

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

168

А.А.Галеев, Р.З.Сагдеев, Г.П.Фюрс

**Диффузия плазмы в тороидальном
стеллараторе**

г.Новосибирск 1967

ДИФФУЗИЯ ПЛАЗМЫ В ТОРОИДАЛЬНОМ СТЕЛЛАРАТОРЕ

А.А.Галеев, Р.З.Сагдеев, Г.П.Фюрс^{х)}

А Н Н О Т А Ц И Я

Изучается влияние слабой тороидальности системы на движение частиц, запертых в областях минимума сильного винтового поля. Показано, что дрейфовые орбиты запертых частиц (они названы здесь "бананами") совершают медленное движение в тороидальном магнитном поле. Величина максимального отклонения бананов от магнитной поверхности в процессе такого движения определяется геометрией магнитного поля и величиной равновесного электрического поля, но не зависит от ларморовского радиуса частиц. В работе вычислены коэффициенты переноса плазмы, связанные с размещением плазмы вследствие дрейфового движения бананов. В случае малого тороидального отношения $\epsilon_t = \frac{r}{R} \ll 1$ коэффициенты переноса оказываются значительно меньше Бомовского коэффициента диффузии D_B . Например, коэффициент ионной теплопроводности $\chi_{ii} < \epsilon_h^{1/2} \epsilon_t^2 D_B$, где величина $\epsilon_h < 1$ характеризует глубину модуляции основного поля винтовым.

§ I. ВВЕДЕНИЕ

В магнитных ловушках с вращательным преобразованием силовых линии магнитного поля образуют поверхности. Траектории дрейфа частиц плазмы в таких ловушках, как правило, образуют поверхности достаточно близкие к магнитным. Однако, дрейфовые поверхности частиц, движущихся с малыми скоростями вдоль силовой линии магнитного поля, могут испытывать довольно сильные отклонения от магнитных поверхностей. Возникающее вследствие этого перемешивание может привести к существенному увеличению потоков частиц и тепла. В работе [1] найдены эти потоки для случая тороидальных систем с аксиальной симметрией. Тороидальный стелларатор не обладает аксиальной симметрией. Орбиты частиц, совершающих в таких ловушках довольно сложную прецессию, могут еще дальше отходить от магнитных поверхностей [2,3,4]. И здесь наиболее опасны частицы с малыми продольными скоростями, в особенности частицы, запертые при своем движении вдоль силовых линий в областях с минимумом величины магнитного поля. Картина такого движения частиц является весьма запутанной, из-за того ^{что} они находятся в поле, представляющем собой суперпозицию двух потенциальных ям, во-первых, связанной с тороидальностью (как в аксиально-симметричном случае) и во-вторых, возникающей от винтового магнитного поля. Поэтому, к настоящему времени не было сделано даже оценок возникающего перемешивания.

Мы рассмотрим предельный случай стелларатора с малой то-

х) Лаборатория физики плазмы, Принстонский Университет, Принстон, США. г.Новосибирск, 1967

роидальностью, для которого можно найти интегралы дрейфовых уравнений движения частиц. Тем самым автоматически известна функция распределения частиц при отсутствии столкновений. Влияние же последних учитывается затем по теории возмущений.

§ 2. ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ В СТЕЛЛАТОРЕ С СИЛЬНЫМ ВИНТОВЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Рассмотрим движение частиц в трехзаходном для конкретности винтовом магнитном поле "согнутом" в тор большого радиуса. Вблизи оси винтового поля можно использовать дополнительные упрощающие задачу приближения:

а) сечения магнитных поверхностей представляют собой концентрические окружности;

б) вклад поперечных составляющих винтового магнитного поля в диамагнитный дрейф частиц является пренебрежимо малым по сравнению со вкладом из-за неоднородности продольного поля B_z .

Вблизи магнитной оси можно воспользоваться следующим выражением для величины B_z /5/

$$B_z = B_0 \left[1 - \epsilon_h \cos 3(\vartheta - \Delta z) - \epsilon_t \cos \vartheta \right], \quad (1)$$

где $\epsilon_h = \frac{27 \delta}{16 B_0} (\Delta r)^3$, $\Delta = \frac{2\pi}{L}$ - шаг винтового поля, а последнее слагаемое в правой части представляет собой тороидальную поправку, так что

$$\epsilon_t \ll \epsilon_h \quad (2)$$

Уравнения движения заряженной частицы с энергией E и адиабатическим инвариантом μ в дрейфовом приближении можно представить в следующем виде:

$$r \frac{d(\vartheta - \Delta z)}{dt} = -\Delta r \left[v_{||} - \frac{c}{\Delta r B_0} \frac{d\Phi}{dz} \right] - \frac{\mu B_0}{m_j \omega_{cj} r} \left(3\epsilon_h \cos 3(\vartheta - \Delta z) + \epsilon_t \cos \vartheta \right) \quad (3)$$

(в этом уравнении мы пренебрегли членом с $\frac{B_\vartheta}{B_0} v_{||}$ по сравнению с первым членом справа, что справедливо вблизи оси), $\Phi(r)$ - электрический потенциал,

$$\frac{dr}{dt} = - \frac{\mu B_0}{m_j \omega_{cj} r} \left(3\epsilon_h \sin 3(\vartheta - \Delta z) + \epsilon_t \sin \vartheta \right), \quad (4)$$

$$\frac{dz}{dt} = v_{||}, \quad v_{||} = \pm \sqrt{\frac{2}{m_j} \left[E - e\Phi - \mu B_0 (1 - \epsilon_h \cos 3(\vartheta - \Delta z) - \epsilon_t \cos \vartheta) \right]} \quad (5)$$

В уравнениях (3) и (4) мы опустили также центробежный дрейф, поскольку речь будет идти о запертых частицах (имеющих малые $v_{||}$). Как следует из работы /6/ это накладывает также ограничение сверху на величину электрического поля.

