

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

Доклад на Международной конференции по встречным пучкам Орсе (Франция) сентябрь 1966.

препринт 71

Ауслендер В.Л., Коробейников Л.С.,
Кулипанов Г.Н., Мишнев С.И., Попов С.Г.,
Скринский А.Н., Тумайкин Г.М., Шатунов Ю.М.

**Проявление нелинейных резонансов
бетатронных колебаний в накопителях**

НОВОСИБИРСК 1966

Препринт

Ауслендер В.Л., Коробейников Л.С., Кулипанов Г.Н.,
Мишнев С.И., Попов С.Г., Скринский А.Н., Тумайкин Г.М.,
Шатунов Ю.М.

ПРОЯВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЗОНАНСОВ БЕТАТРОННЫХ
КОЛЕБАНИЙ В НАКОПИТЕЛЯХ

г.Новосибирск
1966

А н н о т а ц и я

Приведены результаты исследования влияния нелинейных резонансов высоких порядков бетатронных колебаний на время жизни и размеры накопленного пучка при различных энергиях. Изучалось влияние резонансов на накопление. Обсуждается механизм потери частиц.

Эффективность работы установки со встречными пучками существенно зависит от выбора рабочей точки по частотам бетатронных колебаний (ν_z и ν_r), т.к. близость к нелинейным резонансам приводит к увеличению поперечных размеров пучка, уменьшению времени жизни, а также к потере частиц при накоплении. Кроме того, эффекты взаимодействия пучков при встрече также приводят к возбуждению нелинейных резонансов /1/.

В данной работе докладываются результаты изучения нелинейных резонансов бетатронных колебаний на установках ВЭП-1 и ВЭПП-2 ИЯФ СО АН СССР. Описание установок приведено в /2/, характеристики магнитных систем приведены в таблице I.

Таблица I.

| | ν | $\nu_r^2 + \nu_z^2$ | $\frac{\partial \nu}{\partial r}$ | $\frac{\partial^2 \nu_z}{\partial (a_z)^2}$ | $\frac{\partial^2 \nu_r}{\partial (a_r)^2}$ |
|--------|--|---------------------|---|---|---|
| ВЭП-1 | $\nu_z = 0,69 \pm 0,89$ $\nu_r = 0,74 \pm 0,51$ | $1,04 \pm 1,04$ | $6 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{см}}$ | $4 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{см}^2}$ | $9 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{см}^2}$ |
| ВЭПП-2 | $\nu_z = 0,78 \pm 0,87$ $\nu_r = 0,76 \pm 0,65$ | $1,184 \pm 1,195$ | $1,3 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{см}}$ | $< 5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{см}^2}$ | $< 5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{см}^2}$ |

Основные результаты получены для случая одного пучка (без встречного) малой интенсивности.

I. Как известно (см. например /3.4/) нелинейные резонансы бетатронных колебаний наблюдаются, если

$$a \nu_z + b \nu_r = q$$

где a , b и q - простые числа любого знака ;

ν_z, ν_r - частоты аксиальных и радиальных бетатронных колебаний.

На рис.1а и 1б показаны диаграммы резонансов для ВЭП-1 и ВЭПП-2 в соответствующих областях ν_z и ν_r . Максимальный порядок резонанса $P = |a| + |b| = 10$.

В рабочей точке для ВЭП-1 $\nu_z^2 + \nu_r^2 = 1$, для ВЭПП-2 $\nu_z^2 + \nu_r^2 = 1,195$; система изменения ν_z (ν_r) на ВЭП-1 /5/ искажает орбиту, в результате чего $\nu_r^2 + \nu_z^2 = 1 + f(J)$, где J - ток в системе изменения ν_z (ν_r) ; на ВЭПП-2 при изменении ν_z (ν_r) также сумма $\nu_z^2 + \nu_r^2 \neq \text{const}$. Диаграммы резонансов построены с учётом изменения $\nu_z^2 + \nu_r^2$ (для $E = 43$ МэВ ВЭП-1,

$E = 150$ Мэв ВЭПП-2). Кроме резонансов, указанных на диаграмме, следует также ожидать возникновения синхробетатронных резонансов /6/, т.к. из-за возмущений магнитного поля вблизи нелинейных резонансов амплитуда и фаза бетатронных колебаний испытывают биения с частотой δ , где

$$\delta = q - |a\gamma_z + b\gamma_r| \quad - \text{расстояние до резонанса. Кроме}$$

того, при наличии квадратичной нелинейности $\frac{\partial \gamma}{\partial r} \neq 0$, частота бетатронных колебаний меняется из-за радиально-фазовых колебаний

$$\gamma(t) = \gamma_0 + a_{r-f} \frac{\partial \gamma}{\partial r} \sin \Omega t$$

где a_{r-f} - амплитуда радиально-фазовых колебаний, Ω - частота радиально-фазовых колебаний. Поэтому, если $\delta = \frac{n\Omega}{\omega_0} = n\gamma_s$, где $n = \pm 1, \pm 2, \dots$,

ω_0 - частота обращения возникает синхробетатронный резонанс вблизи нелинейного, приводящий к увеличению биений амплитуд бетатронных колебаний, аналогично /6/. Тогда условие возникновения синхробетатронных резонансов

$$a\gamma_z + b\gamma_r + n\gamma_s = q$$

П. Для определения степени опасности нелинейных резонансов была изучена зависимость времени жизни от частоты бетатронных колебаний. Одновременно производилось фотографирование пучка.

