

препринт

В.Л.Ауслендер, С.И.Мишнев, А.Н.Скринский

Расчетные параметры пучка в накопителе ВЭПП-2

Институт ядерной физики Сибирского отделения АН СССР

Препринт

В.Л.Ауслендер, С.И.Мишнев, А.Н.Скринский

РАСЧЕТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПУЧКА В НАКОПИТЕЛЕ

ВЭПП-2

Новосибирск, 1965г.

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе приведены основные зависимости, определяющие параметры пучка в накопителе.

Накопительная дорожка комплекса ВЭПП-2 представляет собой слабофокусирующий рейстрек с четырьмя одинаковыми прямолинейными промежутками.

Приведем основные параметры установки, необходимые для дальнейших расчетов:

Радиус равновесной орбиты $r_0 = 150$ см.

Длина прямолинейных промежутков $l = 60$ см.

Показатель преломления магнитного поля $n = 0,6$.

Частота вертикальных бетатронных колебаний $\nu_z = \frac{\omega_z}{\omega_0} = 0,85$.

Частота радиальных бетатронных колебаний $\nu_r = \frac{\omega_r}{\omega_0} = 0,68$.

Вакуумная камера накопителя имеет следующие размеры: по вертикали - 136 мм, по радиусу - 160 мм, апертура, свободная для движения частиц, составляет 86 мм по вертикали и 140 мм по радиусу.

2. ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ НА ИЗЛУЧЕНИЕ

а) Некогерентное излучение.

Электромагнитное излучение релятивистских электронов (позитронов) при их движении в магнитном поле существенно сказывается на работе ускорителей и накопителей этих частиц.

На одном обороте электрон в среднем теряет на излучение энергию [2]:

$$\Delta W_{\text{изл}} = \frac{4\pi e^2}{3} \cdot \frac{\gamma^4}{z} = 4,02 \cdot 10^{-9} \gamma^4 \text{ (эВ)} \quad (I)$$

(рис. 1). Практически все это излучение сосредоточено в узком конусе с углом раствора $\sim \gamma^{-1}$ радиан около направления мгновенной скорости электрона.

Распределение мощности излучения по длинам волн (при движении частицы в секторах) имеет вид [2; 3]:

$$P(\lambda) = \frac{3^{\frac{5}{2}}}{16\pi^2} \left(\frac{e^2 c}{z^3} \right) \gamma^7 G(y) \quad (2)$$

На рис. 2 приведены функции $G(y)$ и $G\left(\frac{1}{y}\right)$:

$$G(y) = y^3 \int_y^{\infty} K_{\frac{5}{3}}(\eta) d\eta,$$

где $y = \frac{\lambda_c}{\lambda}$, $\lambda_c = \frac{4\pi z}{3} \frac{1}{\gamma^3} = 6,28 \cdot 10^{10} \frac{1}{\gamma^3} (\text{А}^\circ)$;

функция Макдональда $K_{\frac{5}{3}}(\eta)$ может быть выражена через функции Бесселя:

$$K_{\frac{5}{3}}(\eta) = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \left\{ \frac{4}{3\eta} \left[i^{\frac{2}{3}} J_{-\frac{2}{3}}(i\eta) - i^{-\frac{2}{3}} J_{\frac{2}{3}}(i\eta) \right] + \left[i^{\frac{1}{3}} J_{-\frac{1}{3}}(i\eta) - i^{-\frac{1}{3}} J_{\frac{1}{3}}(i\eta) \right] \right\}$$

Максимум распределения приходится на длину волны (см. рис. 3) :

$$\lambda_p = 0,42 \lambda_c = 2,64 \cdot 10^{10} \frac{1}{\gamma^3} (\text{А}^\circ) \quad (3)$$

При длине волны λ , сильно отличающейся от λ_c , формулу

(2) можно заменить асимптотическими выражениями:

$$1) \lambda \gg \lambda_c \quad P(\lambda) = 6,0 \frac{e^2 c}{z^3} \lambda^{-\frac{7}{3}}; \quad (2')$$

(точность лучше 10% при $\lambda > 5 \lambda_c$)

$$2) \lambda \ll \lambda_c \quad (2'')$$

$$P(\lambda) = \frac{3^{\frac{5}{2}}}{2^{\frac{3}{2}} \pi^{\frac{3}{2}}} \frac{e^2 c}{z^3} \gamma^7 \left(\frac{\lambda_c}{\lambda} \right)^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{\lambda_c}{\lambda}} = 0,123 \frac{e^2 c}{z^3} \gamma^7 y^{\frac{5}{2}} e^{-y};$$

(точность лучше 10% при $\lambda < \frac{1}{7} \lambda_c$). [1, 2, 3]

б) Когерентное излучение.

Движение электронов в составе сгустка приводит к появлению дополнительных потерь энергии на когерентное излучение в длинно-волновой области спектра:

$$\Delta W_{\text{сд}}' = 4,6 \cdot 10^{-6} \left(\frac{a}{z} \right)^2 \frac{N^2}{z} \Delta \varphi^{\frac{8}{3}} (\text{эВ}) = 6,2 \cdot 10^{-11} \frac{N^2}{\Delta \varphi^{\frac{8}{3}}} (\text{эВ}), \quad (4)$$

где a - полувысота камеры,

\mathcal{N} - число частиц в сгустке,

$\Delta\varphi$ - фазовая протяженность сгустка (в радианах).

Эти потери, в расчете на один электрон пропорциональные числу ^{частиц} в сгустке, частично подавляются благодаря влиянию проводящих стенок камеры. Зависимость когерентных потерь от энергии и напряжения на резонаторе связана с изменением установившейся фазовой протяженности сгустка. [4, 5, 6]

3. УСТАНОВИВШИЕСЯ РАЗМЕРЫ ПУЧКА

а) Затухание колебаний.

Некогерентное излучение электронов (позитронов) в слабофокусирующей магнитной системе приводит к затуханию радиальных и вертикальных бетатронных колебаний и синхротронных колебаний по закону:

$$A_i = A_{i0} e^{-\frac{t}{\tau_i}} \quad (5)$$

с характерными временами затухания (рис. 4):

1) для вертикальных колебаний:

$$\tau_z = 2\tau_0 = \frac{1,01 \cdot 10^7}{\gamma^3} \text{ (сек)}; \quad (6)$$

2) для радиальных бетатронных колебаний:

$$\tau_r = \frac{2(1-n)}{n} \tau_0 = \frac{0,672 \cdot 10^7}{\gamma^3} \text{ (сек)}; \quad (7)$$

3) для синхротронных колебаний (фазовых и радиально-фазовых):

$$\tau_s = \frac{2(1-n)}{3-4n} \tau_0 = \frac{0,672 \cdot 10^7}{\gamma^3} \text{ (сек)}. \quad (8)$$

Здесь
$$\tau_0 = \frac{3}{2\tau_e c} \frac{\lambda r^2}{\gamma^3} = \frac{0,505 \cdot 10^7}{\gamma^3} \text{ (сек)}, \quad (9)$$

где $\tau_e = 2,82 \cdot 10^{-13}$ см - классический радиус электрона;

$\lambda = \frac{\Pi}{2\pi r}$ - отношение периметра орбиты к длине пути частицы в магнитных секторах;

$n = 0,6$ - показатель спада магнитного поля.

б) Поперечные размеры пучка.

Излучение, вследствие своего квантового характера, возбуждает колебания всех трех типов. Кроме того, вертикальные и радиальные бетатронные колебания возбуждаются многократным рассеянием частиц на атомах остаточного газа. Эти механизмы возбуждения колебаний, действуя совместно с затуханием, определяют установившиеся размеры пучка.

Установившиеся средне-квадратичные амплитуды колебаний вследствие квантовых флуктуаций излучения равны [1] :

1) радиальные бетатронные колебания:

$$\left(\overline{A_r}\right)_{кв} = \sqrt{\frac{55\sqrt{3}}{48}} \Lambda \left(|f_r|_{\max} \sqrt{\langle |f_r' + i\nu_r f_r|^2 \rangle} \right) \gamma \sqrt{\frac{z}{n(1-n)}} = 2,22 \cdot 10^{-4} \gamma ; \quad (10)$$

2) радиально-фазовые колебания:

$$\left(\overline{A_{rz}}\right)_{кв} = \sqrt{\frac{55\sqrt{3}}{48}} \Lambda \sqrt{\frac{z}{(1-n)(3-4n)}} \gamma = 2,18 \cdot 10^{-4} \gamma ; \quad (11)$$

3) вертикальные бетатронные колебания:

$$\left(\overline{A_z}\right)_{кв} = \sqrt{\frac{13\sqrt{3}}{48}} \Lambda \cdot \sqrt{z |f_z|_{\max}^2 \langle |f_z|^2 \rangle} = 7,8 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 0,78 \mu . \quad (12)$$

Здесь $\Lambda = \frac{\hbar}{mc}$ - комptonовская длина волны;

f_r и f_z - огибающие бетатронных колебаний;

усреднение под корнем ведется по секторам с магнитным полем;

$\nu_z = \frac{\omega_z}{\omega_0}$ - относительная частота радиальных бетатронных колебаний.

Установившаяся амплитуда из-за многократного рассеяния на атомах остаточного газа одинакова для радиальных и вертикальных бетатронных колебаний (рис. 5):

$$\left(\overline{A_r}\right)_{о.г.} \approx \left(\overline{A_z}\right)_{о.г.} = 3,26 (\lambda z)^2 \sqrt{\frac{P}{\lambda \gamma_z^2 \gamma^5} \ln \left[10^{11} \frac{\lambda z^2 P}{\gamma^3} \right]} \cdot 10^3, \quad (13)$$

где $P_{\text{торр}}$ - давление остаточного газа.

На рис. 6 приведены поперечные размеры пучка:

$$a_{\pi} = 2 \Delta z = \sqrt{2} \sqrt{(\bar{A}_{\pi})_{\text{кв}}^2 + (\bar{A}_{\pi})_{\text{ог}}^2 + (\bar{A}_{\pi z})_{\text{кв}}^2};$$

$$a_{z} = 2 \Delta z = \sqrt{2} (\bar{A}_{z})_{\text{ог}}.$$

Реальный вертикальный размер будет определяться все же, по-видимому, связью между вертикальными и радиальными колебаниями, возникающими из-за искажений медианной поверхности или близости к резонансам связи:

в) Азимутальный размер пучка (рис. 7).

Установившаяся средне-квадратичная амплитуда фазовых колебаний вследствие возбуждения квантовыми флуктуациями излучения равна (в геометрических радианах):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \varphi}{2} = (\bar{A}_{\varphi})_{\text{кв}} &= \sqrt{\frac{55 \sqrt{3} \pi}{48} \Lambda} \sqrt{\frac{1}{\lambda z (3-4n)}} \cdot \sqrt{\frac{q \gamma^3 m c^2}{e V_0 \sin \varphi_3}} = \\ &= 4,66 \cdot 10^{-5} \sqrt{\frac{\gamma^3}{V_0(\text{кв}) \sin \varphi_3}} \end{aligned} \quad (14)$$

где V_0 - амплитуда напряжения на резонаторе;

φ_3 - равновесная фаза (практически $\sin \varphi_3 = 1$),

q - кратность в.ч.

Соответствующий фазовым колебаниям энергетический разброс частиц в пучке равен:

$$\frac{\Delta E}{E_3} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \frac{\lambda(1-n)}{q} \frac{e V_0 \sin \varphi_3}{m c^2 \gamma}} \frac{\Delta \varphi}{2}. \quad (15)$$

При учете только квантовых флуктуаций излучения:

$$\frac{\Delta \bar{E}}{E_3} = \sqrt{\frac{55 \sqrt{3}}{48} \Lambda \frac{1-n}{z(3-4n)}} \cdot \gamma = 5,83 \cdot 10^{-7} \gamma. \quad (16)$$

4. ВРЕМЯ ЖИЗНИ ПУЧКА

а) Процессы, не зависящие от числа частиц в сгустке.

При малом числе частиц в сгустке они полностью определяют время жизни пучка, причем убывание числа частиц происходит по экспоненциальному закону:

1) Однократное упругое рассеяние на атомах остаточного газа возбуждает бетатронные колебания частиц с амплитудой, превышающей эффективный размер вакуумной камеры. Время жизни пучка для этого процесса (рис. 8):

$$\tau_{\text{одн.}} (\text{сек}) = 0,70 \cdot 10^{-9} \frac{\gamma^2}{P(\text{гип})} \left[\frac{\varphi_0 + \frac{1}{2} \sin 2\varphi_0}{(A_z)_{\text{гон}}^2 v_z^2} + \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_0\right) + \frac{1}{2} \sin 2\varphi_0}{(A_z)_{\text{гон}}^2 v_z^2} \right]^{-1}, \quad (17)$$

где $\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{(A_z)_{\text{гон}} v_z}{(A_r)_{\text{гон}} v_r}$;

$(A_z)_{\text{гон}}$ и $(A_r)_{\text{гон}}$ - полуапертуры для вертикального и радиального движения пучка.

