ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт

В.Н.Байер, В.М.Катков

О радиационной поляризации электронов в магнитном поле

НОВОСИБИРСК 1965

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

Препринт

В.Н.Байер , В.М.Катков

О РАДИАЦИОННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

г.Новосибирск
1965

I. Введение

Возможность получения поляризованных пучков электронов вследствие излучения при движении в магнитном поле представляет большой интерес в связи со ставящимися в настоящее время опытами на встречных электронных и электрон-позитронных пучках. На существование эффекта поляризации в постоянном однородном магнитном поле было впервые указано в работах Соколова и сотрудников (см., например, [1]). Поскольку при больших энергиях время поляризации сравнимо с временем работы накопителей указанный эффект интересен не только с теоретической, но и с практической точки зрения. Поэтому необходим всесторонний анализ этого явления, в частности рассмотрение вопроса о поляризации в неоднородном поле и влиянии на процесс поляризации всякого рода возмущений.

Движение электрона большой энергии в магнитном поле является квазиклассическим. В соответствии с этим вероятность излучения фотона при движении электрона в магнитном поле можно представить в виде разложения по степеням $\hbar$. Главный член в вероятности излучения без переворота спина описывает классическое излучение в магнитном поле, следующие представляют квантовые поправки. Главный член в вероятности излучения с переворотом спина естественно пропорционален $\hbar^2$, именно он будет интересовать нас в данной статье. Тот факт, что нас интересует главный член, позволяет при расчёте пользоваться существенно более грубыми приближениями, чем те, которые нужны при вычислении поправки $\sim\hbar^2$ в вероятности перехода без переворота спина. Естественно, что интерес представляет только вероятность перехода, просуммированная по всем конечным состояниям. В соответствии с этим суммирование проводится наиболее удобным образом, причём мы систематически пренебрегаем вкладами более высокого порядка по $\hbar$ и релятивистскому фактору $1/\gamma$.

О работе рассмотрен вопрос о поляризационных состояниях электрона в магнитном поле. Показано, что наиболее простым является выбор, соответствующий состоянию с определенной ориентацией спина в системе покоя электрона; этот выбор существенно отличается от выбора поляризационных состояний в работе [I] (раздел 2). В разделе 3 проведено вычисление вероятности излучения с переворотом спина методом, близким к методу Соколова (метод I), но с использованием более простых приближений и с изменением порядка суммирования по конечным состояниям. В этом методе приближения делаются на последнем этапе вычислений при выполнении суммирования по конечным состояниям. В этом же разделе рассмотрены вклады в вероятность различных типов переходов, что интересно для оценки влияния возмущений. В следующем разделе вероятность перехода вычисляется с помощью метода, основанного на квазиклассическом характере движения электрона больших энергий в магнитном поле (метод П). В этом методе суммирование по квантовым числам конечных состояний выполняется до интегрирования по координатам, что существенно упрощает расчёт. Этот метод может быть простым образом обобщен на случай аксиально-симметричного неоднородного поля.

Заметим, что оценка эффектов деполяризации, связанных с резонансом аномальной части магнитного момента электрона с некоторой гармоникой возмущений, показывает, что деполяризация может быть сделана малой, так что поляризация электронов при определенных условиях оказывается весьма устойчивой [2].

П. Поляризационные состояния электрона в магнитном поле

Как известно (см., например, [3], [4]), для описания поляризационных состояний электрона можно ввести три оператора поляризации : 3-вектор x)

$$\hat{\vec{O}} = \beta\vec{\sigma} - \frac{\gamma_5 \vec{P}}{E} - \frac{\beta(\vec{\sigma}\vec{P})\vec{P}}{E(E+m)} \qquad (2.I)$$

---

x) Здесь и ниже используется метрика $ab = a_0 b_0 - \vec{a}\vec{b}$, $\hbar = c = 1$

4-вектор $\hat{T}_\mu$ и антисимметричный тензор $\hat{R}_{\mu\nu}$. Все эти три оператора в случае свободного движения коммутируют с гамильтонианом.