Система уравнений (3) - (5) в нулевом приближении ($\epsilon_t = 0$) с помощью замены $\varphi = 3(\vartheta - \Delta z)$ приводится к виду, напоминающему уравнения движения частиц в аксиально-симметричном торе, и, если пренебречь отклонением частиц Δr от магнитной поверхности (Δr - действительно малая величина, пропорциональная ларморовскому радиусу), то вместо (3) - (5) можно записать уравнение, описывающее движение по координате

$$r_0 \frac{d\varphi}{dt} = -3\Delta r_0 v \sqrt{\epsilon_h [2x^2 - 1 + \cos \varphi]}, \quad v = \sqrt{\frac{2\mu B_0}{m_j}},$$

$$x^2 = \frac{\left\{ \sqrt{\frac{2}{m_j} [E - e\Phi - \mu B_0 (1 - \epsilon_h)]} - \frac{c}{\Delta B_0 r} \frac{d\Phi}{dz} \right\}^2}{2v^2 \epsilon_h} \quad (6)$$

Отсюда следует, что как и в аксиально-симметричном торе /6,7/, движение запертых частиц можно описать в терминах эллиптических функций с модулем

$$x^2 \leq 1 \quad (7)$$

*) Для пролетных частиц этого делать нельзя даже вблизи оси.

Период колебания запертых частиц равен

$$\tau = \frac{4}{3\Delta v \sqrt{2E_h}} \int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{x^2 - \sin^2 \varphi/2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3\Delta v \sqrt{E_h}} K(x) \quad (8)$$

где $K(x)$ - полный эллиптический интеграл первого рода, φ_0 - нуль подкоренного выражения. Соответствующие орбиты (условимся называть их "бананами") в плоскости $\vartheta - \Delta z$, ν изображены на рис. I. Запертые частицы движутся в интервалах углов

$$\frac{2\pi}{3} \left(l - \frac{1}{2} \right) \leq \vartheta - \Delta z \leq \frac{2\pi}{3} \left(l + \frac{1}{2} \right), \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

Для дальнейшего будет существенно то, что орбиты частиц в среднем дрейфуют вдоль \mathcal{Z} . Скорость этого дрейфа можно найти из очевидного условия

$$\frac{d}{dt} \langle \varphi \rangle = 0, \quad (10)$$

что дает

$$\left\langle \frac{d\vartheta}{dt} \right\rangle = \Delta \left\langle \frac{d\mathcal{Z}}{dt} \right\rangle = -\frac{c}{rB_0} \frac{d\Phi}{dx} - \frac{3\mu B_0}{m_j \omega_{cj} r^2} \left[\frac{2E(x)}{K(x)} - 1 \right] \varepsilon_h \quad (11)$$

где угловые скобки означают операцию усреднения по периоду колебания запертых частиц согласно правилу

$$\langle A(\varphi) \rangle = \frac{1}{2K(x)} \int_0^{\varphi_0} \frac{A(\varphi) d\varphi}{\sqrt{x^2 - \sin^2 \varphi/2}} \quad (12)$$

При наличии слабой тороидальности $\varepsilon_t \neq 0$, очевидно, можно считать, что быстрое бананообразное движение запертых частиц между магнитными пробками сохраняется, но координата банана ν , также как и $\langle \vartheta \rangle$, будет медленно меняться.

Уравнение, описывающее это медленное движение можно найти усреднением уравнения (4)

$$\left\langle \frac{d\nu}{dt} \right\rangle = \frac{d\nu}{dt} = -\varepsilon_t \frac{\mu B_0}{m_j \omega_{cj} r} \langle \sin \vartheta \rangle \quad (13)$$

Но в использованном нами приближении $\frac{B_\vartheta}{B_z} \ll \Delta$ (т.е. в пре-небрежении вращательным преобразованием) быстрое движение по ϑ отсутствует и следовательно $\langle \sin \vartheta \rangle = \sin \langle \vartheta \rangle$.

Из уравнения (13) видно, что вследствие тороидальности банан сдрейфовывает поперёк магнитной поверхности. В процессе колебаний частицы между областями с сильным винтовым магнитным полем тороидальный дрейф по радиусу сохраняет свой знак до тех пор, пока за счет медленного движения по азимуту $\langle \vartheta \rangle$ частица не попадает в область тороидального дрейфа противоположного знака. Чем медленнее движется банан по $\langle \vartheta \rangle$ (и соответственно по $\langle \mathcal{Z} \rangle$), тем большим будет его отклонение от первоначальной магнитной поверхности. Движение же по $\langle \vartheta \rangle$ в приближении малой тороидальности описывается уравнением (11).