2) Многократное рассеяние частиц на атомах остаточного газа также может привести к недопустимо большим амплитудам бетатронных колебаний [7] .

Этот эффект существенен только при размерах пучка, сравнимых с апертурой камеры. Если, например, допустимая вертикальная апертура меньше радиальной, то именно она определяет время жизни для этого процесса (рис. 9):

$$\tau_{\text{ли}} = \frac{1}{2} \tau_z \left[\overline{E_i} \left(\frac{(A_z)_{\text{ген}}^2}{A_z^2} \right) - \ln \frac{(A_z)_{\text{ген}}^2}{A_z^2} - 0,577 \right] \approx$$

$$\approx \frac{10^7}{\gamma^3} \frac{\overline{A_z^2}}{(A_z)_{\text{ген}}^2} \exp \frac{(A_z)_{\text{ген}}^2}{A_z^2}. \quad (18)$$

Следующая группа эффектов, вызывающих потери частиц, связана с тем, что частица теряет порцию энергии, достаточно большую, чтобы вывести её из области устойчивости фазовых колебаний.

3) Однократное рассеяние на электронах остаточного газа (выбывание δ -электронов) (рис. 10)

$$\tau_{\delta} = \frac{P_0}{\sqrt{2\pi^3} z_e^2 c L} \cdot \frac{1}{\kappa z} \sqrt{\frac{\lambda(1-n)}{q}} \sqrt{\frac{eV_0}{mc^2} \gamma (\sin \varphi_s - \varphi_s \cos \varphi_s)} \frac{1}{\rho} \approx$$

$$\approx 3,3 \cdot 10^{-6} \frac{\sqrt{V_0(\kappa) \cdot \gamma}}{P(\text{тгп})} \quad (\text{сек.}) - \text{ для воздуха} \quad (19)$$

4) Тормозное излучение на атомах остаточного газа (рис. 11) - однократный процесс, приводящий ко времени жизни пучка:

$$\tau_{\text{торм}} = \frac{137 \rho_0}{4\epsilon_e^2 c L} \cdot \frac{1}{\kappa(z+1)z \left[\frac{4}{3} \ln 183 z^{-\frac{1}{3}} \cdot \ln \left(\frac{E_s}{\Delta E}_{\text{max}} \right) - \frac{5}{6} \ln 183 z^{-\frac{1}{3}} \right]} \cdot \frac{1}{\rho} =$$

$$= \frac{2,42 \cdot 10^{-4}}{\lg \left(\frac{E_s}{\Delta E}_{\text{max}} \right) - 0,272} \cdot \frac{1}{P(\text{тгп})} = \begin{cases} \frac{1,4 \cdot 10^{-4}}{P(\text{тгп})} (\text{сек}) \rightarrow \left(\frac{\Delta E}{E_s} \right)_{\text{max}} = 10^{-2} \\ \frac{1,2 \cdot 10^{-4}}{P(\text{тгп})} (\text{сек}) \rightarrow \left(\frac{\Delta E}{E_s} \right)_{\text{max}} = 0,5 \cdot 10^{-2} \end{cases} \quad (20)$$

где $\left(\frac{\Delta E}{E_s} \right)_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2eV_0 \lambda(1-n)}{\pi q E_s}} (\sin \varphi_s - \varphi_s \cos \varphi_s)$ - максимально допустимый разброс частиц по энергиям (см. рис 12). Соответствующим многократным процессом, а также влиянием тормозного излучения на время затухания колебаний можно пренеоречь.

5) Потери за счет квантовых флуктуаций излучения очень сильно зависят от напряжения на резонаторе и, как легко видеть из рис.(13), могут быть сделаны пренебрежимо малыми:

$$\begin{aligned} \tau_{кв} &= \frac{4\pi Z q (1-n)}{c(3-4n)} \cdot \frac{E_1}{\Delta W_{од}} \cdot \frac{1}{H_3} \exp \left[\frac{mc^2}{E_1} \gamma(3-4n) \frac{\lambda}{q} H_3 \right] = \\ &= \frac{1,8 \cdot 10^9}{\gamma^4 H_3} \exp(3,62 \cdot 10^{-3} \gamma H_3), \end{aligned} \quad (21)$$

где $E_1 = 1,04 \cdot 10^8$ эв ;

$$H_3 = 2 \sqrt{s^2 - 1} - \pi + 2 \operatorname{arcsin} \frac{1}{s} ; \quad s = \frac{eV_0}{\Delta W_{од}} .$$

Суммарное время жизни пучка при учете всех этих эффектов, действующих совместно, равно:

$$\tau_{\Sigma} = \left(\sum \frac{1}{\tau_i} \right)^{-1} \quad (22)$$

Рис.(14) показывает, что практически суммарное время жизни определяется тормозным излучением на атомах остаточного газа и поэтому почти не зависит от энергии электронов (позитронов).

б) Взаимное рассеяние частиц в пучке (эффект Ташека).

Потери происходят вследствие выхода частиц из области фазовой устойчивости в результате передачи импульса из поперечной компоненты в продольную при кулоновском рассеянии двух электронов (позитронов) внутри одного пучка. Скорость потерь равна [8,9]:

$$\frac{dN}{dt} = -\epsilon N^2, \quad (23)$$

поэтому число частиц в пучке убывает по закону

$$N = \frac{N_0}{1 + N_0 \epsilon t} \quad (24)$$

Временем жизни пучка условно можно назвать величину:

$$\tau_{\text{жизн.}} = \frac{1}{\epsilon N}. \quad (25)$$

Предполагая гауссовское распределение частиц по поперечному импульсу, в нерелятивистском приближении (условие $\frac{\sqrt{A_z^2 \gamma_z^2 + A_z^2 \gamma_z^2}}{\lambda z} \ll \frac{1}{\gamma}$) время жизни вычисляется по формуле (рис.15):

$$\tau_{\text{жизни}} = 4,6 \cdot 10^{14} \frac{(\frac{\Delta E}{E})_{\text{max}}^2 \gamma^3 \gamma_z a_z a_z a_e}{\lambda z \mathcal{N}} \left(\ln \frac{\gamma_z a_z \sqrt{A_z \delta e t}}{2 \lambda z (\frac{\Delta E}{E})_{\text{max}}} - 0,64 \right)^{-1} \cdot A_z \delta e t. \quad (26)$$

5. В А К У У М

Получение высокого вакуума, определяющего время жизни накопленного пучка при больших токах, осложняется благодаря интенсивному синхротронному излучению, мощность которого достигает величины ~ 30 квт при $E \sim 700$ Мэв и токах ~ 1 а. Анализ имеющихся данных показывает, что основным эффектом, приводящим к ухудшению вакуума, является десорбция газа со стенок вакуумной камеры фотоэлектронами, образованными синхротронным излучением. В работе [10] было показано, что коэффициент десорбции практически не зависит от энергии фотоэлектронов. Оценим количество выделяемого (десорбированного) газа и установившееся давление в вакуумной камере.

Среднее число фотонов, излученных в секунду на один ампер накопленного тока, будет

$$\mathcal{N}_\gamma = 5,3 \cdot 10^{16} \gamma \frac{\text{ФОТОНОВ}}{\text{сек. а}} \quad (27)$$

Соответственно десорбция газа будет

$$\mathcal{R}_g = 5,3 \cdot 10^{16} \gamma \delta \frac{\text{АТОМОВ}}{\text{сек. а}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \gamma \delta \frac{\text{ТОР. ЛИТР}}{\text{сек. а}} \quad (28)$$

где δ - общий коэффициент десорбции на один фотон.

Значение коэффициента δ - зависит от матерьяла поверхности, степени её обезгаженности, чистоты.

Для нашего случая $\delta \sim 10^{-5}$ [10, 11]. Однако, даже при гораздо меньших δ ($\delta \leq 10^{-6}$) натекание в камере будет в основном оп-

ределяться этим эффектом.

Газообъемное деление будет равномерно распределено по длине вакуумной камеры и будет проходить, в основном, с узкой полосы по внешнему радиусу камеры. Если при этом на единицу длины вакуумной камеры будет выделяться n_0 - молекул газа, то после установления равновесного состояния число молекул в данном сечении камеры можно найти из уравнения

$$1,2 \cdot 10^4 D^3 \frac{d^2 n}{dl^2} = -n_0 \quad (29)$$

где D - диаметр вакуумпровода; n ($\frac{\text{МОЛ}}{\text{СМ}^3}$) - плотность газа.

Решением этого уравнения будет

$$n(l) = -\frac{n_0 l^2}{24 \cdot 10^4 D^3} + C_1 l + C_2. \quad (30)$$

Постоянные C_1 и C_2 можно найти из следующих граничных условий:

$$\left. \frac{dn}{dl} \right|_{l=L} = 0,$$

где L - расстояние до самой отдаленной части камеры;

$$\text{и } 1,2 \cdot 10^4 D^3 \left. \frac{dn}{dl} \right|_{l=0} = 10^3 \beta n(0) = 10^3 \beta C_2,$$

где β - скорость откачки насоса в л/сек.

$$\text{Отсюда } C_1 = \frac{n_0 L}{1,2 \cdot 10^4 D^3}; \quad C_2 = \frac{n_0 L}{10^3 \beta}.$$

Для случая ВЭПМ-2 мы можем получить следующие выражения для среднего (эффективного) вакуума в камере при различном числе насосов.

Для двух насосов, установленных в противоположных прямолинейных промежутках

$$p = 4,8 \cdot 10^{-21} \frac{n_0 L^2}{D^3} \left(\frac{1}{6} + \frac{12 D^3}{L \beta} \right) \quad (31)$$

Для четырех насосов, расположенных в каждом промежутке

$$p = 2,4 \cdot 10^{-21} \frac{n_0 L^2}{D^3} \left(\frac{1}{12} + \frac{12 D^3}{L \beta} \right) \quad (32)$$

L - в этих формулах равна четверти длины всей камеры ($L = 3\text{м.}$)
 Отсюда видно, что необходимая скорость откачки для получения предельного вакуума

$$\beta \geq \frac{1,44 \cdot 10^2 D^3}{L} . \quad (33)$$

и для нашего случая составляет ~ 3000 л/сек.

В случае трех насосов эффективный вакуум будет более чем вдвое хуже, чем при использовании четырех насосов.

$$P_4 = \frac{1}{2,5} P_3 = \frac{1}{4} P_2 = \frac{1}{16} P_1 . \quad (34)$$

В случае использования трех насосов давление в промежутке без насоса будет в 12 раз выше, чем в остальных при скорости откачки насоса ~ 3000 л/сек. Отсюда видно, что для уменьшения фона из области взаимодействия пучков необходима установка насоса в этом промежутке.

Рассмотрим предельно допустимое полное гашение при использовании четырех насосов.

Если $P_{эф} = 10^{-9} P_{эфф}$, $\beta = 3000$ л/сек. $L = 3\text{м}$, $D = 17,4$ см.,
 то $4L n_{огн} = \frac{P D^3}{0,5 \cdot 10^{-22} L} = 1,8 \cdot 10^{14} \frac{\text{мол.}}{\text{сек.}}$ (35)

Если принять, что значение вероятности фотоэффекта в наших условиях близко к единице ($\delta \sim 10^{-5}$ [10, 11]), то полное число десорбированных молекул газа при $E = 700$ мэв и $J = 1\text{а}$ будет:

$$4L n_o = 1,3 \cdot 10^{17} \gamma \delta = 3,6 \cdot 10^{15} \frac{\text{молекул}}{\text{сек.}} \quad (36)$$

Из формул (32, 36) видно, что при накопленных электронных и позитронных токах порядка 1а давление в камере накопителя будет $\sim 10^{-8} P_{эфф}$.

6. ВЛИЯНИЕ ИОНОВ

Пучок электронов, движущийся в накопительном кольце, вызывает ионизацию остаточного газа в вакуумной камере.

Образовавшиеся ионы удерживаются электрическим полем пучка, что

приводит к ухудшению эффективного вакуума и изменению фокусирующих сил, действующих на пучок. При этом увеличиваются размеры пучка и уменьшается время жизни электронов из-за эффектов взаимодействия с остаточным газом. Образующиеся ионы можно отсосать из пучка, создав внешнее электрическое поле, превышающее поле самого пучка. В отличие от выше сказанного, из пучка позитронов положительные ионы выталкиваются электрическим полем, а свободные электроны имеют достаточную скорость для вылета в течение одного оборота.

а) Накопление ионов.