На рис. 2 и 3а приведены зависимости времени жизни пучка от $\gamma_z(\gamma_r)$ на установках ВЭП-1 и ВЭПП-2, на рис. 3б - доля оставшегося в накопителе ВЭПП-2 тока после однократного возбуждения аксиальных бетатронных колебаний пучка до амплитуды, составляющей $\sim 75\%$ от аксиальной апертуры. На рис. 4 и 5 показаны фотографии затухшего пучка при разных значениях $\gamma_z(\gamma_r)$ на установке ВЭП-1. Рис. 6 показывает затухание пучка после удара инфлектором при разных значениях $\gamma_z(\gamma_r)$ на установке ВЭПП-2. Как и следовало ожидать, время жизни и поперечные размеры пучка, а также выбивание частиц при ударе существенно зависят от близости к нелинейным резонансам. На наших установках опасными являются следующие резонансы:

Таблица II

| p | Одномерные | Двумерные суммовые | Синхробетатронные |
|-----|-------------------|--------------------|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | $2\gamma_r = I^1$ | | $2\gamma_r + n\gamma_s = I$ $n = 1, 2, 3$ |

| I | 2 | 3 | 4 |
|---|----------------------------------|---|--|
| 3 | $3 \nu_r = 2$ | $2 \nu_r + \nu_z = 2$ | $3 \nu_r + n \nu_s = 2$ $2 \nu_r + \nu_z \pm n \nu_s = 2$ $n = 1, 2$ |
| 4 | $4 \nu_r = 3; 4 \nu_z = 3$ | $3 \nu_r + \nu_z = 3$ $\nu_r + 3 \nu_z = 3$ | |
| 5 | $5 \nu_r = 3^2); 5 \nu_z = 4^2)$ | $\nu_r + 4 \nu_z = 4$ $4 \nu_r + \nu_z = 3$ | |
| 6 | $6 \nu_z = 5^3)$ | $5 \nu_r + \nu_z = 4$ 4) $\nu_r + 5 \nu_z = 5$ | |
| | | $6 \nu_r + \nu_z = 4$ $2 \nu_r + 5 \nu_z = 5$ 5) $\nu_r + 6 \nu_z = 5$ $6 \nu_r + \nu_z = 5$ $5 \nu_r + 2 \nu_z = 5$ $3 \nu_r + 4 \nu_z = 5$ | |

1) близко подойти к резонансу не удалось из-за синхробетатронных резонансов $2 \nu_r + n \nu_s = 1 \quad n = 1, 2, 3$;

2) о влиянии этих резонансов на установке ВЭП-1 трудно что-либо сказать, так как они находятся рядом с более сильным $2 \nu_r + \nu_z = 2$, на установке ВЭП-2 при $5 \nu_z = 4$ некоторое уменьшение времени жизни наблюдается;

3) время жизни затухшего пучка не уменьшается, наблюдается лишь небольшое увеличение аксиального размера; накопление на этом резонансе вести нельзя;

4) время жизни затухшего пучка меняется незначительно, накопление на этом резонансе вести нельзя;

5) по-видимому опасным является совместное действие этих резонансов.

Ввиду малоизученности, синхробетатронные резонансы в таблице опасных резонансов выделены отдельно от основных нелинейных резонансов. Чтобы показать действительную опасность синхробетатронных резонансов, была снята зависимость времени жизни пучка от $\nu_z(\nu_r)$ более подробно в области резонансов $2\nu_z + \nu_r - n\nu_s = 2$ для трёх значений напряжения на резонаторе U_p (см. рис.7). Так как при изменении U_p меняется ν_s , положение резонансов по $\nu_z(\nu_r)$ смещается. Как видно из таблицы III, это смещение хорошо соответствует изменению ν_s .

Таблица III

| U_p | ν_s | $(2\nu_r + \nu_z) - 2$ | $(2\nu_r + \nu_z) - 2$ | $(2\nu_r + \nu_z) - 2$ | $(2\nu_r + \nu_z) - 2$ |
|-------|----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 0,75 | $4,2 \times 10^{-3}$ | $4,8 \times 10^{-3}$ | $8,4 \times 10^{-3}$ | $12,8 \times 10^{-3}$ | $17,8 \times 10^{-3}$ |
| 2,5 | $7,1 \times 10^{-3}$ | $7,0 \times 10^{-3}$ | $14,2 \times 10^{-3}$ | | |
| 4,0 | $9,2 \times 10^{-3}$ | $9,4 \times 10^{-3}$ | $18,5 \times 10^{-3}$ | | |

Из рис.7 видно, что для $U_p = 4,0$ кв, $2,5$ кв работают резонансы с $n = 1, 2$, для $U_p = 0,75$ кв работают резонансы с $n = 1, 2, 3, 4$. Это по-видимому, связано с уменьшением частоты радиально-фазовых колебаний, так как приращение амплитуды при синхробетатронном резонансе $\propto 1/\Omega$.

$$\Delta a \sim J_n \left(\frac{a_{r \rightarrow z} \partial \nu}{\Omega} \right)$$

где J_n - функция Бесселя n порядка.

Влияние фазового размера на работу синхробетатронного резонанса показано на рис.3а и 8 в.

В таблице II не указаны двумерные разностные резонансы, так как они не уменьшают время жизни затухшего пучка и не вызывают потерю пучка при ударе инфлектором (см.рис.3б резонанс $2\nu_z - \nu_r = 1$). Однако обмен энергией между степенями свободы увеличивает эффективный фазовый объём впускаемого пучка и может существенно уменьшить скорость накопления.