Рассмотрим сначала случай, когда электрическое поле $\frac{d\Phi}{dx} \equiv 0$. Тогда при $x^2 = x_0^2 = 0,83$ дрейфовая скорость банана вдоль оси \mathcal{Z} обращается в нуль (обращается в нуль правая часть уравнения (11)). Такие бананы в процессе медленного дрейфового движения оказываются запертыми в пределах ограниченных участков силовых линий и имеют аномально большое отклонение от магнитной поверхности. Разложим выражение для скорости дрейфа $\frac{d\langle \vartheta \rangle}{dt}$ по малым отклонениям от точки (x_0, ν_0) :

$$\frac{d\langle \vartheta \rangle}{dt} = -\frac{3\mu B_0 \varepsilon_h}{m_j \omega_{cj} r_0 K(x_0)} \frac{d}{dx^2} \left[2E(x_0) - K(x_0) \right] \cdot \left[x^2 - x_0^2 + (r-r_0) \frac{dx^2}{dx} \right] \quad (14)$$

В переменных

$$\tau = \frac{\mu B_0}{m_j \omega_{cj} r_0^2} t, \quad x = \frac{r - r_0}{r_0} \quad (15)$$

система уравнений движения дрейфовых орбит (бананов) (II) и (I4) имеет простую форму

$$\dot{x}_\tau = -\epsilon_t \sin \vartheta \quad (16)$$

$$\dot{\vartheta}_\tau = 5,4 \epsilon_h (x^2 - x_0^2) - 5,4 \epsilon_h x \quad (17)$$

Решая систему (16), (17) при начальном условии $x(\vartheta=0) = 0$, находим, что в процессе движения сохраняется величина

$$I = x + \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_t}{1,35 \epsilon_h}} \cdot \sqrt{2\eta^2 - (1 + \cos \vartheta)} \quad (18)$$

а изменение $\langle \vartheta \rangle$ описывается уравнением

$$r \frac{d \langle \vartheta \rangle}{dt} = \frac{3 \mu B_0}{m_j \omega_{cj} r} \sigma \sqrt{1,2 \epsilon_h \epsilon_t [2\eta^2 - (1 + \cos \vartheta)]}, \quad (19)$$

где:

$$2\eta^2 = 2,7 \frac{\epsilon_h}{\epsilon_t} [x^2 - x_0^2]^2$$

Отсюда видно, что дрейфовые орбиты частиц с параметром $0 < \eta^2 \leq 1$ прецессируют в пределах ограниченных участков силовых линий с периодом

$$T_{tj} = \frac{2 m_j \omega_{cj} r^2 K(\eta)}{\mu B_0 \sqrt{2,7 \epsilon_t \epsilon_h}} \quad (20)$$

На рис.2 изображен график максимального удаления $(r - r_0)$ от магнитной поверхности в зависимости от x^2 . Наибольшее смещение имеют бананы на границе захвата $\eta^2 = 1$.

$$\Delta r_t \Big|_{\eta^2=1} = \sqrt{\frac{\epsilon_t}{1,35 \epsilon_h}} r_0 \quad (21)$$

Дрейфовые орбиты, которые в процессе дрейфа обходят вокруг всего тороида (мы их будем называть пролетными бананами), удаляются от магнитной поверхности гораздо меньше

$$\Delta r_u \Big|_{x^2=0,1} \approx \frac{2 \epsilon_t}{3 \epsilon_h} r \quad (22)$$

Период прецессии таких бананов равен

$$T_{uj} = \frac{2\pi m_j \omega_{cj} r^2}{3 \mu B_0 \epsilon_h} \sqrt{\frac{2E(x)}{K(x)} - 1} \quad (23)$$

При наличии достаточно сильного электрического поля

$$-\frac{c}{B_0} \frac{d\phi}{dr} \equiv v_E \gg \frac{\mu B_0 \epsilon_h}{m_j \omega_{cj} r} \quad (24)$$

скорость дрейфа $\langle \dot{\vartheta} \rangle$ нигде не обращается в нуль. Вследствие этого дрейфовые орбиты движутся вдоль тора с почти постоянной скоростью и постепенно обходят участки с различными знаками тороидального дрейфа. Траекторий же, заключенных в ограниченной области силовых линий магнитного поля в этом случае не существует вообще. Решая уравнение

$$\frac{d \langle \vartheta \rangle}{dt} = -\frac{c}{B_0} \frac{d\phi}{dr} \quad (25)$$

совместно с уравнением (13) получаем

$$r(\langle \vartheta \rangle) - r_0 = \epsilon_t \frac{\mu B_0}{m_j \omega_{cj} v_E} (\cos \langle \vartheta \rangle + 1), \quad (26)$$

$$T_E = \frac{r_0}{v_E}, \quad \text{где } v_E = -\frac{c}{B_0} \frac{d\phi}{dr}$$

§ 3. Банановое кинетическое уравнение

В качестве следующего шага оказывается естественным написать кинетическое уравнение, описывающее усредненное движение бананов. Оно получается в результате усреднения обычного дрейфового кинетического уравнения по периоду быстрого движения запертых частиц в магнитном поле. Введем функцию распределения для бананов $F_j(\mu, \langle \vartheta \rangle, \mu, x^2, t)$. Она подчиняется кинетическому уравнению:

$$\frac{\partial F_j}{\partial t} + \frac{d\langle \vartheta \rangle}{dt} \frac{\partial F_j}{\partial \vartheta} + \frac{d\mu}{dt} \frac{\partial F_j}{\partial \mu} + \frac{\partial x^2}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial t} \frac{\partial F_j}{\partial x^2} = St\{F_j\} \quad (28)$$