Релятивистский электрон создает на 1 см пути в воздухе при нормальных условиях 40 пар ионов, следовательно, скорость образования ионов пучком электронов в камере накопителя равна:

$$\frac{dn(\text{ион})}{dt(\text{см}\cdot\text{сек})} = \frac{40}{760} \frac{P(\text{гопп}) N'(\text{эл})}{T_{\text{обр}}(\text{сек})} = 3,3 \cdot 10^{17} J(a) \rho(\text{гопп}). \quad (37)$$

Для оценок здесь и в дальнейшем примем:

$$\text{давление в камере накопителя } \rho = 10^{-9} \text{гопп};$$

$$\text{ток электронов } J = 1 \text{а}.$$

Скорость образования ионов равна:

$$\frac{dn_{\text{и}}}{dt} = 3,3 \cdot 10^8 \frac{\text{ион}}{\text{см}\cdot\text{сек}}. \quad (38)$$

Ионы будут накапливаться в пучке до полной компенсации его пространственного заряда, равного (если усреднить по периоду обращения):

$$n_2(\frac{\text{эл}}{\text{см}}) = 2,08 \cdot 10^8 J(a). \quad (39)$$

Время компенсации можно оценить, если считать, что все образовавшиеся ионы удерживаются в пучке до тех пор, пока пространственный заряд не станет равным нулю:

$$t_{\text{к}}(\text{сек}) = \frac{n_2}{\frac{dn_{\text{и}}}{dt}} = 0,63 \cdot 10^{-9} \frac{1}{P(\text{гопп})}. \quad (40)$$

Электрическое поле, удерживающее ионы в пучке, равно:

$$E_{x_n} \left(\frac{v}{cm} \right) = \frac{120 (1-\alpha) J(a)}{a_z (cm)} \cdot K(y_0), \quad (41)$$

где α - степень компенсации пространственного заряда;

a_z - размер (диаметр) пучка,

$K(y_0)$ - функция, зависящая от распределения пространственного заряда в пучке (см. рис. 16);

$y_0 = \frac{2x}{a_z}$, где x - расстояние от оси пучка.

Если $J = I_a$, $\alpha = 0$, и распределение пространственного заряда по сечению пучка равномерное внутри круга с радиусом $\frac{a_z}{2}$, то максимальное электрическое поле:

$$E_n = 1200 \frac{v}{cm} \text{ при } E = 100 \text{ Мэв; } a_z = 0,1 \text{ см;}$$

б) Влияние ионов на пучок.

При полной компенсации распространяемого заряда эффективный вакуум внутри пучка, определяющий его время жизни, будет

$$P_{эф}(\tau_{эф}) = 6 \cdot 10^{-9} \frac{J(a)}{\delta (cm^2)} + p(\tau_{эф}) \quad (42)$$

где δ - площадь поперечного сечения пучка; p - давление нейтрального газа.

Наличие ионов приводит также к сдвигу частот бетатронных колебаний. Произведем учет этого влияния для случая круглого в сечении пучка диаметра a_n .

Для этого случая фокусирующая сила, действующая на пучок, будет:

$$F_{фок}^{ион.} = e \left(n H_z \frac{z}{l} + \frac{0,8 J(a)}{a_n^2} z \right) = e H_z \frac{z}{l} \left(n + \frac{0,8 J l}{a_n^2 H_z} \right) \quad (43)$$

обозначим: $\Delta n = \frac{0,8 J l}{a_n^2 H_z} \quad (44)$.

Для плоского пучка ($a_z \gg a_x$): $\Delta n = \frac{0,4 \pi J(a) l (cm)}{a_z a_x H_z} \quad (45)$

Отсюда можно найти предельно допустимый ток, который может быть накоплен в присутствии ионов, при полной нейтрализации:

$$J_{np}(a) \approx 2 \cdot 10^4 \Delta n \left(\frac{A_{gen}}{r} \right)^2 E(\text{MeV}) \quad (46)$$

где A_{gen} - полуапертура камеры, Δn - расстояние до ближайшего резонанса. Для $E = 100$ Мэв; $A_{gen} = 5$ см; $\Delta n = 0,25$; $J_{np} = 250$ а.

Для синхротрона - инжектора Б-3М $\frac{A_{gen}}{r} \approx 10^{-2}$; $E_{инж.} = 2$ Мэв; $J_{np} \approx 50$ а.

Эффективное давление внутри пучка, когда его размеры будут определяться близостью к резонансу, равно:

(см. формулы 44-45)

$$p_{zp}(r_{top}) \approx p(r_{top}) + 3 \cdot 10^{-5} \frac{\Delta n E(\text{MeV})}{r^2(\text{cm})} \approx p(r_{top}) + 1,5 \cdot 10^{-9} \Delta n E(\text{MeV}). \quad (47)$$

Размер пучка из-за этого эффекта ($\Delta n = 0,25$):

$$E = 100 \text{ Мэв} \begin{cases} a_z = a_r = 0,52 \text{ см} & \text{при } J = 1a \\ a_z = a_r = 0,16 \text{ см} & \text{при } J = 0,1a \end{cases}$$

$$E = 200 \text{ Мэв} \begin{cases} a_z = a_r = 0,37 \text{ см} & \text{при } J = 1a \\ a_z = a_r = 0,11 \text{ см} & \text{при } J = 0,1a \end{cases}$$

$$E = 700 \text{ Мэв} \begin{cases} a_z = 10^{-2} \text{ см} & \text{при } J = 1a \\ a_z = 10^{-3} \text{ см} & \text{при } J = 0,1a \end{cases}$$

$a_z = 0,6$ см - определяется квантовыми флуктуациями излучения.

Ухудшение эффективного вакуума будет также приводить к увеличению размеров пучка из-за многократного рассеяния. Произведенные расчеты для увеличения полного вертикального размера пучка дают

$$E = 100 \text{ Мэв} \left. \begin{cases} a_z = a_r = 0,25 \text{ см}; p_{zp} = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ тор} & \text{при } J = 1a \\ a_z = a_r = 0,13 \text{ см}; p_{zp} = 6 \cdot 10^{-8} \text{ тор} & \text{при } J = 0,1a \end{cases} \right\}$$

$$E = 200 \text{ МэВ} \begin{cases} a_z = 0,07 \text{ см}; & p = 5 \cdot 10^{-7} \text{ тор} & \text{при } J = 1 \\ a_z = 0,03 \text{ см}; & p = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ тор} & \text{при } J = 0,1 \text{ а} \end{cases}$$

($a_z = 0,18 \text{ см}$ определяется квантовыми флуктуациями излучения).

в) Отсос ионов из пучка.

Чтобы избежать неприятных эффектов, связанных с увеличением размеров пучка и уменьшением его времени жизни, необходимо выводить ионы из области пучка. Это может быть осуществлено созданием электрического поля, превышающего электрическое поле самого пучка, и направленного либо параллельно магнитному полю в накопительном кольце, либо перпендикулярно к нему.

В первом случае магнитное поле не влияет на движение иона, и время выхода иона из пучка:

$$t_{\text{вых}}^{(1)} \approx \sqrt{\frac{2 a_z M}{e (\Delta \mathcal{E})}} = \frac{2,5 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{\Delta \mathcal{E} \left(\frac{\mathcal{E}}{\text{эВ}}\right)}}, \quad (48)$$

где $M \approx 30 m_p = 30 \cdot 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ - масса иона (молекулярного)

$$a_z = 0,1 \text{ см};$$

$$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{вн}} - \mathcal{E}_n; \quad \begin{array}{l} \mathcal{E}_{\text{вн}} - \text{внешнее электрическое поле;} \\ \mathcal{E}_n - \text{собственное поле пучка.} \end{array}$$

Очевидно, $t_{\text{вых}} \ll t_k$ при любых разумных значениях $\Delta \mathcal{E}$.

В накопителе ВЭПП-2 ионы отсасываются электрическим полем, перпендикулярным магнитному; можно считать, что оно линейно возрастает с уменьшением радиуса r :

$$\mathcal{E} \left(\frac{\mathcal{E}}{\text{эВ}}\right) = 40 \frac{a + (r_0 - r)}{a} V(\text{кВ}) \quad (49)$$

где V - напряжение на пластине отсоса, которое должно быть отрицательным для вывода ионов; $r_0 = 150 \text{ см}$; $a = 2 \text{ см}$.

Если

$$V(\text{кВ}) \geq 0,5 \cdot 10^{-4} E^2 (\text{МэВ}), \quad (50)$$

то ион выводится из пучка за время $t_{\text{вых}}^{(2)} \approx t_{\text{вых}}^{(1)}$ (если, конечно,

поле пластин отсоса превышает собственное поле пучка). В противном случае ион дрейфует в направлении, перпендикулярном электрическому и магнитному полям со скоростью:

$$v_{др} = c \frac{\epsilon_0}{H} \frac{1}{1 - \frac{\epsilon_0 \mu c^2}{e H^2 a}} \quad (51)$$

до выхода в прямолинейный промушток, где он будет нейтрализован на пластине отсоса.

в) Ионизация атомов остаточного газа синхротронным излучением.

Остаточный газ в камере будет также ионизоваться синхротронным излучением пучка. Сечение ионизации воздуха (азота, кислорода) мягким рентгеновским излучением (~ 100 эв - 10 кэв) $\sigma_{ион} \sim 10^{-18}$ см².

Каждый излученный квант проходит расстояние $l \sim 100$ см. Число образованных пар ионов можно найти из соотношения:

$$n_{\gamma ион} = \frac{L}{760} \rho l \sigma_{ион} N_{\gamma} J = 2 \cdot 10^{17} \gamma \rho_{(топ)} J(a), \quad (52)$$

где L - число Лошмидта: $L = 2,69 \cdot 10^{19} \frac{\text{мол.}}{\text{см}^3}$.

Таким образом, полное число пар ионов, образованных в камере накопителя будет

$$n_{полн} = n_{ион e^-} + n_{ион \gamma} = \rho \cdot J \cdot (4 \cdot 10^{20} + 0,2 \cdot 10^{18} \gamma) \frac{\text{ионов}}{\text{сек.А}} \quad (53)$$

При отсосе ионов полный ионный ток будет:

$$J_{ион}(a) = (64 + 0,032 \gamma) \rho \text{ (топ)} J(a). \quad (54)$$

Ионы, удаляемые из пучка, будут обладать энергией ~ 10 кэв и будут "вбиваться" в пластины отсоса ионов, либо в стенки камеры. Таким образом система отсоса ионов будет действовать как своеобразный ионизационный насос со скоростью откачки

$$\beta = (10 + 6 \cdot 10^{-3} \gamma) \frac{\text{л}}{\text{сек.А}} \quad (55)$$

Л И Т Е Р А Т У Р А

- I. Коломенский, Лебедев. "Теория циклических ускорителей".
2. Ландау, Лифшиц. "Теория поля".
3. *Fombulian D., Hartman P. Phys. Rev., 102, 1423 (1956)*
4. Иогансен, Рабинович *ЖЭТФ 35, 1019 (1958)*
5. Иогансен, Рабинович *ЖЭТФ 37, 118 (1959)*
6. Иогансен, Рабинович *ЖЭТФ 38, 1183 (1960)*
7. Хейфец С. ПТЭ. № 6, 14 (1960)
8. *C. Bernardini and al. Phys. Rev. Letters 10, 407 (1963)*
9. *B. Gittelman, D. Ritson Int. Rep. HEPL-291 (1963)*
10. *Fischer, Mack CEAL 1013*
- II. *Ауслендер, Минченков Препринт ЦИЯФ (1965)*

$$\Delta W_{\text{об}} = \frac{4\pi e^2}{3} \times \frac{v^4}{2} = 4,02 \cdot 10^{-9} \gamma^4 (\text{ев})$$

