

Б 44

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт

С.Т.Беляев, Б.А.Румянцев

**Структура коллективной кинетической
энергий в простой микроскопической
модели ядра**

НОВОСИБИРСК 1965

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

С.Т.Беляев, Б.А.Румянцев

Препринт

СТРУКТУРА КОЛЛЕКТИВНОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ
ЭНЕРГИИ В ПРОСТОЙ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ
МОДЕЛИ ЯДРА

1965 г.

А Н Н О Т А Ц И Я

В рамках модели со спариванием и квадрупольным взаимодействием нуклонов в осцилляторной потенциальной яме вычисляются массовые параметры коллективного гамильтониана деформированных ядер как функции β , γ и числа нуклонов в верхней незаполненной оболочке. Обсуждается соответствие полученного гамильтониана с гидродинамическим выражением, используемых в феноменологических методах.

СТРУКТУРА КОЛЛЕКТИВНОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ
В ПРОСТОЙ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЯДРА

І. В в е д е н и е

Наиболее простым путем исследования коллективных возбуждений ядер является постулирование некоторого феноменологического гамильтониана, описывающего динамику ядра в терминах "коллективных переменных". Классическим примером является объяснение вращательных спектров деформированных ядер на основе гамильтониана О.Бора. В этом случае четкие закономерности в ядерных спектрах позволяют практически однозначно воссоздать коллективный вращательный гамильтониан. Для описания возбуждений другой природы необходимы более детальные предположения о структуре коллективного гамильтониана. Экспериментальные закономерности в ядерных спектрах не дают однозначных указаний о виде гамильтониана, а естественная необходимость введения дополнительных свободных параметров открывает при этом широкие возможности для различных спекуляций. В последние годы появилось большое число феноменологических моделей, часто основанных на совершенно различных и противоречащих друг другу предположениях /1,2/. Хотя каждая из моделей в какой-то мере удовлетворительно описывает ограниченное число ядер (по крайней мере одно ядро идеально), отсутствие единой картины не может не вызвать разочарования. Понятны поэтому попытки обоснования вида коллективного гамильтониана из микроскопических представлений о движении нуклонов в самосогласованном поле и их взаимодействии. Так как основное различие между моделями связано с видом потенциальной энергии, то исследования были предприняты именно в этом направлении. Рядом авторов исследовалась равновесная форма ядер и вид потенциальной энергии в известной микроскопической модели, учитывающей спаривание и квадрупольное взаимодействие нуклонов /3/.

Хотя полученные результаты позволяют сделать определенные заключения о правдоподобности некоторых феноменологических моделей (на - пример, практически закрыть модель жестко неаксиального ротатора / 2 /), они являются недостаточными для установления вида правильного коллективного гамильтониана.

Структура коллективных возбуждений ядра определяется не только формой потенциальной энергии, но и видом оператора кинетической энергии. Как правило, при решении последнего вопроса авторы всех феноменологических моделей проявляют единство, используя гидродинамическое выражение обобщенной модели Бора /4/. Настолько обоснованным является этот выбор? Ведь известно, в частности, что микроскопические вычисления моментов инерции, дающие хорошее согласие с экспериментом для всех деформированных ядер /5/, доказывают принципиально негидродинамическую природу моментов инерции.

Одним из авторов был получен общий вид коллективного гамильтониана при произвольном межнуклонном взаимодействии /6/. Целью настоящей работы является исследование структуры оператора кинетической энергии коллективного гамильтониана для деформированных ядер в рамках модели с квадрупольным взаимодействием и спариванием нуклонов. Мы не ставим здесь целью количественное вычисление параметров кинетической энергии T для конкретных ядер. Основной задачей является анализ общих свойств оператора T в зависимости от числа нуклонов в верхней незаполненной оболочке и параметров взаимодействия. Поэтому в конкретных вычислениях мы ограничиваемся простой осцилляторной моделью одночастичных состояний, а отличия, связанные с реальной схемой уровней обсуждаются лишь качественно.

2. Основные уравнения

Сформулируем кратко некоторые результаты работы /6/, необходимые для дальнейшего. Кинетическую энергию для квадрупольных степеней свободы ядра можно записать в виде:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{\mu, \nu} B_{\mu\nu} \dot{\alpha}_{\mu} \dot{\alpha}_{\nu} \quad (1)$$

где $\dot{\alpha}_{\mu}$ - скорости изменения тензора квадрупольной деформации α_{μ} . Квантовый оператор, соответствующий (1) и выраженный в угловых переменных (θ_i) и параметрах формы (β, γ) /14/, имеет вид:

$$T = -\frac{1}{2gR} \left\{ \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial \beta} B_{\gamma R} \beta^2 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin^2 \gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} B_{\beta R} \sin^2 \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right. \quad (2)$$

$$\left. - \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial \beta} B_{\beta R} \beta^2 \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{1}{\sin^2 \gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} B_{\beta R} \sin^2 \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right\} + \sum_{i=1,2,3} \frac{I_i^2}{2I_i}$$

где g и R определяются из соотношений

$$g^2 = B_{\beta} B_{\gamma} - B_{\beta\gamma}^2 ; \quad I_1, I_2, I_3 = 4\beta^6 \sin^2 \gamma \cdot R^2$$

Здесь I_i - операторы проекций момента на оси симметрии ядра. моменты инерции I_i , а также массовые коэффициенты $B_{\beta}, B_{\gamma}, B_{\beta\gamma}$ вообще говоря, являются сложными функциями β и γ . При использовании оператора (2) волновые функции следует нормировать в пространстве β, γ с элементом объема

$$d\tau(\beta, \gamma) = 1/g R^2 \beta^6 \sin^2 \gamma |d\beta d\gamma \quad (4)$$

Из условия симметрии массовые коэффициенты в (2) могут быть выражены через функции только двух тензорных инвариантов β^2 и $\beta^2 \cos 2\gamma$.