Если ввести единичный вектор $\vec{s}$ и рассматривать поляризационные состояния с заданной проекцией на этот вектор, то мы должны определить собственные функции оператора ($\vec{\hat{\sigma}}\vec{s}$). Определенные так состояния обладают важным свойством - при преобразовании из системы покоя в лабораторную систему волновые функции с заданной поляризацией переходят в волновые функции с той же поляризацией (см., например, [3]), т.е. поляризация пучка электронов одна и та же в любой системе отсчёта. Если же рассматривать операторы $\hat{T}_\mu$ и $\hat{R}_{\mu\nu}$, то поляризационные состояния описываются с помощью аксиального вектора t^μ и антисимметричного тензора $m^{\mu\nu}$, причём эти величины могут быть выражены через вектор $\vec{s}$ (взятый в системе покоя), например t^μ получается из $\vec{s}$ с помощью преобразования Лоренца при условии, что $S_0 = 0$. Легко показать, что

$$\left(\vec{\hat{\sigma}}\vec{s}\right) \doteq -\left(\hat{T}_\mu t^\mu\right) = \frac{1}{2}\hat{R}_{\mu\nu} m^{\mu\nu} \tag{2.2}$$

откуда следует полная эквивалентность всех трех способов описания поляризационных состояний, в частности, любая из этих комбинаций может использоваться в матрице плотности. Заметим еще, что $\langle \hat{T}_\mu \rangle$ есть классический вектор спина, для которого можно написать классические движения в произвольном внешнем поле.

Приведенные операторы поляризации могут быть обобщены на случай движения во внешнем электромагнитном поле с помощью обычной замены $P_\mu \to \mathcal{P}_\mu$. В этом случае операторы поляризации вообще говоря не коммутируют с гамильтонианом. Однако в случае однородного и постоянного магнитного поля можно определить операторы поляризации, коммутирующие с гамильтонианом. Таким оператором, в частности, являются $\hat{\sigma}_3$ (магнитное поле направлено по оси z) и ($\vec{\hat{\sigma}}\vec{\mathcal{P}}$). Поляризационные состояния, определяемые оператором σ_3 при переходе в систему покоя соответствуют спину электрона, направленному по и против направления магнитного поля, а поляризационные состояния, определяемые оператором ($\vec{\sigma}\vec{\mathcal{P}}$) соответствуют спину направленному по и против направления движения, Наряду с этим с гамильтонианом коммутируют также операторы $\hat{T}_3$ и $\hat{R}_{12}$. Однако если мы будем определять поляризационные состояния как собственные функции этих операторов, то при переходе в систему покоя электрона вектор $\vec{s}$, представляющий среднее значение спина электрона, будет вообще говоря иметь все три компоненты (в отличие от собственных функций оператора $\hat{O}_3$, для которых отлична от нуля только компонента $s_3 = 1$). Можно показать, что компоненты s_1, s_2 пропорциональны P_3/m для поляризационных состояний оператора $\hat{T}_3$ и пропорциональны P_3/E для поляризационных состояний оператора $\hat{R}_{12}$. Для рассматриваемой задачи величина P_3/E (но не P_3/m) пренебрежимо мала.

По этой причине нам представляется весьма неудачным выбор поляризационных состояний в работе Соколова и Тернова [I], в которых использовались собственные функции оператора $\hat{R}_{12}$, поскольку, как мы видели, вектор, представляющий средний спин электрона, прецессирует вокруг магнитного поля, хотя угол прецесии пренебрежимо мал (порядка P_3/E).

В силу указанного выше мы будем определять поляризационные состояния как собственные функции оператора

$$\hat{O}_3 = \beta\sigma_3 - \frac{\gamma_5 \mathcal{P}_3}{E} - \frac{\beta(\vec{\sigma}\vec{\mathcal{P}})\mathcal{P}_3}{E(E+m)} \tag{2.3}$$

Ш. Полная вероятность радиационного перехода с переворотом спина

(метод I)

