

B 14

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт 052

А.И.Вайнштейн

**распадающиеся системы  
и расходимость ряда теории  
возмущений**



Новосибирск 1964

+

2

### А н н о т а ц и я

Рассматриваются одномерные полевые модели. Если при каком-либо знаке константы связи  $\lambda$  спектр является не-прерывным, то ряд теории возмущений для пропагатора рас-ходится, причем общий член ряда имеет вид  $n! (\alpha \lambda)^n$  для больших  $n$ .

DECAYING SYSTEM AND THE DIVERGENCE OF PERTUBATION SERIES.

One-dimensional field models are considered. If under some sign of the coupling constant  $\lambda$  the energy spectrum is continuous the perturbation series diverges, and the general term is  $n!(\alpha\lambda)^n$  for the large  $n$ .

1<sub>0</sub>. Дайсон в работе /1/ привел аргументы в пользу того, что ряды теории возмущений в квантовой электродинамике являются расходящимися. Он основывался на том, что мир, в котором квадрат заряда  $e^2$  отрицателен, не имеет основного состояния и распадается. Поэтому трудно себе представить, что такая ситуация может описываться функциями аналитическими по  $e^2$  в точке  $e^2 = 0$ .

Тирринг /2/ исследовал теорию с взаимодействием  $\mathcal{L}_{int} = \lambda \varphi^3(x)$  и показал, что ряд теории возмущений для поляризационного оператора расходится в области импульсов  $p^2 < m^2$ . При больших  $n$  члены ряда имеют вид  $C(\alpha\lambda)^n \frac{(n-4)!}{n^2}$ , где  $C$  и  $\alpha$  - функции  $p^2$ . Рассмотренная Тиррингом модель является примером неустойчивой теории. С помощью прямого вариационного метода легко показать, что в модели нет нижнего состояния /3/.

Мы покажем, что распадность системы приводит к расходимости ряда теории возмущений в одномерной модели.

2<sub>0</sub>. Рассмотрим модель, в которой полявые операторы  $\varphi$  зависят только от времени, то-есть нет пространственных координат.

Гамильтониан и одновременные перестановочные соотношения имеют вид

$$H = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + \frac{m^2}{2} \varphi^2 + V(\varphi), \quad [\varphi(t), \dot{\varphi}(t)] = i \quad (1)$$

Это гамильтониан и перестановочные соотношения обычного квантово-механического нелинейного осциллятора с частотой  $\omega = m$ , массой  $\mu = 1$ .

Взаимодействие  $V(\varphi)$  возьмем для определенности в виде:

$$V(\varphi) = -\lambda \varphi^3 \quad (2)$$

Из дальнейшего будет видно, что рассмотрение пригодно для всех распадных взаимодействий.

Повторяя доказательство Тирринга /2/ в одномерном случае для взаимодействия  $\lambda \varphi^3$ , мы приходим к такому же, как и в четырехмерном варианте,

результату, то-есть, что ряд для поляризованного оператора расходится, при-  
том таким же образом. Мы свяжем это с распадностью системы.

Будем рассматривать причинную функцию Грина поля  $\varphi$ .  
В представлении взаимодействия она определяется как

$$i G(\tau) = \frac{(0|T \varphi(\tau) \varphi(0) S|0)}{S_{00}} \quad (3)$$

$\varphi(\tau)$  - полевой оператор в представлении взаимодействия. Усреднение идет по  
математическому вакууму. Предполагается адиабатическое включение.

Если мы перейдем к гейзенберговским операторам  $\varphi(\tau)$ , то получим

$$i G(\tau) = \frac{(0|S(\infty, 0)[T \varphi(\tau) \varphi(0)]S(0, -\infty)|0)}{(0|S(\infty, 0)S(0, -\infty)|0)}$$

