Г-15

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

В.М.Галицкий, В.В.Якимец.

№ 034

ВЛИЯНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ КВАНТОВ НА ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ.

Гор. Новосибирск

1963 г.

А н н о т а ц и я .

Развит общий метод учета влияния среды на потери энергии при прохождении быстрых частиц через вещество. На основе этого метода решена задача о влиянии поглощения на тормозное излучение ультрарелятивистских электронов. Показано, что при больших энергиях этот эффект приводит к сильному подавлению тормозного излучения в определенном интервале частот. Для свинца, например, подавление происходит при $E \gg 10^{14}\,ev$ в области частот $10^{8}\,ev \ll \omega \ll 10^{-20} E^{2}\,ev$. Произведен учет эффектов плотности для дифференциальных потерь энергии электрона на образование электронно-позитронных пар.

За последние годы в ряде работ /I-5/ были рассмотрены различные эффекты влияния среды на тормозное излучение ультрарелятивистских электронов. Эти эффекты основаны на том, что длина участка траектории, с которого происходит излучение кванта (когерентная длина), равная x)

$$\ell_0(\omega, \theta) = \frac{1}{2}\,\frac{\lambda}{1 - v\cos\theta}\,, \qquad (\mathrm{I})$$

растет с увеличением энергии. Поэтому при больших E эта длина может стать больше расстояний, на которых сказывается поляризация среды (эффект Тер-Микаэляна), или больше длины многократного рассеяния (эффект Ландау-Померанчука).

При дальнейшем увеличении энергии электрона когерентная длина становится больше длины пробега кванта в веществе, связанной с рождением электронно-позитронных пар. В этом случае расстояния, на которых происходит излучение, определяются радиационной длиной. Тем самым тормозное излучение будет сильно подавлено. В работе /I/ было указано на существование этого явления, а в /6/ дана простая оценка интенсивности излучения в этом случае.

Настоящая работа посвящена количественному рассмотрению влияния поглощения квантов в среде на тормозное излучение. Рассматривается область частот, много меньших энергии электрона, что позволяет использовать классическое описание электромагнитного поля.

Благодаря тому, что в задаче существенны большие длины, влияние вещества на электромагнитное поле может учитываться феноменологически, введением диэлектрической постоянной среды ε. При этом наличие поглощения сказывается в отличие от нуля мнимой части диэлектрической постоянной ε''. Величина ε'' (в случае отсутствия пространственной дисперсии) связана с сечением поглощения квантов в веществе соотношением:

$$\varepsilon'' = \frac{n\sigma}{\omega} = \frac{1}{L\omega} \qquad (2)$$

---

x) В работе использована система единиц $\hbar = m = c = 1$.

где σ - интегральное сечение образования пар с среде; n - ядерная плотность; ω - частота кванта; $L = (n\sigma)^{-1}$ - радиационная длина. Появление у диэлектрической постоянной мнимой части означает, что поле излучения частицы экспоненциально затухает на больших расстояниях. Поэтому обычное рассмотрение излучения, использующее поток электромагнитной энергии на бесконечности, в этой задаче неприменимо. Вместо него будем искать энергию поля с частотой ω, поглощаемую всем веществом в единицу времени. Эта величина, очевидно, совпадает с дифференциальными потерями энергии частицы.

I. Энергия, поглощаемая единицей об"ема вещества в единицу времени определяется выражением /7/:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{Re}{4\pi}\left(\vec{\mathcal{E}}\,\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{\mathcal{H}}\,\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right). \qquad (3)$$

Для полей удобно использовать разложение в 4-интеграл фурье

$$\left.\begin{aligned} \vec{\mathcal{E}} &= \int \vec{\mathcal{E}}_k\, e^{ikx}\, d^4k \\ \vec{D} &= \int \varepsilon(k)\, \vec{\mathcal{E}}_k\, e^{ikx}\, d^4k \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

(Появление пространственной дисперсии ε является следствием необходимости учета зависимости от $k_0^2 = \omega^2 - \vec{k}^2$ сечения поглощения виртуальных квантов). Подставляя (4) в (3) и производя интегрирование по всему 4- об"ему, получаем:

$$W = \frac{Re}{4\pi}\int d^4x \left(\vec{\mathcal{E}}\,\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{\mathcal{H}}\,\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \int_0^\infty \omega\, d\omega \int d^3k\, \varepsilon''(k)\, |\vec{\mathcal{E}}_k|^2. \qquad (5)$$