Решение уравнения Дирака в цилиндрических координатах в постоянном и однородном магнитном поле имеют вид:

$$\psi^{\uparrow} = N \begin{pmatrix} R(s,\ell-1) \\ 0 \\ \frac{P_3}{E+m} R(s,\ell-1) \\ \frac{i\sqrt{4\eta n}}{E+m} R(s,\ell) \end{pmatrix}; \quad \psi^{\downarrow} = N \begin{pmatrix} 0 \\ R(s,\ell) \\ \frac{-i\sqrt{4\eta n}}{E+m} R(s,\ell-1) \\ -\frac{P_3}{E+m} R(s,\ell) \end{pmatrix} \tag{3.I}$$

$$R(s,\ell) = \frac{1}{\sqrt{2\pi L}} e^{i(\ell\varphi + p_z z)} \sqrt{\frac{s!}{n!}} L_s^{\ell}(y) e^{-y/2} y^{\ell/2} \tag{3.2}$$

где p_z - импульс электрона вдоль оси z, $\eta = \frac{eH}{2}$, $N = \sqrt{\frac{E+m}{2E}}$, $y = \eta z^2$, $n = \ell + s$, $E^2 = m^2 + p_z^2 + 4\eta n$.

Вероятность радиационного перехода в магнитном поле с переворотом спина запишем в виде [5]:

$$dW_{if} = \frac{1}{(2\pi)^2} |U_{if}|^2 \omega^2 d\omega d\Omega\, \delta(E_i - E_f - \omega) \tag{3.3}$$

где

$$U_{if} = -\frac{e}{\sqrt{2\omega}} (\vec{e}\, \vec{\alpha}_{if}) \tag{3.4}$$

$$\vec{\alpha}_{if} = \int \psi_f^+ e^{-i\vec{k}\vec{z}} \hat{\vec{\alpha}} \psi_i d^3 z \tag{3.5}$$

Ясно, что без ограничения общности можно положить, что в начальном состоянии $p_z = 0$. Выполняя интегрирование в формуле (3.5) получаем (квантовые числа начального состояния имеют индекс "о")

$$\alpha_y^{\uparrow\downarrow} = -\frac{ip_z}{E+m} Q_{s_0,s} I_{n_0-1,n}\,; \quad \alpha_y^{\downarrow\uparrow} = \frac{-ip_z}{E+m} Q_{s_0,s} I_{n_0,n-1} \tag{3.6}$$

$$\alpha_z^{\uparrow\downarrow} = i Q_{s_0,s} \left[\frac{\sqrt{4\eta n}}{E+m} I_{n_0-1,n-1} - \frac{\sqrt{4\eta n_0}}{E_0+m} I_{n_0,n} \right] \tag{3.7}$$

$$\alpha_z^{\downarrow\uparrow} = i Q_{s_0,s} \left[\frac{\sqrt{4\eta n}}{E+m} I_{n_0,n} - \frac{\sqrt{4\eta n_0}}{E_0+m} I_{n_0-1,n-1} \right] \tag{3.8}$$

здесь введены обозначения

$$Q_{s_0,s} = NN_0\,\delta_{p_z,-k_z}\,I_{s_0,s} \tag{3.9}$$

$$I_{n,s} = \sqrt{\frac{s!}{n!}}\,e^{-x/2}\,x^{-\frac{n-s}{2}}\,L_s^{n-s}(x) \tag{3.10}$$

$$x = \frac{\omega^2 \sin^2\vartheta}{4\eta} \tag{3.11}$$

ϑ - угол вылета фотона. Для вычисления старших членов в интересующих нас выражениях для вероятности перехода можно использовать приближенное выражение [x)]

$$x = \frac{\nu^2\beta^2\sin^2\vartheta}{4n_0}, \qquad \nu = n_0 - n \tag{3.12}$$

Выполняя суммирование по поляризациям излученного фотона получаем

$$dW_{if} = \frac{\alpha}{2\pi}\Big\{|\alpha_y^{if}|^2(1+\cos^2\vartheta) + |\alpha_z^{if}|^2\sin^2\vartheta - \tag{3.13}$$
$$- \sin\vartheta\cos\vartheta\,(\alpha_y\alpha_z^* + \alpha_y^*\alpha_z)^{if}\Big\}\,\omega\, d\omega\, d\Omega\,\delta(E_i - E_f - \omega)$$