На рис.4в, 5с, 5д показаны фотографии пучка при разностных резонансах. На рис.9а-д показаны фотографии пучка, раскачанного в ра-

диальном и аксиальном направлении при разностных резонансах. Для сравнения показаны раскачанные пучки вдали от разностного резонанса (рис 9e-f) На рис. 6 d, e показано затухание пучка после удара инфлектором при резонансе $2 \nu_z - \nu_r = 1$. По всем этим фотографиям ясно видна перекачка энергии одного вида колебаний в другой при разностных резонансах до 5 порядка включительно.

Весьма интересным было выяснить влияние затухания на работу нелинейных резонансов. Зависимость времени жизни пучка от $\nu_z(\nu_r)$ на энергии 90 Мэв и 135 Мэв показаны на рис. 10a и 10b. Система изменения $\nu_z(\nu_r)$ не позволила пройти на этих энергиях весь диапазон $\nu_z(\nu_r)$, но тем не менее видно, что увеличение затухания в 10 - 30 раз существенно не повлияло на работу нелинейных резонансов $3 \nu_r = 2$, $2 \nu_r + \nu_z = 2$; $4 \nu_z = 3$; $4 \nu_r + \nu_z = 3$.

III. Следует подчеркнуть, что уменьшение времени жизни часто не связано с увеличением поперечных размеров, так как поперечные размеры увеличиваются только при $\delta = \nu - \nu_{рез} \sim 0$, а область малого δ достаточно велика (см. рис. 2). Поэтому потери частиц определяются не увеличением биений амплитуды бетатронных колебаний вблизи резонанса (что должно сопровождаться увеличением размера пучка), а однократными процессами, приводящими по-видимому к следующему:

1) частица получает амплитуду бетатронных колебаний $a_{r,z} > a_{r,z \text{ гон}}$ и теряется, что эквивалентно уменьшению апертуры камеры (появление так называемой магнитной апертуры); $a_{r,z \text{ гон}}$ определяется из соотношения

$$\nu + \frac{\partial^2 \nu}{\partial a_{r,z}^2} a_{r,z \text{ гон}}^2 = \nu_{рез}$$

На рис. 11a, 11b показаны зависимости времени жизни от $\nu_z(\nu_r)$ для случая уменьшенной апертуры по r и z. В точке A магнитная апертура \sim равна механической, в точке B магнитная апертура меньше механической;

2) частица получает амплитуду радиально-фазовых колебаний $a_{r,\phi} > a_{r,\phi \text{ гон}}$ и теряется, $a_{r,\phi \text{ гон}}$ определяется из соотношения

$$\nu + \frac{\partial \nu}{\partial r} a_{r,\phi \text{ гон}} = \nu_{рез}$$

На рис. 12 показана зависимость времени жизни от $\nu_z(\nu_r)$ для двух

фазовых размеров пучка. Увеличение фазового размера увеличивает область малого \mathcal{C} .

IV. По фотографиям пучка можно определить некоторые характерные особенности нелинейных резонансов:

1) Образование новых равновесных орбит. На рис. I3 показаны фотографии пучка при резонансе $4\nu_z = 3$, на фотографии ясно видно два (I3a) или даже три (I3b) набора амплитуд колебаний. Подтверждением того, что это есть новые равновесные орбиты является рис. I3c, где показана фотография пучка при совместном действии резонанса $4\nu_z = 3$ и $3\nu_r - 2\nu_s = 2$, где видна независимая раскачка частиц по r на обеих равновесных орбитах.

Новые равновесные орбиты образуются и при суммовых резонансах. На рис I3d видно затухание пучка после удара инфлектором: основная часть пучка затухает к основной равновесной орбите, а часть к новой равновесной орбите суммового резонанса. Время жизни частиц на этой равновесной орбите порядка времени рассеяния на газе.

2) Пропорциональные изменения амплитуд колебаний при двумерных резонансах. Как известно (см., например, /3,4/) для нелинейных резонансов двумерных колебаний $a\nu_z + b\nu_r = q$ существует адиабатический инвариант, связывающий амплитуду колебаний по r и z

$$\frac{A_z^2}{6} - \frac{A_r^2}{6} = \text{const}$$

Изучение двумерных резонансов на модели /7/ показало, что поперечное сечение пучка достаточно точно определяется этим соотношением.

Фотографии пучка при суммовых резонансах $2\nu_r + \nu_z = 2$, $\nu_r + 3\nu_z = 3$, $\nu_r + 4\nu_z = 4$, $4\nu_r + \nu_z = 3$ (см. рис. 4g; 4h; 5g; 5e) также показывают, что поперечное сечение пучка - гипербола с отношением полуосей $\sqrt{\frac{a}{b}}$.

Фотографии пучка при разностных резонансах $\nu_r - \nu_z = 0$ $3\nu_z - \nu_r = 2$ (см. рис. 4b; 5d) показывают, что поперечное сечение пучка эллипс с отношением полуосей $\sqrt{\frac{a}{b}}$, для резонанса $3\nu_r - 2\nu_z = 0$ (см. рис. 5c) $\frac{A_z}{A_r} = \sqrt{1.2}$, вместо $\frac{A_z}{A_r} = \sqrt{1.5}$.