(Магнитная проницаемость вещества μ положена равной единице). Отсюда энергия волн с частотой ω, поглощенная в среде за все время процесса, равна:

$$W_\omega = \omega \int d^3k\, \varepsilon''(k)\, |\vec{\mathcal{E}}_k|^2. \qquad (6)$$

Для получения дифференциальных потерь энергии частицы в качестве $\vec{\mathcal{E}}_\kappa$ в (6) следует подставить решение уравнений Максвелла в среде для произвольно движущегося заряда

$$\vec{\mathcal{E}}_\kappa = \frac{i}{4\pi^3}\,\frac{e}{\kappa^2-\varepsilon\omega^2}\int dt\left[\omega\vec{v}(t)-\frac{\vec{\kappa}(\vec{\kappa}\vec{v})}{\varepsilon\omega}\right]e^{i[\omega t-\vec{\kappa}\vec{r}(t)]} \qquad (7)$$

Таким образом находим:

$$W_\omega = \frac{\omega e^2}{(4\pi^3)^2}\int d^3\kappa\,\frac{\varepsilon''(\kappa)}{|\kappa^2-\varepsilon\omega^2|^2}\iint dt\,dt'\,\times$$
$$\times\left[\omega\vec{v}(t)-\frac{\vec{\kappa}(\vec{\kappa}\vec{v})}{\varepsilon\omega}\right]\left[\omega\vec{v}(t')-\frac{\vec{\kappa}(\vec{\kappa}\vec{v})}{\varepsilon^*\omega}\right]e^{i\omega(t-t')-i\vec{\kappa}[\vec{r}(t)-\vec{r}(t')]} \qquad (8)$$

Делая замену переменных $t\equiv t$; $-\tau = t-t'$ и вводя обозначения

$$\vec{v}(t)\equiv\vec{v} \quad ; \quad \vec{r}(t)\equiv\vec{r} \quad ;$$
$$\vec{v}(t+\tau)\equiv\vec{v}' \quad ; \quad \vec{r}(t+\tau)\equiv\vec{r}' \quad ;$$

получаем

$$W_\omega = \frac{e^2}{(4\pi^3)^2\omega}\int\frac{d^3\kappa}{|\varepsilon|^2}\int_{-T}^{T}dt\int_0^\infty d\tau\left\{e^{-i\omega\tau+i\vec{\kappa}(\vec{r}-\vec{r}')}\,\times\right.$$
$$\left.\times\left[(\vec{n}\vec{v})(\vec{n}\vec{v}')+|\varepsilon|^2\omega^4\,\frac{(\vec{n}\times\vec{v})(\vec{n}\times\vec{v}')}{|\kappa^2-\varepsilon\omega^2|^2}\right]+\text{к.с.}\right\}, \qquad (9)$$

$\vec{n}$ - единичный вектор в направлении $\vec{\kappa}$.

Выражение (9) необходимо усреднить по всем возможным траекториям частицы. Следуя работе /4/, приходим к следующему выражению для средних дифференциальных потерь энергии частицы в единицу времени:

$$\dot{Q}_\omega = \overline{\frac{W_\omega}{2T}} =$$

$$= \frac{e^2}{\pi^3 \omega} Re \int d^3k \, \frac{\varepsilon''(k)}{|\varepsilon|^2} \int\limits_0^\infty d\tau \, e^{-i\omega\tau} \int d\vec{\theta} \, f_{-\vec{k}} \left(\vec{\theta}, \frac{\vec{k}\vec{v}}{kv}; \tau \right) \times \tag{10}$$

$$\times \left[(\vec{n}\vec{v})(\vec{n}\vec{v}') + |\varepsilon|^2 \omega^4 \frac{(\vec{n}\times\vec{v})(\vec{n}\times\vec{v}')}{|k^2 - \varepsilon\omega^2|^2} \right],$$

где $\vec{\theta}$ - угол между направлениями $\vec{v}$ и $\vec{v}'$; $f_{-\vec{k}}$ - фурье-компонента функции распределения f, удовлетворяющая уравнению

$$\frac{\partial f_{-\vec{k}}}{\partial \tau} - i(\vec{k}\vec{v}') f_{-\vec{k}} = q \Delta_{\vec{\theta}} f_{-\vec{k}} \tag{11}$$

с начальным условием $f_{-\vec{k}}(\tau=0) = \delta(\vec{\theta})$; q - средний квадрат угла многократного рассеяния

$$q = \frac{4\pi n (Ze^2)^2}{E^2} \ln (191 Z^{-\frac{1}{3}}). \tag{12}$$

Заметим, что в отличие от работы /4/, в формуле (10) ω и k не связаны обычным соотношением; причем по $\vec{k}$ производится интегрирование.