Для вычисления полной вероятности перехода необходимо выполнить суммирование по всем конечным состояниям. Непосредственное использование выражений (3.10) при этом затруднено и мы воспользуемся известной асимптотикой для полиномов Лагерра [6]:

$$I_{n_0,n} \simeq J_\nu\left[2\sqrt{\left(n_0 - \frac{\nu}{2}\right)x}\right]\left(1 + const\,\frac{\nu}{n_0}\right) \tag{3.14}$$

Пренебрегая членами порядка ν^2/n_0^2 (что соответствует отбрасыванию членов более высокого порядка по $\hbar$) получаем:

---

x) Отброшены члены более высокого порядка по $\nu/n_0 \ll 1$.

$$\alpha_y^{\uparrow\downarrow} = -i\frac{p_3}{E+m} Q_{s_0,s}\left[\frac{\nu}{\varkappa}J_\nu(\varkappa)+J'_\nu(\varkappa)\right] \tag{3.15}$$

$$\alpha_y^{\uparrow\uparrow} = -i\frac{p_3}{E+m} Q_{s_0,s}\left[\frac{\nu}{\varkappa}J_\nu(\varkappa)-J'_\nu(\varkappa)\right] \tag{3.16}$$

$$\alpha_z^{\uparrow\downarrow} = -i\frac{\nu}{2n_0} Q_{s_0,s}\left[\sin\vartheta\, J'_\nu(\varkappa)+\frac{1}{\gamma}J_\nu(\varkappa)\right] \tag{3.17}$$

$$\alpha_z^{\uparrow\uparrow} = i\frac{\nu}{2n_0} Q_{s_0,s}\left[\sin\vartheta\, J'_\nu(\varkappa)-\frac{1}{\gamma}J_\nu(\varkappa)\right] \tag{3.18}$$

где

$$\varkappa = 2\sqrt{\left(n_0-\frac{\nu}{2}\right)x} \simeq \nu\beta\sin\vartheta \tag{3.19}$$

Уже в этих выражениях видна зависимость матричного элемента перехода от состояния начального спина.

Воспользовавшись асимптотиками для Бесселевых функций [7] легко получаем[x)]

$$J_\nu(\nu\beta\sin\vartheta) \simeq \frac{\sqrt{\mu}}{\pi\sqrt{3}} K_{1/3}\left(\frac{1}{3}\nu\mu^{3/2}\right) \tag{3.20}$$

$$J'_\nu(\nu\beta\sin\vartheta) \simeq \frac{\sqrt{\mu}}{\pi\sqrt{3}\,\beta\sin\vartheta} K_{2/3}\left(\frac{1}{3}\nu\mu^{3/2}\right) \tag{3.21}$$

$$\mu = 1-\beta^2\sin^2\vartheta = \frac{1}{\gamma^2}+\beta^2\cos^2\vartheta \tag{3.22}$$

Имеется только две нетривиальных операции суммирования по конечным состояниям - суммирование по энергиям конечных состояний и интегрирование по углу вылета фотона (суммирование по квантовому числу S даёт

---

x) Отброшены члены более высокого порядка по $1/\gamma$.

$\sum\limits_s I^2_{s_0,s} = 1$). Поскольку спектр энергий в магнитном поле является квазинепрерывным суммирование по конечным состояниям может быть заменено на интегрирование. Оказывается более удобным сначала провести это интегрирование, тогда пренебрегая членами более высокого порядка по $1/\gamma$ получаем:

$$dW_{if} = \frac{\alpha}{4\pi}\frac{1}{E_0^2 R^3}\left\{\frac{4\sqrt{3}}{\mu^4} + \zeta\,\frac{35\pi}{16}\frac{1}{\gamma\mu^{3/2}}\right\} \tag{3.23}$$

Здесь $\zeta = +1$ для $W^{\uparrow\downarrow}$ и $\zeta = -1$ для $W^{\downarrow\uparrow}$
Проводя элементарное интегрирование по углу вылета фотона получаем:

$$W^{\zeta} = \frac{5\sqrt{3}}{16}\frac{\alpha}{m^2 R^3}\gamma^5\left(1 + \zeta\,\frac{8\sqrt{3}}{15}\right) \tag{3.24}$$

Этот результат совпадает с полученным в работе [I]. Из него следует, что вероятность перехода с переворотом спина зависит от начального состояния, т.е. происходит "затухание" спина.

