ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР.

препринт 1

А.А.Галеев

# Об аномалиях ухода плотной плазмы из пробкотрона из-за наличия „конуса потерь“

НОВОСИБИРСК 1966

# А Н Н О Т А Ц И Я

Развитие неустойчивости, связанной с наличием "конуса потерь" в распределении ионов по скоростям в пробкотроне, приводит к увеличению поперечной энергии остающихся в ловушке ионов при неизменной продольной. Исследуется устойчивость такого анизотропного распределения плазмы по скоростям с вырезанным "конусом потерь". Конвективный (сносовый) характер неустойчивости приводит к условию на длину системы, в которой возможно ее развитие.

I. Неустойчивости плазмы в пробкотроне, обязанные наличию "конуса потерь" в распределении частиц по скоростям, накладывают весьма сильные ограничения на плотность устойчиво удерживаемой в ловушке плазмы [I,2] . Если же плотность превышает критическую, то в плазме развиваются интенсивные электростатические колебания с частотами $\omega$ и длинами волн в интервалах:

$$\Omega_H \ll \omega \ll \omega_H \quad , \qquad k_\perp R_H \gg 1 \gg k_\perp \rho_H \qquad (I)$$

$$\omega / k_\parallel \gg \sqrt{T_{\parallel e}/m}$$

где: $\Omega_H$ , $R_H$; $\omega_H$ , $\rho_H$ - циклотронная частота и радиус ионов и электронов соответственно. Причем в длинных ловушках развиваются колебания с $k_\parallel \neq 0$ [1], а в коротких - колебания желобкового типа $k_\parallel \equiv 0$, но учитывающие неоднородность плазмы [2] .

Наличие этих колебаний приводит к аномально быстрой диффузии ионов в "конус потерь" и дальнейшему выходу через магнитные пробки из ловушки. Исследование нелинейной стадии данной микронеустойчивости позволило оценить характерные времена ухода частиц как из длинных [3] , так и из коротких [4] ловушек.

Однако, детального рассмотрения картины ухода частиц и релаксации их распределения по скоростям проведено не было. Исключение составляет лишь случай ловушек длиной $L > v_{\parallel i} \tau$ ( $v_{\parallel i}$ - тепловая скорость ионов вдоль магнитного поля, $\tau$ - характерное время диффузии ионов в "конус потерь"). Для него легко находится квазистационарное распределение частиц с заполненным "конусом потерь", к которому стремится начальное распределение в пределе $t \to \infty$ [4] . Между тем, именно детальное исследование релаксации распределения частиц, в процессе их ухода и его устойчивости, могло бы объяснить некоторые аномалии ухода плотной плазмы из ловушек с магнитными пробками [5] . Поэтому сейчас мы и обратимся к этой задаче. Поскольку развивающиеся в результате неустойчивости колебания распространяются почти поперек магнитного поля $H_0$ $(k_\parallel \ll k_\perp)$, то ионы плазмы почти не меняют свой импульс вдоль силовых линий $H_0$. Вследствие этого процесс релаксации носит характер одномерной диффузии в пространстве поперечной энергии ионов (фаза вращения ионов вокруг силовой линии выпадает из-за аксиальной симметрии распределения по скоростям, а диффузия частиц поперек силовых линий оказывается малой по сравнению с выходом частиц через "конус потерь" [4]. С другой стороны, ион не может покинуть ловушку до тех пор, пока его поперечная скорость превышает определенную долю от продольной $v_\perp^2 > R v_\parallel^2/_{R-1} \equiv \alpha_\parallel^2 v_\parallel^2$ ( $R$ - пробочное отношение). Поэтому для выхода из ловушки ион часть своей поперечной энергии передает колебаниям, а колебания в свою очередь более энергичным ионам остающимся в ловушке. Это приводит к возрастанию средней поперечной энергии ионов в ловушке $T_{\perp i}$ (при почти не меняющейся продольной $T_{\parallel i}$) по мере уменьшения плотности и сваливанию плазмы в центральную область ловушки (изменение поля $\Delta H$ не должно превышать величины порядка $\mu_\perp \Delta H \sim T_{\parallel i}$, где $\mu_\perp = T_{\perp i}/H_0$). Причем степень анизотропии будет увеличиваться приблизительно обратно пропорционально плотности $n\left(T_{\perp i}/_{T_{\parallel i}} - \alpha_\parallel^2\right) \approx n_0\left(T_{\perp i0}/_{T_{\parallel i0}} - \alpha_\parallel^2\right)$ Релаксация столь сильно анизотропного распределения ионов по энергиям к термодинамически равновесному может происходить лишь благодаря развитию колебаний, обладающих сравнительно большим импульсом вдоль магнитного поля ( $k_\parallel \sim k_\perp$ ). Обмен такими колебаниями приводил бы к интенсивной трансформации поперечной энергии в продольную и, следовательно, быстрому уходу весьма энергичных частиц $M v_\parallel^2 \sim T_{\perp i}$ вдоль силовых линий. Чтобы не усложнять задачу, мы рассмотрим лишь случай коротких ловушек длиной $L < L_{cc} = 10^4 \lambda_D \sqrt{1+\frac{\omega_p^2}{\omega_H^2}}$ ($\lambda_D$ - дебаевский радиус, $\omega_p$ - плазменная частота электронов), в которых затруднено развитие конвективных мод [I]. Такой выбор определяется лишь наличием эксперимента в коротких ловушках [5], и отсутствием - в данных.