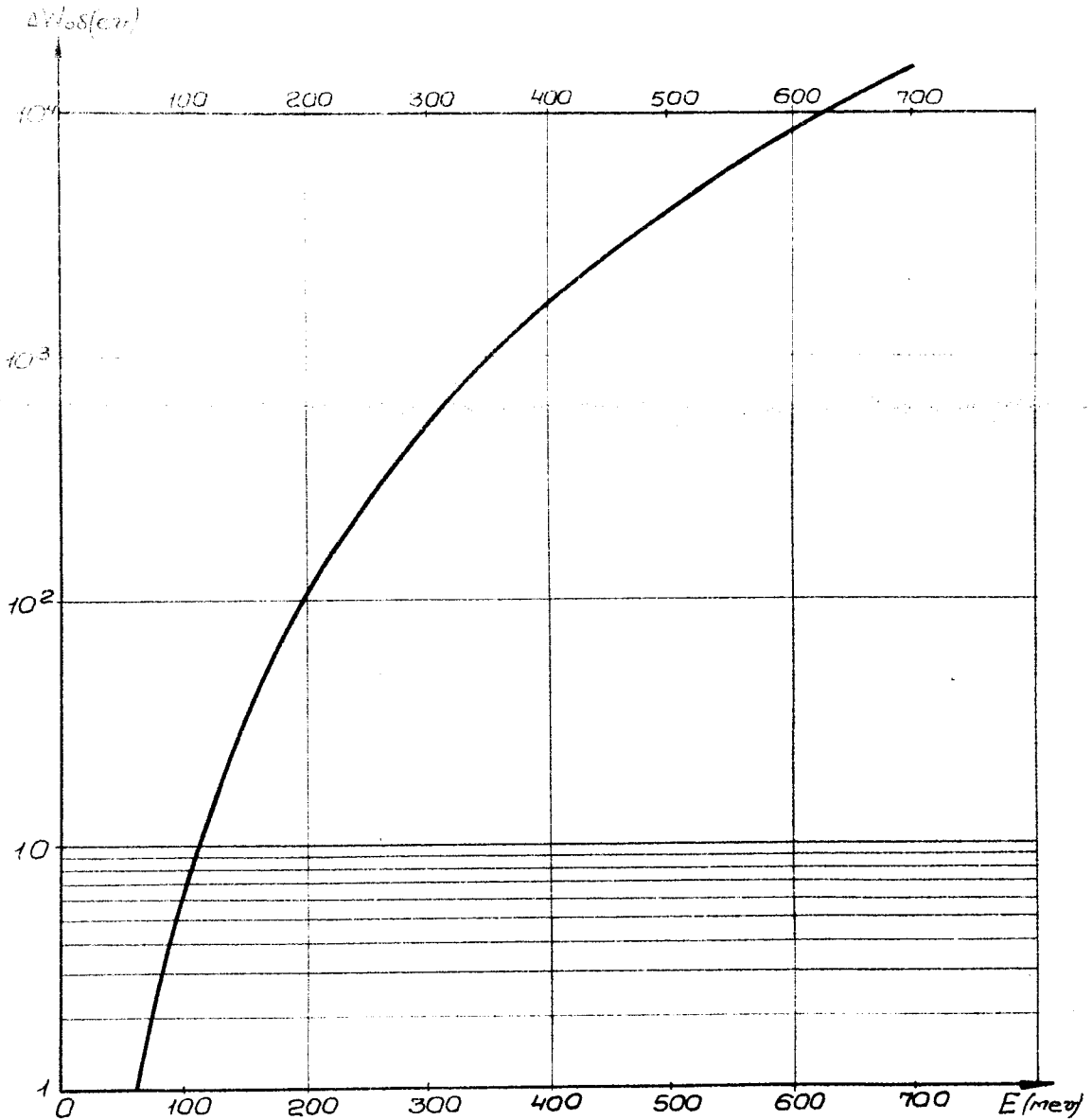


Рис.1. Некогерентные потери энергии на излучение одним электроном (позитроном) за оборот

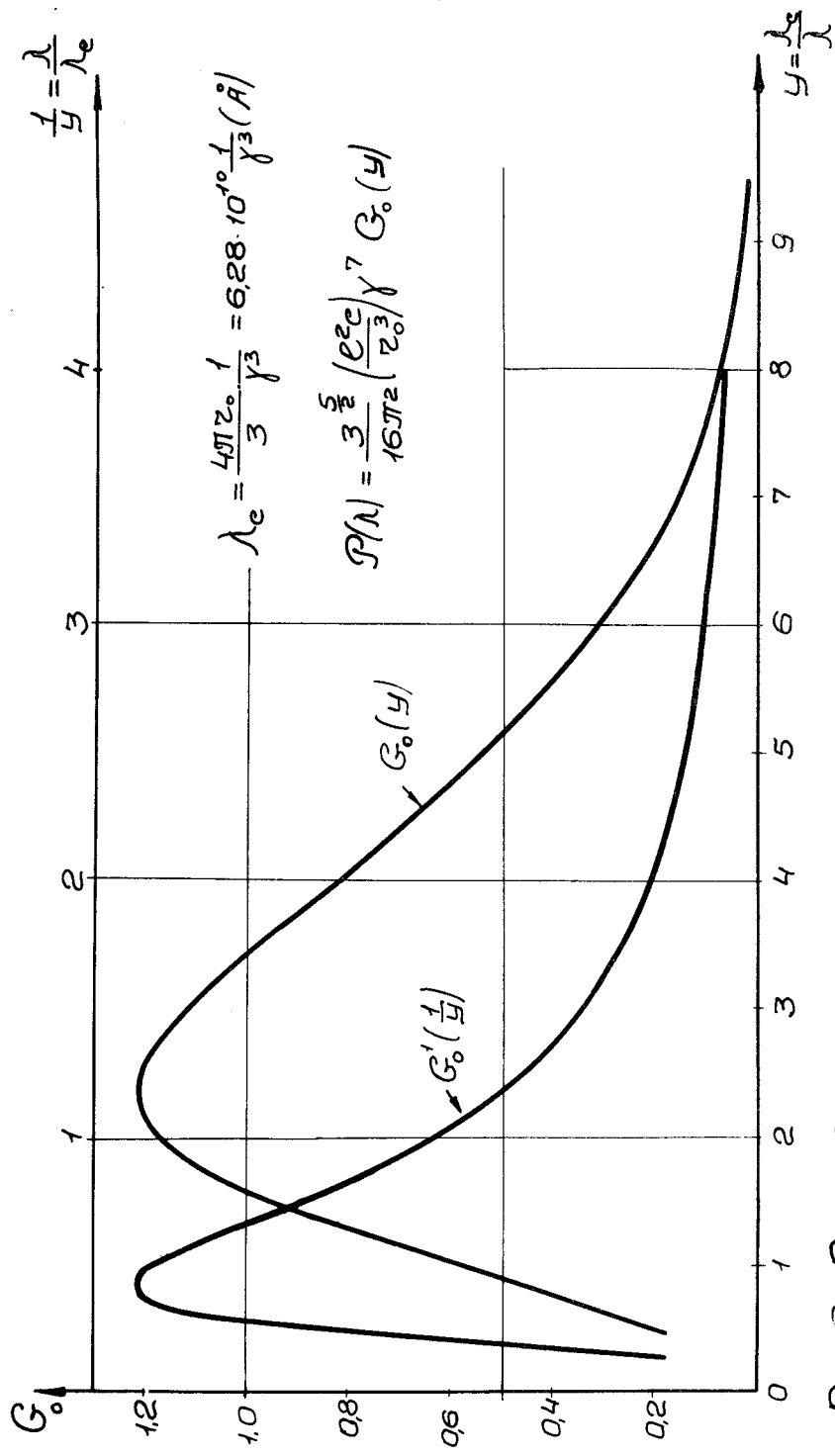


Рис.2 Распределение некогерентного синхротронного излучения по длинам волн

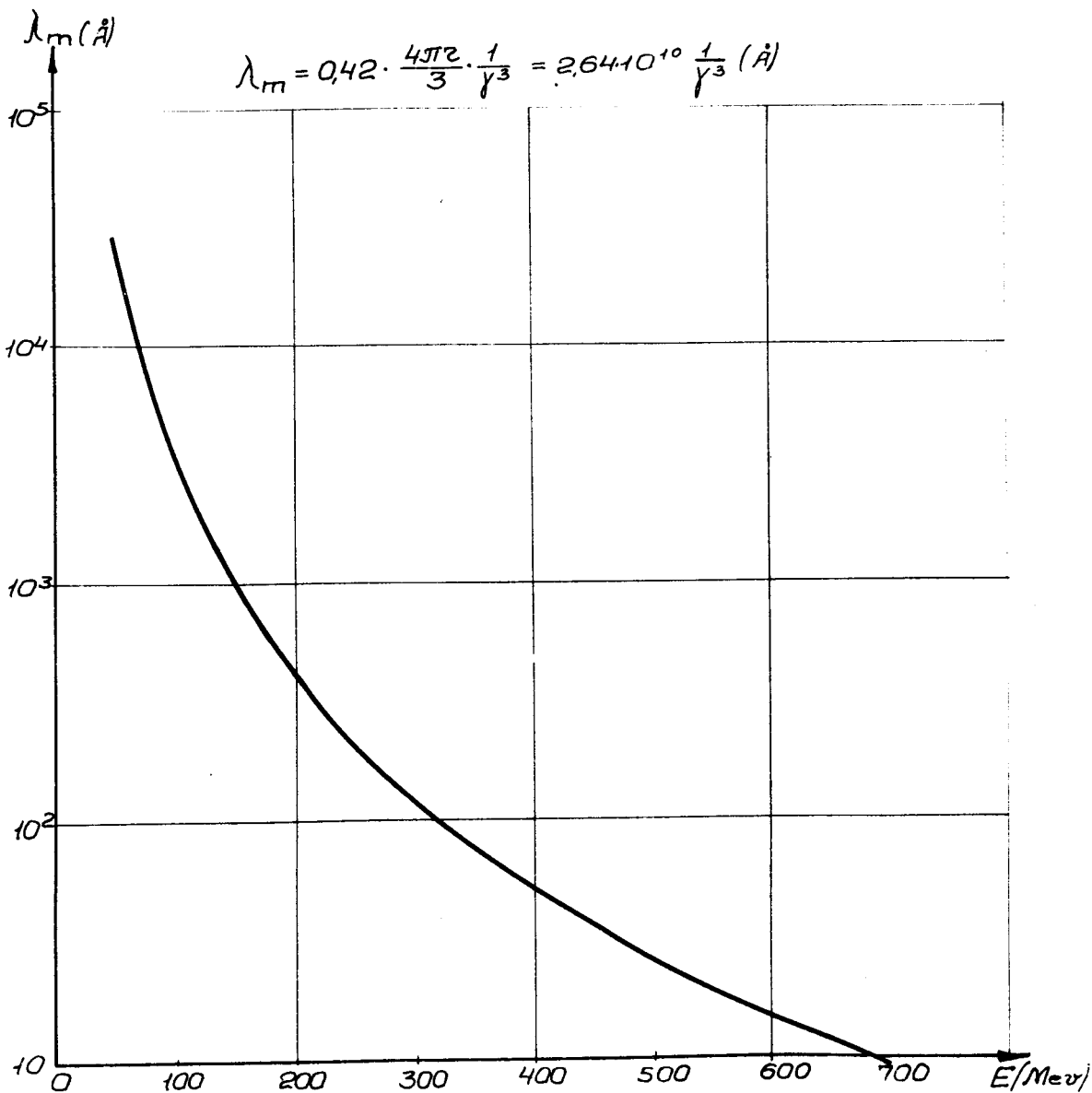


Рис.3 Положение максимума спектра некогерентного излучения электрона (позитрона)