Проведем анализ полученных результатов. Нас интересуют прежде всего факторы, определяющие разницу в вероятностях $W^{\uparrow\downarrow}$ и $W^{\downarrow\uparrow}$ Главный вклад в эту разницу дает матричный элемент α_z ((3,I7) - - (3.I8)), в котором оба члена имеют одинаковый порядок. Что касается матричных элементов α_y ((3.I5) - (3.I6)), то в них главный вклад даёт член $J_\nu(\varkappa)$ (член с производной J'_ν ($\varkappa$) дает вклад порядка $1/\gamma$, что видно непосредственно из формул (3.20)-(3.2I), поскольку $\sqrt{\mu} \sim 1/\gamma$). Прямо из выражений (3.6)-(3.8) видно, что все матричные элементы зависят от квантового числа " s " одинаково и, следовательно, величина

$$\frac{W^{\uparrow\downarrow} - W^{\downarrow\uparrow}}{W^{\uparrow\downarrow} + W^{\downarrow\uparrow}}$$

не зависит от изменения квантового числа " s") учёт переходов с изменением s влияет на суммарную вероятность перехода, если рассматривать только переходы $s = s_0$, то в выражении для вероятности перехода появляется дополнительный множитель $\exp\left(-\nu^2/4n_0\right)$, существенный начиная с энергий $E \sim m(mR)^{1/5}$).

Можно формально положить в конечном состоянии $p_3 = 0$, тогда $\alpha_y = 0$, а α_z не меняется. При этом разность $W^{\uparrow\downarrow} - W^{\downarrow\uparrow}$ не меняется, но изменяется полная вероятность перехода с переворотом спина (правда, численно незначительно). Отсюда можно утверждать, что переходы с изменением импульса вдоль поля p_3 не дают существенного вклада в эффект.

Итак, основной вклад в эффект "затухания" спина дают переходы с изменением квантового числа ℓ.

Ш. Полная вероятность радиационного перехода с переворотом спина

(метод П)

Как мы видели, вычисление величины вероятности радиационного перехода с переворотом спина проводилось (начиная с формулы (3.I2) в предположении $\nu/n_0 \ll 1$. Это приближение соответствует тому, что изменение энергии частицы при излучении в магнитном поле невелико по сравнению с самой энергией. Именно такой случай следует рассматривать имея в виду, что результаты расчёта будут использоваться при рассмотрении реальных установок.

По этой причине задачу с самого начала можно решать в такой приближенной формулировке. Тогда можно рассматривать движение частицы в квазиклассической потенциальной яме, образованной центробежным барьером и потенциалом магнитного поля. Такого рода подход в применении к другим задачам (для скалярных частиц) использовался, например, в работе [8].

В соответствии с постановкой задачи естественно предположить, что координата электрона меняется вблизи некоторого равновесного (в классическом смысле) радиуса. С другой стороны, поскольку рассматриваются спиновые эффекты для ультрарелятивистских частиц,мы должны использовать решения уравнения Дирака (грубо говоря,приближение делается по радиальному движению и не делается по спиновому).Такой подход применим только для вычисления главного вклада в выражение для вероятности, поскольку при вычислении членов следующего порядка по $\hbar$ вклад в них дадут и соответствующие поправки к радиальному движению.В этом приближении решение уравнения Дирака можно представить в виде:

$$\psi^{\uparrow}=N\begin{pmatrix}\overset{\circ}{\mathcal{P}}(s,l-1)\\ \frac{p_3}{E+m}\overset{\circ}{\mathcal{P}}(s,l-1)\\ \frac{i\sqrt{4\eta l}}{E+m}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2l}}\frac{\partial}{\partial\xi}\right)\mathcal{P}(s,l)\end{pmatrix};\quad \psi^{\downarrow}=N\begin{pmatrix}\overset{\circ}{\mathcal{P}}(s,l)\\ \frac{-i\sqrt{4\eta l}}{E+m}\left(1+\frac{1}{\sqrt{2l}}\frac{\partial}{\partial\xi}\right)\mathcal{P}(s,l-1)\\ -\frac{p_3}{E+m}\mathcal{P}(s,l)\end{pmatrix} \tag{4.1}$$