где для $\frac{d\langle \vartheta \rangle}{dt}$ и $\frac{d\mu}{dt}$ следует воспользоваться уравнениями дрейфа бананов (II) и (I3), а

$$\frac{\partial x^2}{\partial \mu} = \frac{\partial}{\partial \mu} \left[\left\{ m_j \sqrt{\frac{2}{m_j} [E - e_j \Phi(\mu) - \mu B_0 (1 - \epsilon_h(\mu))]} - \frac{c}{2B_0 \mu} \frac{d\Phi}{d\mu} \right\}^2 / 4\pi \mu B_0 \epsilon_h(\mu) \right]$$

Элемент фазового объема для бананов после интегрирования по периоду $\vartheta (\vartheta - 2\pi)$ имеет вид $4\pi \frac{d\mu B_0}{m_j} d \frac{1}{2\pi} \oint v_{||} dt =$

$$= 4\pi \frac{d\mu B_0}{m_j} d \int \sqrt{2\epsilon_h \frac{\mu B_0}{m_j} [2x^2 - (1 - \cos t)]} \frac{dt}{2\pi} = \\ = 8 \sqrt{\epsilon_h} \left(\frac{\mu B_0}{m_j} \right)^{1/2} d \frac{\mu B_0}{m_j} K(x) dx^2, \quad (x^2 \leq 1) \quad (29)$$

Интеграл столкновений в (28) для бананов можно получить из следующих соображений. При $\epsilon_h \ll 1$ число бананов мало по сравнению с пролетными частицами. И следовательно интеграл столкновений можно линеаризовать, пренебрегая столкновениями бана-

нов с бананами. Мы будем исходить из известного выражения для линеаризованного интеграла столкновений [8]

$$St\{F\} = \sum_j \frac{2\pi \lambda e_j^2 e_j}{m_j} \frac{\partial}{\partial v_\alpha} \left\{ \left(\eta_j + \eta_j' - \frac{\eta_j}{2x_j} \right) \left[\frac{\delta_{\alpha\beta}}{v} - \frac{v_\alpha v_\beta}{v^3} \right] + \right. \\ \left. + \frac{v_\alpha v_\beta}{v^3} \frac{\eta_j'}{x_j'} \right\} \left(\frac{\partial f_j^{(0)}}{m_j \partial v_\beta} + \frac{2v_\beta}{m_j v_{Tj}^2} f_j^{(0)} \right), \quad (30)$$

где

$$\eta_j = \eta(x_j) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x_j} e^{-t} \sqrt{t} dt, \quad \eta_j' = \frac{\partial \eta(x)}{\partial x}, \\ x_j = \frac{\sigma^2}{\sigma_{Tj}^2}$$

Это выражение можно еще более упростить, если учесть, что распределение запертых частиц наиболее чувствительно к изменениям продольной скорости и поэтому в уравнении (30) можно пренебречь всеми остальными производными. Переходя, кроме того, к новым переменным μ, x^2, φ согласно соотношению, следующему из уравнений (3) и (6):

$$v_{||} = \frac{c}{2B_0 \mu} \frac{d\Phi}{d\mu} + 2\sigma \left[\frac{\mu B_0}{m_j} \epsilon_h (x^2 - \sin^2 \frac{\varphi}{2}) \right]^{1/2} \quad (31)$$

перепишем (30) в форме /I/:

$$St\{F_j\} = \frac{\gamma_j}{\epsilon_h} A(x_j) \sigma \sqrt{x^2 - \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \frac{\partial}{\partial x^2} \left\{ \sigma \sqrt{x^2 - \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \cdot \right. \\ \left. \cdot \left(\frac{\partial F_j}{\partial x^2} + 2x_j \epsilon_h F_j \right) + c_j \sqrt{2x_j \epsilon_h} F_j \right\}.$$

где $\nu_j = \frac{16\sqrt{\pi}\lambda e^4 n}{3\sqrt{m_j} v_{Tj}^3}$, $A(x_j) = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \sum_j' (\nu_j + \nu_j' - \frac{\nu_j'}{2x_j}) x_j^{-3/2}$,

$$C_j = \frac{c}{2B_0 v_{Tj}} \frac{d\Phi}{dx}$$

Наконец, чтобы получить отсюда интеграл соударений для бананов это выражение следует усреднить по периоду быстрого движения запертых частиц в магнитном поле согласно правилу (12). В результате находим: $St\{F_j\} =$

$$\frac{\nu_j}{\epsilon_h} A(x_j) \frac{1}{K(x)} \frac{\partial}{\partial x^2} \int_0^{x^2} K(t^{1/2}) dt \cdot \left(\frac{\partial F_j}{\partial x^2} + 2x_j \epsilon_h x^2 F_j \right). \quad (33)$$

Следует иметь в виду, что банановое кинетическое уравнение (28) справедливо лишь тогда, когда за период быстрого движения запертая частица совсем не испытывает соударений

$$\frac{\nu_j}{\epsilon_h} \ll \frac{1}{\tau_j} \approx 2v_{Tj} \sqrt{\epsilon_h} \quad (34)$$

В противном случае само понятие "банан" не имеет смысла.

§ 4. КОЭФФИЦИЕНТ ПЕРЕНОСА ПЛАЗМЫ В ОТСУТСТВИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Электрическое поле $\Phi(x)$ в конечном счете должно быть определено из условия амбиполярности диффузии. Ниже мы рассмотрим специальный предельный случай, когда, как будет видно ниже, диффузия амбиполярна при $\frac{d\Phi}{dx} = 0$. Поскольку именно в этом случае частицы сильнее отклоняются от магнитных поверхностей, здесь следует ожидать большой диффузии.