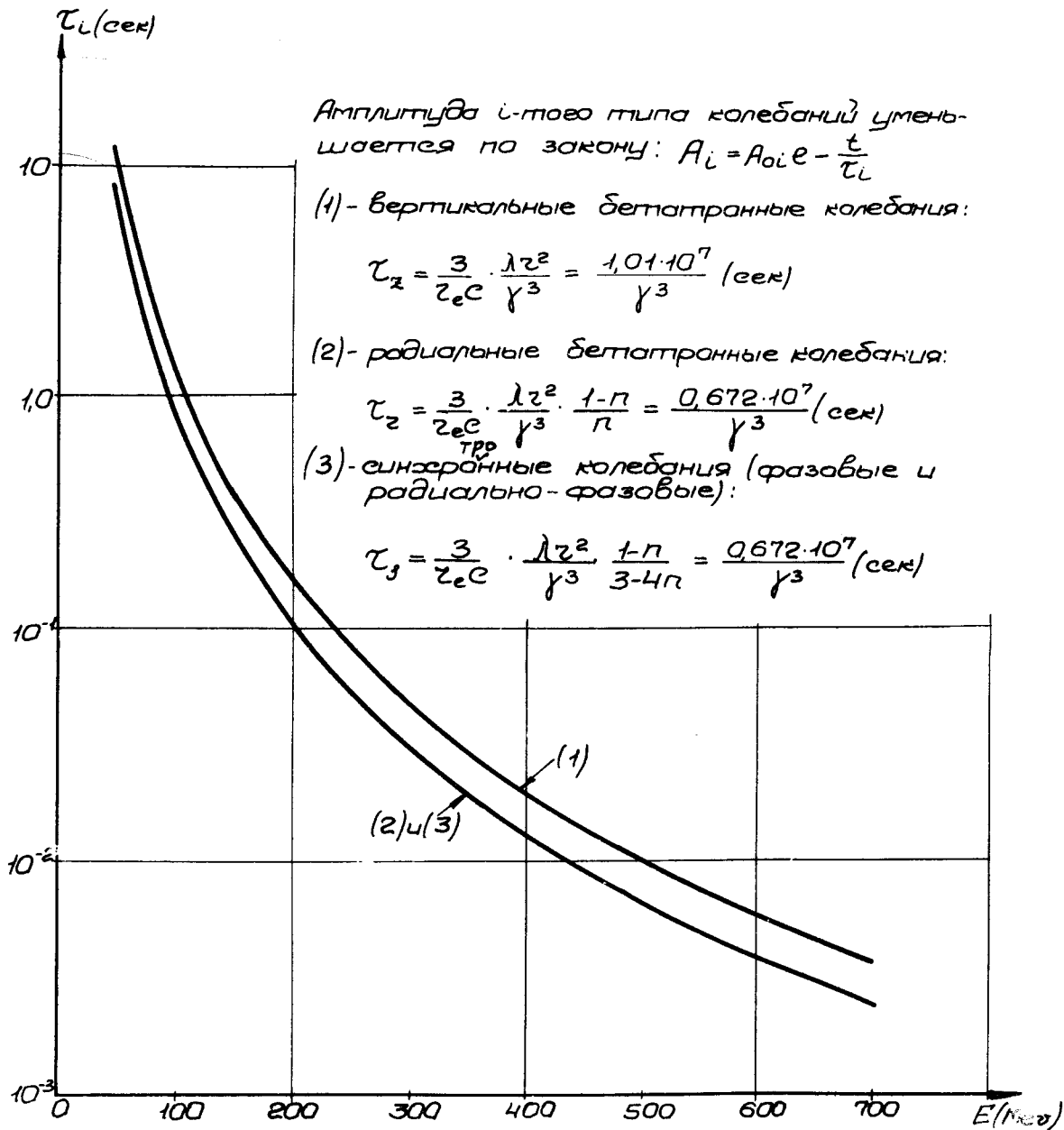


Рис.4 Времена затухания колебаний пучка

Среднеквадратичные амплитуды колебаний пучка:

- а) $A_{z\sigma} = 2,2 \cdot 10^4 \gamma$ - радиально-фазовые; из-за квантовых флуктуаций излучения
- б) $(A_z)_{\kappa\beta} = 2,2 \cdot 10^4 \gamma$ - радиальные бетатронные; из-за квантовых флуктуаций излучения
- в) $(A_z)_{o.z.} \approx (A_z)_{o.z.} \approx 1,87 \cdot 10^8 \frac{\sqrt{D(\text{top})}}{\gamma^{3/2}} \cdot \sqrt{C_0 2,7 \cdot 10^{15} \frac{R(\text{top})}{\gamma^3}}$ - радиальные и вертикальные бетатронные, из-за многократного рассеяния на атмосфере остаточного газа

$$(A_z)_{\Sigma} = \sqrt{(A_z)_{\kappa\beta}^2 + (A_z)_{o.z.}^2} - \text{суммарная амплитуда радиальных бетатронных колебаний}$$

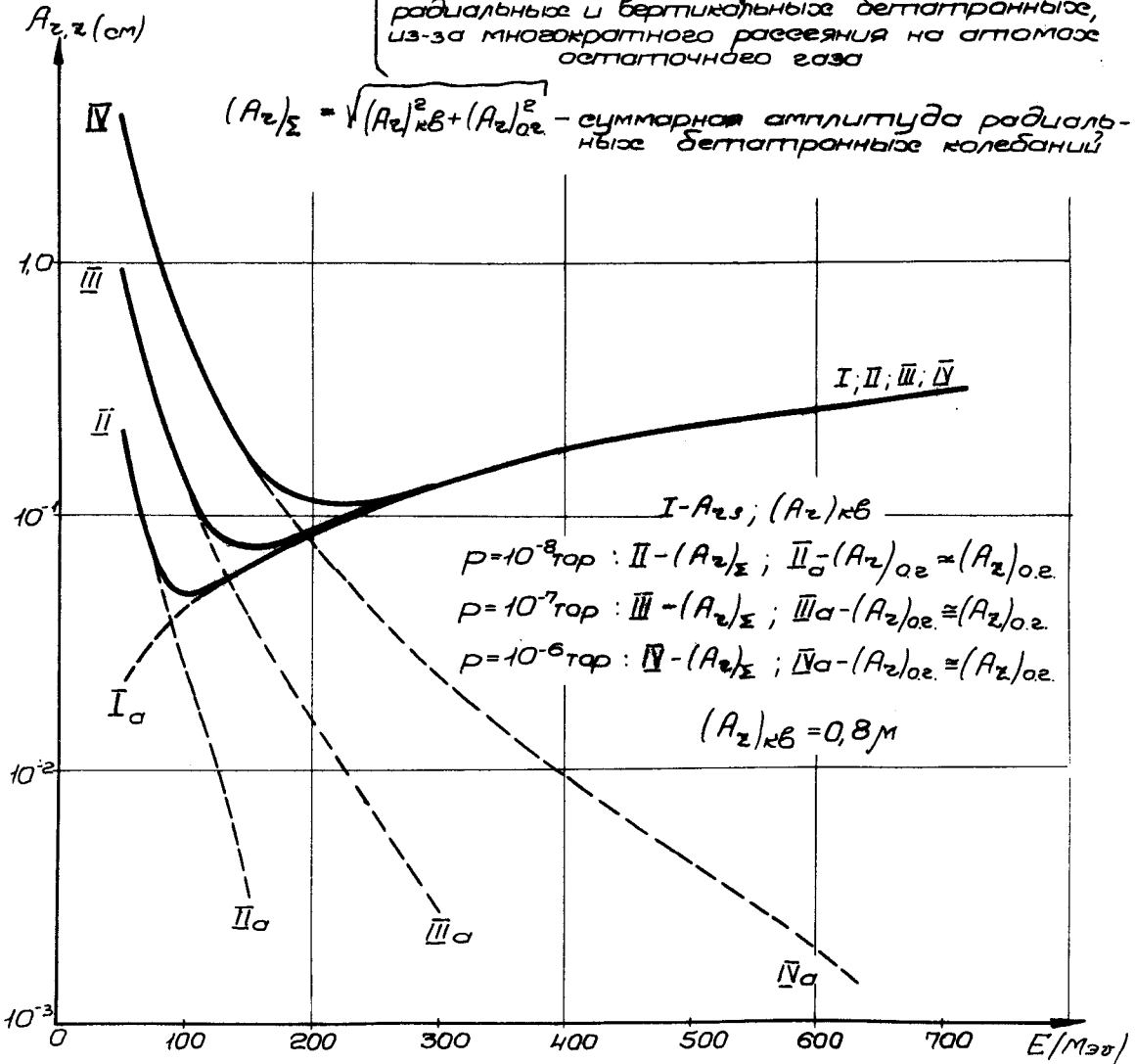


Рис. 5 Амплитуды колебаний пучка

$$\text{Ширина пучка } \sigma_z = 2\Delta z = \sqrt{2} \cdot \sqrt{A_z^2 + A_{zs}^2}$$

$$\text{Высота пучка } \sigma_x = 2\Delta x = \sqrt{2} (A_x)_{\text{о.в.}}$$

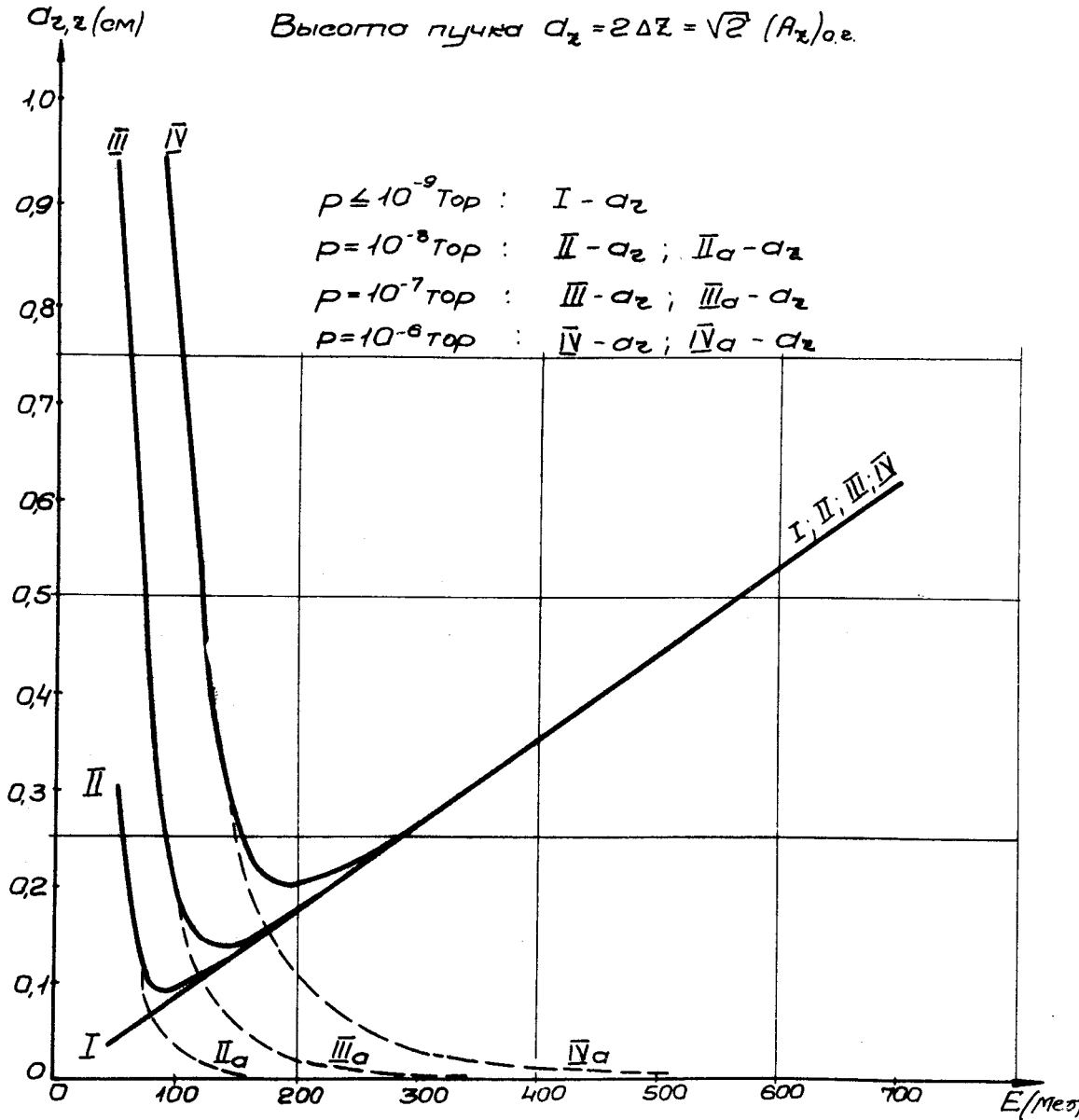


Рис.6 Поперечные размеры пучка
(ширина и высота)