В частности, для моментов инерции имеем:

$$I_i = 4\beta^2 (B_0 - B_1 \cos 2\gamma_i - B_2 \cos 4\gamma_i) \sin^2 \gamma_i \quad (5)$$

$$\gamma_i = \gamma - \frac{2\pi}{3} i$$

где $B_{0,1,2}$ - "скалярные" функции от β^2 и $\beta^2 \cos 2\gamma$.
 Параметры, входящие в (2), могут быть также выражены через компоненты тензора масс $B_{\mu\nu}$ (см. (I)).

$$I_1 \equiv I_{xx} = -4\beta^2 (B_{1-1} + B_{11}) \sin^2 \gamma_1$$

$$I_2 \equiv I_{yy} = -4\beta^2 (B_{1-1} - B_{11}) \sin^2 \gamma_2 \quad (6)$$

$$I_3 \equiv I_{zz} = 4\beta^2 (B_{2-2} - B_{22}) \sin^2 \gamma_3$$

$$B_{\beta\beta} = B_{00} \cos^2 \gamma + \sqrt{2} B_{20} \sin 2\gamma + (B_{2-2} + B_{22}) \sin^2 \gamma \quad (7)$$

$$B_{\gamma\gamma} = B_{00} \sin^2 \gamma - \sqrt{2} B_{20} \sin 2\gamma + (B_{2-2} + B_{22}) \cos^2 \gamma$$

$$B_{\beta\gamma} = \frac{1}{2} (B_{22} + B_{2-2} - B_{00}) \sin 2\gamma + \sqrt{2} B_{20} \cos 2\gamma$$

В микроскопической модели с учетом спаривания и квадрупольного взаимодействия нуклонов элементы тензора $B_{\mu\nu}$ выражаются через суммы по одночастичным состояниям $|V\rangle$. Если пренебречь несущественной взаимосвязью константы спаривания Δ от деформации, найдем ($\hbar = 1$).

$$B_{\mu\nu} = 2\mathcal{E}^2 \sum_{v,v'} \frac{E_v E_{v'} - \mathcal{E}_v \mathcal{E}_{v'} + \Delta^2}{2E_v E_{v'} (E_v + E_{v'})^3} \left(\langle V | q_{\mu}^* | v' \rangle + \frac{\partial \lambda}{\partial q_{\mu}} \langle V | q_{\mu}^* | v \rangle + \frac{\partial \lambda}{\partial q_{\nu}} \langle V | q_{\nu}^* | v \rangle \right) \quad (8)$$

где \mathcal{E}_v - энергия одночастичных уровней (отсчитанные от химического потенциала системы λ) \mathcal{E} - параметр квадрупольного взаимодействия, $E_v = \sqrt{\mathcal{E}_v^2 + \Delta^2}$. Члены с $\frac{\partial \lambda}{\partial q_{\mu}}$ учитывают измене-

ния химического потенциала при деформации и автоматически исключают вклад нефизического состояния.

Из условия постоянства числа частиц следует

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \mu} = -2 \sum_v \frac{\Delta}{E_v} \langle v | g_{\mu}^* | v \rangle / \sum_{v'} \frac{\Delta}{E_{v'}} \quad (9)$$

для деформированных ядер выражение (8) можно упростить. В сумме (8) при одном фиксированном индексе (например v) другой (v') пробегает ограниченное число значений, разрешаемых правилами отбора для матричных элементов. В квазиклассическом приближении $\langle v | g_{\mu}^* | v' \rangle$ можно считать функции энергетических переменных $E_v - E_{v'}$ и E_v , причем при фиксированной разности $(E_v - E_{v'})$ величина $\langle v | g_{\mu}^* | v' \rangle$ является плавной функцией E_v , заметно меняясь лишь на ширине оболочки. Первый множитель в сумме (8) при $E_v - E_{v'} = \text{const}$ имеет резкий максимум шириной Δ у поверхности Ферми ($E_v = 0$), причем

$$\int dE_v \frac{E_v E_{v'} - E_v E_{v'} + \Delta^2}{E_v E_{v'} (E_v + E_{v'})^2} = \frac{1}{2\Delta^2} f\left(\frac{E_v - E_{v'}}{2\Delta}\right) \quad (10)$$

где

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \left(1 - \frac{\operatorname{arctg} x}{x \sqrt{1+x^2}} \right) \quad (11)$$

Таким образом, при достаточно большом расщеплении оболочечных уровней ($\gg \Delta$) можно в (8) произвести замену

$$\frac{E_v E_{v'} - E_v E_{v'} + \Delta^2}{E_v E_{v'} (E_v + E_{v'})^2} \longrightarrow \frac{1}{2\Delta^2} f\left(\frac{E_v - E_{v'}}{2\Delta}\right) \cdot \delta(E_v) \quad (12)$$

В результате (8) принимает вид:

(13)

$$B_{\mu\mu} = \frac{2}{\Delta^2} \sum_{v'} f\left(\frac{E_v - E_{v'}}{2\Delta}\right) \delta(E_v) \langle v | g_{\mu}^* | v' \rangle + \frac{\sum_{v'} \partial \Lambda}{2 \partial \mu} \langle v | g_{\mu}^* | v' \rangle + \frac{\sum_{v'} \partial \Lambda}{2 \partial \mu}$$

Матричные элементы квадрупольного момента отличных от нуля, во-первых, для переходов внутри одной оболочки, а во-вторых, через одну оболочку ($\epsilon_r - \epsilon_l \sim 2\omega_0$), причем их величина для переходов обоих типов примерно одна и та же. С другой стороны, функция ($f(x)$) убывает при возрастании аргумента как $\frac{1}{x^2}$, поэтому вкладом далеких переходов в (13) точностью до $(\frac{\Delta}{\omega_0})^2 \ll 1$ можно пренебречь.