$$\varphi(\tau) = S^+(\tau, 0) \varphi(0) S(\tau, 0) \quad (4)$$

3. Обычно  $|\psi\rangle = S(0, -\infty)|0\rangle$  считают равным физическому вакууму.  
Если физический вакуум существует, то это обеспечивается адиабатическим  
включением взаимодействия. В рассматриваемой модели физического вакуума нет,  
система неустойчива. В таких случаях математический вакуум при адиабатичес-  
ком включении взаимодействия переходит в соответствующий квазиуровень - сос-  
тояние с комплексной энергией, описывающее распад. Чтобы показать это мы  
рассматривали задачу об осцилляторе, у которого частота менялась со време-  
нем, как  $\omega^2(1 - \gamma e^{-\alpha|\tau|})$ . Если  $\gamma > 1$ , то при  $\tau=0$  осциллятор был пе-  
ревернут и физический вакуум отсутствовал. Действительно, оказалось, что  
если при  $\tau \rightarrow -\infty$  мы имели основное состояние, то при  $\tau=0$  мы приходим  
к состоянию, которое в пределе  $\alpha \rightarrow 0$ , имеет энергию  $E = -\frac{i\omega}{2} \sqrt{\gamma-1}$  и  
описывает распад. Подробное решение дано в приложении А.

Интересно отметить, что состояние  $(0|S(\infty, 0) = \langle \psi|$  не получается  
эрмитовым сопряжением из  $S(0, -\infty)|0\rangle$ , что связано с невыполнением условия

устойчивости  $S(\infty, -\infty)|0\rangle = |0\rangle$ .  $\langle \psi| = (0|S(\infty, 0)$  является эрмитово  
сопряженным к состоянию, описывающему процесс, обратный распаду. Энергия та-  
кого состояния комплексна сопряжена к энергии квазиуровня. Такое состояние  
мы в дальнейшем будем называть антиквазиуровнем.

4. В приложении В выведена связь между энергией состояния  $|\psi\rangle$  и  
 $G(\tau)|_{\tau=0}$ ,  $G(p)|_{p=0}$ ,  $G(p)$  - фурье-образ  $G(\tau)$ . Поэтому для изучения  
аналитических свойств  $G(\tau)|_{\tau=0}$  и  $G(p)|_{p=0}$  как функции константы свя-  
зи, достаточно это сделать для  $E(\lambda^2)$ , где  $E(\lambda^2)$  - энергия состояния  
 $|\psi\rangle = S(0, -\infty)|0\rangle$ . Уравнение для  $|\psi\rangle$

$$H|\psi\rangle = E|\psi\rangle, \quad H = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m^2 \varphi^2}{2} - \lambda \varphi^3 \quad (5)$$

Это обычное дифференциальное уравнение нелинейного осциллятора. При  
 $\varphi \rightarrow -\infty$   $\Psi(\varphi)$  экспоненциально падает, а при  $\varphi \rightarrow +\infty$  имеется только  
выходящая волна. (Мы считаем  $\lambda > 0$ ).

Продолжим  $\Psi(\varphi)$ , определенную для положительных  $\lambda$ , на комплекс-  
ные  $\lambda$ . Тогда в (5)  $\lambda$  комплексно. Разберемся, что будет с граничными  
условиями.

При положительных  $\lambda$

$$\begin{aligned} \Psi(\varphi) \xrightarrow{\varphi \rightarrow +\infty} \frac{C}{\sqrt{p}} \exp[i \int p d\varphi] \\ \Psi(\varphi) \xrightarrow{\varphi \rightarrow -\infty} \frac{C'}{\sqrt{p}} \exp[-i \int p d\varphi] \end{aligned} \quad (6)$$

$$p = \sqrt{2E - m^2 \varphi^2 + 2\lambda \varphi^3}$$

Это известные квазиклассические асимптотики. Можно утверждать, что  $\Psi(\varphi)$   
имеет эти же асимптотики и для всех комплексных  $\lambda$  в верхней полуплоскости па-  
раметра  $\lambda$ . Действительно, пока  $\lambda$  находится в верхней полуплоскости,  
 $\Psi(\varphi)$  экспоненциально падает при  $\varphi \rightarrow \pm\infty$  и растущая экспонента не  
может появиться.