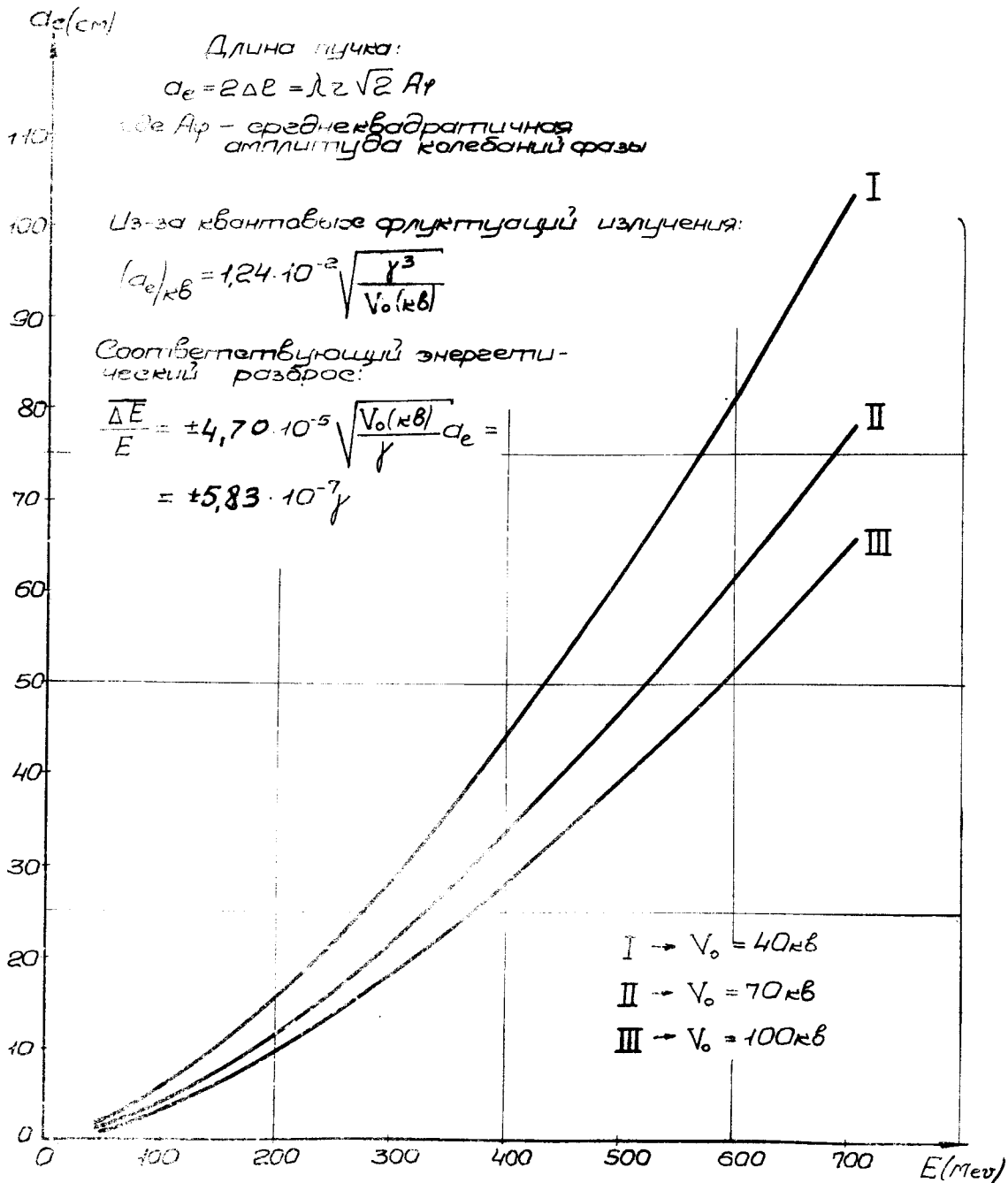


Рис.7 Азимутальная протяженность (длина) пучка

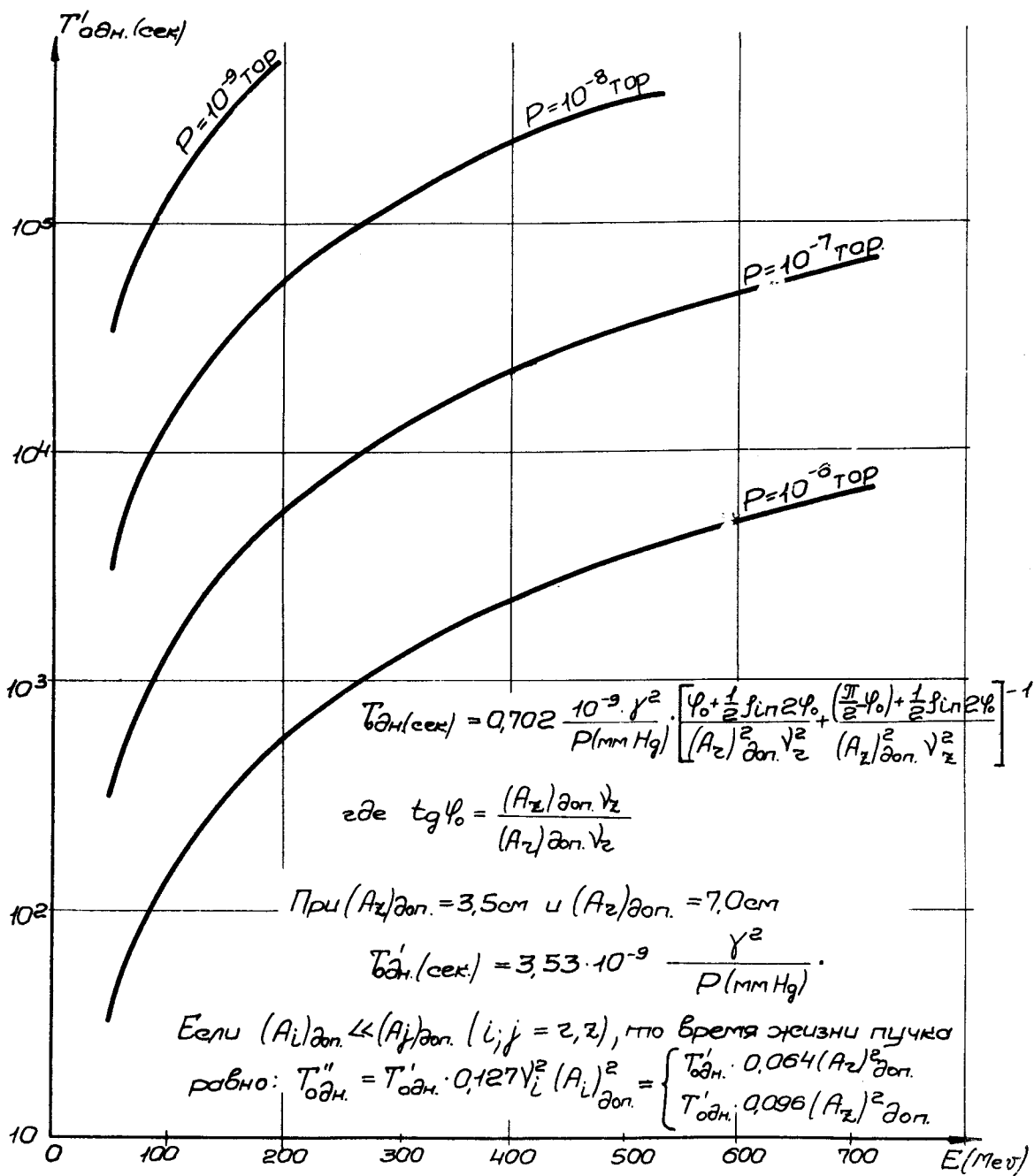


Рис.8 Время жизни пучка из-за однократного упругого рассеяния на атомах остаточного газа (воздуха)

$$\frac{T_{MH}}{(\frac{1}{2}\tau_i)}$$

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{T_{MH}}}$$

$$(T_{MH})_L = \frac{\tau_i}{2} \left[E_L \left(\frac{(A_L^2)_{\text{дон}}}{A_L^2} \right) - E_L \frac{(A_L^2)_{\text{дон}}}{A_L^2} - 0,577 \right] \cong$$

$$\cong \frac{\tau_i}{2} \frac{A_L^2}{(A_L^2)_{\text{дон}}} \cdot \exp \left[\frac{(A_L^2)_{\text{дон}}}{A_L^2} \right];$$

где τ_i - время затухания i -того типа колебаний;

A_L - среднеквадратичная амплитуда;

$(A_L^2)_{\text{дон}}$ - апертюра для i -того типа колебаний

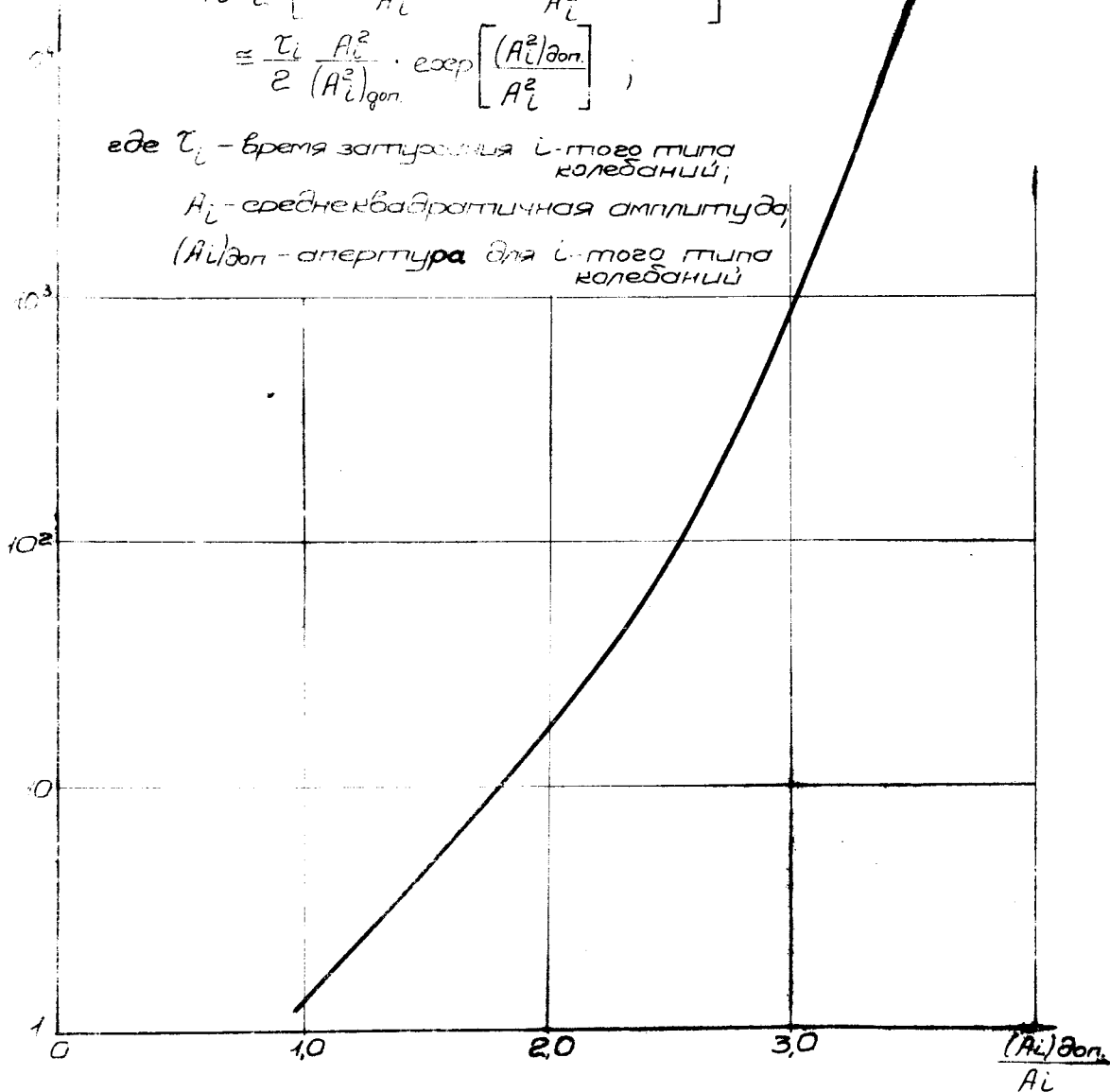


Рис 9 Время жизни пучка из-за многократные процессы (размеров пучка)

$$T_{\delta, \text{эл}}(\text{сек}) = 3,3 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\sqrt{V_0(\text{кВ}) \cdot \gamma}}{P(\text{тор})}$$