Таким образом, $V_{\text{уч}}$ определяется в основном свойствами одно-частичных уровней у поверхности Ферми. (В энергетическом интервале порядка Δ , т.к., строго говоря, $\delta(\epsilon_r)$ в (13) имеет именно такую ширину).

Прежде чем переходить к вычислению $V_{\text{уч}}$ с использованием конкретной модели одночастичных уровней проведем качественный анализ выражения (13). Во-первых, оценим вклад членов с $\frac{\partial A}{\partial \epsilon_l}$. Как видно из (9), величина $\frac{\partial A}{\partial \epsilon_l}$ зависит от степени усреднения матричного элемента $\langle v|q|v \rangle$ по группе уровней, лежащих на ширине Δ у поверхности Ферми. В осцилляторной модели $\langle nlm|q|nlm \rangle$ плавно меняется от уровня к уровню внутри оболочки (т.е. в энергетическом интервале $\sim \pi\omega_0$), поэтому в случае $\Delta \ll \pi\omega_0$ никакого усреднения на ширине Δ по существу не происходит. Количественные расчеты показывают, что в этом случае члены с $\frac{\partial A}{\partial \epsilon_l}$ в (13) практически полностью компенсируют основной член и $V_{\text{уч}}$ оказывается очень малым. Осцилляторная модель представляет в этом смысле предельный случай максимального упорядочения уровней. В другом предельном случае естественно предположить полную хаотичность квантовых чисел для уровней внутри интервала Δ . Средняя величина $\langle v|q|v \rangle$ при этом оказывается малой порядка деформации $\frac{\Delta R}{R}$ и вкладом членов с $\frac{\partial A}{\partial \epsilon_l}$ в (13) можно пренебречь, т.к. они приводят лишь к относительным поправкам $(\frac{\Delta R}{R})^2 \sim A^{2/3}$.

предположение о полной хаотичности уровней является слишком квазиклассическим для реальных ядер. (Подобное наблюдалось бы лишь при деформациях $\frac{\Delta R}{R} \sim 1$, когда полностью исчезают всякие следы оболочечной структуры. Реальные ядра и в деформированном состоянии, $(\frac{\Delta R}{R} \sim A^{-1/3})$ сохраняют некоторые следы упорядочения уровней. При этом члены с $\frac{\partial \Delta}{\partial \omega_n}$ в (13) могут давать, заметный, хотя и не решающий вклад в массовый коэффициент. х)

Имея в виду полукачественный характер анализа, ниже мы опускаем в (13) члены, содержащие $\frac{\partial \Delta}{\partial \omega_n}$, и ограничимся исследованием основного члена

$$B_{\nu\nu'}^0 = \frac{\omega^2}{\Delta^2} \sum_{\nu\nu'} f\left(\frac{\omega_\nu - \omega_{\nu'}}{2\Delta}\right) \delta(\omega_\nu) \langle \nu | \rho_{\nu\nu'}^* | \nu \rangle \langle \nu | \rho_{\nu\nu'}^* | \nu \rangle \quad (13a).$$

Когда квантовые числа ν в (13a) пробегают все значения внутри одной оболочки, то матричный элемент $\langle \nu | \rho_{\nu\nu'}^* | \nu \rangle$ изменяется на полную амплитуду. Так, в аксиальном ядре $\langle \nu | \rho_{\nu\nu'}^* | \nu \rangle$ меняется от максимального отрицательного значения до максимального положительного, проходя через ноль вблизи середины оболочки. Естественно поэтому, что выражение (13a) очень чувствительно к квантовым числам состояний ν , лежащих у поверхности Ферми, т.е. к схеме одночастичных уровней. С другой стороны, функция f в (13a) зависит от энергии перехода и поэтому мало чувствительна к модели. Не очень существенным, по-видимому, является также выбор одночастичных функций для

х) Согласно расчетам Беса для случая ρ - колебаний /7/ эти члены дают поправку в $B_{\nu\nu}$ порядка 20-40%. Отметим кстати разницей в оценке членов с $\frac{\partial \Delta}{\partial \omega_n}$, существующий в литературе. В /7/ предварительная оценка проводится в осцилляторной модели. С другой стороны, Зарецкий и Урин /8/ используют предположение о полной квазиклассичности, считая, что пространственное распределение частиц, населяющих уровни в ширине Δ у поверхности Ферми, совпадает с формой потенциала. Естественно, что эти оценки, соответствующие различным предельным случаям, дают противоположные результаты.

вычисления матричных элементов $\langle v|q^*|v' \rangle$ если их квантовые числа фиксированы.

Основной интерес представляет зависимость массовых коэффициентов от γ . В предельном случае идеальной квазиклассики (описанном выше) зависимость правой части (13а) от μ и μ' вследствие полного усреднения определяется лишь множителем $\langle \mu^{\mu'} \rangle_{\mu, \mu'}$. При этом инвариантные величины $V_{0,1,2}$ в (5) и $V_{0,1}$ в (7) не будут зависеть от γ . Таким образом, вся зависимость этих величин от γ связана с остатками оболочечного упорядочения в деформированных ядрах. Ниже мы рассмотрим предельно упорядоченный случай - осцилляторную модель. полученные в этой модели результаты позволят сделать качественные заключения о промежуточном случае реальных ядер.

3. Вычисления массовых коэффициентов в осцилляторной модели

Имея в виду тяжелые деформированные ядра, считаем осцилляторное квантовое число $n \equiv n_1 + n_2 + n_3$ большим и пренебрегаем в дальнейшем членами $\sim \frac{1}{n}$. Кроме того будем пренебрегать при вычислении матричных элементов разностью частот по различным осям (т.е. членами $\omega_1 - \omega_2 / \omega_0 \sim A^{-1/2}$). Удобно считать квадрупольные моменты безразмерными, включив соответствующую размерную константу в параметр q . При сделанных приближениях имеем для диагональных матричных элементов

$$\langle v|q_{20}|v \rangle = 3n_3 - n ; \quad \langle v|q_{2\pm 2}|v \rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(n_1 - n_2) \quad (14)$$

Недиагональные элементы (внутри оболочки) отличных от нуля для переходов с изменением пары квантовых чисел на ± 1 .

