ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт

Е.А. Абрамян, В.В. Вечеславов, В.И. Кононов

Предельные токи протонов в ускорительной трубке с жёсткой фокусировкой

г. Новосибирск 1967

Аннотация

Рассматривается движение интенсивного протонного пучка в ускорительной трубке с жесткой фокусировкой, осуществляемой квадрупольными линзами.

Определяется зависимость максимального пропускаемого трубкой тока I_{max} от величины фазового объема пучка $V_п$, а также необходимые для реализации предельных режимов ускорения условия на входе пучка в трубку.

В качестве основного метода отыскания указанных зависимостей применяется метод случайного поиска.

Полученные характеристики могут быть использованы для выбора рабочего режима трубки, инжектора протонов и системы ионно-оптического согласования.

Максимальные значения токов протонов, ускоряемых до энергий порядка нескольких Мэв с помощью ускорителей новых типов, например, на основе трансформатора /1/, в значительной мере определяются электрической прочностью и фокусирующими качествами ускорительных трубок. В связи с этим возникает необходимость нахождения предельных по условиям фокусировки пропускных характеристик конкретных конструкций ускорительных трубок и выяснения входных условий, необходимых для реализации режимов ускорения предельных токов.

При изучении движения интенсивного протонного пучка в ускорительной трубке часто ограничиваются построением траекторий "крайних" частиц пучка, причем начальные условия на входе в трубку выбираются на основании данных об инжекторе протонов /2/.

Как показано в работе /3/, траектория "крайней" частицы совпадает с огибающей пучка лишь при нулевых фазовых объемах, т.е. при пренебрежении дефокусирующим влиянием тепловых скоростей. Это пренебрежение, а вместе с ним и гипотеза ламинарности недопустимы для реальных протонных пучков.

Максимальный ток пучка I_{max}, захватываемый в режим ускорения, зависит от величины фазового объема пучка $V_п$. Для выбора рабочего режима и требований к инжектору должна быть определена пропускная характеристика трубки $I_{max} = f(V_п)$.

Чтобы реализовать предельный рабочий режим ускорения, необходимо обеспечить определенные условия входа пучка в трубку. Знание этих условий является основой при выборе оптики инжектора или построении специальной согласующей системы.

Ниже рассматривается ускорительная протонная трубка с жесткой фокусировкой, осуществляемой магнитными квадрупольными линзами (использование в трубке электростатических квадруполей описано в /I/). Применение жесткой фокусировки целесообразно, т.к. позволяет обеспечить ускорение интенсивных протонных пучков/I,2/ и препятствует образованию электронных лавин, резко снижающих электрическую прочность трубки /3/.

Существенной особенностью работы таких трубок является высокий прирост энергии ускоряемых частиц, приходящийся на один элемент периодичности жесткофокусирующего канала. Это обстоятельство вынуждает использовать в основном численные методы решения соответствующих уравнений движения.

Примем следующую систему относительных единиц (см., например, /4/):

а) единица длины - любой линейный размер $l_0\ (м)$:

$$y_1=\frac{x}{l_0},\ y_2=y_1',\ y_3=\frac{y}{l_0},\ y_4=y_3',\ s=\frac{z}{l_0},\ ()'\equiv\frac{d}{ds}(); \quad (I)$$

x, y, z - декартовы координаты траектории частицы, причем z отсчитывается вдоль оси трубки, а координата входа в трубку $z=0$.

б) единица потенциала:

$$\varphi_0=\frac{m_0 c}{e}\ (в),\ \varphi(s)=-\frac{U(s)}{\varphi_0}; \quad (2)$$

$U(s)$ - ускоряющий потенциал на оси трубки; для протонов $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ кул и $\varphi_0=9{,}38\cdot10^{8}$ в. Потенциал эмиттера принимается равным нулю.

в) единица тока:

$$I_0=4\pi c\,\varepsilon_0\varphi_0\ (a),\ J=\frac{I}{I_0}; \quad (3)$$

$\varepsilon_0=10^{-9}/36\pi\ (ф/м)$, для протонов $I_0=3{,}14\cdot10^{7}$ а.

