2^2 + \frac{3}{25} (2\lambda_{100}^2 + 3\lambda_{111}^2) \sigma^2 \right], \quad (22)$$

$$c = \frac{1}{I_s^3} \left[ \frac{192}{5005} K_1^3 - \frac{64}{15015} K_1^2 K_2 - \frac{64}{19635} K_1 K_2^2 - \frac{64}{285285} K_2^3 + \right. \\ \left. + \frac{6}{1225} (24\lambda_{100}^3 + 27\lambda_{111}^3) \sigma^3 + \frac{16}{175} K_1 (\lambda_{100}^2 - \lambda_{111}^2) \sigma^2 + \right. \\ \left. + \frac{16}{1925} K_2 (\lambda_{100}^2 - \lambda_{111}^2) \sigma^2 + \frac{324}{1225} \lambda_{100} \lambda_{111}^2 \sigma^3 \right]. \quad (23)$$

В случае направленных вдоль поля напряжений следует использовать формулы (20) и (21). Подставляя в указанные формулы вместо  $v_1, v_2, v_3$  величины  $h_1, h_2, h_3$ , усреднив полученные выражения по всем возможным направлениям  $H$ , для этого случая будем иметь:

$$b = \frac{1}{I_s^2} \left[ \frac{8}{105} K_1^2 + \frac{16}{1155} K_1 K_2 + \frac{8}{5005} K_2^2 + \frac{8}{35} K_1 (\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sigma + \right. \\ \left. + \frac{8}{385} K_2 (\lambda_{100} - \lambda_{111}) \sigma + \frac{6}{35} (\lambda_{100} - \lambda_{111})^2 \sigma^2 \right]. \quad (25)$$

$$c = \frac{1}{I_s^3} \left[ \frac{192}{5005} K_1^3 - \frac{64}{15015} K_1^2 K_2 - \frac{64}{19635} K_1 K_2^2 - \frac{64}{285285} K_2^3 - \frac{288}{715} \lambda_{100}^3 \sigma^3 - \right. \\ \left. - \frac{3132}{5005} \lambda_{111}^3 \sigma^3 - \frac{64}{1001} K_1^2 \lambda_{100} \sigma - \frac{2256}{5005} K_1 \lambda_{100}^2 \sigma^2 - \frac{1968}{5005} K_1 \lambda_{111} \sigma + \right. \\ \left. + \frac{3516}{5005} K_1 \lambda_{111}^2 \sigma^2 - \frac{64}{7735} K_2^2 \lambda_{100} \sigma - \frac{48}{5005} K_2 \lambda_{100}^2 \sigma^2 - \frac{16}{12155} K_2^2 \lambda_{111} \sigma + \right. \\ \left. + \frac{408}{5005} K_2 \lambda_{111}^2 \sigma^2 + \frac{180}{1001} \lambda_{100}^2 \lambda_{111} \sigma^3 + \frac{288}{1001} \lambda_{100} \lambda_{111}^2 \sigma^3 - \frac{256}{5005} K_1 K_2 \lambda_{100} \sigma - \right. \\ \left. - \frac{32}{1001} K_1 K_2 \lambda_{111} \sigma + \frac{12}{5005} K_1 \lambda_{100} \lambda_{111} \sigma^2 + \frac{48}{5005} K_2 \lambda_{100} \lambda_{111} \sigma^2 \right]. \quad (26)$$

Из соотношений (22), (23), (25) и (26) видно, что при условии значительной величины магнитоstriction магнитоупругая часть в коэффициенте  $c$  может быть значительно больше той составляющей, которая определяется кристаллографической анизотропией.

### III. Обсуждение результатов

Для сравнений теоретических результатов двух направлений в развитии теории закона приближения к насыщению с данными опыта следует обратить внимание на область применяемых различными авторами магнитных полей. Согласно Хольштейну и Примакову, учет неоднородности намагничивания зерен поликристаллического образца приводит к следующему соотношению:

$$I = I_s \left\{ 1 - \frac{(|T \sin(T, H)|^2)_{\text{оп}}}{4I_s^2 H^2} \left[ 1 + \frac{1}{2}(1 + \alpha)^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{4}(1 + \alpha)^{-\frac{3}{2}} \alpha^{-\frac{1}{2}} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \ln \frac{(1 + \alpha)^{\frac{1}{2}} + \alpha^{\frac{1}{2}}}{(1 + \alpha)^{\frac{1}{2}} - \alpha^{\frac{1}{2}}} \right] \right\}, \quad (27)$$

где  $\alpha = \frac{4\pi I_s}{H}$  и  $(|T \sin(T, H)|^2)_{\text{оп}}$  — коэффициент, рассчитанный по методу Акулова.

Рассмотрим конкретный случай применения теории. В опытах Черлинского с железом средняя область применяемых полей равна 1 000 эрст., что дает  $\alpha = 21,5$ , а подстановка в формулу (27) дает:

$$I = I_s \left\{ 1 - \frac{(|T \sin(T, H)|^2)_{\text{оп}}}{4I_s^2 H^2} \cdot 1,025 \right\}, \quad (28)$$

т. е. с точностью до 2,5% соответствует случаю  $4\pi I_s \gg H$ .

Это дает право для получения истинных значений констант анизотропии множить данные, полученные Черлинским, на  $\sqrt{2}$ . Те же замечания остаются справедливыми и для исследований константы анизотропии никеля, проведенных Черлинским [2], Поляи [9], Акуловым и Мирасовым [6]. Табл. 1 показывает полную несостоятельность теории Хольштейна и Примакова и Нея.

Таблица 1

Автор	Образец	$K_1$ по данным автора	$K_1$ с поправкой по Хольштейну и Примакову и Нея	$K_1$ , измеренное на монокристаллах (среднее)
Черлинский	Железо	$4,14 \cdot 10^5$	$5,86 \cdot 10^5$	$4,2 \cdot 10^5$
Черлинский	Железо	$3,98 \cdot 10^5$	$5,63 \cdot 10^5$	
Черлинский	Никель	$-5,00 \cdot 10^4$	$-7,07 \cdot 10^4$	—
Черлинский	Никель	$-4,66 \cdot 10^4$	$-6,58 \cdot 10^4$	—
Поляи . . . .	Никель (14°)	$-5,1 \cdot 10^4$	$-7,22 \cdot 10^4$	$-5,24 \cdot 10^4$
Акулов и Мирасов . .	Никель (17°)	$-5,09 \cdot 10^4$	$-6,78 \cdot 10^4$	$-5,09 \cdot 10^4$

Как видно из приведенной таблицы, теория Хольштейна и Примакова и Нея приводит к слишком завышенным значениям константы анизотропии. Для железа, например, указанная теория дает значения, превышающие истинные значения константы анизотропии железа при абсолютном нуле. В самом деле, экстраполяция на абсолютный нуль, по формуле Брюхатова и Кирен-

ского [10], дает для константы анизотропии железа значение  $5,26 \cdot 10^5$  эрг/см., что заметно ниже значений  $5,85 \cdot 10^5$  или  $5,63 \cdot 10^5$ , которые должна иметь константа анизотропии при комнатной температуре, если бы теория Хольштейна и Примакова и Неля оказалась бы справедливой. Тот факт, что целый ряд авторов без учета магнитного взаимодействия зерен получал результаты, близкие к тем, которые получены на монокристаллах, Нель склонен объяснить несовершенством исследуемых образцов в смысле наличия в них остаточных упругих напряжений. Однако такого рода критика легко отводится рассмотрением температурной зависимости константы анизотропии никеля. Известно, что с понижением температуры константа анизотропии никеля растет необычайно

Таблица 2

$t^{\circ}\text{C}$	$H$
— 188	7150
— 176	3800
— 165	2750
— 148	2000
— 135	1350
— 112	850
— 98	630
— 78	600
— 40	400
— 20	430
— 7	528

быстро, тогда как величина магнитострикции, согласно данным Дьякова [11], растет сравнительно медленно. Если стать на точку зрения Неля и положить, что при комнатной температуре близкие к истинным значения константы анизотропии никеля получаются вследствие наличия напряжений, то нетрудно подсчитать величину этих напряжений.

Если, далее, считать, что величина напряжений остается неизменной, то можно подсчитать температурную зависимость эффективной константы, определяемой как кристаллографической анизотропией, так и внутренними напряжениями.

На рис. 1 представлен температурный ход константы анизотропии никеля по Брехатову и Киренскому, по данным Полли, полученным на поликристаллических образцах без поправок Хольштейна и Примакова и Неля, и температурная зависимость эффективной константы по Нелю, по экспериментальным данным Полли. Как видно из рис. 1, утверждение Неля о несовершенстве образца, использованного Полли, нельзя считать обоснованным.

Однако все же факт получения заниженных значений константы анизотропии методом приближения к насыщению — несомненен. Для железа он может быть объяснен существенным влиянием второй константы магнитной анизотропии, для никеля же главным образом недоучетом члена  $\frac{C}{H^2}$  в соотношении (4). Очевидно, что этот недоучет особенно резко скажется в области низких температур, поскольку в коэффициент  $C$  первая константа магнитной

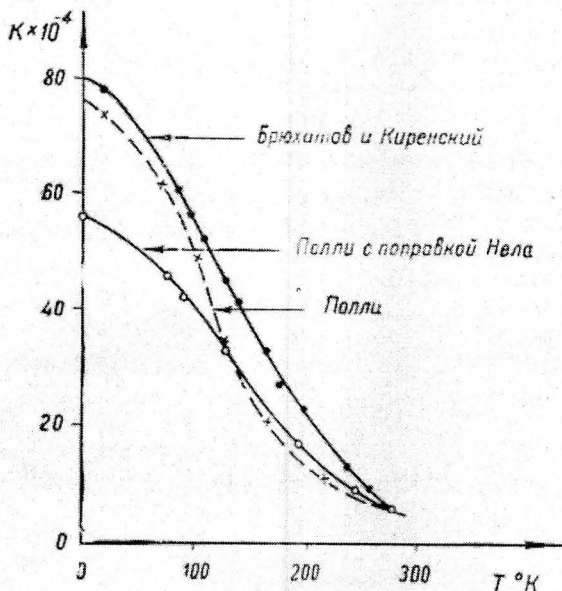


Рис. 1

анизотропии входит в третьей степени. С учетом члена  $\frac{C}{H^3}$  для величины магнитной восприимчивости можем написать:

$$(\chi - \chi_p)H^3 = AH + B + \frac{C}{H}; \quad (29)$$

то, что было принято Полли за  $B$ , на самом деле представляет собой  $B + \frac{C}{H}$ . Таким образом,  $B_{II} = B + \frac{C}{H}$ , или, так как  $C < 0$ , вследствие того, что  $k < 0$ , то

$$H = \frac{C}{B - B_{II}}. \quad (30)$$

Подсчет значений  $H$ , приведенный в табл. 2, показывает, что они действительно в основном совпадают с теми значениями полей, которые были применены в исследованиях Полли.

Таким образом, учет члена  $\frac{C}{H^3}$  в законе приближения к насыщению значительно полнее описывает явления, чем учет неоднородности в намагничении зерен поликристалла. Очевидно, при переходе от зерна к зерну не происходит резкого изменения в направлении вектора намагничения, на что было указано Акуловым [12] в статье „О механизме процесса намагничения“.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Акулов Н. С. Ферромагнетизм, Гостехиздат, 1939.
2. Szerlinsky E. Ann. d. Phys., 13, 80, 1932.
3. Акулов Н. С. и Киренский Л. В. ЖТФ, 9, 1145, 1939.
4. Brown W. F. Phys. Rev., 58, 736, 1940; 60, 139, 1941.
5. Gans R. Ann. d. Phys., 15, 28, 1932.
6. Акулов Н. С. и Мирясов Н. З. ДАН, 66, 31, 1949.
7. Holstein a. Primakoff. Phys. Rev., 59, 388, 1941.
8. Neel. Journ. de Phys. et Radium, IX, 193, 1948.
9. Polley H. Ann. d. Phys., 36, 625, 1939.
10. Брюхатов Н. Л. и Киренский Л. В. ЖЭТФ, 8, 198, 1938.
11. Дьяков Г. П. «Известия АН СССР», сер. физ., 11, 667, 1947.
12. Акулов Н. С. «Известия АН СССР», сер. физ., 5, 1947.
13. Вонсовский С. В. и Шур Я. С. Ферромагнетизм, Гостехиздат, 1948.
14. Becker R. u. Döring W. Ferromagnetismus, 1939.

Март 1951 г.