Рассмотрим ситуацию, когда частота столкновений запертых частиц лежит в интервале между обратными периодами прецессии запертых и пролетных бананов

$$T_{uj}^{-1} \gg \frac{\nu_j}{\epsilon_h} \gg \frac{\epsilon_t}{\epsilon_h} T_{tj}^{-1} \quad (35)$$

Тогда в малой окрестности "энергий" x^2 запертых бананов столкновения успевают установить максвелловское распределение и поэтому полное решение бананового кинетического уравнения (28) можно искать в виде разложения по малому параметру $(\frac{\epsilon_t}{\epsilon_h}) \ll 1$. Для этого записываем функцию распределения F_j в виде максвелловской функции $F_j^{(0)}$ и малой добавки к ней $F_j^{(1)}$ за счет торoidalности системы:

$$F_j = F_j^{(0)}(r, E) + F_j^{(1)}(r, \vartheta, \mu, x^2), \quad (36)$$

где

$$F_j^{(0)}(r, E) = \frac{R_{0j}(r)}{\pi^{3/2} v_{Tj}^3} \exp\left\{-\frac{2E}{m_j v_{Tj}^2}\right\}$$

В уравнении (28) для $F_j^{(1)}$ мы ограничимся τ -приближением для интеграла столкновений и подставим явные выражения для скоростей дрейфа бананов из (11) и (13).

Полученное уравнение

$$-\frac{3\mu B_0}{m_j \omega_{cj} r^2} \epsilon_h \left(\frac{2E(x)}{K(x)} - 1 \right) \frac{\partial F_j^{(1)}}{\partial \vartheta} + \frac{\nu_j}{\epsilon_h} F_j^{(1)} = \frac{\mu B_0}{m_j \omega_{cj} r} \sin \vartheta \frac{\partial F_j^{(0)}}{\partial x} \quad (37)$$

при выполнении условий (35) имеет следующее решение:

$$F_j^{(1)} = -\frac{\epsilon_t}{3\epsilon_h} \frac{\partial F_j^{(0)}}{\partial \ln r} \left\{ P \frac{\cos \vartheta}{\frac{2E(x)}{K(x)} - 1} - \pi \sin \vartheta \delta \left(\frac{2E(x)}{K(x)} - 1 \right) \right\}, \quad (38)$$

где символ P используется для обозначения главного значения сингулярного выражения.

Домножая функцию (38) на дрейфовую скорость банана $\frac{d r}{dt}$

и интегрируя по фазовому объему бананов (29), находим поток плазмы поперек магнитного поля

$$\overline{nv_{zj}}^{\vartheta} = -8\epsilon_h^{\frac{1}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{\mu B_0}{m_j}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\mu B_0}{m_j} \int_0^1 dx^2 K(x). \quad (39)$$

$$F_j^{(1)} \frac{\mu B_0 \epsilon_t}{m_j \omega_{cj} r} \sin \vartheta = -\frac{\epsilon_t^2}{4,3 \epsilon_h^{1/2}} \frac{v_{Tj}^2}{\omega_{cj}} \frac{dn(r)}{dr}$$

Отсюда следует, что при выполнении неравенств на частоту столкновений ионов и электронов (35) (которые, кстати, не всегда могут быть выполнены одновременно для обоих сортов частиц) диффузия частиц в изотермической плазме является амбиполярной.

Если же частота столкновений выходит за пределы неравенств (30), то требование амбиполярности диффузии в плотной плазме накладывает ограничение на величину электрического поля следующего вида

$$e_j n \frac{d\phi(r)}{dr} = -m_j v_{Tj}^2 \frac{dn(r)}{dr} \quad (40)$$

где индекс j относится к тому сорту частиц, чья диффузия в отсутствие электрического поля больше.

§ 5. ВЛИЯНИЕ НЕВОЗМУЩЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА

Поскольку электрическое поле с амплитудой (40) значительно уменьшает величину отклонения орбит от магнитной поверхности, а также сильно сглаживает зависимость этого отклонения от энергии частицы, то естественно ожидать значительного уменьшения коэффициентов переноса в разреженной плазме.

Рассмотрим сначала случай не очень редких столкновений,

когда дрейфовые орбиты частиц не успевают совершить полный период прецессии по траектории (26) за время соударения, то-есть

$$\frac{v_d}{\epsilon_h} > T_E^{-1} \quad (41)$$

Тогда в качестве характерного масштаба размешивания входит длина свободного пробега дрейфовой орбиты до столкновения

$$\lambda_j \sim \frac{\mu B_0 \epsilon_t}{m_j \omega_{cj} r} \frac{v_d}{\epsilon_h} \quad (42)$$

С уменьшением частоты столкновений этот масштаб размешивания растет и, соответственно, коэффициенты переноса увеличиваются. Для численного расчета последних ищем решение кинетического уравнения (28) в виде разложения по малости длины свободного пробега в форме (36). При выполнении условия (41) в кинетическом уравнении (28) достаточно учесть лишь соударения и тороидальный дрейф. Далее, в силу малости смещения пролётных частиц от магнитной поверхности поправка к максвелловской функции распределения также оказывается значительно меньше, чем для бананов. Поэтому требование непрерывности функции распределения представляет собой условие обращения в нуль поправки $F_j^{(1)}$ для бананов на границе их фазового объёма:

$$F_j^{(1)} \Big|_{x^2=1-0} = 0 \quad (43)$$

Используя граничное условие (43) находим решение линеаризованного уравнения (28).