Энергия одночастичных уровней в принятых обозначениях имеет вид

$$\epsilon_r \equiv \epsilon(n_k) = \frac{2}{3} \alpha^2 (n_k - \sum_k n_k \cos \alpha_k) \quad (15)$$

где константа μ связана с химическим потенциалом системы и зависит от числа частиц в рассматриваемой оболочке.

Используя (14) и (15) легко провести вычисление B_{xy} (13). Удобно исследовать инвариантные комбинации компонент B_{xy} . Для

B_0, B_1, B_2 , входящих в (5), имеем:

$$\langle v | q_{2\pm 1} | v' \rangle = \begin{cases} \mp \sqrt{\frac{2}{3}} n_1 n_2 & \text{для } |n_1 - n_1'| = 1; |n_2 - n_2'| = 1 \\ -i \sqrt{\frac{2}{3}} n_2 n_3 & \text{для } |n_2 - n_2'| = 1; |n_3 - n_3'| = 1 \end{cases} \quad (14^I)$$

$$\langle v | q_{2\pm 2} | v' \rangle = \pm i \sqrt{\frac{2}{3}} n_1 n_2 \quad \text{для } |n_1 - n_1'| = 1; |n_2 - n_2'| = 1$$

$$B_1 = -2 \frac{\alpha^2}{\Delta^2} \sum_n (f_1 \sin \alpha f_1 n_2 n_3 + f_2 \sin \alpha f_2 n_3 n_1 + f_3 \sin \alpha f_3 n_1 n_2) \frac{\delta(\epsilon_v)}{\sin \alpha} \quad (16)$$

$$B_2 = -2 \frac{\alpha^2}{\Delta^2} \sum_n (f_1 \sin \alpha f_1 n_2 n_3 + f_2 \sin \alpha f_2 n_3 n_1 + f_3 \sin \alpha f_3 n_1 n_2) \frac{\delta(\epsilon_v)}{\sin \alpha}$$

$$B_0 = \frac{\alpha^2}{\Delta^2} \sum_n (f_1 n_2 n_3 + f_2 n_3 n_1 + f_3 n_1 n_2) \delta(\epsilon_v)$$

$$B_0 = \frac{4}{3} \frac{\alpha^2}{\Delta^2} \sum_n \delta(\epsilon_v) \left(\sum_k n_k \cos \alpha_k \right)^2$$

$$B_y = \frac{4}{3} \frac{\alpha^2}{\Delta^2} \sum_n \delta(\epsilon_v) \left(\sum_k n_k \sin \alpha_k \right)^2 \quad (17)$$

$$B_{xy} = -\frac{4}{3} \frac{\alpha^2}{\Delta^2} \sum_n \delta(\epsilon_v) \left(\sum_k n_k \sin \alpha_k \right) \left(\sum_k n_k \cos \alpha_k \right)$$

Суммы в (16) и (17), берущиеся по состояниям внутри одной обо-

лочки, с точностью до $4/n$ можно записать в виде интегралов по двум инвариантным переменным

$$x = \frac{1}{n} \sum_n n_n \cos \mu_n, \quad y = \frac{1}{n} \sum_n n_n \sin \mu_n \quad (18)$$

Тогда

$$\sum_n d(\omega_n) \dots \rightarrow \frac{2n^2}{3\sqrt{3} \omega_0^2} \iint d(u-x) \dots dx dy \quad (18^I)$$

Область интегрирования в (18^I) имеет вид равностороннего треугольника, вписанного в окружность единичного радиуса, координаты вершин которого по осям x, y равны $\cos \mu_n, \sin \mu_n$ (рис. I).

В переменных (18) выражения для $B_{0,1,2}$ принимают вид

$$B_0 = \frac{2^2 n^4}{9 \omega_0^2 \Delta^2} (2\beta n \sqrt{3})^{-1} \iint dx dy \cdot d(u-x) \left\{ x^2 \cos 2\mu_n \sum \frac{f_n}{\sin \mu_n} - y^2 \sin 2\mu_n \sum \frac{f_n}{\sin \mu_n} + 4xy \sum \frac{f_n \sin \mu_n}{\sin^2 \mu_n} - 2x \sum \frac{f_n \cos \mu_n}{\sin \mu_n} - 2y \sum \frac{f_n \sin \mu_n}{\sin \mu_n} + \sum f_n \right\} \quad (19)$$

Для B_1 и B_2 в (19) следует заменить функцию f_n соответственно на $-2 \frac{f_n \sin 2\mu_n}{\sin^2 \mu_n}$ и $-2 \frac{f_n \cos 2\mu_n}{\sin^2 \mu_n}$

Выражения (17) принимает вид:

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{4}{3} \frac{2^2 n^4}{\omega_0^2 \Delta^2} (2\beta n \sqrt{3})^{-1} \iint dx dy \cdot d(u-x) \cdot x^2 \\ B_y &= \frac{4}{3} \frac{2^2 n^4}{\omega_0^2 \Delta^2} (2\beta n \sqrt{3})^{-1} \iint dx dy \cdot d(u-x) \cdot y^2 \\ B_{xy} &= -\frac{4}{3} \frac{2^2 n^4}{\omega_0^2 \Delta^2} (2\beta n \sqrt{3})^{-1} \iint dx dy \cdot d(u-x) \cdot xy \end{aligned} \quad (20)$$