2. Для холодных электронов $T_{\parallel e} \ll T_{\parallel i}$ мы можем воспользоваться дисперсионным уравнением из работы Харриса [6], обобщив его на случай неоднородной в направлении оси $x$ плазмы:



$$1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_H^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{k_\parallel^2}{k^2} + \frac{\omega_p^2}{k^2}\frac{k_y \nabla n_0}{\omega_H \omega n} + \frac{\Omega_p^2}{k^2}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} f_{0i}(0, v_\parallel)\,dv_\parallel + \sum_{l=-\infty}^{+\infty}\int_0^\infty v_\perp dv_\perp \int_{-\infty}^{+\infty} dv_\parallel \frac{J_l^2\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\Omega_H}\right)\left[\left(\omega\frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp} + \frac{k_y \nabla n}{\Omega_H n}\right) + k_\parallel v_\parallel\left(\frac{\partial}{v_\parallel \partial v_\parallel} - \frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp}\right)\right] f_{0i}}{\omega - k_\parallel v_\parallel + l\Omega_H + i0}\right\} \tag{2}$$

Раскачка продольных колебаний в однородной анизотропной холодной плазме впервые была рассмотрена Харрисом [6] и обобщена затем на случай конечной температуры [7,8] в предположении максвелловского распределения ионов по скоростям с различной поперечной и продольной температурами. Мы откажемся здесь от последнего предположения и рассмотрим также распределение с вырезанным "конусом потерь", реализующиеся в ловушках с магнитными пробками. Кроме того, мы более тщательно, чем в работах [7,8], учтем стабилизирующее влияние конечной длины на сносовые неустойчивости.

Из уравнения (2) видно, что анизотропия становится существенной при $T_{\perp i} \gg T_{\parallel i}$. Эффекты, связанные с малой анизотропией распределения ионов по скоростям, удается выделить благодаря наличию "конуса потерь" в интервале волновых чисел*, где:

$$0 \simeq \left\langle \partial J_l^2/_{v_\perp \partial v_\perp} \right\rangle \ll \sqrt{\frac{m}{M}}\frac{T_{\perp i}}{T_{\parallel i}} \left\langle J_l^2 \right\rangle \tag{3}$$

Здесь угловые скобки служат для обозначения усреднения по ионному распределению:

$$\langle \psi(\vec{v}) \rangle = \int \psi(\vec{v}) f_{0i}(\vec{v})\,d\vec{v} \tag{4}$$

На основании уравнения (2) легко убедиться, что возможна раскачка резонансными ионами колебаний однородной плазмы в сильном магнитном поле $\omega \approx \pm\omega_p k_\parallel/k \approx l\Omega_H$ [8]. Однако, как отмечено в работе [I] уменьшение фазовой скорости волны в области пробок ведет к интенсивному затуханию её на электронах. Поэтому в коротких ловушках такие колебания не могут развиваться [I] и мы вправе пренебречь тепловым разбросом. Пренебрегая в довершение всего неоднородностью плазмы и эффектами нарушения квазинейтральности, приводящими также к быстрому сносу возмущений в область пробок, мы значительно упрощаем уравнение (2):

$$\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\Omega_p^2}{(\omega - l\Omega_H)^2} \int d\vec{v}\, J_l^2\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\Omega_H}\right)\left(1 + v_\parallel^2 \frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp}\right) f_{0i} \approx 0 \quad (5)$$

Заметим, что в отличие от работы [7,9] последнее справедливо теперь и для небольшой анизотропии $T_{\perp i} \gtrsim T_{\parallel i}$ из-за эффектов "конуса потерь". В приближении (5) частота и инкремент не зависят от $k_\parallel$ и групповая скорость возмущений вдоль поля равна нулю. Кроме того в силу (3) фиксировано и значение инкремента.