г) единица градиента поля электромагнитной квадрупольной линзы:

$$G_0=\frac{\varphi_0}{l_0^2 c}\ (тл/м),\ g(s)=\frac{G(s)}{G_0}; \quad (4)$$

д) единица импульса:

$$P_0=m_0 c\ (эв\cdot сек/м),\ \mathcal{P}(s)=\frac{P(s)}{P_0}=\sqrt{\varphi(2+\varphi)}; \quad (5)$$

В этих единицах уравнения для траектории частицы интенсивного нерелятивистского $(\varphi\ll1)$ ионного пучка, ускоряемого в трубке с электромагнитными квадрупольными линзами в линейном приближении по y_1 и y_3 имеют вид:

$$\begin{aligned} &y_1''+y_1'\frac{d}{ds}\ln\mathcal{P}+\left[\frac{g(s)}{\sqrt{2\varphi}}+\frac{\varphi''}{4\varphi}\right]\cdot y_1=\frac{\sqrt{2}\cdot J}{\varphi^{3/2}}\cdot\frac{y_1}{Y_1(Y_1+Y_3)};\\ &y_3''+y_3'\frac{d}{ds}\ln\mathcal{P}-\left[\frac{g(s)}{\sqrt{2\varphi}}-\frac{\varphi''}{4\varphi}\right]\cdot y_3=\frac{\sqrt{2}\cdot J}{\varphi^{3/2}}\cdot\frac{y_3}{Y_3(Y_1+Y_3)}; \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $Y_1(s)$, $Y_3(s)$ - огибающие пучка, а выражения, стоящие в правых частях (6) описывают действие самосогласованного поля пучка /3/.

Вместо вектора $y=(y_1, y_2, y_3, y_4)$ введем вектор $x=(x_1, x_2, x_3, x_4)$ по следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} &x_1(s)=y_1(s)\cdot\left[\frac{\mathcal{P}(s)}{\mathcal{P}(0)}\right]^{1/2}=y_1(s)\cdot\left[\frac{\varphi(s)}{\varphi(0)}\right]^{1/4};\\ &x_2(s)=x_1'(s)=\left[y_2(s)+\frac{y_1(s)}{4}\cdot\frac{\varphi'(s)}{\varphi(s)}\right]\cdot\left[\frac{\varphi(s)}{\varphi(0)}\right]^{1/4};\\ &x_3(s)=y_3(s)\cdot\left[\frac{\varphi(s)}{\varphi(0)}\right]^{1/4};\\ &x_4(s)=x_3'(s)=\left[y_4(s)+\frac{y_3(s)}{4}\cdot\frac{\varphi'(s)}{\varphi(s)}\right]\cdot\left[\frac{\varphi(s)}{\varphi(0)}\right]^{1/4}; \end{aligned} \quad (7)$$

Выражения (7) связывают также огибающие y- и x - движений, позволяя, в частности, по значению на входе в трубку вектора $Y(0)=[Y_1(0), Y_2(0)=Y'(0), Y_3(0), Y_4(0)=Y_3'(0)]$ найти отвечающий ему вектор $X(0)=[X_1(0), X_2(0)=X_1'(0), X_3(0), X_4(0)=X_3'(0)]$.

Если ионный пучок симметричен по парам фазовых переменных y_1y_2 и y_3y_4, то площади фазовых эллипсов одинаковы и пропорциональны эмиттансу пучка в сечении с координатой s:

$$\mathcal{E}_y(s)=\frac{1}{\pi}\int dy_1(s)\cdot dy_2(s)=\frac{1}{\pi}\int dy_3(s)\cdot dy_4(s) \quad (8)$$

Используя (7), легко получить соответствующие фазовые эл -

липсы в плоскостях $x_1 x_2$ и $x_3 x_4$, причем их площади также одинаковы, не зависят от s и равны $\pi \mathcal{E}_y(0) = const$.