$$F_j^{(1)} = -\frac{\mu B_0}{m_j} \frac{\epsilon_t \epsilon_h}{\omega_{cj} v_d A(x_j)} (x^2-1) \frac{\partial F_j^{(0)}}{\partial x} \sin \vartheta \quad (44)$$

Выражение для диффузионного потока частиц поперек магнитного поля находим путем подстановки полученного результата в

ур. (39):

$$\frac{n v_{Tj}}{\nu} = \frac{\epsilon_t^2 \epsilon_h^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{\nu_{cj} v_{Tj} \epsilon_h}{\nu_j \epsilon_h^2} \right) \frac{v_{Tj}^2}{\omega_{cj}} \int_0^{\infty} e^{-x_j} \frac{x_j^{\frac{5}{2}} dx_j}{A(x_j)}$$

$$\left(\frac{dn}{dt} - \frac{2e_j \Phi}{m_j v_{Tj}^2} n \right) ; \frac{\epsilon_t \nu_j^{-1}}{\epsilon_h} > \frac{\nu_j}{\epsilon_h} > T_E^{-1} \quad (45)$$

Здесь левое неравенство на частоту соударений отражает тот факт, что прецессия бананов становится существенной только в достаточно редкой плазме, когда длина свободного тороидального дрейфа банана (42) превышает толщину самого банана. В противном случае размешивание плазмы в процессе быстрого движения запертой частицы по банану, рассмотренное ранее в работе /1/, дает больший вклад в коэффициенты переноса чем слабая прецессия банана (см. рис.3).

Из уравнения (45) непосредственно следует, что поток ионов и электронов поперек магнитного поля является амбиполярным лишь при условии, что электрическое поле почти полностью компенсирует давление ионов (случай $j=i$ в формуле (40)). При этом скорость амбиполярной диффузии определяется электронами, а коэффициент ионной температуропроводности χ_{ii} остается значительно больше, чем для электронов и может быть легко найден тем же методом, что и поток частиц. Максимум $\chi_{ii} \sim \epsilon_h^{\frac{1}{2}} \epsilon_t^2 \frac{v_{Ti}^2}{\omega_{ci}}$ достигается при частоте столкновений порядка одного периода прецессии орбиты, а затем начинает падать линейно с ν (см. рис.3). Найденное нами выражение (26) для длины размешивания в этом случае позволяет без вычислений оценить величину χ_{ii} .

$$\chi_{ii} \sim \epsilon_h^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\nu_i}{\epsilon_h} \right) (\Delta v)^2 \approx \nu_i \epsilon_t^2 \epsilon_h^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{d \ln n}{dz} \right)^{-2} ; \quad (46)$$

$$\frac{\nu_i}{\epsilon_h} \ll T_E^{-1}$$

С дальнейшим уменьшением частоты столкновений электрическое поле меняет знак и наибольший вклад в теплопроводность начинают давать электроны.

Разумеется, что все сказанное здесь справедливо лишь в устойчивой плазме.

Л и т е р а т у р а

- /1/ А.А.Галеев, Р.З.Сагдеев. ЖЭТФ 53 (1967), 348.
 /2/ А.П.Попрядухин. Атомная энергия 18 (1965), 96.
 /3/ Н.Grad. Phys. Fluids, 10, 137 (1967).
 /4/ A.Gibson and J.B.Taylor, preprint CLM-P137(1967).
 /5/ А.И.Морозов, Л.С.Соловьев. В сб. Вопросы теории плазмы, 2,
 Атомиздат 1963, стр.177.
 /6/ Н.L.Berk and А.А.Galeev. Physics of Fluids,
10 (1967), 441.
 /7/ Б.Б.Кадомцев, О.П.Погуце. ЖЭТФ 51 (1966), 1734.
 /8/ Б.А.Трубников. В сб. Вопросы теории плазмы, 1, Атомиздат
 1963, стр.98.