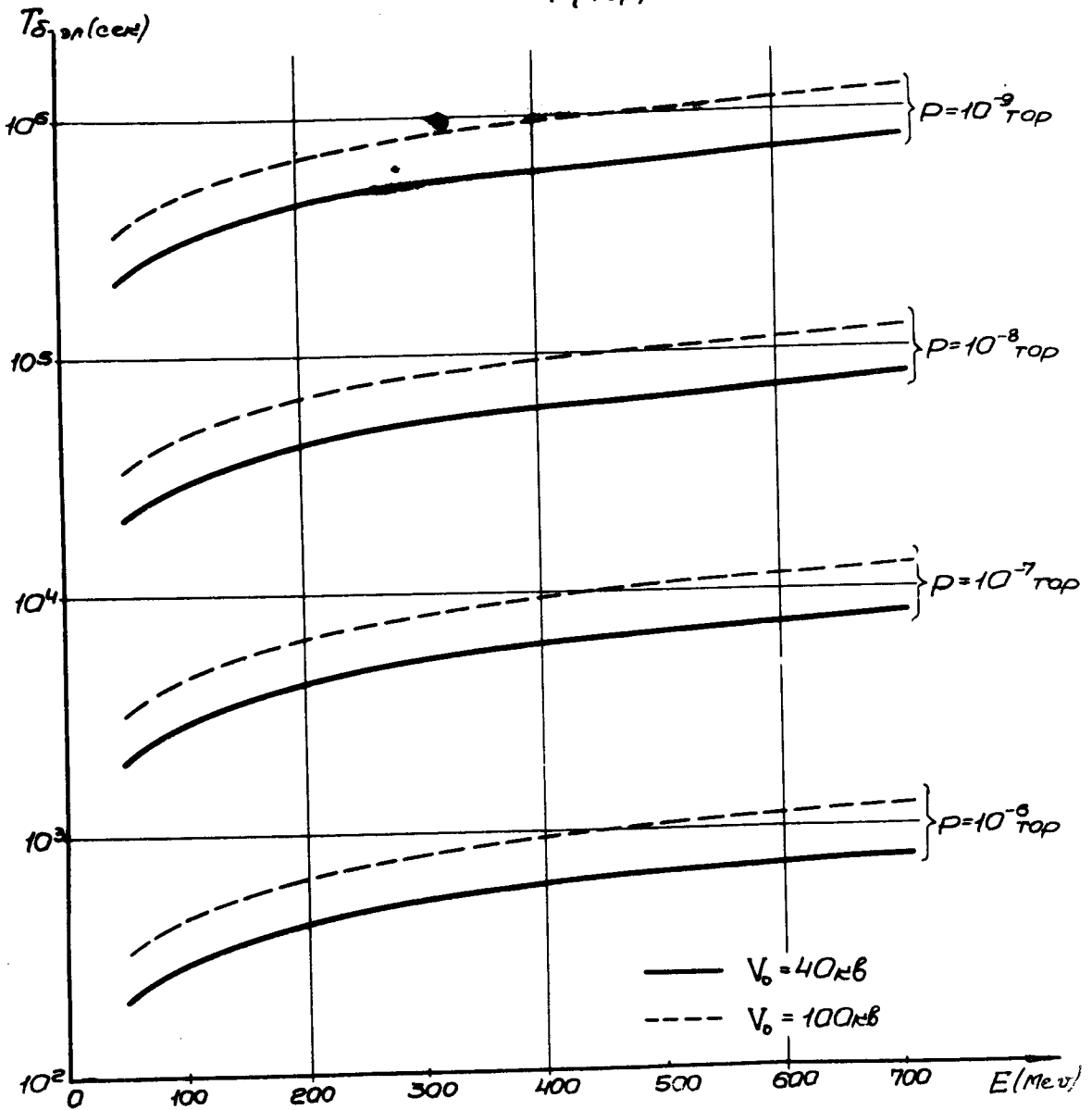


Рис. 10 Время жизни пучка из-за однократного рассеяния на электронах остаточного газа (выбивания δ -электронов)

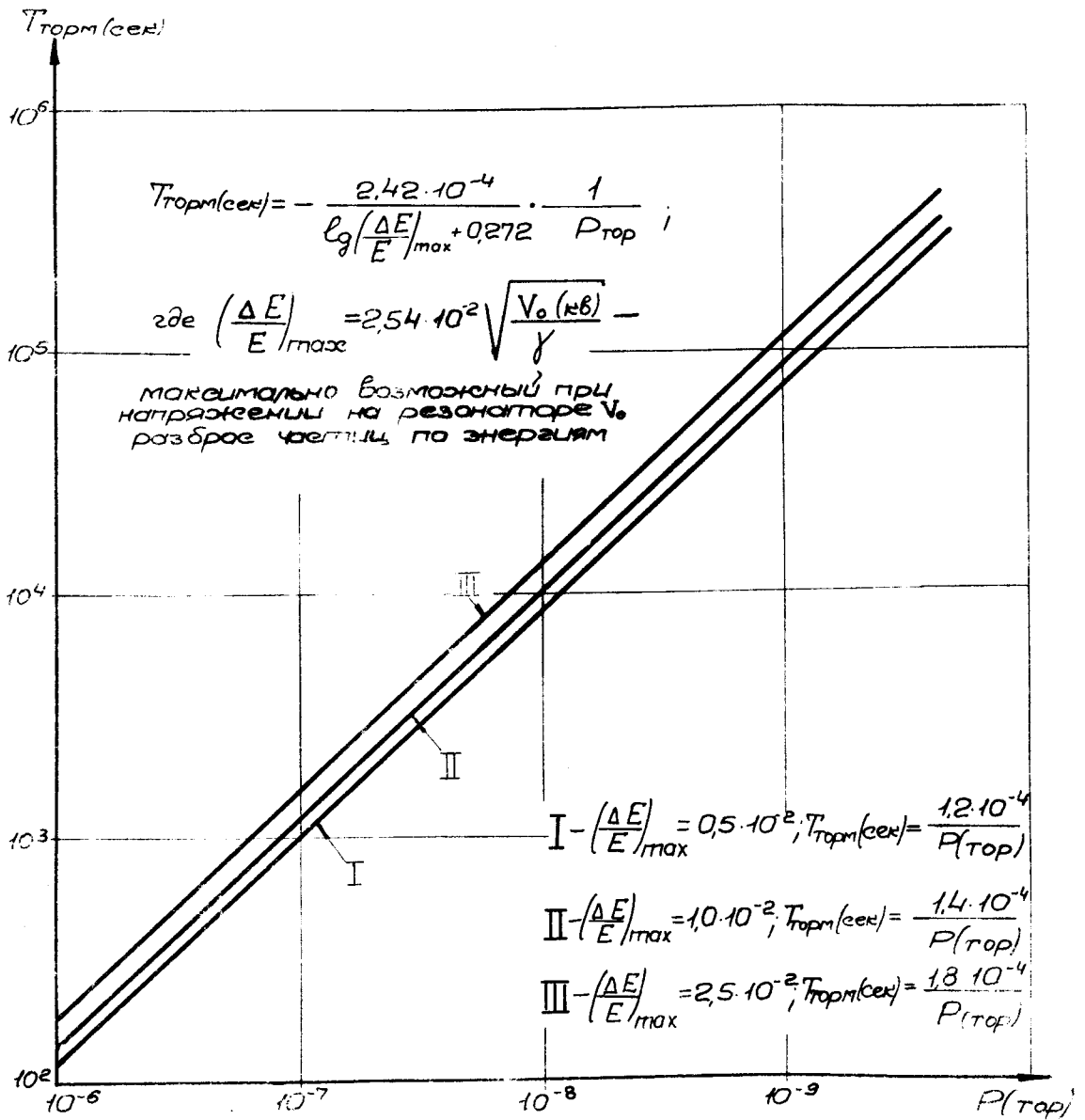


Рис. 11. Время жизни пучка из-за тормозного излучения на атомаре остаточного газа

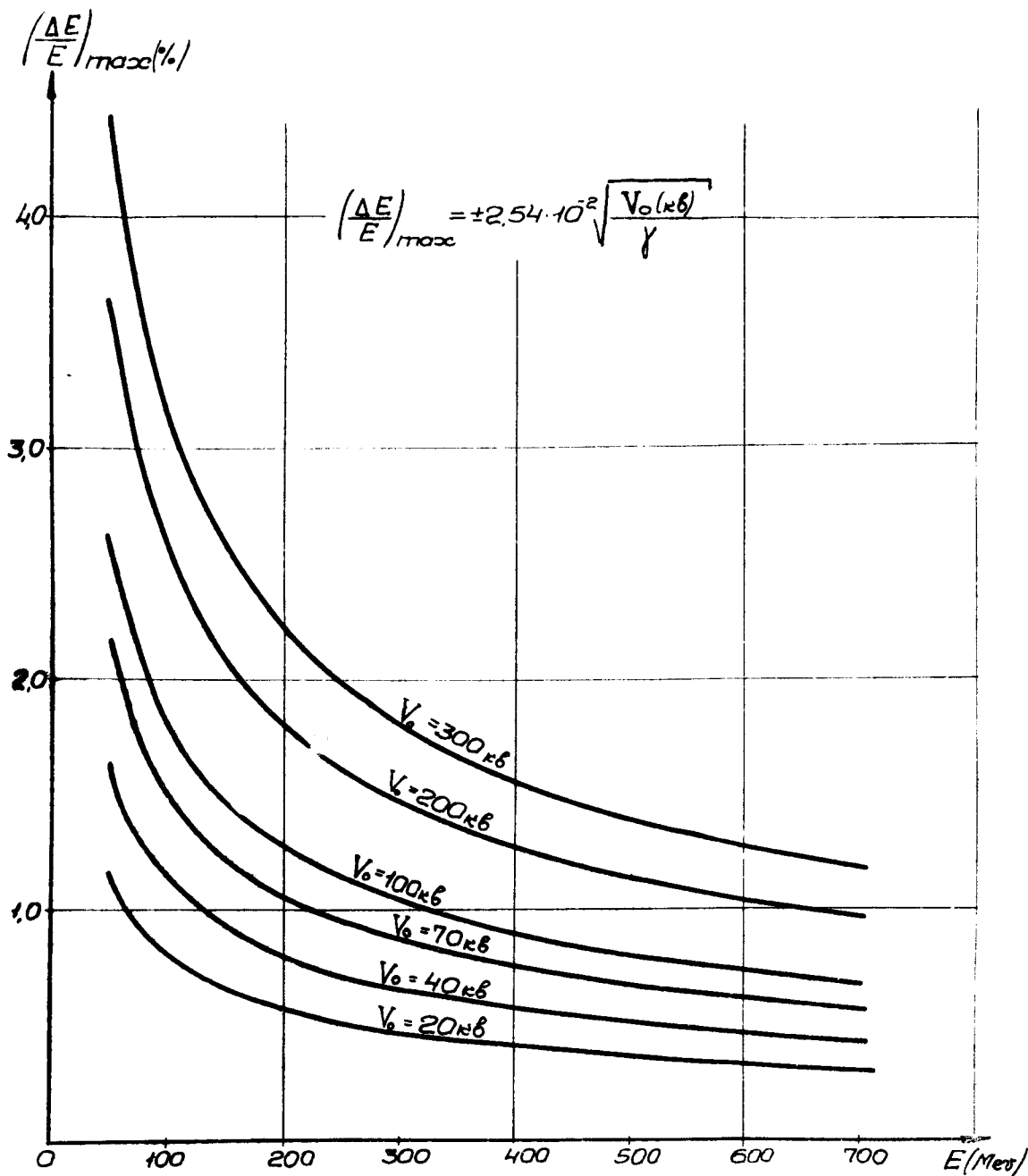


Рис. 12 Максимальный энергетический разброс.

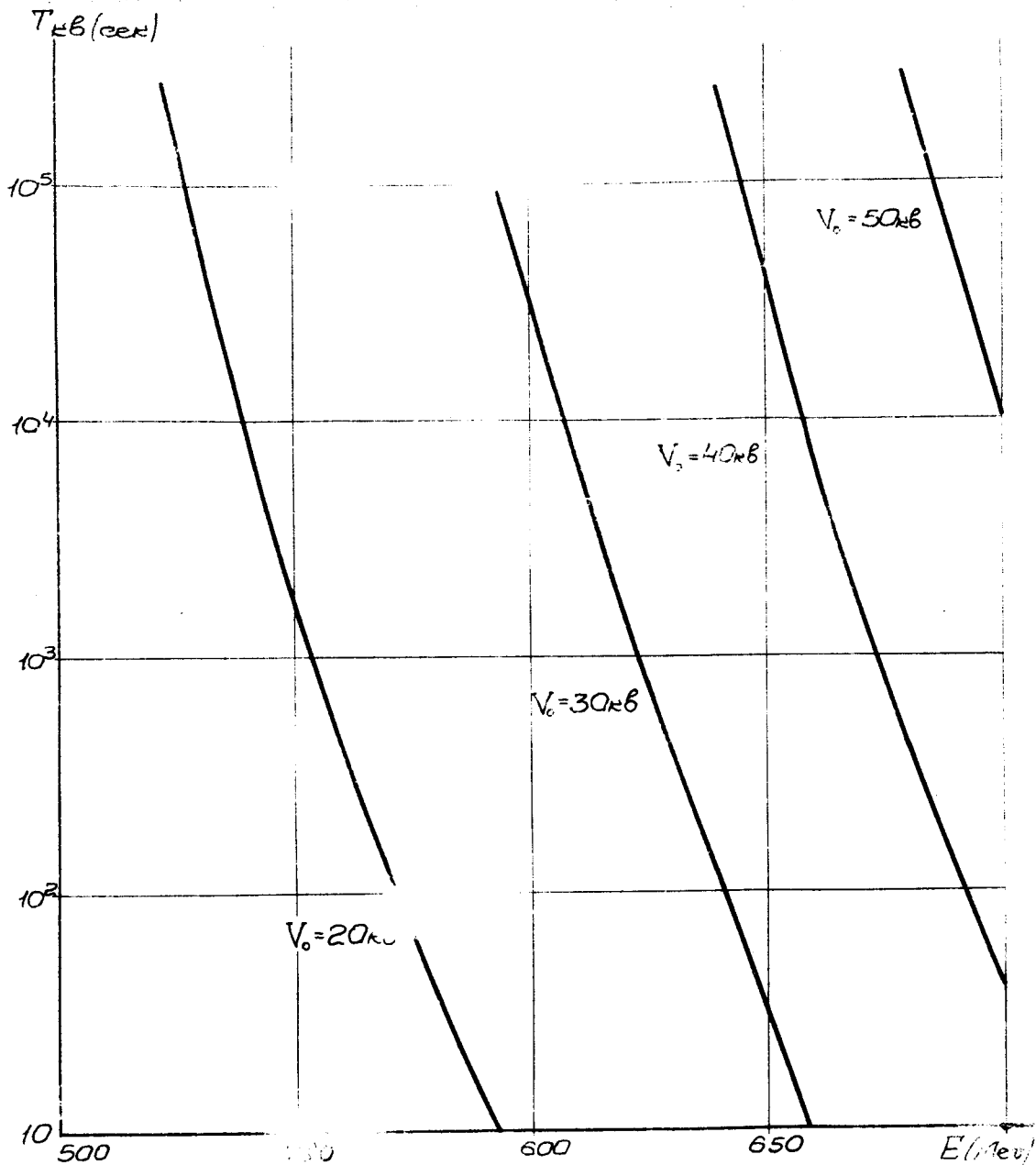


Рис.13 Время жизни пучка из-за квантовых флуктуаций излучения

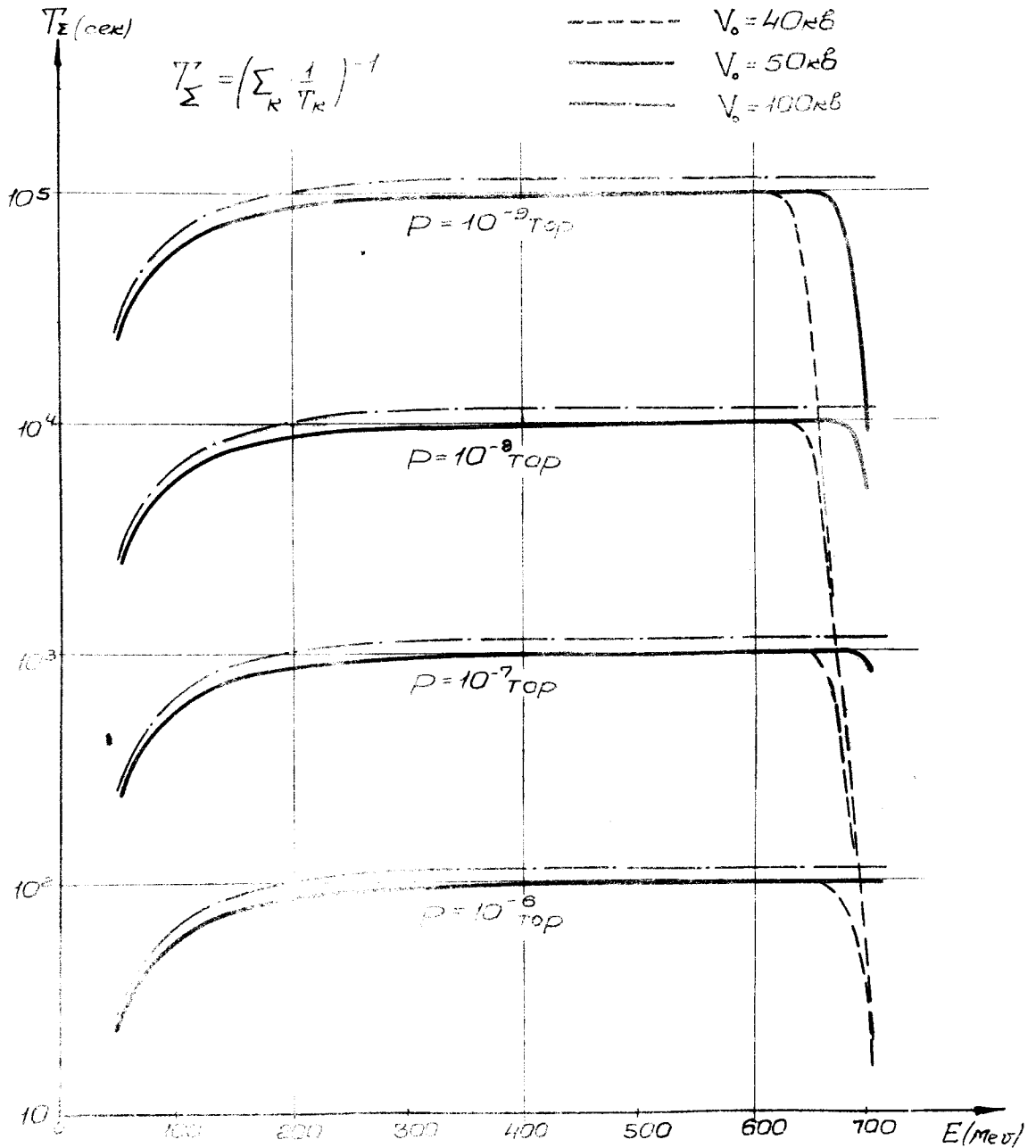


Рис. 14 Суммарное время жизни пучка из-за эффектов, связанных с рассеянием на остаточном газе и излучением

$$\frac{dN}{dt} = -\epsilon N^2 = -\frac{N}{\tau}$$

$$\tau_{\text{нерел.}} = K_{\text{нерел.}} \frac{\sigma_z}{N}$$

$$K_{\text{нерел.}} = 4,65 \cdot 10^{14} \frac{(\Delta E/E)_{\text{max}}^2 \gamma^3 \nu_z(A_z) \Sigma \sigma_z \sigma_e}{\lambda z} \times \left(e_{\pi} \frac{\nu_z(A_z) \Sigma \gamma}{\lambda z (\Delta E/E)_{\text{max}}} - 0,634 \right)^{-1}$$

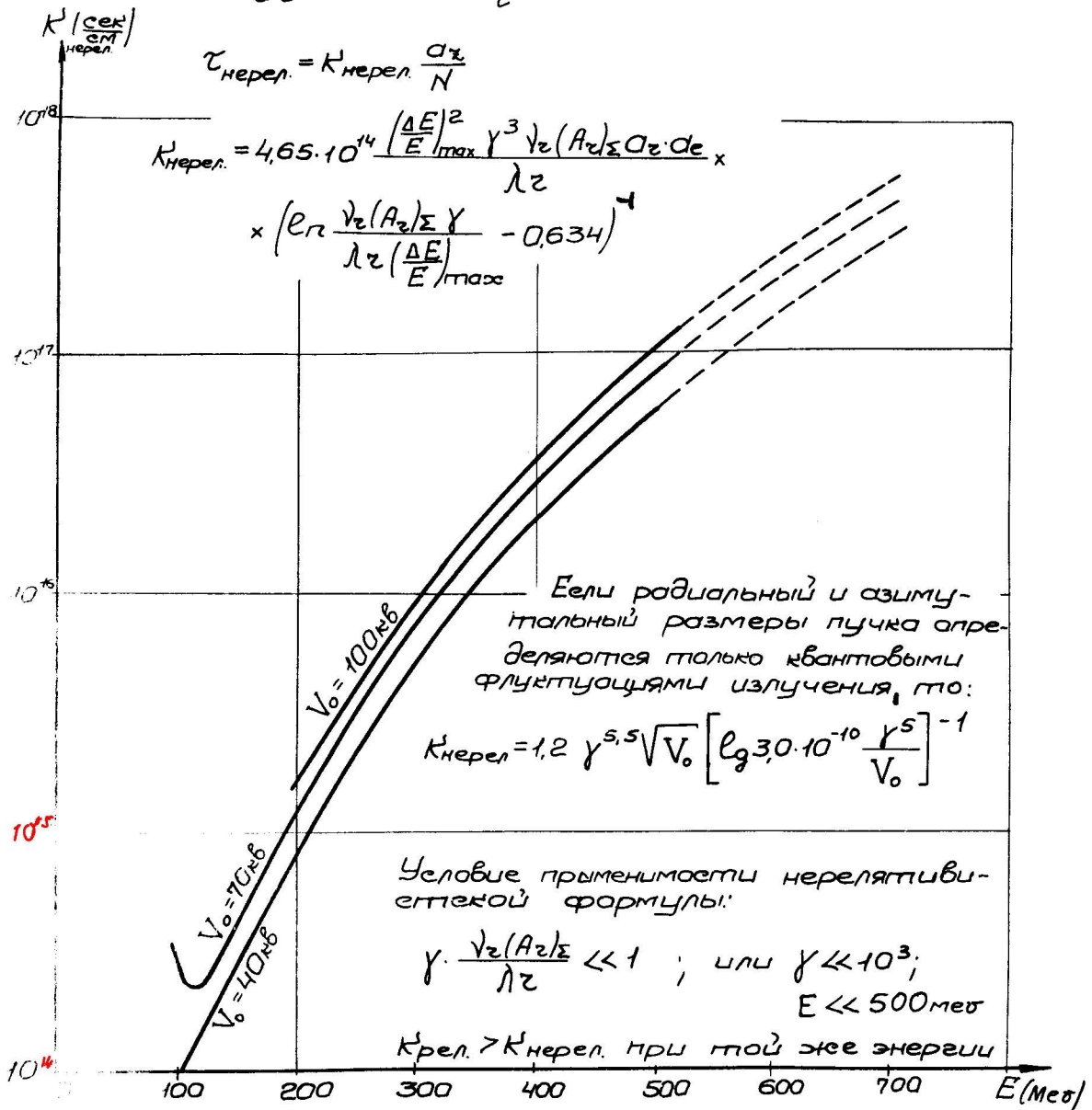


Рис. 15 Тацек - эффект

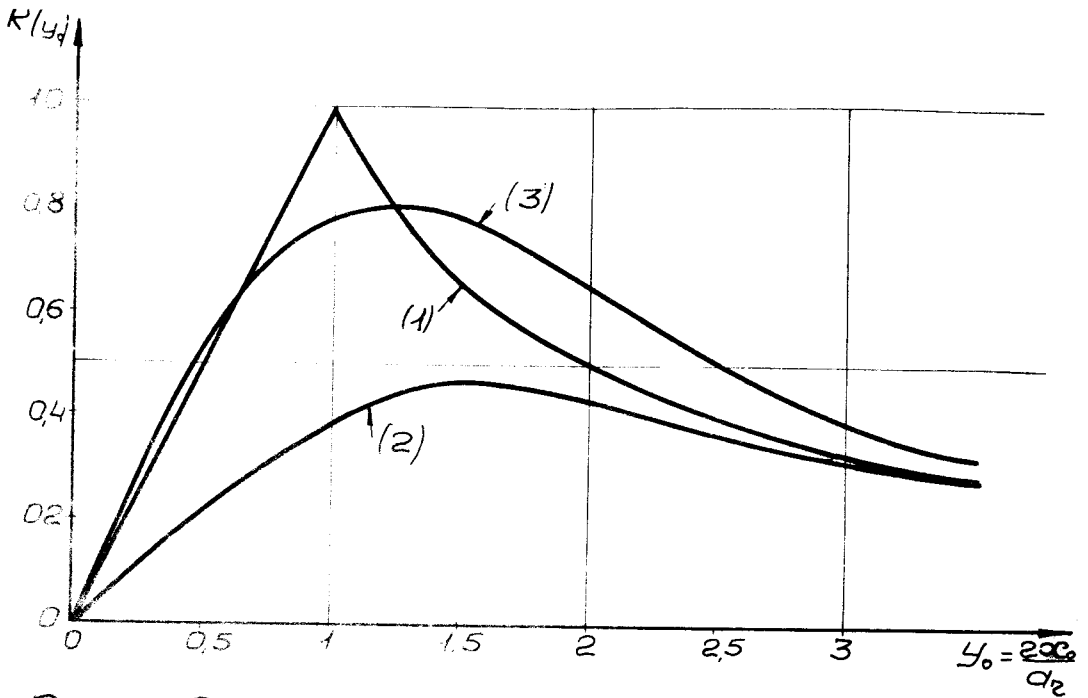


Рис.16 Распределение электрического поля

по радиусу пучка: $E(\frac{r}{a_2}) = \frac{120 I(a)}{a_2(\text{cm})} K(y_0)$

1. Круглый пучок ($a_2 = a_1$) с равномерным распределением эл-нов по сечению;
2. Круглый пучок с гауссовским распределением эл-нов по радиусу и высоте ($a_2 = a_1$ - ср. квадр. размер пучка)
3. Плоский пучок ($a_2 \gg a_1$) с гауссовским распределением эл-тронов по радиусу $K(y_0) = \sqrt{2} \cdot e^{-\frac{y_0^2}{2}} \int_0^{y_0} \sqrt{2} e^{-t^2} dt$

Ответственный за выпуск В.Л.Ауслендер

Отпечатано на ротапринтере в Институте
ядерной физики СО АН СССР