$$\gamma \approx l\Omega_H \sqrt{\frac{m}{M} \langle J_l^2 \rangle} \quad (6)$$

Ограничения на отклонение от квазинейтральности, величину неоднородности и тепловое движение ионов, приводящих к сносу колебаний в область пробок, мы находим из условия нелинейной неустойчивости [4]:

$$\frac{\gamma L}{\partial\omega/\partial k_\parallel} \geq \frac{1}{2}\Lambda$$

где: $\Lambda$ - величина порядка "кулоновского логарифма" $\Lambda_0 \approx \ln \frac{\lambda_D T_{\parallel i}}{e^2}$

$\lambda_D$ - дебаевский радиус ионов, $\lambda_D^2 = T_{\perp i}/M\Omega_p^2$. Приведенное здесь неравенство в некоторых благоприятных для отражения волн от области "магнитных пробок" случаях удается ослабить лишь на фактор порядка $\sim 2$ [10]. Поэтому для практических оценок можно пренебречь этим обстоятельством и оценить величину каждого из перечисленных выше эффектов, приводящих к сносу волн вдоль поля, на основании этого грубого критерия:

$$\left(\frac{k_\parallel \omega_p}{k\, l\,\Omega_H}\right)^2 k_\parallel L \gtrsim \frac{1}{2}\Lambda \quad (7)$$

$$\left(\frac{k_\parallel^2\, n\, M}{k_y \nabla n \cdot l m}\right) k_\parallel L \geq \frac{1}{2}\Lambda \quad (8)$$

$$\left(m \langle J_l^2 \rangle T_{\perp i} / m T_{\parallel i}\, k_\parallel^2 R_H^2\right) k_\parallel L \geq \frac{1}{2}\Lambda \quad (9)$$



$$k_\parallel > \pi/L \quad (9a)$$

Последнее неравенство (9а) диктуется конечной геометрией системы. Замечая, что неравенство (7) не может нарушиться в результате развития дрейфово-конусной неустойчивости в силу приблизительного соотношения $n(t) R_H^2(t) \approx const$, мы находим границу неустойчивости из (8) и (9)

$$L > L_{ca1} \approx \frac{1}{2}\Lambda \sqrt{\frac{M}{m}} \left(\frac{T_{\parallel i}}{T_{\perp i}}\right)^{3/4} \frac{\left(k_y R_H^6 \nabla n / n\right)^{1/4}}{\langle J_l^2 \rangle^{3/4}} \quad (10)$$

при дополнительных условиях [4,11]:

$$D_\perp \nabla^2 n \approx \frac{c T_{\perp i}}{e H_0} \frac{R_H \nabla n}{n} \nabla^2 n \sim const \cdot n \quad (11)$$

$$n T_{\perp i} \approx n_0 T_{\perp i 0} \quad (12)$$

Кроме того, в силу (9) и (9а) имеется ограничение на начальную продольную энергию $T_{\parallel i}$:

$$\frac{m \Omega_H^2 L^2}{\pi^2 T_{\parallel i}} \langle J_l^2 \rangle \gtrsim \frac{1}{2}\Lambda \quad (13)$$

Отсюда следует, что критическая длина падает с уменьшением плотности $L_{ca1} \sim n^{1/4}$. Сносовый характер неустойчивости обуславливает резкий срыв плотности плазмы при достижении её критического значения $n \lesssim n_{ca1}$ (последнее очень сильно зависит от начальной анизотропии $n_{ca1} \sim \left(\frac{T_{\perp i 0}}{T_{\parallel i}}\right)^3$ (8)). Однако, плотность может уменьшаться в процессе срыва лишь до определенного предела $n_{ca2}$, определяемого неравенствами (7), (9):

$$L_{ca2} > \frac{1}{2}\Lambda \sqrt{\frac{M}{m}} \left(\frac{T_{\parallel i}}{T_{\perp i}}\right)^{3/4} \frac{\left(k R_H^3\, \Omega_H/\Omega_p\right)^{1/2}}{\langle J_l^2 \rangle^{3/4}} \quad (14)$$

В связи с этим заметим, что при недостаточной начальной анизотропии может оказаться, что $n_{ca1} < n_{ca2}$ (это имеет место при $(\Omega_p/\Omega_H)_{ca1} < (n k_y/\nabla n)^{1/2}$ ) и срыва не произойдет. Наконец, для справедливости описанной здесь картины нужно потребовать, чтобы критическая длина (I0) была меньше, чем для "конусной неустойчивости" [I], ибо мы ограничились рассмотрением коротких ловушек. Это справедливо при небольших плотностях или большой анизотропии.