Перейдем в плоскости  $\lambda$  с положительной полуоси на отрицательную через верхнюю полуплоскость. Тогда из (7) видно, что после поворота  $\Psi(\varphi)$  экспоненциально падает при  $\varphi \rightarrow +\infty$ , а при  $\varphi \rightarrow -\infty$  представляет собой волну, бегущую в яму. То-есть, начав с задачи о квазиуровне, мы пришли к задаче об антиквазиуровне. Это означает, что функция  $E(\lambda^2)$  имеет в плоскости  $\lambda^2$  разрез по положительной полуоси. На этом разрезе терпит скачок  $\Im_m E(\lambda^2)$ .

Рассмотрим интеграл

$$\int_C \frac{E(z)}{z-z_0} dz = 2\pi i E(z_0), \quad z = \lambda^2 \quad (7)$$

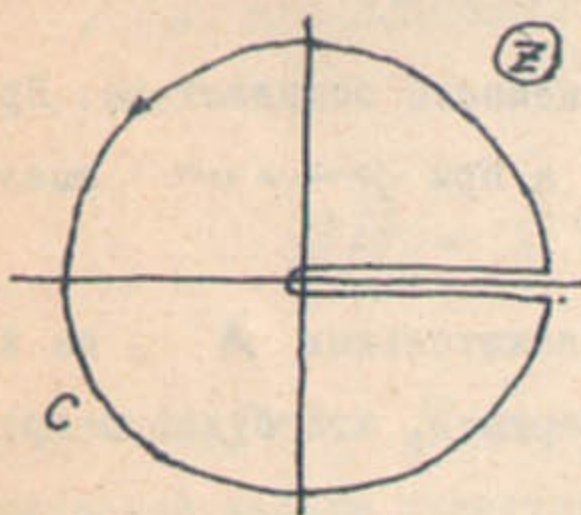


Рис. 1.

Контур  $C$  показан на рис.1. Радиус окружности равен  $\Delta$ ,  $|z_0| < \Delta$ . Интеграл по окружности является аналитической функцией для всех  $z_0$  внутри окружности, поэтому мы не будем его рассматривать, так как нас интересует неаналитическая в нуле часть  $E(z)$ .

$$E(z_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^\Delta \frac{\Im_m E(z)}{z-z_0} dz \quad (8)$$

Из (8) сразу следует разложение  $E(z_0)$  в ряд при  $z_0 \rightarrow 0$ .

$$E(z_0) = \sum_{n=0}^{\infty} z_0^n \left( \frac{1}{\pi} \int_0^\Delta \frac{\Im_m E(z)}{z^{n+1}} dz \right) \quad (9)$$

Интегралы сходятся, так как  $\Im_m E(z)$  экспоненциально убывает при  $z \rightarrow 0$

$\Im_m E(\lambda^2)$  при  $\lambda \rightarrow 0$  пропорциональна коэффициенту прохождения через барьер  $D = \exp[-2 \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} \sqrt{m^2 \varphi^2 - 2\lambda \varphi^3 - 2E} d\varphi]$ .

Интеграл берется между двумя точками поворота. При  $\lambda \rightarrow 0$

$$D = \frac{\alpha'}{\sqrt{\lambda^2}} \exp\left[-\frac{\beta' m^5}{\lambda^2}\right] \quad (10)$$

$\alpha'$  и  $\beta'$  - константы.

Так как  $\Delta$  можно выбрать достаточно малым, то подстановка в (9)

$\Im_m E(z) = \frac{\alpha'}{\sqrt{z}} \exp\left[-\frac{\beta'}{z}\right]$ , приведет к коэффициентам разложения совпадающим с точными при  $n \rightarrow \infty$ .

Таким образом функция

$$\bar{E}(z_0) = \alpha \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{\beta}{z}}}{z-z_0} dz = C \left(-\frac{\beta}{z_0}\right)^{\frac{1}{2}} \Psi\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{\beta}{z_0}\right) \quad (11)$$

имеет такие же коэффициенты разложения в пределе  $n \rightarrow \infty$ , как и точная  $E(z)$ . (Добавление интеграла от  $\Delta$  до  $\infty$  не имеет значения, так как этот интеграл дает функцию аналитичную в точке  $z_0 = 0$ .  $\Psi\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, x\right)$  - вырожденная гипергеометрическая функция).

Разложение  $\bar{E}$  имеет вид:

$$\bar{E}(z) = C \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{\beta}\right)^n \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) \quad (12)$$

Так как  $E(\lambda^2)$  связана с функцией Грина соотношениями (см. приложение В)

$$iG(\tau)|_{\tau=0} = \frac{1}{m^2} \left[ E - 5\lambda^2 \frac{\partial E}{\partial \lambda^2} \right]$$

$$\tilde{G}(p)|_{p=0} = -\frac{1}{m^2} + \frac{9\lambda^2}{m^8} \left[ 25(\lambda^2)^2 \frac{\partial^2 E}{\partial (\lambda^2)^2} + 35\lambda^2 \frac{\partial E}{\partial \lambda^2} - 3E \right] \quad (13)$$

то мы приходим к выводу, что ряд теории возмущений расходится, причем коэффициенты разложения факториально растут при больших  $n$ .

Тем не менее ряд является асимптотическим.

5<sub>0</sub>. Совершенно аналогичным способом можно рассмотреть другие типы взаимодействий. Понятно, что если при включении взаимодействия система распадается, то мнимая часть энергии квазиуровня есть величина, экспоненциально малая при константе связи, стремящейся к нулю, что приводит к факториальному росту коэффициентов ряда по степеням константы связи. Истинного барьера не будет, если  $m=0$ . Но в этом случае интегралы теории возмущений расходятся на нижнем пределе.

Представляет интерес взаимодействие  $V = -\lambda \varphi^4$ . При  $\lambda > 0$  оно соответствует распадающейся системе. Прделав такое же, как и для  $\lambda \varphi^3$ , рассмотрение, мы получим, что при больших  $n$  члены ряда для  $E(\lambda)$  ведут себя как  $C \left(\frac{\lambda}{g}\right)^n \Gamma(n + \frac{1}{2})$ . При  $\lambda$  система устойчива. Но ряд будет общим и для положительных  $\lambda$  и для отрицательных. Ситуация возникает такого типа, которую предполагает Дайсон для квантовой электродинамики. Интересно, что все члены ряда имеют один знак в области неустойчивости.

Повидимому, большинство нетривиальных теорий являются неустойчивыми при какой-либо фазе константы связи, что приводит к асимптотичности рядов. Уравнения теорий имеют решения неаналитичные по константе связи в нуле, правда, неясно, насколько эти решения физичны в области неустойчивости. Точка  $\lambda=0$  является в таких теориях точкой ветвления и, если  $m \neq 0$ , существенно особой точкой.

Остается неясным вопрос о связи распадности с расходимостью ряда в четырехмерных теориях, хотя надо отметить, что, если играют роль малые пространственные импульсы, то теория становится одномерной, требует выяснения влияния перенормировок. Интересно, что если рассмотреть произвольную диаграмму четырехмерной теории с внешними импульсами равными нулю, то легко получить неравенство

$$\int \frac{1}{m^2 - p_i^2} \dots \frac{1}{m^2 - p_i^2} \Pi d^4 q \geq \frac{1}{m^2} \left[ \int \frac{1}{m^2 - p_i^2} \dots \frac{1}{m^2 - p_i^2} \Pi d^4 q \right]^4 \quad (14)$$

$p_i$  - импульсы внутренних линий,  $q$  - импульс интегрирования,  $p_i^2$  - вре-

менные компоненты. Тогда в правой части (14) стоит соответствующая одномерная диаграмма, и мы могли бы построить миноранту для четырехмерной теории, если бы не было необходимости перенормировок.

Приношу глубокую благодарность В.М.Галицкому за предложение темы и руководство работой. Автор благодарен И.Б.Хриповичу за ценные дискуссии.

Приложение А.

Рассмотрим осциллятор, у которого частота меняется со временем по закону  $\omega^2(1 - \gamma e^{-\alpha|t|})$ . Нас интересует развитие во времени состояния, которое при  $t \rightarrow -\infty$  стремится к вакууму осциллятора с частотой  $\omega$ . Обозначим через  $\Psi_\alpha(t)$ . В представлении взаимодействия  $\Psi_\alpha(t)$  удовлетворяет уравнению

$$i \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial t} = - \frac{\gamma \omega^2}{4} e^{-\alpha|t|} x^2(t) \Psi_\alpha, \quad (1A)$$

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [a^+(t) + a^-(t)] = \frac{a^+ e^{i\omega t} + a^- e^{-i\omega t}}{\sqrt{2}}, \quad (2A)$$

$$[a^+, a] = -1.$$

Ищем  $\Psi_\alpha(t)$  в виде

$$\Psi_\alpha(t) = K_\alpha(t) \exp[a^{\dagger 2} f_\alpha(t)] |0\rangle \quad (3A)$$

где  $K_\alpha(t)$ ,  $f_\alpha(t)$  - функция от времени,  $|0\rangle$  - вакуум осциллятора с частотой  $\omega$ ,  $a|0\rangle = 0$ . Подставляя (3A) в (1A) и производя коммутации, мы получим члены с  $\exp(a^{\dagger 2} f_\alpha)|0\rangle$  и с  $a^{\dagger 2} \exp(a^{\dagger 2} f_\alpha)|0\rangle$ . Приравняв коэффициенты при них нулю, мы приходим к уравнениям:

$$i \frac{K'_\alpha}{K_\alpha} = - \frac{\gamma \omega}{4} e^{-\alpha|t|} (1 + 2f_\alpha) \quad (4A)$$

$$i f'_\alpha = - \frac{\gamma \omega}{4} e^{-\alpha|t|} (e^{2i\omega t} + 4f_\alpha + 4f_\alpha^2 e^{-2i\omega t}) \quad (5A)$$

Граничное условие:  $f_\alpha(t) \xrightarrow{t \rightarrow -\infty} 0$

Будем рассматривать  $t < 0$ .

Введем новую функцию  $y(t)$

$$f_\alpha(t) = - \frac{1}{i\gamma\omega} e^{(2i\omega - \alpha)t} \frac{y'(t)}{y(t)} - \frac{1}{i\gamma\omega} (-i\omega + \frac{\alpha}{2}) e^{(2i\omega - \alpha)t} - \frac{1}{2} e^{2i\omega t} \quad (6A)$$

$$- \frac{1}{2} e^{2i\omega t} \quad - 10 -$$

Для  $y(t)$  получим уравнение

$$y'' + [(\omega + \frac{i\alpha}{2})^2 - \gamma\omega^2 e^{\alpha t}] y = 0 \quad (7A)$$

Его решение

$$y(t) = C_1 J_\nu(z) + C_2 J_{-\nu}(z) \quad (8A)$$

$$\nu = \frac{2i\omega}{\alpha} - 1, \quad z = \frac{2i\omega\sqrt{\gamma}}{\alpha} e^{\frac{\alpha t}{2}}$$

$J_\nu(z)$  - функция Бесселя.

Используя обращение  $f_\alpha(t)$  в нуль при  $t \rightarrow -\infty$ , найдем

$$f_\alpha(t) = - \frac{1}{i\gamma\omega} e^{(2i\omega - \alpha)t} \left[ -i\omega + \frac{\alpha}{2} + \frac{\lambda\omega}{2} e^{\alpha t} + \frac{d J_\nu(z)}{J_\nu(z)} \right] \quad (9A)$$

Нас интересует  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \Psi_\alpha(0) = \Psi(0)$ . Воспользовавшись квазиклассическими асимптотиками функций Бесселя [4], найдем

$$f(0) = \frac{1}{\gamma} \left[ 1 - \frac{\gamma}{2} + i\sqrt{\gamma-1} \right], \quad \gamma > 1 \quad (10A)$$

$$f(0) = \frac{1}{\gamma} \left[ 1 - \frac{\gamma}{2} - \sqrt{1-\gamma} \right], \quad \gamma < 1$$

При  $\gamma < 1$  мы приходим к основному состоянию осциллятора с частотой  $\omega\sqrt{1-\gamma}$  - "физическому вакууму". При  $\gamma > 1$   $\Psi(0) = \exp(a^{\dagger 2} f(0)) |0\rangle$  в  $x$ -представлении имеет вид

$$\Psi(0) = e^{i\omega\sqrt{\gamma-1} \frac{x^2}{2}} \quad (11A)$$

Это состояние описывает разлетание частиц из области начала координат на  $\pm \infty$ . Его энергия равна  $E = -\frac{i\omega}{2}\sqrt{\gamma-1}$ . Мы видим, что  $\mathcal{H} = \frac{E}{\omega}$  является адиабатическим инвариантом и для комплексных  $\alpha$ .