V. Изучение нелинейных резонансов позволило сформулировать основные условия, которым должна удовлетворять рабочая точка по частотам бетатронных колебаний при накоплении (особенно это важно для позитронов, т.к. они впускаются с большим разбросом по амплитудам бетатронных и ради-

ально-фазовых колебаний):

1. Рабочая точка должна быть удалена от всех одномерных и двумерных суммовых резонансов до 7 порядка включительно.
2. Рабочая точка должна быть удалена от разностных резонансов связи до 5 порядка включительно.
3. Квадратичная нелинейность должна быть минимальной.

Выбор рабочей точки на ВЭПП-2 $\nu_z = 0,827$; $\nu_r = 0,715$;

$\frac{\partial \nu}{\partial r} = 1 \times 10^{-2} \frac{1}{\text{см}}$. позволил производить накопление более тысячи порций позитронов без заметных потерь впускаемого и накопленного пучка из-за нелинейных резонансов.

Л и т е р а т у р а

1. В.Л.Ауслендер и др.
Атомная энергия 20, 213 (1966).
2. Г.И.Будкер и др.
Атомная энергия 19, 497-510 (1965).
3. A. Shoch CERN Report , 57-21 (1958).
4. А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев.
Теория циклических ускорителей ФМ (1962).
5. Э.В.Зинин и др.
Атомная энергия 20, 220 (1966).
6. Ю.Ф.Орлов. ЖЭТФ 32 , 130 (1957).
7. M. Barbier and A. Shoch
Nucl. Instr and Methods 5, 211, (1959).

Подписи к рисункам

Рис. 1а. Диаграмма резонансов для установки ВЭП-1.

Рис. 1в. Диаграмма резонансов для установки ВЭП-2.

Рис. 2. Зависимость времени жизни пучка от $\nu_z(\nu_r)$ на установке ВЭП-1
 $E = 43$ Мэв.

Рис. 3а. Зависимость времени жизни пучка от $\nu_z(\nu_r)$ на установке ВЭП-2
 $E = 150$ Мэв.

Рис. 3в. Зависимость доли оставшегося тока после одного удара инфлектором на установке ВЭП-2, $E = 150$ Мэв.

Рис. 4. Фотографии затухшего пучка на установке ВЭП-1.

а) $\nu_r = \frac{3}{4}$; в) $\nu_r - \nu_z = 0$; с) $\nu_r = \frac{2}{3}$; д) $\nu_z = \frac{3}{4}$;

е) $\nu_z = \frac{3}{4}$ и $3\nu_r - 2\nu_s = 2$; ф) $2\nu_r + \nu_z - \nu_s = 2$;

д) $2\nu_r + \nu_z = 2$; и) $\nu_r + 3\nu_z = 3$; и) $2\nu_r + \nu_z + \nu_s = 2$.

Рис. 5. Фотографии затухшего пучка на установке ВЭП-1.

а) $\nu_r = \frac{4}{7}$; в) $\nu_z = \frac{5}{6}$; с) $3\nu_r - 2\nu_z = 0$;

д) $3\nu_z - \nu_r = 2$; е) $4\nu_r + \nu_z = 3$; ф) $\nu_r + 4\nu_z = 4$ и

$4\nu_r + \nu_z = 3$; д) $\nu_r + 4\nu_z = 4$; и) $6\nu_r + \nu_z = 4$ и

$2\nu_r - 3\nu_s = 1$; и) $2\nu_r - 3\nu_s = 1$.

Рис. 6. Фотографии затухания пучка после удара инфлектором на установке ВЭП-2.

а) вдали от резонансов; в) $3\nu_r + \nu_z = 3$; с) $\nu_r + 4\nu_z = 4$;

д) $2\nu_z - \nu_r = 1$; е) $2\nu_z - \nu_r = 1$; ф) $3\nu_z - 2\nu_r = 1$

Рис.7. Зависимость времени жизни пучка от $\nu_z(\nu_r)$ в области резонансов $2\nu_r + \nu_z - n\nu_s = 2$ $\alpha - \alpha_p = 0,75$ кв; $\theta - \alpha_p = 2,5$ кв; $\Delta - \alpha_p = 4$ кв.

Рис.8а. Зависимость времени жизни пучка от $\nu_z(\nu_r)$ в области $2\nu_r + \nu_z - n\nu_s = 2$; $\alpha_p = 2,5$ кв; $\alpha - 2\Delta L = 6$ см; $\theta - 2\Delta L = 8,5$ см; $\square - 2\Delta L = 13$ см; $2\Delta L$ - фазовый размер.

Рис.8в. Зависимость времени жизни пучка от фазового размера при резонансе $2\nu_r + \nu_z - 2\nu_s = 2$. $\alpha_p = 2,5$ кв.

Рис.9. Фотографии затухшего пучка на установке ВЭП-I.

а) $\nu_r - \nu_z = 0$ пучок раскачен по Z ;

в) $\nu_r - \nu_z = 0$ пучок раскачен по r ;

с) $3\nu_r - 2\nu_z = 0$ пучок раскачен по r ;

д) $3\nu_z - \nu_r = 2$ пучок раскачен по Z

е, ф) пучок раскачен по r и Z вдали от резонанса.

Рис.10. Зависимость времени жизни пучка от $\nu_z(\nu_r)$ на установке ВЭП-I

а) $E = 90$ Мэв; в) $E = 135$ Мэв.

Рис. 11а. Зависимость времени жизни пучка от $\nu_z(\nu_r)$ в области резонансов $2\nu_r + \nu_z - n\nu_s = 0$ α - апертура открыта; θ - апертура по Z уменьшена; \square - апертура по r уменьшена.