В случае отсутствия столкновений ($q = 0$)

$$f_{-\vec{k}} = \delta(\vec{\theta}) \, e^{i(\vec{k}\vec{v})\tau},$$

и (10) дает (при ε, определяющемся поляризацией атомных оболочек) известное выражение для ионизационных потерь в веществе /7/. С другой стороны, при $\varepsilon'' \to 0$ (в отсутствие поглощения) первый член в фигурных скобках исчезает, а во втором появляется функция $\delta(k - \omega\sqrt{\varepsilon})$ и (10) переходит в выражение для тормозного излучения, полученное в работе /4/. В интересующем нас случае больших энергий и частот, первый член в формуле (I0) всегда оказывается несущественным. При этом выражение для $\dot{Q}_\omega$ принимает следующий вид

$$\dot{Q}_\omega = \frac{e^2\omega^3}{\pi^3} Re \int d^3k\, d\tau\, d\vec{\theta}\, \frac{\varepsilon''(k)}{|k^2 - \varepsilon\omega^2|^2}\, e^{-i\omega\tau} (\vec{n}\times\vec{v})(\vec{n}\times\vec{v}')\, f_{-\vec{k}} \,. \quad (I3)$$

2. Решение уравнения (II) может быть найдено методом Лапласа, аналогично тому, как это проделано в работе /4/. В результате получаем:

$$\dot{Q}_\omega = \frac{4e^2\omega^3}{\pi^2} Re \int \frac{\varepsilon'' k^2 dk}{|k^2 - \varepsilon\omega^2|^2} \lim_{p\to 0} u(p) \quad ; \quad (I4)$$

$$u(p) = \frac{\frac{i}{k}}{p^2 - p_1^2} \left(\frac{p_1+p}{p_1-p}\right)^{\mu} \int_{p_0}^{p} \left(1 + i\,\frac{\omega - kv}{4qp}\right)\left(\frac{p_1-p}{p_1+p}\right)^{\mu} dp \,; \quad (I5)$$

где

$$p_1 = \frac{1+i}{2}\sqrt{\frac{k}{q}} \;;\quad \mu = (1+i)\,s \;;\quad s = \frac{\omega - kv}{4\sqrt{qk}} \,.$$

Контур интегрирования выбирается из условия аналитичности $u(p)$ в правой полуплоскости $Re\, p > 0$:

$s > -1$, $p_0 = p_1$

$s < -1$, $p_0 = -p_1$

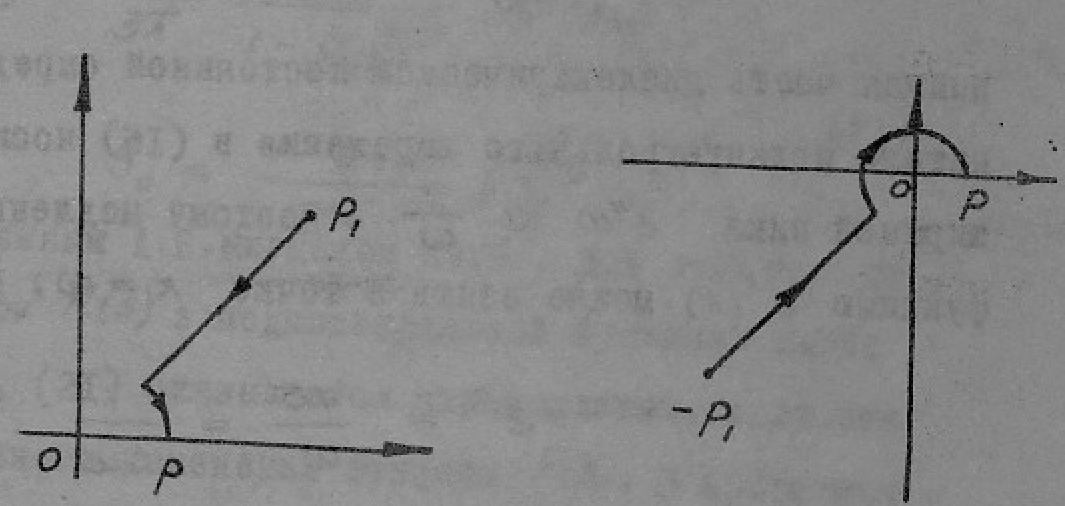

Рис. I.

Направляя его, как это показано на рис.I, и подставляя (I5) в (I4), находим:

$$Q_\omega = \frac{4e^2\omega^3}{\pi^2}\int \frac{d^3k \ \varepsilon'' \ \sqrt{qk}}{(k^2-\varepsilon'\omega^2)^2+\varepsilon''^2\omega^4}\left\{\theta(s+1)\frac{\Phi(s)}{6s}+\theta(-s-1)\left[\frac{\Phi(-s)}{6s}-4\pi s\right]\right\} \quad (16)$$

Здесь $\Phi(s)$ - функция, введенная в /4/

$$\Phi(s) = 24s^2\left\{\frac{1}{8s}\int_0^\infty e^{-sx}\frac{\cos sx+\sin sx}{ch^2\frac{x}{2}}dx + \int_0^\infty e^{-sx}\frac{\sin sx}{sh\, x}dx - \frac{\pi}{4}\right\} \quad (17)$$

$\theta(x)$ - единичная функция; ε' и ε'' - действительная и мнимая части диэлектрической постоянной соответственно. При больших частотах действительная часть диэлектрической постоянной близка к единице, однако, для учета эффекта Тер-Микаэляна и правильного определения границ областей в ε' необходимо сохранить член, учитывающий поляризацию среды:

$$\varepsilon' = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad \omega_0^2 = 4\pi n e^2. \quad (18)$$

Мнимая часть диэлектрической постоянной определяется рождением пар. Знаменатель подинтегрального выражения в (16) носит резонансный характер с полушириной пика $\varepsilon''\omega \ll \frac{1}{\omega}$. Поэтому медленно меняющуюся в этой области функцию $\varepsilon''(k)$ можно взять в точке $k=\omega$. При этом, как было отмечено

$$\varepsilon'' = \frac{n\sigma}{\omega} = \frac{1}{L\omega}.$$

Нетрудно видеть, что при $q \to 0$ и выражении для Q_ω остается только член, связанный с $4\pi s$. Этот член описывает дифференциальные потери энергии электрона на образование пар. Такое соответствие сохраняется и при $q \neq 0$. Поэтому $\dot{Q}_\omega$ удобно представить в виде суммы двух слагаемых

$$\dot{Q}_\omega = \dot{Q}_\omega^T + \dot{Q}_\omega^\Pi; \quad (19)$$

$$Q_\omega = \frac{4e^2\omega^3}{\pi^2}\int \frac{d^3k\ \varepsilon''\ \sqrt{qk}}{(k^2-\varepsilon'\omega^2)^2+\varepsilon''^2\omega^4}\left\{\theta(s+1)\frac{\Phi(s)}{6s}+\theta(-s-1)\left[\frac{\Phi(-s)}{6s}-4\pi s\right]\right\} \tag{I6}$$

Здесь $\Phi(s)$ - функция, введенная в /4/

$$\Phi(s) = 24s^2\left\{\frac{1}{8s}\int_0^\infty e^{-sx}\frac{\cos sx+\sin sx}{ch^2\frac{x}{2}}dx + \int_0^\infty e^{-sx}\frac{\sin sx}{sh\,x}dx - \frac{\pi}{4}\right\} \tag{I7}$$

$\theta(x)$ - единичная функция; ε' и ε'' - действительная и мнимая части диэлектрической постоянной соответственно. При больших частотах действительная часть диэлектрической постоянной близка к единице, однако, для учета эффекта Тер-Микаэляна и правильного определения границ областей в ε' необходимо сохранить член, учитывающий поляризацию среды:

$$\varepsilon' = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\ , \quad \omega_0^2 = 4\pi n e^2 . \tag{I8}$$