Из (6) и (7) находим:

$$x_1'' + \left[\frac{g(s)}{\sqrt{2\varphi}} + \frac{3}{16}\left(\frac{\varphi'}{\varphi}\right)^2\right] x_1 = \frac{J}{\varphi}\cdot\sqrt{\frac{2}{\varphi(0)}}\cdot\frac{x_1}{X_1(X_1+X_3)};$$

$$x_3'' - \left[\frac{g(s)}{\sqrt{2\varphi}} - \frac{3}{16}\left(\frac{\varphi'}{\varphi}\right)^2\right] x_3 = \frac{J}{\varphi}\cdot\sqrt{\frac{2}{\varphi(0)}}\cdot\frac{x_3}{X_3(X_1+X_3)}; \quad (9)$$

Решения системы (9) можно записать в виде:

$$x_\nu(s) = \frac{C_\nu}{2}\cdot \sigma_\nu(s)\cdot exp\, i\,\psi_\nu(s) + K.C. \quad \nu = 1,3; \quad (10)$$

при обычно принимаемой нормировке:

$$\sigma_\nu\cdot(\sigma_\nu^{*\prime} - i\psi_\nu'\cdot\sigma_\nu^*) - K.C. = -2i$$

Если эллипсы квадрупольного канала (уравнения которых получаются из выражений для $x_\nu(s)$ и $x_\nu'(s)$ исключением фазы $\psi_\nu(s)$) совпадают с границами фазовых эллипсов в плоскостях $x_\nu x_\nu'$, то имеют место соотношения /3/:

$$X(s) = \sqrt{\mathcal{E}_y(0)}\cdot\sigma(s), \quad |C_\nu|^2 = \mathcal{E}_y(0); \quad (11)$$

здесь $\sigma(s) = [\sigma_1(s), \sigma_2(s) = \sigma_1'(s), \sigma_3(s), \sigma_4(s) = \sigma_3'(s)]$ — вектор модулей решений (10).

Уравнения для $\sigma(s)$ получаются из (9) с учетом (11):

$$\sigma_1'' + \left[\frac{g(s)}{\sqrt{2\varphi}} + \frac{3}{16}\left(\frac{\varphi'}{\varphi}\right)^2\right]\sigma_1 - \frac{1}{\sigma_1^3} = \frac{J}{\mathcal{E}_y(0)}\cdot\sqrt{\frac{2}{\varphi(0)}}\cdot\frac{1}{\varphi}\cdot\frac{1}{\sigma_1+\sigma_3};$$

$$\sigma_3'' - \left[\frac{g(s)}{\sqrt{2\varphi}} - \frac{3}{16}\left(\frac{\varphi'}{\varphi}\right)^2\right]\sigma_3 - \frac{1}{\sigma_3^3} = \frac{J}{\mathcal{E}_y(0)}\cdot\sqrt{\frac{2}{\varphi(0)}}\cdot\frac{1}{\varphi}\cdot\frac{1}{\sigma_1+\sigma_3}; \quad (12)$$

Система типа (12) была получена в /3/ и подробно исследована для случая длинных каналов, описываемых уравнениями с периодическими коэффициентами. При этом оптимальное (согласованное) прохождение пучком канала обеспечивается при совпадении $\sigma(s)$ с вектором модулей функции Флоке: $\sigma(s) \equiv \rho(s)$.

В общем случае (9) не допускает решений в форме Флоке, т.к. благодаря ускорению коэффициенты уравнений движения существенно

непериодичны. Для определения пропускных характеристик трубки и согласованных условий входа удобно использовать метод поиска, осуществляемый на ЭВМ.

Задание конкретных значений отношения $\gamma = J/\mathcal{E}_y(0)$ и входного вектора $\sigma(0) = \mathcal{A}$ определяет решение $\sigma(s,\gamma,\mathcal{A})$ системы (12), а соотношения (11) и (7) позволяют найти достигаемые при этом в пределах трубки максимальные значения функций $Y_1(s)/\sqrt{\mathcal{E}_y(0)}$ и $Y_3(s)/\sqrt{\mathcal{E}_y(0)}$.