$$\mathcal{P}(s,l)=\frac{1}{\sqrt{2\pi L}}e^{i(l\varphi+p_3 z)}\frac{1}{\pi^{1/4}}\frac{1}{\sqrt{2^s s!}}e^{-\xi^2/2}H_s(\xi) \tag{4.2}$$

$$E^2=m^2+p_3^2+4\eta(l+s) \tag{4.3}$$

где использованы обозначения

$\xi=\sqrt{2\eta}\,\rho$, $\rho=r-R$, $R=\sqrt{\frac{l}{\eta}}$ – радиус классической орбиты электрона.

Поскольку нас интересует только полная вероятность перехода с переворотом спина, мы с самого начала выполним суммирование по всем конечным состояниям. Матричный элемент перехода имеет вид:

$$M=-e\int\langle f,k|\,j^{\mu}(x)A_{\mu}(x)\,|i,0\rangle\,d^4x \tag{4.4}$$

Полную вероятность перехода можно представить в виде:

$$W=\frac{e^2}{T}\sum_f\sum_{\text{пол.фот.}}\int|M|^2d^3k \tag{4.5}$$

где $\sum_f$ сумма по всем конечным состояниям электрона. Выполняя суммирование по конечным состояниям фотона получаем:

$$W=-\frac{e^2}{T}\sum_f\int d^4x_1d^4x_2\langle f|j^{\mu}(x_2)|i\rangle\langle f|j_{\mu}(x_1)|i\rangle^{*}\mathcal{D}_{+}(x_1-x_2) \tag{4.6}$$

Разлагая операторы электронно-позитронного поля по собственным функциям частиц в магнитном поле легко находим:

$$W = \frac{e^2}{T} \sum_f \int d^4x_1 d^4x_2 \left[2\alpha_x(x_2)\alpha_x^*(x_1) + \alpha_z(x_2)\alpha_z^*(x_1) - \alpha_0(x_2)\alpha_0^*(x_1) \right] \times$$
$$\times \exp\left[i(E_f - E_i)(t_2 - t_1) \right] \mathcal{D}_+(x_1 - x_2) = 2W_1 + W_3 - W_0 \tag{4.7}$$

где

$$\alpha_k(x) = \left[\psi_f^+(x)\,\hat{\alpha}_k\,\psi_i(x) \right], \quad \hat{\alpha}_0 = 1 \tag{4.8}$$

Мы проведем сначала вычисление интеграла для вероятности W_1 в (4.7). Оказывается более удобным сначала выполнить суммирование по конечным состояниям, а затем уже выполнять интегрирование по координатам. Без ограничения общности можно положить, что в начальном состоянии $p_3 = s = 0$, удобно также ввести обозначение $\ell_0 - \ell = \Delta\ell$. В дальнейшем мы будем систематически проводить разложения по степеням $\left(\frac{s}{\ell}\right)$ и $\left(\frac{\Delta\ell}{\ell}\right)$ (заметим, что вообще говоря $\sqrt{\frac{s}{\ell}} \sim \frac{\Delta\ell}{\ell}$) и отбрасывать члены более высокого порядка малости (это соответствует разложению по степеням $\hbar$). Исходное приближение (движение вблизи классического радиуса) соответствует разложению по степеням $\sqrt{\frac{s}{\ell}}$.

В дальнейшем удобно ввести переменные $x = x_1 - x_2$, $\bar{x} = x_1 + x_2$ тогда интегрирование по всем $\bar{x}$, кроме $\bar{\xi}$, выполняется тривиально. При выполнении суммирования по конечным состояниям мы используем известную формулу суммирования для полиномов Эрмита [6]:

$$e^{-\frac{\xi_1^2+\xi_2^2}{2}} \sum_s \frac{e^{-i\omega_0 st}}{2^s s!} H_s(\xi_1) H_s(\xi_2) = \frac{1}{2}\sqrt{(1+i\lambda)\left(1-\frac{i}{\lambda}\right)} \exp\left[-\frac{i}{4}\left(\lambda\bar{\xi}^2 - \frac{\xi^2}{\lambda}\right)\right] \tag{4.9}$$