После интегрирования в (20) находим

$$V_0 = -\frac{4}{3} \frac{\alpha^2 n^4 u^2}{\omega_0^2 \Delta^2} (\alpha \beta n)^{-1} \int_2 \frac{u - \cos \frac{\gamma}{2}}{|u - \cos \frac{\gamma}{2}|} \frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{3\gamma}{2}} (\cos \frac{\gamma}{2} - u)$$

$$V_\gamma = -\frac{4}{3} \frac{\alpha^2 n^4}{\omega_0^2 \Delta^2} (\alpha \beta n)^{-1} \int_2 \frac{u - \cos \frac{\gamma}{2}}{|u - \cos \frac{\gamma}{2}|} \frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{3\gamma}{2}} (\cos \frac{\gamma}{2} - u) \left\{ 16 \frac{\sin^2 \frac{\gamma}{2}}{\sin^2 \frac{3\gamma}{2}} (2u \cos \frac{\gamma}{2})^2 + u^2 \cos^2 \frac{\gamma}{2} - u \frac{\sin 2\frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{3\gamma}{2}} + \frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{3\gamma}{2}} \right\}$$

$$V_{2\gamma} = -\frac{4}{3} \frac{\alpha^2 n^4 u}{\omega_0^2 \Delta^2} (\alpha \beta n)^{-1} \int_2 \frac{u - \cos \frac{\gamma}{2}}{|u - \cos \frac{\gamma}{2}|} \frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{3\gamma}{2}} (\cos \frac{\gamma}{2} - u) (1 - 4u \cos \frac{\gamma}{2})$$

Интегрирование в (19) также проводится элементарно, но ввиду громоздкости результата, мы его не выписываем, ограничиваясь графическим представлением.

Условие сохранения числа частиц в оболочке N , в инвариантном виде записывается как

$$\chi \equiv 1 - \frac{2N}{n^2} = \frac{4}{3 \sin^2 \frac{\gamma}{2}} \int_x \sin \frac{\gamma}{2} \frac{(u - \cos \frac{\gamma}{2})^2}{|u - \cos \frac{\gamma}{2}|} \quad (22)$$

откуда определяется u , так функция χ и параметра заполнения χ .

Для перехода к неинвариантной записи следует выбрать область изменения γ . При $0 < \gamma < \pi/3$ имеем всегда ;

$$\frac{u - \cos \frac{\gamma}{2}}{|u - \cos \frac{\gamma}{2}|} = 1 ; \quad \frac{u - \cos \frac{\gamma}{3}}{|u - \cos \frac{\gamma}{3}|} = -1$$

а величина $u - \cos \frac{\gamma}{2}$ может менять знак в зависимости от γ и χ .

Поэтому существуют две области, в которых функциональная зависимость $B(\chi, \chi)$ имеет различный вид. Граница между областями определяется уравнением $u(\chi, \chi) - \text{const} = 0$. Переход от одной области к другой совершается путем преобразования

$$\chi \rightarrow -\chi; \quad \gamma \rightarrow \pi/3 - \gamma \quad (23)$$

Из приведенных выше формул легко установить следующие свойства симметрии при преобразовании (23)

$$\begin{aligned} B_0 &\rightarrow B_0 & B_1 &\rightarrow -B_1 & B_2 &\rightarrow B_2 \\ B_3 &\rightarrow B_3 & B_4 &\rightarrow B_4 & B_5 &\rightarrow -B_5 \end{aligned} \quad (24)$$

Выражения (19) и (21) определяют массовые коэффициенты как функции параметров деформации β и γ и фактора заполнения оболочки χ . Зависимость от β определяется, во-первых, функциями f , а во-вторых, общим множителем β^{-1} . Происхождение этого множителя легко понять. Массовые коэффициенты пропорциональны плотности уровней у поверхности Ферми ρ , которая в рассматриваемой модели одной осцилляторной оболочки обратно пропорциональна β . Напомним, что при вычислении было использовано условие малости Δ по сравнению с расщеплением оболочки $n\omega_0\beta$, поэтому переход к пределу $\beta=0$ незаконен. Очевидно, что в реальной модели ρ практически не зависит от β , поэтому общий множитель β^{-1} мы в дальнейшем учитывать не будем. Более существенная зависимость от β содержится в аргументах функции f , где β входит в комбинации с большим множителем, образуя параметр

$$\chi = \frac{\omega_0\beta}{13\Delta} \quad (25)$$

который для реальных ядер порядка единицы. Ниже мы обсудим характер зависимости массовых коэффициентов, определяемых выражениями (19) и (21) от трех переменных γ , x и χ .

4. Обсуждение результатов

На графиках 2 и 3 представлена зависимость V_0, V_1 и V_2 от γ при двух значениях параметра заполнения $\chi = 0,2$ и $0,6$. С учетом симметрии (23) те же графики определяют также поведение этих функций при $\chi = -0,2$ и $-0,6$. Графики 4 и 5 иллюстрируют зависимость V_0, V_1 и V_2 от χ и x .

Обратим внимание на следующие закономерности в поведении параметров кинетической энергии.

(i) В середине оболочки ($|\chi| \ll 1$) V_0 значительно превосходит V_1 и V_2 . При приближении к краям оболочки V_2 остается малым, в то время как V_1 может достигать, или даже превосходить V_0 .

(ii) Зависимость всех рассматриваемых величин от γ является слабой в середине оболочки и становится более заметной (V_0 и V_1) при приближении к краям.

(iii) Зависимость от χ является плавной и не особенно существенной.

(iv) Обращает на себя внимание резкая зависимость V_0 и V_1 от заполнения. Существенно, что V_1 имеет различный знак в начале и конце оболочки.

Перейдем теперь к анализу выражений для V_0, V_1, V_2 . Их зависимость от χ и γ (эти величины от x не зависят) представлена на графиках 6-10, из которых можно сделать следующие заключения.

(и) Относительная величина $V_{\alpha\beta}/V_{\beta}$ оказывается очень малой не только при малых γ , (что было бы естественно, так как при малых γ $V_{\alpha\beta} \sim \gamma$), но и во всем интервале изменения γ . Величина V_{α} также заметно меньше V_{β} , особенно вблизи середины оболочки, где в рассматриваемом приближении V_{α} обращается в нуль. Исключение составляет последняя четверть оболочки при $\chi < 0$, либо первая при $\chi > 0$, где V_{α} обгоняет V_{β} (график 9).