Рис.11в. Зависимость времени жизни пучка от $\nu_z(\nu_r)$ в области резонанса $4\nu_z = 3$

α - апертура открыта; θ - апертура по r уменьшена;

\square - апертура по Z уменьшена.

Рис.12. Зависимость времени жизни пучка от $\nu_z(\nu_r)$ в области резонанса $4\nu_z = 3$ $\alpha - 2\Delta L = 6$ см; $\theta - 2\Delta L = 10$ см

Рис.13. Фотографии затухшего пучка на установке ВЭП-I.

а) $4\nu_z = 3$; в) $4\nu_z = 3$; с) $4\nu_z = 3$ и

$3\nu_r + 2\nu_s = 2$; д) $\nu_r + 4\nu_z = 4$.

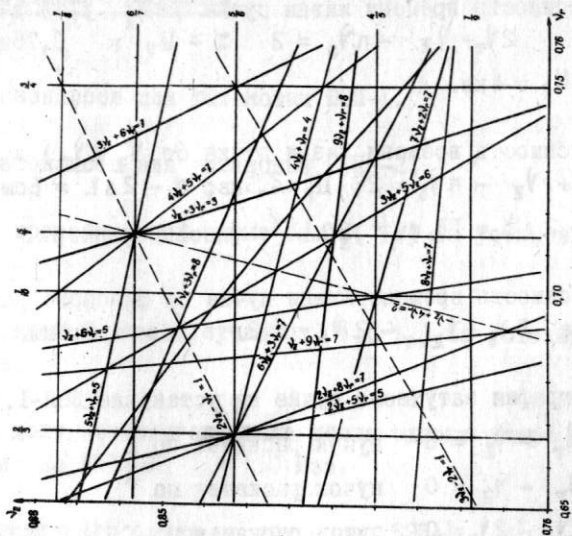


Рис. I.B.

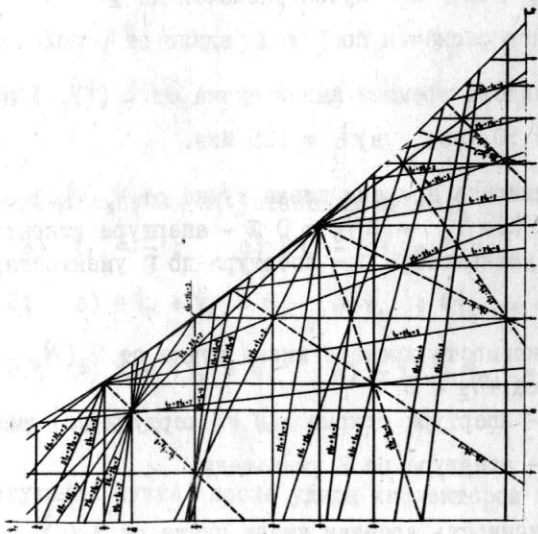


Рис. I.A.

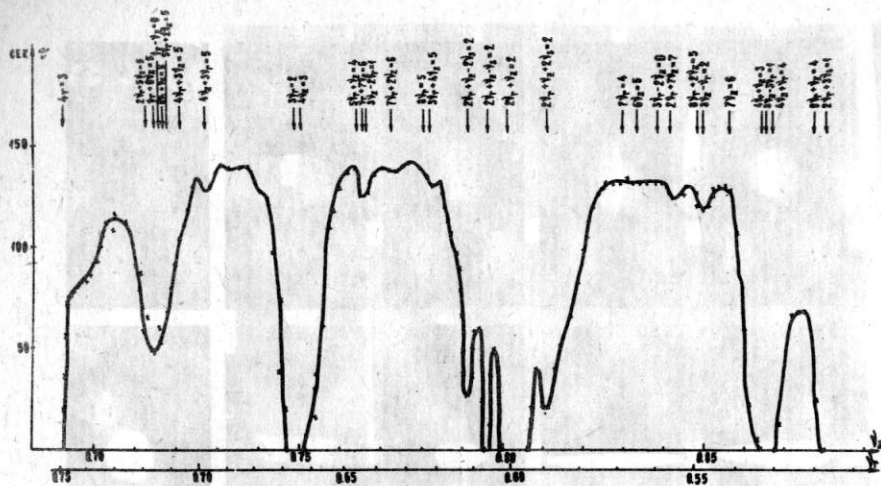
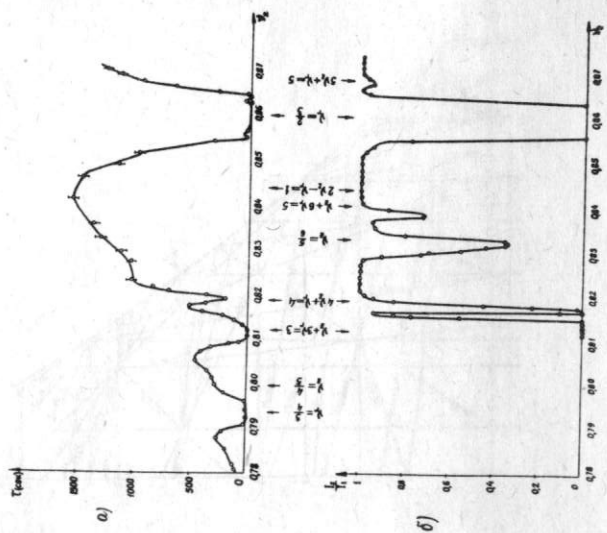
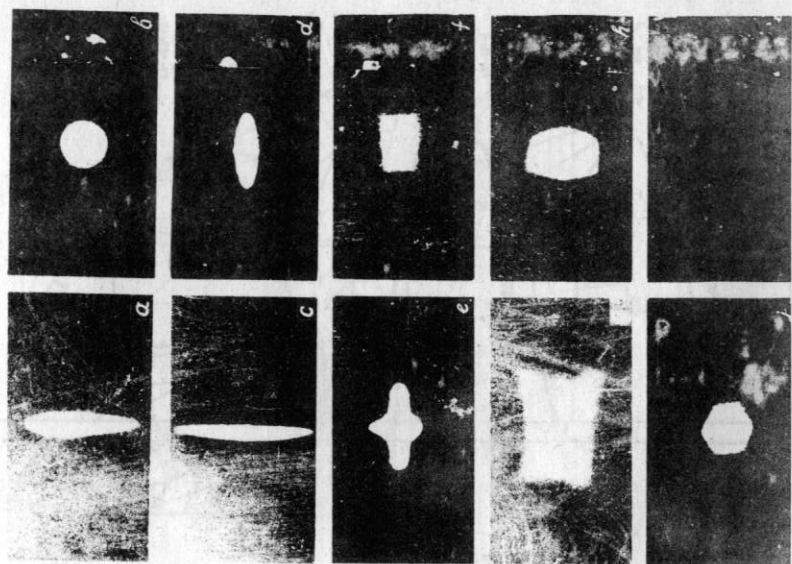