Здесь ω_0 - ларморовская частота, $\lambda = tg\,\frac{\omega_0 t}{2}$. Что же касается суммирования по p_3 и ℓ , то оно приводит к соответствующим δ - функциям, причём оказывается удобным перейти от переменной ξ к ξ_0 , используя определение $\bar{\xi}$. Тогда отбрасывая члены более высокого порядка по $1/\gamma$ получаем

$$W_1 = \frac{\alpha}{4(2\pi)^2 E_0^2} \int d\xi_0 d\bar{\xi}_0 dz d\varphi dt \frac{1}{x^2 - i\varepsilon} \sqrt{(1+i\lambda)\left(1-\frac{i}{\lambda}\right)} \times$$
$$\times \exp\left[-\frac{\xi_0^2}{4}\left(1 - \frac{i}{\lambda}\right) - \frac{\bar{\xi}_0^2}{4}(1+i\lambda) \right] \delta''(z)\,\delta(\varphi - \varphi_0) \tag{4.10}$$

где $\varphi_0 = \omega_0 t + \frac{\lambda \bar{\xi}_0}{\sqrt{2\varepsilon_0}}$

В интеграле (4.I0) прежде всего можно выполнить интегрирование по φ и z (δ - функции), пренебрегая членами более высокого порядка легко выполнить также интегрирование по ξ_0, $\bar{\xi}_0$, тогда получаем

$$W_1 = \frac{\alpha}{2\pi E_0^2 R^3} \int dt \frac{1}{\left[\omega_0^2 t^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2 t^2}{12}\right) - \frac{t^2}{R^2} + i\varepsilon\right]} \tag{4.I1}$$

вычисляя этот контурный интеграл легко находим

$$W_1 = \frac{5}{36\sqrt{3}} \frac{\alpha}{m^2 R^3} \gamma^5 \tag{4.I2}$$

Заметим, что с точностью до членов $\sim \frac{1}{\gamma}$ ($e^{\pm i\varphi}$) выражения для $W_1^{\uparrow\downarrow}$ и $W_1^{\uparrow\uparrow}$ совпадают, с той же точностью $W_1^{\uparrow\downarrow} = W_0^{\uparrow\downarrow} = W_0^{\uparrow\uparrow}$.

Приступим теперь к вычислению W_3. Явный вид α_z есть

$$\alpha_z^{if} = i N_i N_f \left\{ \frac{\sqrt{4\eta\ell}}{E+m} \mathcal{P}(0,\ell_0)\left(1 + \frac{\zeta}{\sqrt{2\ell}} \frac{\partial}{\partial \xi}\right) \mathcal{P}^*(s,\ell) - \right.$$

$$\left. - \frac{\sqrt{4\eta\ell_0}}{E_0+m} \mathcal{P}^*(s,\ell)\left(1 - \frac{\zeta}{\sqrt{2\ell_0}} \frac{\partial}{\partial \xi_0}\right) \mathcal{P}(0,\ell_0) \right\} \tag{4.I3}$$

где $\zeta = 1$ для $W_3^{\uparrow\downarrow}$, $\zeta = -1$ для $W_3^{\uparrow\uparrow}$.

Уже из этого выражения видно, что вероятность перехода W_3 зависит от ориентации начально спина, т.к. члены содержащие $\partial/\partial\xi$ и члены не содержащие ее одного порядка. Дальнейшее вычисление проводится как для W_1: сначала выполняется суммирование по конечным состояниям, в результате которого получаем:

$$W_3^{\zeta} = \frac{\alpha}{4(2\pi)^2} \int dt\, d\xi_0\, d\bar{\xi}_0\, d\varphi\, dz \frac{\delta(z)}{x^2 - i\varepsilon} \left\{ \frac{\delta''(\varphi-\varphi_0)}{4\gamma^2 \ell_0^2} + \frac{i\zeta}{\gamma \ell_0 \sqrt{2\ell_0}} \frac{\partial}{\partial \xi_0} \delta'(\varphi - \varphi_0) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2\ell_0}\left(\frac{\partial^2}{\partial \bar{\xi}_0^2} - \frac{\partial^2}{\partial \xi_0^2}\right) \delta(\varphi-\varphi_0) \right\} \sqrt{(1+i\lambda)\left(1-\frac{i}{\lambda}\right)}\, \exp\left[-\frac{\bar{\xi}_0^2}{4}(1+i\lambda) - \frac{\xi_0^2}{4}\left(1-\frac{i}{\lambda}\right)\right] \tag{4.I4}$$