3. В заключение работы обсудим вкратце явления, наблюдающиеся на эксперименте [5] в свете описанной здесь точки зрения на процесс развития дрейфово-конусной неустойчивости. Для типичных параметров плазмы в начальном состоянии

$$n_0 = 10^{11}\,\text{см}^{-3},\quad T_{\parallel e} \approx 25\,ev,\quad R T_{\parallel i}/R-1 \approx T_{\perp i} \approx 0{,}5\,kev$$

$$L = 120\ \text{см},\quad 2n/\nabla n \sim \varnothing = 15\ \text{см},\quad H_0 = 4\,\text{кэ},\quad R = 1{,}5\ .$$

длина установки оказывается меньше критической, необходимой для развития косых возмущений $k_\parallel \neq 0$ из-за неравновесности плазмы, связанной с наличием "конуса потерь" [I]. Поэтому в плазме могут развиваться лишь возмущения желобкового типа [2], которые приводят сначала к экспоненциальному спаду плотности с постоянной времени $\tau \approx 10 \cdot \Omega_H^{-1} (n/R_H \nabla n)^{5/2} \approx 10^{-4}$ сек [4], а затем по мере увеличения анизотропии к более медленному степенному спаду. Причем при малой продольной энергии $T_{\parallel i}$ (по сравнению с поперечной $T_{\perp i}$ ) ионы не могут уходить далеко от центра ловушки. Затем при уменьшении плотности ниже критической $n_{ca1}$ (I0) может развиваться анизотропная неустойчивость, приводящая к повороту вектора скорости ионов. Последнее обстоятельство может служить объяснением того факта, что при плотностях порядка $n \sim 5.10^9\,\text{см}^{-3}$ происходит резкое уменьшение плотности плазмы в ловушке, сопровождающееся всплеском электромагнитного излучения вблизи циклотронных частот, рассчитанных по величине поля в центре ловушки, и выходом вдоль силовых линий очень энергичных частиц .
Определение критической плотности из (I0) невозможно ввиду очень сильной её зависимости от неизвестной начальной анизотропии и точного коэффициента при $\Lambda$ в условиях нелинейной неустойчивости (7) - (9). Что касается критической длины, то при плотностях $n \sim 5.10^9\ \text{см}^{-3}$ она оказывается при принятых здесь параметрах плаз-



мы порядка $L_{ca1} \approx 30$см. Последнее обстоятельство можно было бы объяснить концентрацией плазмы вблизи центра ловушки. Однако, приведенное здесь сравнение теории с экспериментом не претендует на доказательность. Так большинство скачков плотности в [5] происходит уже в стадии устойчивого удержания, где основной причиной ухода является перезарядка. В этих случаях уменьшение критической длины (I0) нельзя объяснить увеличением анизотропии. Скорее всего это уменьшение обязано уходу очень быстрых частиц из-за перезарядки, что уменьшает температуру плазмы при неизменной анизотропии. Все сказанное, поэтому, позволяет рассматривать изложенную теорию, как умозрительную модель, допускающую аномальное поведение плазмы в процессе распада (неустойчивость релаксировавшего состояния плазмы).

Автор благодарен Р.З.Сагдееву за многочисленные обсуждения задачи и ценные советы.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] M.N.Rosenbluth,R.F.Post"Phys. of Fluids"8 547(1965).

[2] M.N.Rosenbluth"Flute type instabilities of loss-cone velocity space distributions"presented at Annual Sherwood Theoretical Meeting,Princeton University,Princeton,New Jersey,April,22-23, 1965.

[3] А.А.Галеев. ЖЭТФ 49 672 (1965).

[4] А.А.Галеев, Доклад C№ -21/214 на конференции по физике плазмы и исследованиям в области управляемого термоядерного синтеза, КАЛЭм, 6-10 сентября, 1965; препринт ИЯФ СО АН СССР "Дрейфово-анизотропная неустойчивость плазмы и аномальные процессы переноса" г.Новосибирск, 1965.

[5] Ю.В.Готт, М.С.Иоффе, Е.Е.Юшманов, Доклад С №-21/143, там же.

[6] E.G.Harris,J.Nucl.Energy C-2,138(1961).

[7] В.И.Пистунович, Атомная энергия 14, 72 (1963).

[8] Ю.Н.Днестровский, Д.П.Костомаров и В.И.Пистунович, Ядерный синтез 3, 30 (1963).

[9] L.S.Hall,W.Heckrotte,T.Kammash "Phys.Rev." 139A,1117-1137, (1965).

[10] R.E.Aamodt,D.L.Book "Critical length determination for convective instabilities in weakly inhomogeneous plasmas" General Atomic Report GA-6515,July 1965(submitted to Phys. of Fluids")

[11] А.Б.Михайловский, Ядерный синтез 5, 125 (1965).