Если рассмотреть состояние, которое при  $t \rightarrow +\infty$  переходит в вакуум осциллятора с частотой  $\omega$ , то получим, что при  $t=0$  и  $\alpha \rightarrow 0$  мы имеем состояние антиквазиуровня с  $E = \frac{i\omega}{2} \sqrt{\gamma-1}$ .

Приложение В.

Функция Грина в гейзенберговском представлении определяется как

$$i G(\tau) = \frac{\tau \langle \psi | \varphi(\tau) \varphi(0) | \psi \rangle}{\langle \psi \psi \rangle} \quad (1B)$$

Связь между  $G(\tau)|_{\tau=0}$  и энергией состояния  $|\psi\rangle$  известна [5]. Но для полноты изложения мы ее выведем. Уравнение для  $|\psi\rangle$

$$(H-E)|\psi\rangle = 0, \quad H = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + \frac{m^2}{2} \varphi^2 - \lambda \varphi^3 \quad (2B)$$

Дифференцируя (2B) по  $m^2$  и умножая на  $\langle \psi |$  слева, получим:

$$i G(\tau)|_{\tau=0} = \frac{\langle \psi | \varphi^2(0) | \psi \rangle}{\langle \psi \psi \rangle} = 2 \frac{\partial E}{\partial m^2} \quad (3B)$$

Из размерных соображений  $E = m \Phi\left(\frac{\lambda^2}{m^3}\right)$ . Поэтому

$$i G(\tau)|_{\tau=0} = \frac{1}{m^2} \left( E - 5 \lambda^2 \frac{\partial E}{\partial \lambda^2} \right) \quad (4B)$$

Введем теперь связь  $E$  и  $G(p)|_{p=0}$ .

$$G(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{2\pi} G(p) e^{-ip\tau}$$

Прежде всего отметим, что при взаимодействии  $\lambda \varphi^3$   $\bar{\varphi} = \frac{\langle \psi | \varphi | \psi \rangle}{\langle \psi \psi \rangle} \neq 0$ . Поэтому в  $G(\tau)$  есть постоянная по  $\tau$  часть, не имеющая физического смысла, которая в  $p$ -представлении дает  $\delta(p)$ . Правильнее рассматривать

$$\begin{aligned} i \tilde{G}(\tau) &= \frac{\tau \langle \psi | (\varphi(\tau) - \bar{\varphi})(\varphi(0) - \bar{\varphi}) | \psi \rangle}{\langle \psi \psi \rangle} = \\ &= i G(\tau) - \bar{\varphi}^2 \end{aligned} \quad (5B)$$



Используя определение  $\varphi(\tau)$  через шредингеровское  $\varphi$

$$\varphi(\tau) = e^{iH\tau} \varphi e^{-iH\tau}$$

имеем

$$\tilde{G}(\varphi) = \frac{1}{\langle \psi | \psi \rangle} \langle \psi | (\varphi - \bar{\varphi}) \left[ \frac{1}{p - (H - E - i\epsilon)} + \frac{1}{p + (H - E - i\epsilon)} \right] (\varphi - \bar{\varphi}) | \psi \rangle \quad (6B)$$

$$\tilde{G}(p)|_{p=0} = - \frac{2}{\langle \psi | \psi \rangle} \langle \psi | (\varphi - \bar{\varphi}) \frac{1}{H - E} (\varphi - \bar{\varphi}) | \psi \rangle \quad (7B)$$