Мнимая часть диэлектрической постоянной определяется рождением пар. Знаменатель подинтегрального выражения в (I6) носит резонансный характер с полушириной пика $\varepsilon''\omega \ll \frac{1}{\omega}$. Поэтому медленно меняющуюся в этой области функцию $\varepsilon''(k)$ можно взять в точке $k=\omega$. При этом,как было отмечено

$$\varepsilon'' = \frac{n\sigma}{\omega} = \frac{1}{L\omega} .$$

Нетрудно видеть, что при $q \to 0$ и выражении для Q_ω остается только член, связанный с $4\pi s$. Этот член описывает дифференциальные потери энергии электрона на образование пар. Такое соответствие сохраняется и при $q \neq 0$. Поэтому $\dot{Q}_\omega$ удобно представить в виде суммы двух слагаемых

$$\dot{Q}_\omega = \dot{Q}_\omega^T + \dot{Q}_\omega^\Pi \ ; \tag{I9}$$

$$\dot{Q}^{T}_{\omega} = \frac{4e^2\omega^2}{\pi^2 L}\sqrt{q\omega}\int d\kappa \frac{F(s)}{(\kappa^2-\varepsilon'\omega^2)^2+\frac{\omega^2}{L^2}} \; ; \qquad (19')$$

$$\dot{Q}^{T}_{\omega} = \frac{4e^2\omega^2}{\pi L}\int d\kappa \frac{\kappa v-\omega}{(\kappa^2-\varepsilon'\omega^2)^2+\frac{\omega^2}{L^2}}\,\theta(-s-1)\; ; \qquad (19'')$$

где

$$F(s) = \theta(s+1)\,\frac{\Phi(s)}{6s} + \theta(-s-1)\,\frac{\Phi(-s)}{6s} \; . \qquad (20)$$

3. Рассмотрим величину $\dot{Q}^{T}_{\omega}$, описывающую потери энергии электрона на тормозное излучение. Как было указано выше, в отсутствие поглощения, т.е. $L^{-1}=0$, в формуле (I9) под интегралом появляется δ-функция

$$\delta(\kappa-\omega\sqrt{\varepsilon'}) = \lim_{L^{-1}\to 0}\frac{2\omega^2}{\pi}\,\frac{L^{-1}}{(\kappa^2-\varepsilon'\omega^2)^2+\omega^2 L^{-2}} \; ,$$

и, следовательно, в результате интегрирования получаем:

$$\dot{Q}^{T}_{\omega} = \frac{2e^2}{\pi}\sqrt{q\omega}\,F(s_0) = \frac{4e^2}{3\pi}\,\frac{q}{1-v\sqrt{\varepsilon'}}\,\Phi(s_0)\, ,$$

$$s_0 = \frac{1-v\sqrt{\varepsilon'}}{4}\sqrt{\frac{\omega}{q}} \; , \qquad (21)$$

что совпадает с выражением, найденным А.Б.Мигдалом /4,5/. При отличном от нуля значении L^{-1} коэффициент при $F(s)$ в подинтегральной функции имеет конечную ширину. Несмотря на это, (2I) оказывается справедливым, если эта ширина меньше интервала существенного изменения функции $F(s)$. В противном случае результат А.Б.Мигдала является неправильным.

Приближенный ход зависимости кривой F от s представлен на рис.2. Вне интервала $|s|<1$ $F(s)$ нечетна и убывает как $F(s)\approx\frac{1}{6s}$, $|s|\gtrsim 1$;