(и') Зависимость от γ оказывается очень сильной, особенно у V_{β} , причем хорошей оказывается аппроксимация квадратным многочленом по $\cos 3\gamma$

$$V_{\alpha} = V_{\alpha}^{\circ} (l_0 - l_1 \cos 3\gamma + l_2 \cos^2 3\gamma) \quad (26)$$

$$V_{\beta} = V_{\beta}^{\circ} (1 - k_1 \cos 3\gamma - k_2 \cos^2 3\gamma)$$

где l_0 и $k_2 > 0$, а k_1 и l_1 меняют знак в середине оболочки. Заметим, что в значительной части интервала изменения γ кривые могут быть интерполированы параболой. (При положительном χ , в области малых γ).

$$V_{\alpha} = V_{\alpha}^{\circ} (1 + r_{\alpha} \gamma^2); \quad V_{\beta} = V_{\beta}^{\circ} (1 + r_{\beta} \gamma^2) \quad (27)$$

В рассмотренном приближении V_{α} и V_{β} вблизи середины оболочки обращаются в нуль, что является простым следствием аналогичного поведения диагональных матричных элементов q_{μ} . Заметим, однако, что в области малых значений V_{α} , V_{β} становятся существенными поправки к этим величинам, не учтенные ранее:

1) Следует учесть конечную ширину области одночастичных уровней, дающих вклад в V . Среднее значение $|q|^2$ по области, шириной Δ имеет конечную величину.

2) Недиagonalные переходы в соседнюю оболочку $n \rightarrow n \pm 2$,

а также

э) Зависимость одночастичных волновых функций от деформации приводят к дополнительным слагаемым в B . Эти поправки гидродинамической природы имеют порядок $A^{-2/3} \cdot V_f$ и практически не содержат зависимости от γ и заполнения.

С учетом отмеченных поправок следует считать, что величина V_0 вблизи середины оболочки стремится не к нулю, а к некоторой малой постоянной величине.

Обсудим в заключение, насколько закономерным, с точки зрения полученных результатов, является использование в феноменологических моделях гидродинамического выражения для оператора кинетической энергии. Последнее получается из (2) в предположениях

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \mathcal{L}_i &= 4\beta^2 v_0 \cdot 1/4 \gamma^2 i; \\ \text{б)} \quad V_{ax} &= 0; \quad \text{в)} \quad V_y = V_z = v_0 \end{aligned} \quad (28)$$

где v_0 - некоторая константа.

С точки зрения зависимости от γ предположение (28а) оказывается довольно хорошим для середины оболочки, где величина V_0 значительно превосходит V_1 и V_2 и очень слабо зависит от γ (см. (i), (ii)), так что общее выражение (5) переходит в (28а). Ближе к краям оболочки подобная аппроксимация становится сомнительной, так как заключения (i) и (ii) теряют силу.

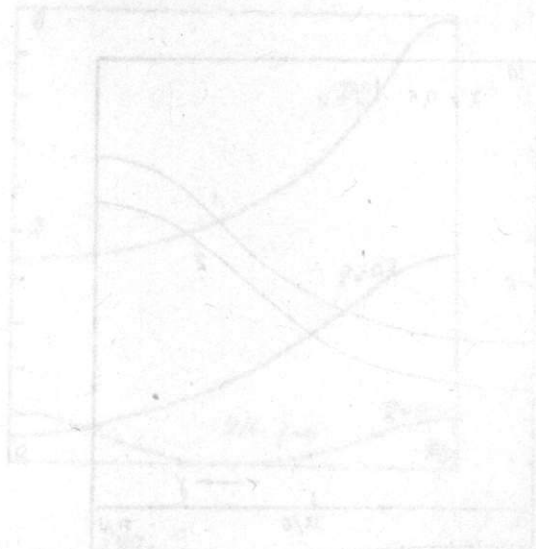
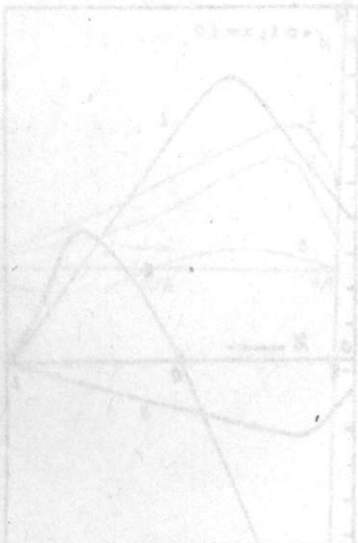
Предположение (28в) оправдывается довольно хорошо практически во всем интервале изменений γ и параметра заполнения χ (см. (e)). Постоянство массовых коэффициентов V_0 и V_f можно оправдать (при $\chi > 0$) лишь в узкой области вблизи $\gamma = 0$. Для реальных амплитуд γ - колебаний зависимость V_0 и V_f от γ становится суще-

ственной и особенно сильной для V_y во второй половине оболочки, т.е. при $X < 0$. (Параметр r_y в (27) при этом значительно больше единицы). Таким образом, ни одной из равенств в (28с) не может быть оправданным. х)

Предположения гидродинамической модели (28) оправдываются в предельном случае идеальной квазиклассики. Рассмотренный же случай осцилляторной модели представляет собой обратный предельный случай полного упорядочения одночастичных уравнений.

Полученные результаты позволяют поэтому сделать заключения о степени и характере нарушений гидродинамических условий (28) для реальных ядер. Основными из них являются:

1. Отсутствие универсальной связи между параметрами V_x, V_y и моментами инерции.
2. Сильная зависимость V_x и особенно V_y от J .



х) Следует отметить, однако, точное соотношение, справедливое при $J \rightarrow 0$: $L_3 \approx 4\sigma^2 J^2 V_y$ и аналогичное соотношение при $\pi - J \rightarrow 0$, которые следует учитывать при практической аппроксимации V_x и V_y .

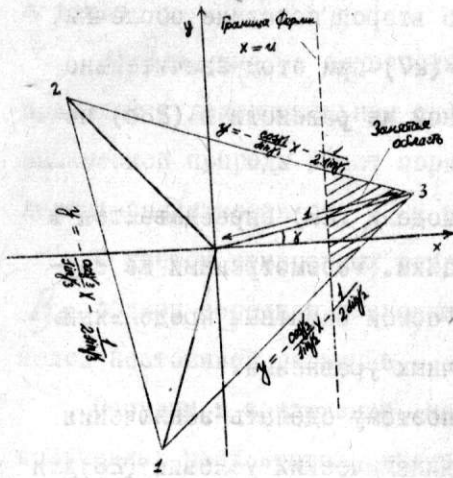


Рис. 1.

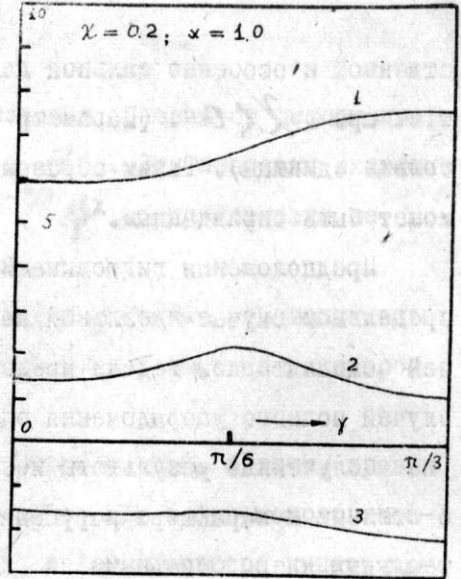


Рис. 2.
1 - θ_0 ; 2 - θ_1 ; 3 - θ_2 .

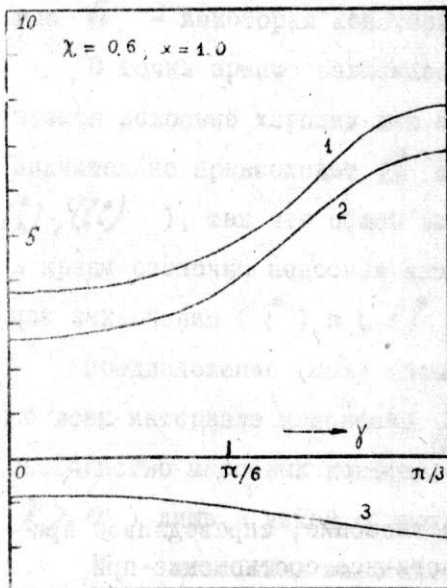


Рис. 3.

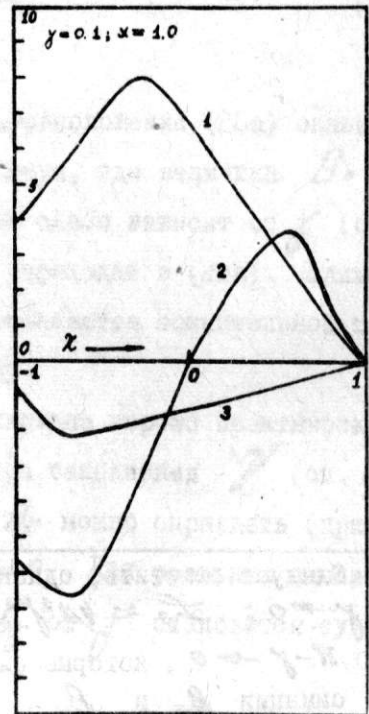


Рис. 4.

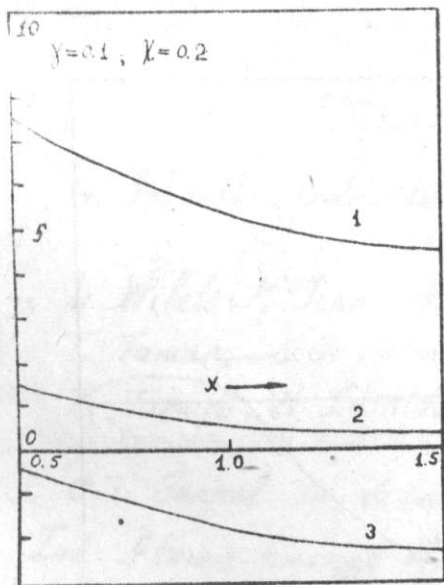


Рис. 5.

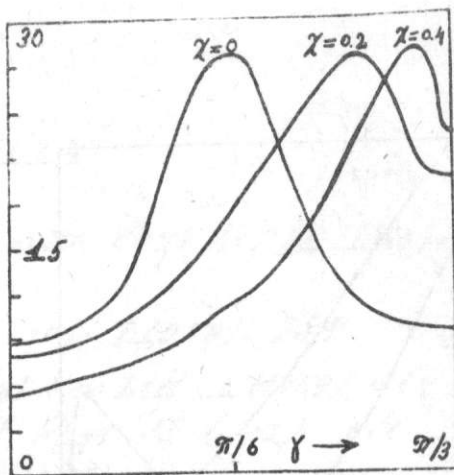


Рис. 6.
Зависимость B_{γ} от γ .

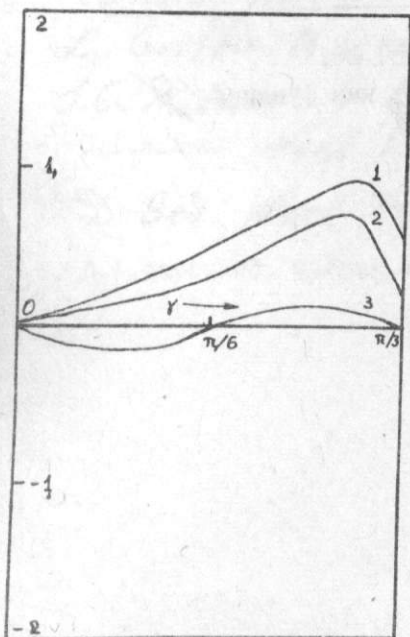


Рис. 7

B_{γ} как функция γ

1 - $\chi=0$; 2 - $\chi=0.2$;

3 - $\chi=0.4$.

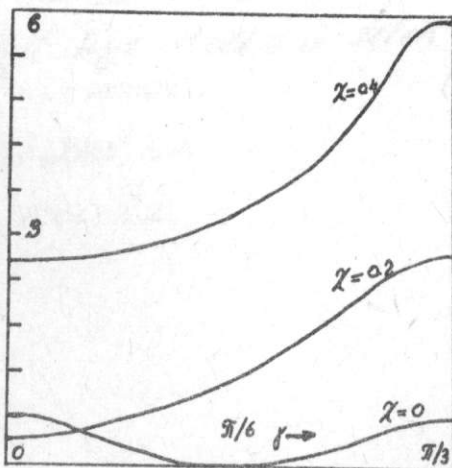


Рис. 8

Зависимость B_{γ} от γ .

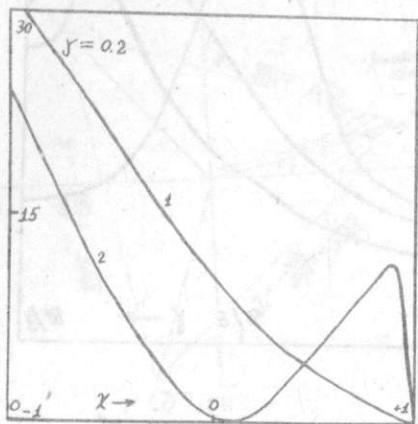


Рис. 9.

1 - V_y ; 2 - V_z .

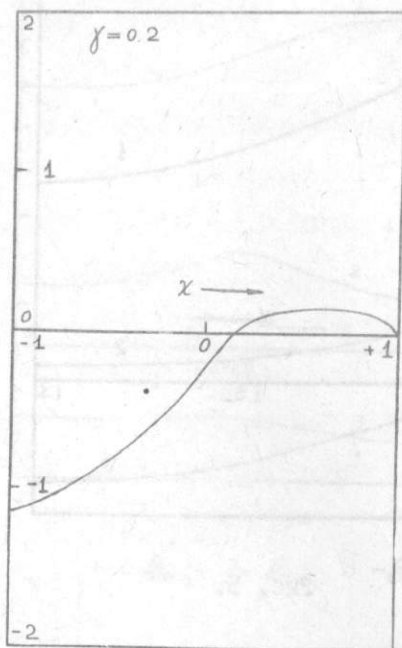
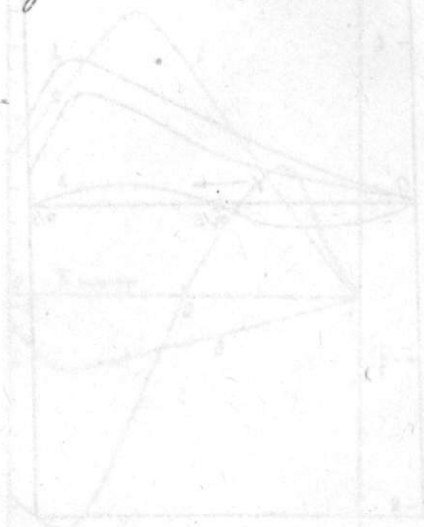
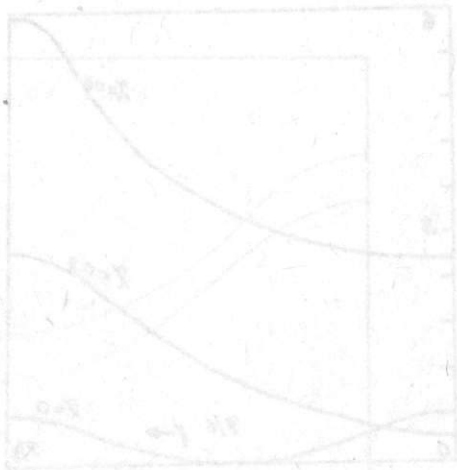


Рис. 10.

V_{xy} как функция χ



ЛИТЕРАТУРА

1. G. Schanff - Goldhaber, J. Wenner. *Phys. Rev.* 92 (1955) 219
2. L. Willets. M. Jean. *Phys. Rev.* 107 (1959). 788.
 T. Tamura. L. G. Komai *Phys. Rev. Lett.* 3 (1959). 344
 T. Tamura, H. Yoshida. *Nucl. Phys.* 38 (1962). 616
 А.С. Давыдов, Г.Ф. Филиппов *ЖЭТФ*, 35 (1958) 440.
3. С.Т. Беляев in "Selected Topics in Nuclear Theory"
Int. Atomic Energy Agency. Vienna. 1963. p. 291
4. A. Bohr. *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk* 26 no 14. (1952)
5. С.Т. Беляев *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk* 31 no 11. (1959).
 А.Б. Мигдал *ЖЭТФ*, 37 (1959) 249; *Nucl. Phys.* 13 (1959) 655
 L. Griffin. M. Rich. *Phys. Rev.* 118 (1960) 850
 J.G. Nilsson: O. Priar. *Mat. Fys. Medd. Dan. Selsk* 32 no 16
 (1960).
6. С.Т. Беляев *Nucl. Phys.* (в печати).
7. D. Be't. *Nucl. Phys.* 49, (1963) 544
8. Д.Ф. Зарецкий, М.Урин *ЖЭТФ*, 43 (1962) 1021