Рис. 2.



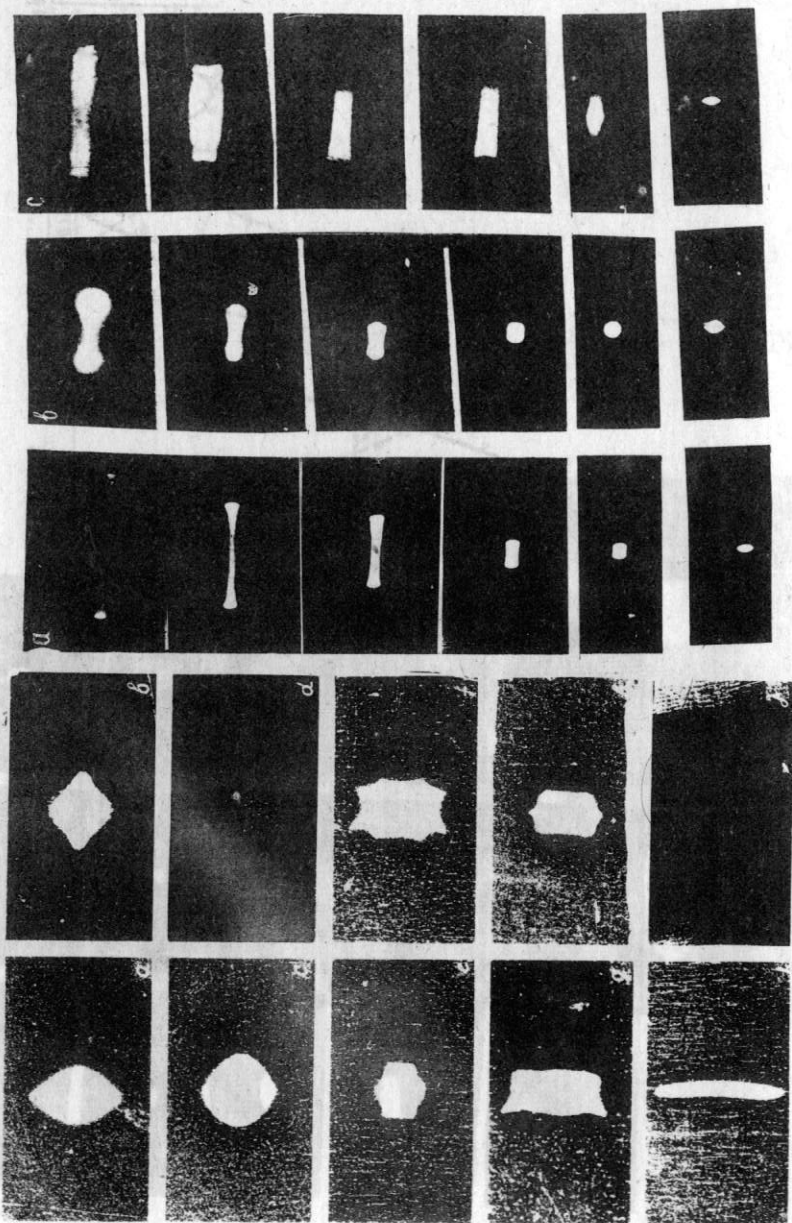


Рис. 6.

Рис. 5.

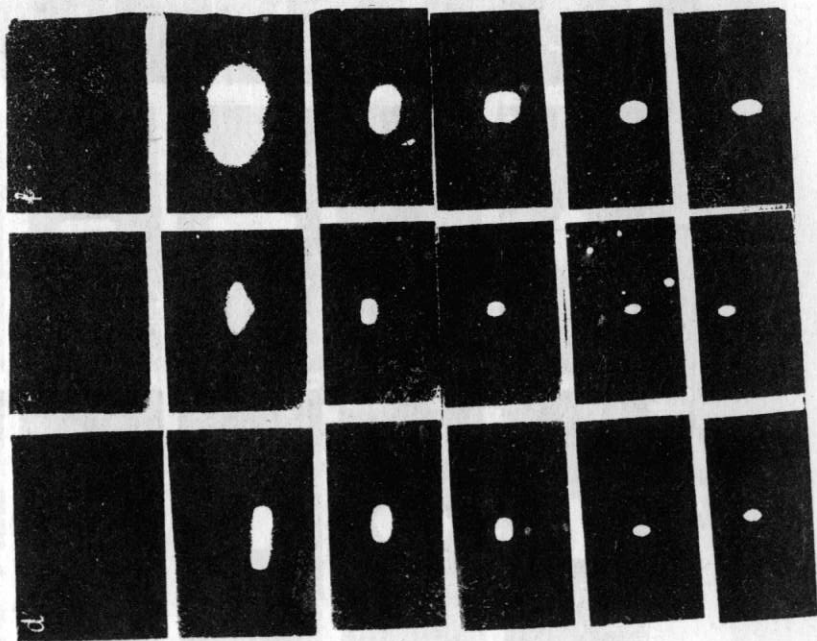


FIG. 6.

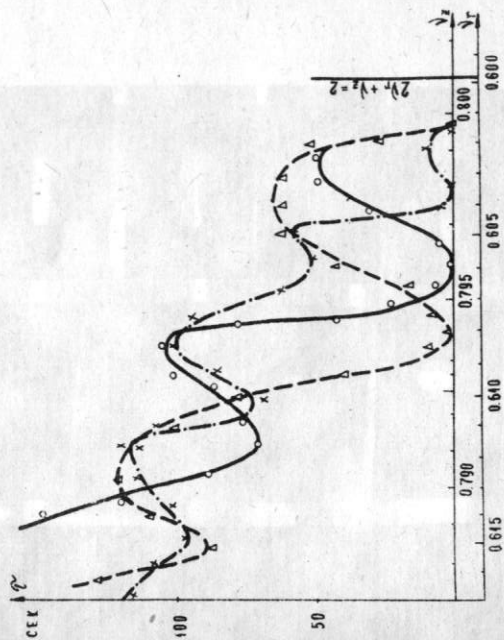


FIG. 7.

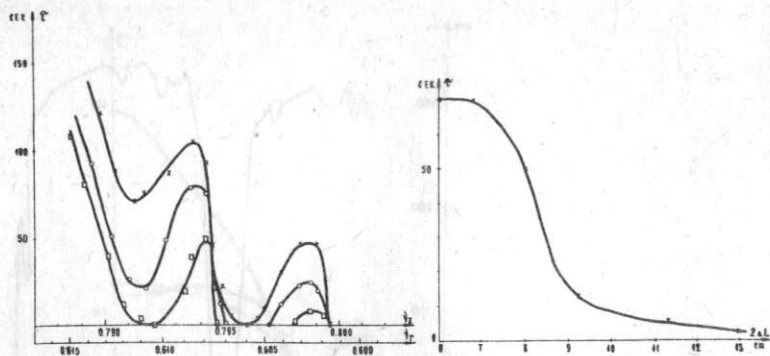


Рис. 8.

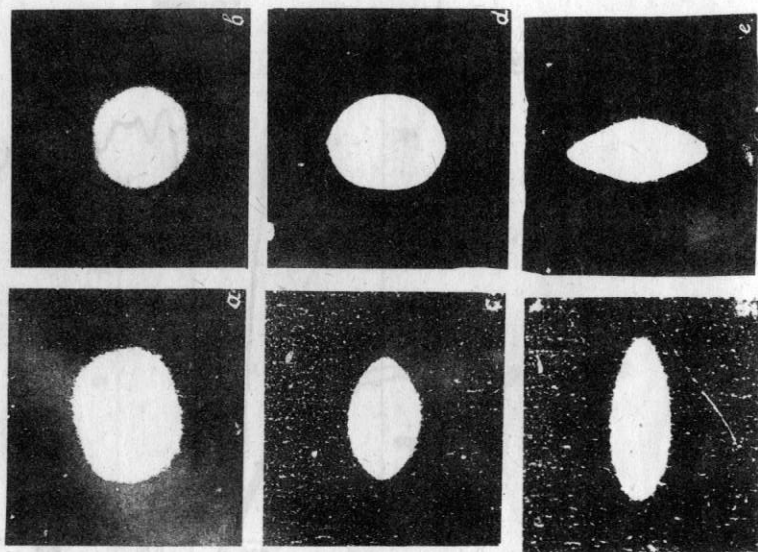


Рис. 9.

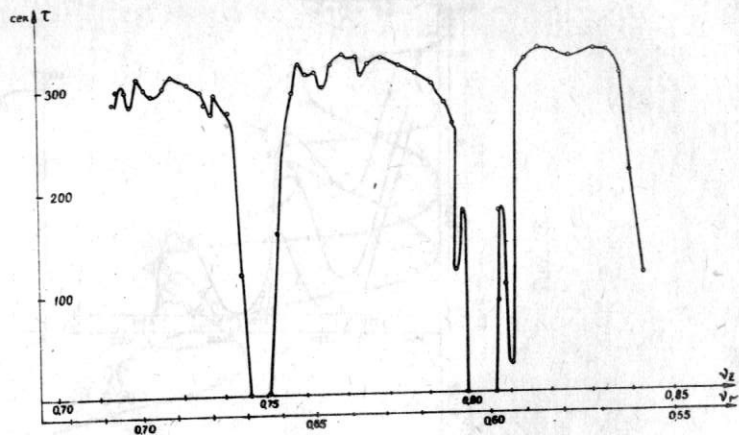


Рис. 10а.