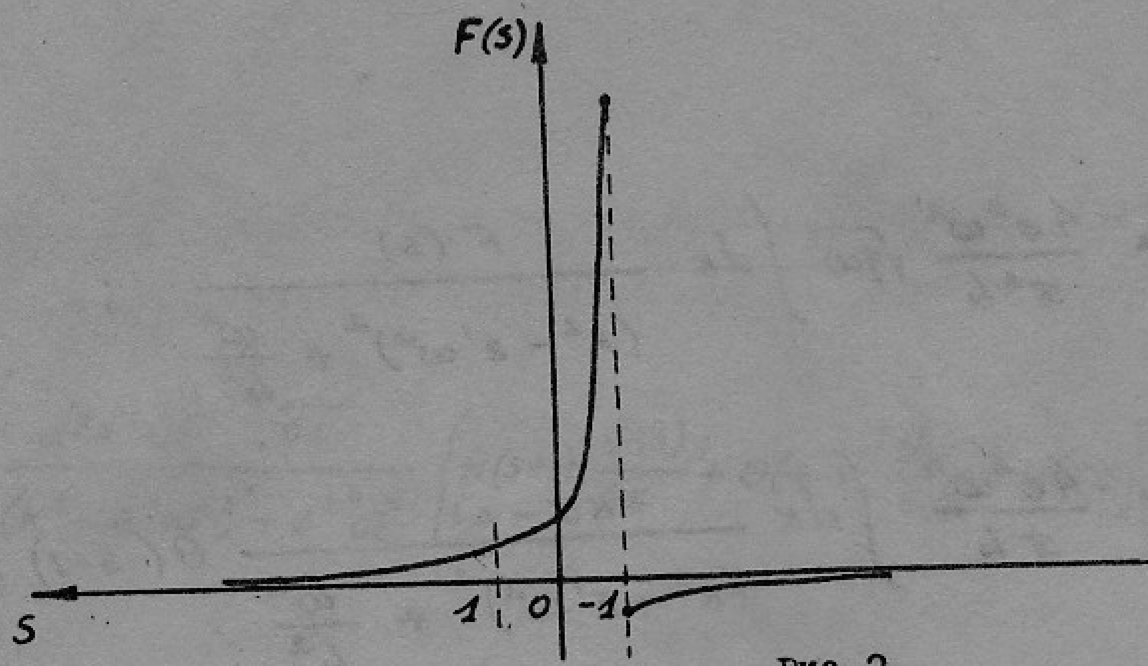

Рис.2.

при $S = 0$ она равна единице и растет к $S = -1$ до значения $F(-1) \approx 12,4$. Таким образом, существенные значения функции $F(s)$ лежат в интервале $|s| < 1$. Для сравнения поведения $F(s)$ и резонансного знаменателя в (I9$'$), введем переменную $\varkappa = \kappa - \omega\sqrt{\varepsilon'}$. Точкам $S = \pm 1$ отвечают значения $\varkappa$, равные соответственно

$$\varkappa_{\pm} = \frac{\omega_0^2}{2\omega} + \frac{\omega}{2E^2} \mp 4\sqrt{q\omega} \tag{22}$$

Следовательно, по переменной $\varkappa$ интервал основного изменения $F(s)$ есть

$$\Delta\varkappa_s = \varkappa_- - \varkappa_+ = 8\sqrt{q\omega} \tag{23}$$

причем, он лежит вблизи точки

$$\varkappa_0 = \frac{\omega_0^2}{2\omega} + \frac{\omega}{2E^2}. \tag{24}$$

Поглощение квантов влияет на тормозное излучение в том случае, когда ширина резонансного знаменателя $\Delta\varkappa_p = \frac{1}{L}$ становится больше ширины функции $F(s)$. Это осуществляется при выполнении следующих двух неравенств

$$\Delta\varkappa_s \ll \Delta\varkappa_p \;; \qquad \varkappa_0 \ll \frac{1}{2}\Delta\varkappa_p. \tag{25}$$

Из первого соотношения находим [x)]

$$\omega \ll L\omega_0^2 \frac{E^2}{E_c^2}, \tag{26}$$

где $E_c = \left(\frac{4\pi}{e^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 4{,}5\, L\,\omega_0$. Для сечения рождения пар фотон[illegible] в поле ядра использовано известное выражение /8/:

$$\sigma = \frac{28}{9} e^2 (ze^2)^2 \ln(191 z^{-\frac{1}{3}}), \quad \omega \gg 1. \tag{27}$$

Второе из неравенств (25) означает

$$\frac{1}{L} \gg \frac{\omega_0^2}{2\omega} + \frac{\omega}{E^2}. \tag{28}$$

Для граничных частот, определяющихся из (26), условие (28) удовлетворяется автоматически. С уменьшением частоты первый член в правой части возрастает, и мы получаем

$$\omega \gg L\omega_0^2 \tag{29}$$

Неравенства (26),(29) одновременно оказываются возможными только при $E \gg E_c$. Таким образом, начиная с этих энергий в интервале частот

$$E \gg E_c \quad ; \quad L\omega_0^2 \ll \omega \ll L\omega_0^2 \frac{E^2}{E_c^2}. \tag{30}$$

поглощение существенно влияет на тормозное излучение. (Необходимо иметь в виду, что при больших частотах, в частности, для свинца при $\omega \gtrsim 5 \cdot 10^{11}\, ev$, радиационная длина L начинает зависеть от энергии квантов вследствие эффекта многократного рассеяния /5/).

При вычислении интенсивности излучения в этом случае знаменатель в (I9') можно взять в точке $k \approx \omega$. Ввиду нечетности $F(s)$ при $|s| \geq 1$,

---

x) Для свинца $\omega_0 \approx 60\, ev$; $L\omega_0^2 \approx 1{,}2 \cdot 10^8\, ev$;
$E_c \approx 1{,}7 \cdot 10^{14} ev$.

области $S > 1$ и $S < -1$, взаимно погашаясь, не дают вклада в оставшийся интеграл. Элементарное интегрирование приводит к следующей формуле:

$$\dot{Q}^{T}_{\omega} = \frac{16\zeta e^2}{\pi^2} q \omega L \quad ; \quad \zeta = 2 \ln (2 \operatorname{sh} \pi) \approx 2\pi . \tag{31}$$

Как и ожидалось, $\dot{Q}^{T}_{\omega}$ оказывается пропорциональным радиационной длине. Подставляя в (31) для q и $\mathfrak{L}$ значения (12),(27), придем к выражению (в системе единиц $\hbar = c = 1$)

$$\dot{Q}^{T}_{\omega} = 41{,}1 \frac{m^2}{E^2} \omega , \tag{32}$$

с точностью до коэффициента (так же, как и (30)) совпадающему с выражением, найденным из простых соображений в работе /6/.

При выполнении условий

$$E \gg E_c \; ; \quad \Delta \varkappa_s \gg \Delta \varkappa_p \; ; \quad \varkappa_0 \gg \frac{1}{2} \Delta \varkappa_p \; ;$$

$$\Delta \varkappa_s \gg \Delta \varkappa_p \; ; \quad \varkappa_0 \ll \frac{1}{2} \Delta \varkappa_p \; ;$$

мы получим неравенства, обратные соответственно (29) и (26):

$$E \gg E_c \quad ; \quad \omega \ll L \omega_0^2 \; ; \tag{33}$$

$$E \gg E_c \quad ; \quad \omega \gg L \omega_0^2 \frac{E^2}{E_c^2} . \tag{34}$$

Теперь $F(s)$ - плавная функция в существенной области интегрирования по k. В первом случае (33) $s \gg 1$, $\omega_0^2 \gg \frac{\omega^2}{E^2}$, и мы приходим к результату Тер-Микаэляна /3/. Во втором случае $s \ll 1$, следовательно, в области (34) справедлива формула Ландау-Померанчука /2/.

4. Учет эффектов плотности необходим и при рассмотрении процессов,

связанных с образованием пар быстрым электроном в среде. С помощью (I8) формулу (I9″) для дифференциальных потерь энергии электрона на рождение пар можно представить в виде:

$$\dot{Q}^{\Pi}_{\omega} = \frac{4e^2\omega^2}{\pi L}\int\limits_{\frac{\omega}{v}+4\sqrt{q\omega}}^{\kappa_m} \frac{d\kappa\,(\kappa v-\omega)}{(\kappa^2-\omega^2+\omega_0^2)^2+\frac{\omega^2}{L^2}}\,. \tag{35}$$

Выбор верхнего предела в качестве $\omega^2-\kappa_m^2=-\eta^2$, где η по порядку величины равно единице, обусловлен характером поведения $\sigma(\kappa)$ при больших κ. Очевидно, это в точности соответствует обрезанию интегралов в методе эквивалентных фотонов на $\kappa_{\perp m}=\eta$ (в $CGSE$ -системе $\kappa_{\perp m}=\eta\frac{mc}{h}$). Интегрирование выражения (35) легко выполняется и дает:

$$\dot{Q}^{\Pi}_{\omega} = \frac{e^2}{2\pi L}\ln\frac{\eta^4}{\left(\frac{\omega^2}{E^2}+8\omega\sqrt{q\omega}+\omega_0^2\right)^2+\frac{\omega^2}{L^2}}\,. \tag{36}$$

С точки зрения "когерентной длины" /6/ этот результат является вполне естественным.

Влияние поляризации среды будет основным эффектом, если:

$$\omega_0^2 \gg \frac{\omega^2}{E^2}+8\omega\sqrt{q\omega}\,,\ \frac{\omega}{L}\,; \tag{37}$$

при этом

$$\dot{Q}^{\Pi}_{\omega} = \frac{2e^2}{\pi L}\ln\frac{\eta}{\omega_0}\,. \tag{38}$$

Детальное рассмотрение неравенств (37) показывает, что (38) справедливо в следующих областях по частотам и энергиям:

$$\left.\begin{aligned} &E \ll \frac{L^3\omega_0^3}{E_c^2} ; && \omega \ll \omega_0 E ; \\ &\frac{L^3\omega_0^3}{E_c^2} \ll E \ll E_c ; && \omega \ll L\omega_0^2\left(\frac{E}{E_c}\right)^{\frac{2}{3}} ; \\ &E \gg E_c ; && \omega \ll L\omega_0^2 . \end{aligned}\right\} \quad (39)$$

Аналогично нетрудно исследовать и другие предельные случаи формулы (36). Например, многократное рассеяние играет главную роль при выполнении условий:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{L^3\omega_0^3}{E_c^2} \ll E \ll \frac{L^3\omega_0^2}{E_c^2} ; && L\omega_0^2\left(\frac{E}{E_c}\right)^{\frac{2}{3}} \ll \omega \ll \frac{E_c^2E^2}{L^3\omega_0^2} ; \\ &\frac{L^3\omega_0^2}{E_c^2} \ll E \ll E_c ; && \omega \gg L\omega_0^2\left(\frac{E}{E_c}\right)^{\frac{2}{3}} ; \\ &E \gg E_c ; && \omega \gg L\omega_0^2\,\frac{E^2}{E_c^2} \end{aligned}\right\} \quad (40)$$

В этом случае мы получаем:

$$\dot{Q}_\omega^{п} = \frac{2e^2}{\pi L}\ln\eta\left(\frac{L\omega_0}{E_c}\cdot\frac{E}{\omega}\sqrt{\frac{L}{\omega}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (41)$$

Интегралу (30) соответствует результат

$$\dot{Q}_\omega^{п} = \frac{2e^2}{\pi L}\ln\eta\sqrt{\frac{L}{\omega}} . \quad (42)$$

Известное выражение для образования пар ультрарелятивистским электроном /8/

$$\dot{Q}_\omega^{п} = \frac{2e^2}{\pi L}\ln\eta\,\frac{E}{\omega} \quad (43)$$

сохраняется лишь в сравнительно узкой энергетической области:

$$\left.\begin{aligned} &E \ll \frac{L^3\omega_0^3}{E_c^2}\,; \qquad \omega \gg \omega_0 E\,; \\ &\frac{L^3\omega_0^3}{E_c^2} \ll E \ll \frac{L^3\omega_0^2}{E_c^2}\,; \qquad \omega \gg \frac{E_c^2 E^2}{L^3\omega_0^2}\,. \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

Легко видеть, что и для тормозного излучения границы соответствующих эффектов определяются теми же неравенствами (39),(40),(44).

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность И.И.Гуревичу за интересные дискуссии.

Литература

I. Л.Д.Ландау, И.Я.Померанчук. ДАН, 92, № 3, 535 (I953)
2. Л.Д.Ландау, И.Я.Померанчук. ДАН, 92, № 4, 735 (I953)
3. М.Л.Тер-Микаэлян. ДАН, 94, № 6, I033 (I954)
4. А.Б.Мигдал. ДАН, 96, № I, 49 (I954)
5. A.B. Migdal, Phys. Rev. 103, 1811 (1956)
6. В.М.Галицкий, И.И.Гуревич. В печати.
7. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, М, I957.
8. А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика, М, I959.

Ответственный за выпуск Б.Румянцев
Подписано к печати 26.9.63 г. № МН02901
Формат бумаги 270 х 190, тираж 200 экз.
Заказ № 034 Бесплатно

Отпечатано на ротапринте в Институте
ядерной физики СО АН СССР.