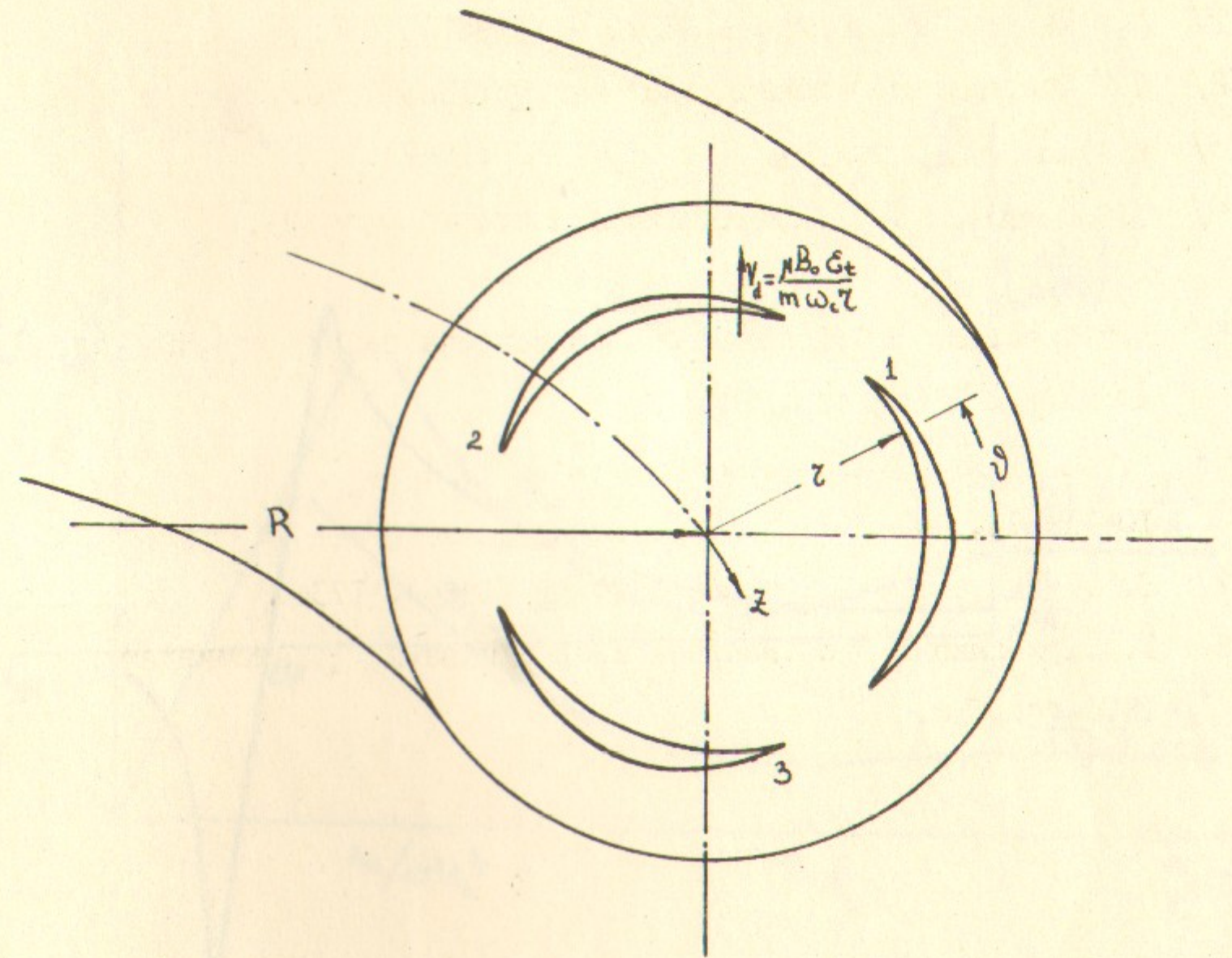


Рис. 1

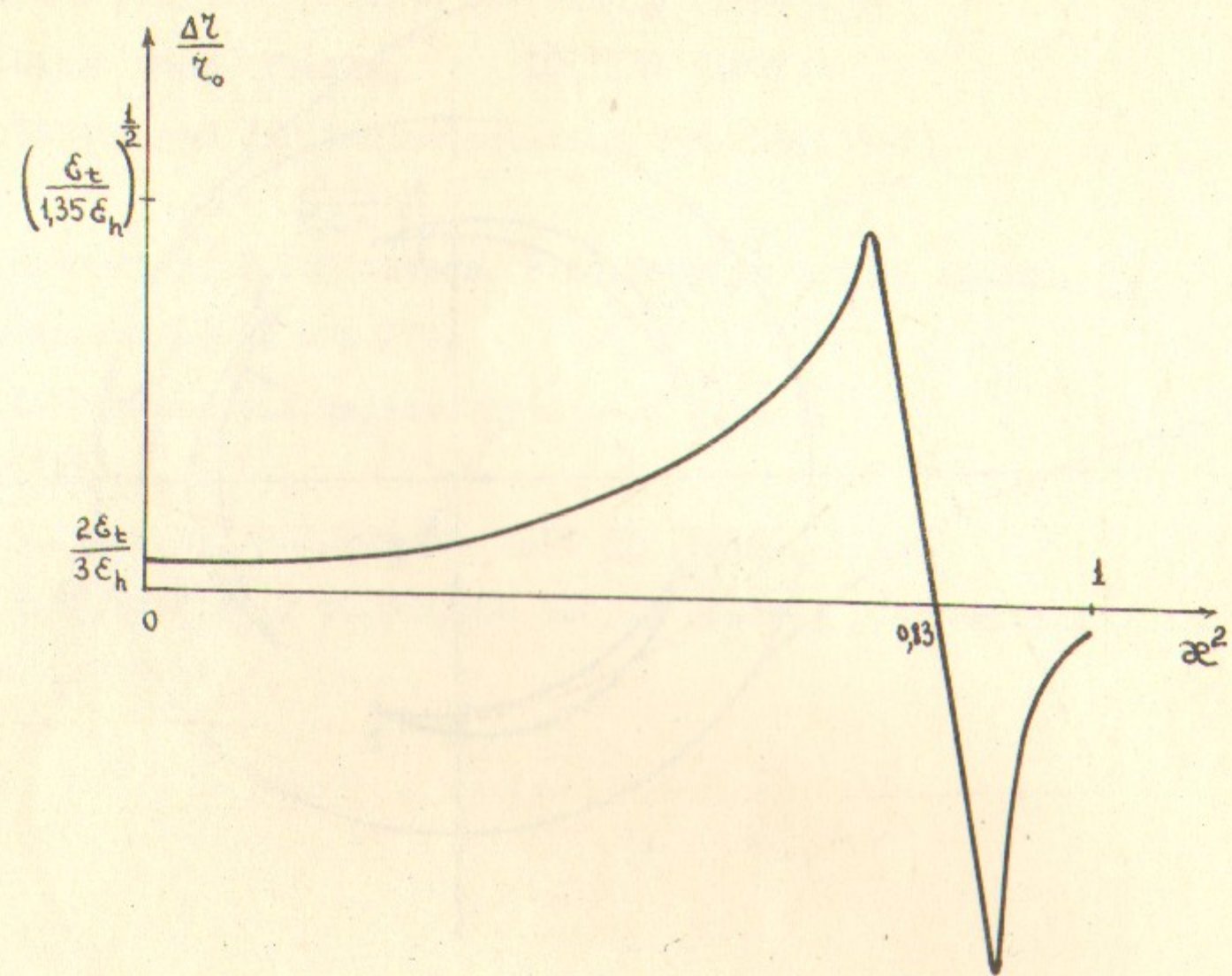


Рис. 2

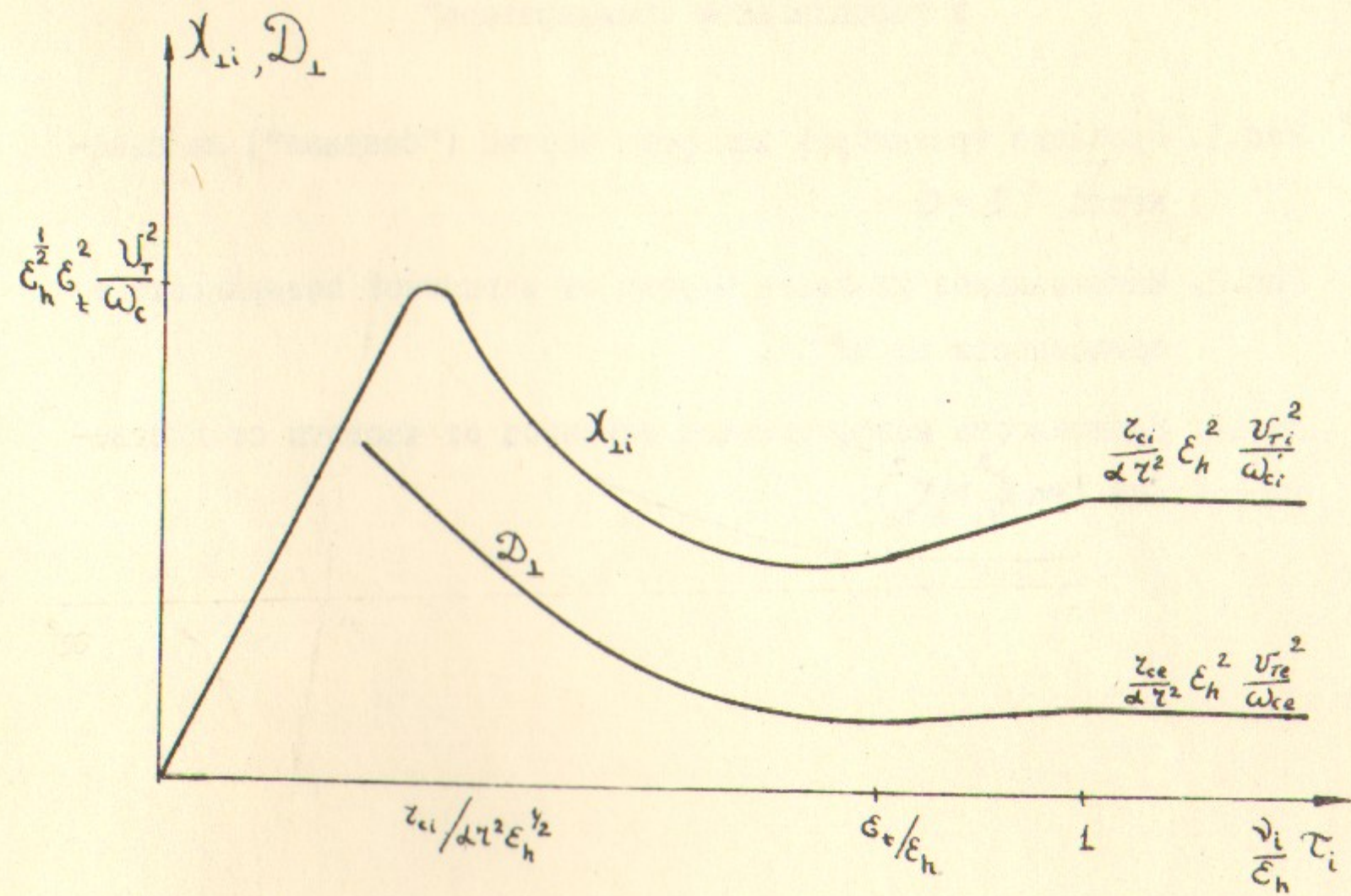


Рис. 3

НАДПИСИ К РИСУНКАМ

к статье А.А.Галеева, Р.З.Сагдеева и Г.П.Фюрса "Диффузия плазмы
в тороидальном стеллараторе"

Рис.1. Проекция траекторий запертых частиц ("бананов") на плос-
кость $z=0$.

Рис.2. Максимальное удаление частиц от магнитной поверхности в
зависимости от α^2 .

Рис.3. Зависимость коэффициентов переноса от частоты столкнове-
ний ($m_i \bar{v}_i^2 = m_e \bar{v}_e^2$).

Ответственный за выпуск А.А.ГАЛЕЕВ

Усл. 0,9 печ. л. Тираж 250 экз.

Заказ № 168 Подписано к печати 17.XI-67 г.

Бесплатно

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР