

Б 130
ДР 61

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт

С.С.Моисеев

**Влияние температурных возмущений
на устойчивость плазмы**

г.Новосибирск 1967

415/8193

БР 130
61

С.С.Моисеев

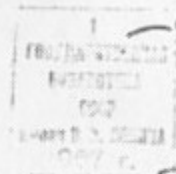
ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ
ПЛАЗМЫ

А Н Н О Т А Ц И Я

Показано, что при учете температурных возмущений и термосимы в плазме, неоднородной по плотности, возникает новые неустойчивости, плохо стабилизируемые перекрещенностью силовых линий магнитного поля.

Возникновение температурных возмущений связано со средним движением электронов и ионов вдоль силовых линий магнитного поля.

Рассматриваемые здесь неустойчивости могут приводить к аномальной диффузии Бома.



I. Развитие теории устойчивости магнитного удержания плазмы в последние годы шло, в частности, по пути учета влияния диссипативных факторов на характер неустойчивых колебаний (см., например, /1/, /2/). Это привело к обнаружению ряда опасных неустойчивостей, отсутствующих в среде без диссипации. Так, в /3/ было показано, что с учетом электрон-ионного трения в неоднородной плазме возникает неустойчивость (так называемая дрейфово-диссипативная), которая может вызывать аномальную диффузию Бома /4/ с коэффициентом

$$D \sim \frac{c T_e}{e H_0} \quad (I.1)$$

где c - скорость света в вакууме, H_0 - напряженность магнитного поля, T_e - температура плазмы, e - заряд электрона.

Полученный результат позволил объяснить ряд экспериментов, где наблюдалась диффузия Бома (по этому поводу см. /2/).

В то же время экспериментальные данные показывают, что диффузия Бома наблюдается в более широких пределах, чем это следует из теории дрейфово-диссипативной неустойчивости (см., например, /5/).

Существенную роль в развитии дрейфово-диссипативной неустойчивости играют поперечные по отношению к H_0 ионные токи (в частности дрейф ионов за счет их инерции). Продольное движение ионов при исследовании этой неустойчивости не учитывается. Вместе с тем, с ростом k_{\parallel}/k_{\perp} (k_{\parallel} - проекция волнового вектора \vec{k} на направление магнитного поля, k_{\perp} - соответственно проекция \vec{k} в перпендикулярном направлении) ситуация может измениться и продольное движение ионов окажется более существенным. Это особенно относится к диапазону частот $\omega \lesssim k_{\perp} v_{Ti}$ (v_{Ti} - тепловая скорость ионов). Причем речь идет, вообще говоря, о длинноволновых возмущениях в направлении перпендикулярном H_0 , т.е. о возмущениях, которые могут приводить к большой диффузии в случае развития неустойчивости.

Подчеркнем также, что исследование устойчивости плазмы в диапазоне частот $\omega \lesssim k_{\perp} v_{Ti}$ имеет важное значение в связи с вопросом об эффективности использования установок с перекрещенными силовыми линиями /6/.

Следует заметить, что в ряде работ (см., например, [7]) предполагали повышенную устойчивость плазмы в указанной области частот.

Выше было отмечено, что электрон-ионное трение приводит в неоднородной плазме к дрейфово-диссипативной неустойчивости. При этом имелась в виду та часть трения, которая зависит от средней относительной скорости между электронами и ионами или, иначе говоря, от плотности тока \bar{j} . Вместе с тем, трение между электронами и ионами в плазме возникает при наличии градиента электронной температуры (так называемая термосила - см. [8]). Как известно, термосила возникает из-за того, что на "подогретых" электронах действует меньшая сила трения, чем на более холодные. Влияние термосилы на устойчивость плазмы изучено мало. Поскольку термосила связана с градиентом электронной температуры, то отсюда ясно, что её роль определяется характером температурных возмущений в плазме. Проведенное ниже рассмотрение показывает, что последовательный учет продольного движения электронного и ионного газов приводит к необходимости учитывать возмущение электронной и ионной температур даже если начальная температура плазмы однородна.

2. Перейдем теперь к выводу дисперсионного уравнения в интересующем нас приближении. Будем рассматривать потенциальные возмущения ($\omega t \vec{E} = c \vec{E}$, \vec{E} - электрическое поле возмущения). Считая начальные параметры плазмы медленно меняющимися, выберем возмущения в виде $\sim \exp(i\omega t + ik_1 y + ik_2 z)$

Мы будем пренебрегать инерционным дрейфом ионов, а также конечностью ларморовского радиуса ионов, но учтем их продольное движение. Уравнение сохранения заряда при сделанных предположениях принимает следующий вид:

$$V_{ze} - V_{zi} = 0 \quad (2.1)$$

где V_{ze}, V_{zi} - соответственно продольные возмущенные скорости электронов и ионов.

Нам понадобятся еще следующие уравнения

$$i\omega M V_{zi} n_0 = S i k_2 T_e n_0 + e n_0 E_z - i k_2 n_0 T_i - i k_2 n T_0 \quad (2.2)$$

$$-(1+S) i k_2 n_0 T_e - i k_2 n T_0 - e n_0 E_z = 0 \quad (2.3)$$

$$i\omega n + c \frac{E_z}{H_0} n_0' + i k_2 V_{ze} n_0 = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{3}{2} i\omega T_e + i T_0 k_2 V_{ze} = -\chi_e k_2^2 T_e - 3 V_{ie} (T_e - T_i) \quad (2.5)$$

$$\frac{3}{2} i\omega T_i + i T_0 k_2 V_{zi} = -\chi_i k_2^2 T_i + 3 V_{ie} (T_e - T_i) \quad (2.6)$$

$$V_{ze} = c \frac{E_z}{H_0} + i k_2 \frac{c}{e H_0} (T_e + T_0 \frac{n}{n_0}) \quad (2.7)$$

$$V_{zi} = c \frac{E_z}{H_0} - i k_2 \frac{c}{e H_0} (T_i + T_0 \frac{n}{n_0}) \quad (2.8)$$

$$S = 0,71; n_0' = \frac{dn_0}{dx}; \omega_i = k_2 \frac{c T_0}{e H_0} \frac{n_0'}{n_0}$$

Здесь (2.2), (2.3) соответственно уравнения движения ионов и электронов вдоль \vec{H}_0 , (2.4) - уравнение непрерывности электронов; (2.5), (2.6) - соответственно уравнения теплового баланса для электронов и ионов. M - масса ионов; n , T_e , T_i - соответственно возмущения плотности, электронной и ионной температуры.

V_{ie}^{-1} - время обмена теплом между электронами и ионами^{§)},

$n_0(x)$ - начальная плотность плазмы, T_0 - начальная температура плазмы, предполагаемая однородной, χ_e, χ_i - соответственно коэффициенты теплопроводности электронов и ионов вдоль \vec{H}_0 , относенные к одной частице, V_{ie} - частота ион-ионных столкновений (в уравнении (2.3) учтены члены, пропорциональные V_{ie} , возникшие из продольной компоненты тензора вязкости ионов). Уравнения (2.7) и (2.8) представляют соответственно выражения для скорости электронов и ионов вдоль неоднородности. В написанных выше уравнениях учтена также термосила, играющая здесь особую роль (в (2.2) и (2.3) это члены пропорциональные S).

§) На необходимость учитывать обмен теплом между электронами и ионами обратил свое внимание Б.Б.Кадошцев.

Уравнения (2.1) - (2.8) приводят к следующему дисперсионному уравнению:

$$\frac{3}{2} \omega \left(1 - \frac{1}{3} i \frac{k_z^2 V_{Ti}^2}{V_{Te} \omega} \right) (\omega - \omega_i) \left\{ (\omega - \frac{2}{3} i \lambda_e k_z^2) (\omega - 2 i V_{Te} - \frac{2}{3} i \lambda_e k_z^2) - 2 i V_{Te} \omega - \frac{1}{3} V_{Te} \lambda_e k_z^2 \right\} = 5 \omega^2 + \omega \left\{ 2 S \omega_i - \frac{2}{3} i k_z^2 \lambda_e - 20 i V_{Te} \right\} - 4 V_{Te} \lambda_e k_z^2 - \frac{1}{3} \lambda_e \lambda_e k_z^4 + \frac{2}{3} i \lambda_e k_z^2 \omega_i - 8 i S \omega_i V_{Te} \quad (2.9)$$

Рассмотрим случай $\omega \ll k_z V_{Ti}$. Из уравнения (2.9)

имеем:

$$5 \omega^2 + \omega \left\{ 2 S \omega_i - \frac{2}{3} i k_z^2 \lambda_e - 20 i V_{Te} \right\} - 4 V_{Te} \lambda_e k_z^2 - \frac{1}{3} \lambda_e \lambda_e k_z^4 + \frac{2}{3} i \lambda_e k_z^2 \omega_i - 8 i S \omega_i V_{Te} + i \frac{\omega^2 \lambda_e k_z^2}{k_z^2 V_{Ti}^2} (\omega - \omega_i) + \frac{2 \omega (\omega - \omega_i) V_{Te} \lambda_e k_z^2}{k_z^2 V_{Ti}^2} = 0 \quad (2.10)$$

Неустойчивое решение (2.10) имеет следующий вид:

$$\text{Im } \omega \sim \frac{2}{3} (8 S V_{Te} - \frac{2}{3} \lambda_e k_z^2) \quad (2.11)$$

$$(\omega_i > \lambda_e k_z^2 \sim V_{Te} \sim k_z V_{Ti})$$

В случае $\omega_i > \omega$ из (2.9) вытекает существование следующей неустойчивости:

$$\text{Im } \omega \sim \sqrt{S} k_z V_{Ti}; \quad \text{Re } \omega \sim \frac{k_z^2 V_{Ti}^2}{\omega_i} \quad (\lambda_e k_z^2 \ll k_z V_{Ti})$$

$$\text{Im } \omega \sim S \frac{V_{Ti}^2}{\lambda_e} \quad (\lambda_e k_z^2 \sim k_z V_{Ti}) \quad (2.12)$$

Неустойчивость (2.12) существует также при холодных ионах.

Обратим внимание на то, что полученные здесь неустойчивости плохо стабилизируются перекрещенностью силовых линий магнитного поля, поскольку они существуют в диапазоне частот $\omega \leq k_z V_{Ti}$. Характерной особенностью развивающегося неустойчивого режима является тепловое расширение плазмы.

3. Попробуем теперь проанализировать по известным в настоящее время результатам, когда в плазме рассматриваемой в приближении двухжидкостной гидродинамики, возможно развитие аномальной диффузии Бома. Для простоты будем считать $T_e = \text{const}$. Как известно (см., например, [2], если $\text{Im } \omega \sim \omega_i$ и при этом размер турбулентных пульсаций порядка поперечных размеров системы, то коэффициент аномальной диффузии плазмы за счет развивающейся неустойчивости может стать порядка боровского. Обратим внимание на то, что если $k_z V_{Ti}$ или же $k_z^2 \lambda_e$ оказывается порядка $\omega_e = \frac{1}{2} \frac{c^2 T_e}{2 \pi n_0}$ (τ - характерный поперечный размер), то как следует из (2.12) данные неустойчивости приводят к диффузии Бома. Здесь сделано то естественное допущение, что в турбулентном режиме $k_z \sim k_y$, а размер турбулентных пульсаций может достигнуть поперечных размеров системы, поскольку рассматриваемый неустойчивый режим развивается также и для таких пульсаций. При этом следует иметь в виду, что еще необходимо выполнение условия: $\lambda_e k_z^2 \leq k_z V_{Ti}$, которое можно записать в следующем виде:

$$k_z \lambda_e \sqrt{\frac{m}{m}} \leq 1 \quad (3.1)$$

где λ_e - длина свободного пробега электронов, m - масса электронов.

Как показано в [3] дрейфово-диссипативная неустойчивость приводит к диффузии Бома, если $\omega_e \sim \omega_s$, где

$$\omega_s = \left(\frac{k_z}{k_y} \right)^2 \frac{\omega_{ne} \omega_{ni}}{V_e} \quad (3.2)$$

Здесь ω_{ne}, ω_{ni} - соответственно ларморовские частоты электронов и ионов, V_e - частота электрон-ионных соударений. В данном случае также $k_y \sim \frac{2\pi}{\tau}$

В обычных экспериментальных условиях ω_s весьма большая величина. Сравнивая ω_s и $\lambda_e k_z^2$ видим, что это условие $\omega_s \gg \lambda_e k_z^2$ сводится к условию

$$k_3 \frac{v_{ti}}{\omega_{ni}} \ll 1 \quad (3.3)$$

Можно поэтому представить себе следующие возможности развития диффузии Бома в плазменных установках в зависимости от значений параметра ω_B . Для достаточно больших значений ω_B , когда достигнуто условие $\omega_B \sim \omega_c$, диффузия Бома возникает за счет развивающейся дрейфово-диссипативной неустойчивости. С уменьшением ω_B , если возможно выполнение (3.1), диффузия Бома объясняется неустойчивостью (2.12).

Отметим, что результаты данной работы и /3/ позволяют, например, объяснить наблюдающуюся в /5/ аномальную диффузию Бома,

Если условие (3.1) не выполнено, то кроме дрейфово-диссипативной неустойчивости к диффузии Бома может приводить также неустойчивость разреженной плазмы, развивающаяся при весьма больших значениях дрейфовой частоты $\omega_c = \frac{k_3}{k_2} \sqrt{\frac{M}{m}} \omega_{ni}$ (см. /1/).

Обратим еще внимание, что при учете кривизны силовых линий магнитного поля возможны новые физические эффекты, связанные с появлением дополнительных вязких и "квазидиссипативных" членов в уравнении для продольной скорости. Выясним, в частности, причину появления "квазидиссипативных" сил. Рассмотрим частицу, движущуюся со скоростью $U_{||}$ вдоль силовой линии магнитного поля с радиусом кривизны R . В системе отсчета, где частица вдоль силовой линии не движется, на нее, в частности, действует сила Кориолиса, пропорциональная угловой скорости вращения системы отсчета $\frac{U_{||}}{R}$ и скорости относительного движения частицы поперек H_0 . Поскольку эта сила, подобно силе трения, пропорциональна $U_{||}$ (с действительным коэффициентом при ней), то она, вызывая сдвиг по фазе между силами и движением частицы, может приводить к возникновению неустойчивостей, аналогичных дрейфово-диссипативным неустойчивостям. Так, в дрейфовом приближении в уравнении для средней продольной скорости ионов $V_{||}$ появляется сила $\vec{f} = -M n_0 V_{||} (\hat{h} \nabla) \vec{w}_F$ (см., например, /9/; здесь \hat{h} - единичный вектор вдоль магнитного поля, \vec{w}_F - скорость дрейфа ионов за счет силы \vec{f} , имеющей проекцию на бинормаль к силовой линии). Эта сила приводит к возможности неус-

тойчивости с $\gamma_m \omega \sim \frac{W_F}{R}$. Если в качестве W_F взять скорость электрического дрейфа, соответствующую электрическим потенциалам в плазме с энергией порядка тепловой ($W_F \sim \frac{V_{ti}^2}{\omega_{ni} \tau}$), то мы видим, что в плазме с неоднородной начальной температурой появляется возможность аномального ухода тепла с коэффициентом $\lambda \sim \frac{r}{R} \frac{cT}{2H_0}$. Для достаточно крупных тороидальных систем ($r \leq R$) этот коэффициент мало отличается от боровского. Заметим также, что, вообще говоря, развивающийся нелинейный режим должен приводить к уменьшению начальных электрических полей в плазме.

Благодарю А.А.Галева, Б.Б.Кадомцева, А.Б.Михайловского, Р.Э.Сагдеева за ценные обсуждения ряда результатов данной работы.

Л и т е р а т у р а

- /1/ Кадомцев Б.Б. Турбулентность плазмы. Сб. "Вопросы теории плазмы", Атомиздат, 1964, т.IV.
- /2/ Галеев А.А., Моисеев С.С., Сагдеев Р.З. Теория неустойчивости неоднородной плазмы и аномальная диффузия. Атомная энергия, 1963, т.6.
- /3/ Моисеев С.С., Сагдеев Р.З. О коэффициенте диффузии Бона. И. Эксперим. и теор. физики, 1963, т.44, вып.2, стр.763.
- /4/ Guthrie A. Waverling R.K. The Characteristic of Electrical Discharge in Magnetic Field, N.S. 1949
- /5/ W. Stodiek, D.J. Grove, J.O. Kessler Plasma confinement in low-density stellarator discharge.
Материалы Международной конференции по термоядерным исследованиям, 1965, Калем.
- /6/ Кадомцев Б.Б., Погуце О.П. Неустойчивость и связанные с ней макроскопические эффекты в тороидальных разрядах. Материалы конференции по термоядерным исследованиям, 1965, Калем.
- /7/ N. Krall, M.N. Rosenbluth Universal Instability in Complex Field Geometries, *Pl. Fluids*, 1965, vol. 8, p.1488
- /8/ Брагинский С.И. Явления переноса в плазме. Сб. "Вопросы теории плазмы", Атомиздат, 1963, т.I.
- /9/ Рудаков Л.И., Сагдеев Р.З. О квазигидродинамическом описании разреженной плазмы. Сб. "Физика плазмы и проблема управления термоядерных реакций", Изд-во АН СССР, 1958, т.II, стр.268.

Ответственный за выпуск Г. И. ЗАСЛАВСКИЙ
Подписано к печати 5.12-1967 г.
Усл. 0,5 печ. листа, тираж 250 экз. Бесплатно
Заказ Б 157

Отпечатано на роталпринте в ИГиЛ СО АН СССР