$i\epsilon$  можно опустить, так как  $\langle \psi | \varphi - \bar{\varphi} | \psi \rangle = 0$ . Введем в гамильтониан член  $f\varphi$ , где  $f$  - параметр. Продифференцируем уравнение (2в) дважды по параметру  $f$

$$(H - E) \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial f} + \left( \frac{\partial H}{\partial f} - \frac{\partial E}{\partial f} \right) |\psi\rangle = 0 \quad (9B)$$

$$(H - E) \frac{\partial^2 |\psi\rangle}{\partial f^2} + 2 \left( \frac{\partial H}{\partial f} - \frac{\partial E}{\partial f} \right) \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial f} - \frac{\partial^2 E}{\partial f^2} |\psi\rangle = 0 \quad (10B)$$

Умножая на  $\langle \psi |$  слева, получим

$$\frac{\partial E}{\partial f} = \frac{1}{\langle \psi | \psi \rangle} \langle \psi | \frac{\partial H}{\partial f} | \psi \rangle = \bar{\varphi} \quad (11B)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial f^2} = \frac{2}{\langle \psi | \psi \rangle} \langle \psi | \frac{\partial H}{\partial f} - \frac{\partial E}{\partial f} | \frac{\partial \psi}{\partial f} \rangle \quad (12B)$$

Из (9B) находим  $\frac{\partial |\psi\rangle}{\partial f}$

$$\frac{\partial |\psi\rangle}{\partial f} = - \frac{1}{H - E} \left( \frac{\partial H}{\partial f} - \frac{\partial E}{\partial f} \right) |\psi\rangle \quad (13B)$$

К (13B) можно прибавить с произвольным коэффициентом  $|\psi\rangle$ , но при подстановке в (12B) эта добавка даст нуль.

$$\frac{\partial^2 E}{\partial f^2} = - \frac{2}{\langle \psi | \psi \rangle} \langle \psi | (\varphi - \bar{\varphi}) \frac{1}{H - E} (\varphi - \bar{\varphi}) | \psi \rangle \quad (14B)$$

Теперь  $f$  можно положить равным нулю

$$\left. \frac{\partial^2 E}{\partial f^2} \right|_{f=0} = \tilde{G}(p)|_{p=0} \quad (15B)$$

Связь (15B) можно записать через производные по  $\lambda^2$ . Для этого вводим вместо  $\varphi$  новый оператор  $\eta$

$$\varphi = \eta + \varphi_0 \quad (16B)$$

$$\varphi_0 = \frac{m^2 + \sqrt{m^4 + 12\lambda f}}{6\lambda}$$

Тогда гамильтониан не содержит линейного по  $\eta$  члена и можно записать

$$E = E^0 + M \Phi \left( \frac{\lambda^2}{M^5} \right), \quad (17B)$$

$$E^0 = \frac{m^2 \varphi_0^2}{2} + f \varphi_0 - \lambda \varphi_0^3, \quad M^2 = m^2 - 6\lambda \varphi_0$$

Тогда (15B) перейдет в

$$\tilde{G}(p)|_{p=0} = - \frac{1}{m^2} + \frac{9\lambda^2}{m^8} \left[ 25 (\lambda^2)^2 \frac{\partial^2 E}{\partial (\lambda^2)^2} + 35 \lambda^2 \frac{\partial E}{\partial \lambda^2} - 3E \right] \quad (18B)$$

Л и т е р а т у р а

1. Dyson F. J., *Phys. Rev.*, 85, 631 (1952).
2. Thirring W., *Helv. Phys. Acta*, 26, 33 (1953).
3. Baym G., *Phys. Rev.*, 117, 886 (1960).
4. А.З.Паташинский, В.Л.Покровский, И.М.Халатников.  
ЖЭТФ, 44, 2062 (1961).
5. В.М.Галицкий, А.Б.Мигдал. ЖЭТФ, 34, 139 (1958).

Ответственный за выпуск И.Б. Хриплович  
Подписано к печати МН00663 2.12.64.  
Формат бумаги 270 x 190, тираж 150  
Заказ № 052 Бесплатно

---

Отпечатано на роталпринте в Институте  
ядерной физики СО АН СССР.