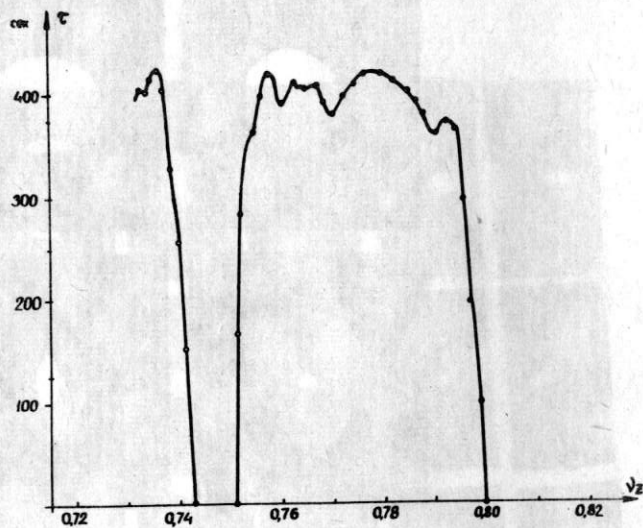


Рис. 10в.

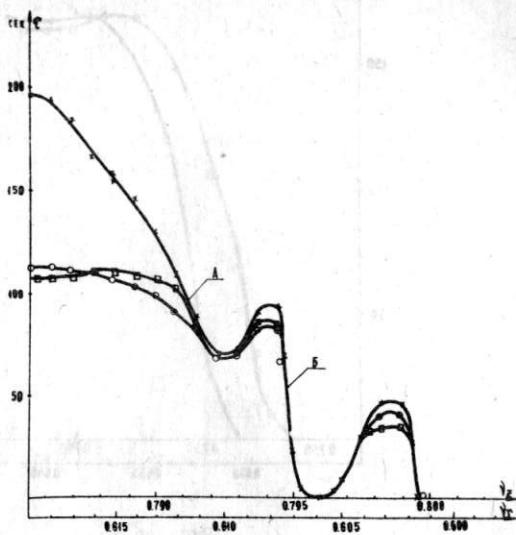


Рис. IIa

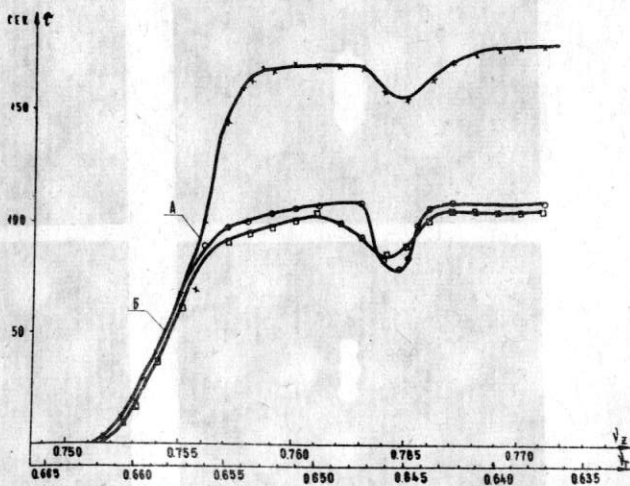


Рис. IIб.

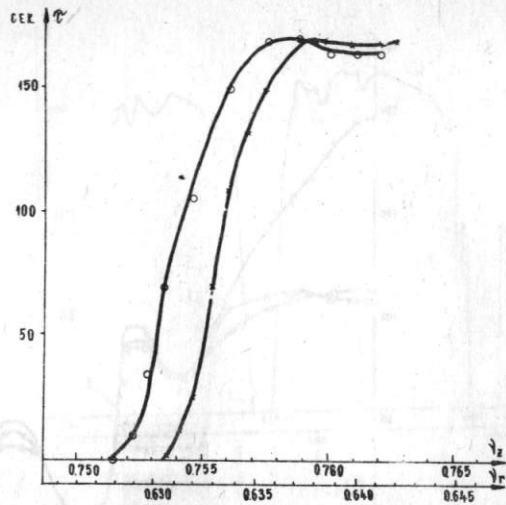


Рис. 12.

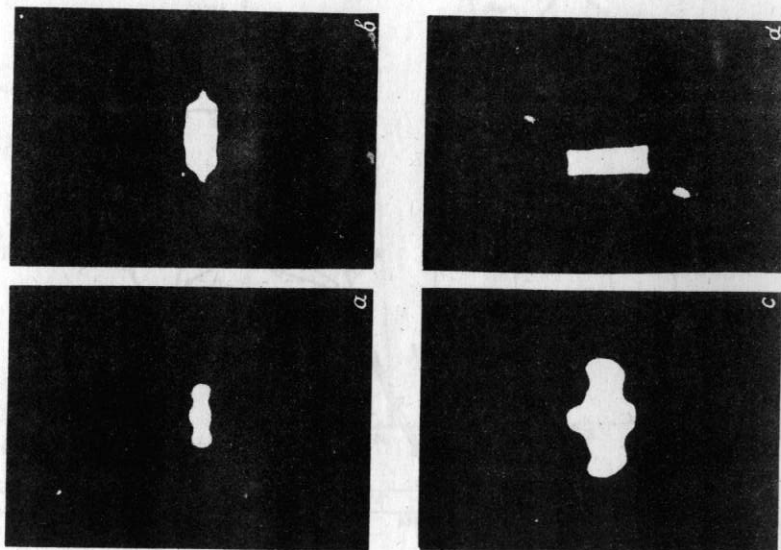


Рис. 13.