Проводя вычисление этого интеграла и отбрасывая члены более высокого порядка по $\hbar$ и $1/\gamma$ находим:

$$W_3^{\zeta} = \frac{\alpha}{\pi}\frac{1}{m^2 R^3}\gamma^5 \int dx \Big[\frac{2}{x^4(1+\frac{x^2}{12})^3} + \frac{2\zeta i}{x^3(1+\frac{x^2}{12})^3} -$$

$$- \frac{1}{2x^2(1+\frac{x^2}{12})^3} + \frac{1}{2x^4(1+\frac{x^2}{12})^2}\Big] \qquad (4.I5)$$

Причем правила обхода такие как для интеграла (4.II). Вычисляя этот интеграл получаем:

$$W_3^{\zeta} = \frac{\alpha}{m^2 R^3}\gamma^5 \frac{1}{96\sqrt{3}}\left[85 + 48\sqrt{3}\,\zeta\right] \qquad (4.I6)$$

Подставляя W_3^{ζ} , W_1 в формулу (4.7) получаем выражение (3.24).

Проведенное вычисление вероятности радиационного перехода с переворотом спина является более простым, чем метод, использованный в предыдущем разделе. Кроме того приведенный способ легко обобщается на случай аксиально-симметричного неоднородного поля, дело в том, что уже в исходном приближении мы имеем осцилляторную задачу, а движение в неоднородном поле (в линейном по полю приближении) также носит осцилляторный характер.

У. Заключение

Для описания процесса поляризации при излучении в магнитном поле следует рассмотреть уравнение для матрицы плотности. Общий анализ этого уравнения весьма сложен. Если предположить, что процесс потери и набора энергии частицей в магнитном поле является статистически независимым, то можно воспользоваться элементарным уравнением баланса для диагональных элементов матрицы плотности (см. [I]). Если в начале электроны были не поляризованы, то через время t :

$$n^{\uparrow\downarrow} = n\left[\frac{W^{\downarrow\uparrow}}{W} + \frac{W^{\uparrow\downarrow}-W^{\downarrow\uparrow}}{2W}e^{-Wt}\right] \qquad (5.I)$$

$$n^{\uparrow}+n^{\downarrow} = n, \quad W = W^{\uparrow\downarrow}+W^{\downarrow\uparrow} \qquad (5.2)$$

Если E = 600 Мэв и R = I50 см, то $\tau = \frac{1}{W}$ = 67 мин.

При $t \gg \tau$ степень поляризации электронов $n^{\downarrow}/n \simeq 96{,}2\%$, при $t = \tau$ степень поляризации $n^{\downarrow}/n \simeq 79\%$, наконец при $t = \tau/4$ степень поляризации $n^{\downarrow}/n \simeq 60\%$. Уже такую поляризацию можно обнаружить в опытах по рассеянию и рождению частиц (в случае электрон-позитронных столкновений) [9].

Если же такая статистическая независимость не имеет места, то возможны всякого рода когерентные эффекты. Этот вопрос требует дальнейшего анализа.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I.А.А.Соколов,И.М.Тернов ДАН СССР 153,1052,1963.

2.В.Н.Байер,Ю.Ф.Орлов ДАН СССР 163, 1965.

3.D.Fradkin,R.Good.Rev.Mod.Phys.33,343,1961.

4.D.Fradkin,R.Good.Nuovo Cimento 22,643,1961.

5.А.И.Ахиезер,В.Б.Берестецкий.Квантовая электродинамика.Москва,1959.

6.Сеге.Ортогональные многочлены.Москва,1962,стр.206,383.

7.Ватсон.Теория Бесселевых функций.Москва,1949,стр.278.

8. F.Gutbrod.Zeit.f.Phys.168,177,1962.

9.В.Н.Байер,В.С.Фадин ДАН СССР 161,74,1965.