Наибольшая из этих двух величин при изменениях $\mathcal{A}$ образует скалярную функцию $Q(\mathcal{A})$;

$$Q(\mathcal{A}) = \max_{0\le s\le L}\left\{\left[Y_1(s)/\sqrt{\mathcal{E}_y(0)}\right]_{max},\ \left[Y_3(s)/\sqrt{\mathcal{E}_y(0)}\right]_{max}\right\} \quad (13)$$

где L – полная длина трубки.

Задачей поиска является нахождение для каждого фиксированного значения γ такого входного вектора $\mathcal{A}^* = \sigma^*(0)$, который обеспечивал бы минимальное значение $Q(\mathcal{A}^*) = Q_{min}$ по (13).

Для достижения этой цели можно рассматривать компоненты вектора $\mathcal{A}$ как четыре независимо варьируемых параметра и применить метод случайного поиска /5/, организация которого в данном случае совпадает с описанной в /6/.

Если через r_n обозначить максимальный радиус канала, отведенный под некогерентные колебания пучка, то знание Q_{min} позволяет найти значения входного эмиттанса пучка $\mathcal{E}_y(0)$, тока J, фазового объема пучка V_n и фазовой плотности j_φ:

$$\mathcal{E}_y(0) = \left(\frac{r_n}{Q_{min}}\right)^2,\ J = \gamma\cdot\mathcal{E}_y(0),\ V_n = \mathcal{E}_y(0)\cdot\beta(0),\ j_\varphi = \frac{J}{V_n}; \quad (14)$$

Кроме того, соответствующее Q_{min} значение вектора $\mathcal{A}^* = \sigma^*(0)$ задает для найденных по (14) величин J и V_n согласованные условия на входе: любое отклонение от них связано с увеличением размеров пучка в трубке.

Отметим, что в частном случае длинного периодического канала при $\gamma = 0$ случайный поиск приводит к нахождению в качестве решения (9) $\sigma(s)$ вектора модулей Флоке $\rho(s)$ этого канала.

Пусть требуется определить пропускные характеристики трубки для ускорения протонов от энергии инжекции I00 кэв до конечной энергии 1,65 мэв.

Схема ускорительной и фокусирующей систем трубки, приведенная на рис.I, аналогична примененной в /2/. Фокусировка обеспечивается шестнадцатью квадрупольными линзами и электростатическими аксиально-симметричными линзами, образуемыми немагнитными металлическими цилиндрами. Радиус апертуры каждой линзы $r_л$ = 2,5 см, длина $\ell_л$ = 5,2 см, формула расстановки ФОДО с равными промежутками и периодом S_o = I5,4 см. Ускоряющие цилиндры конструктивно объединены с линзами и имеют внутренний радиус $r_ц$ =2,3 см и длину $\ell_ц$ = 5,6 см. Сечению входа в трубку отвечает координата $s=0$, а сечению выхода $s=L$.

В качестве единиц длины и градиента линз выбраны величины ℓ_o = 0,0I м и G_o= 3,I3.10^4 тл/м соответственно.

На основе данных, содержащихся в /7/, можно получить распределение вдоль оси трубки градиента одиночной линзы с отношением $2r_л/\ell_л \cong 1$ в виде (пунктир на рис.I):

$$g(s)=\frac{g_m}{1+\left|\frac{S_o(2n-1)-4s}{4b}\right|^{\alpha}}\,,\quad b\cong 1{,}5\frac{r_л}{\ell_o}\,,\quad \alpha=3{,}25\,; \qquad (15)$$

здесь n - порядковый номер линзы, n = I,2..... 16;

$g_m = \pm G_m/G_o$ - значение градиента в центре линзы.

При групповой установке линз и слабой взаимной экранировке распределение градиента канала образуется суперпозицией распределений одиночных линз (см.рис.I) и для ориентировочных оценок может быть заменено синусоидой с амплитудой $a = 0{,}85\,|g_m|$.

Величины электростатических потенциалов электродов трубки указаны на схеме, а изменение потенциала между серединами смежных цилиндров определяется выражением /8/:

$$\varphi(s)=\frac{U_{n+1}+U_n}{2\varphi_o}+\frac{U_{n+1}-U_n}{2\varphi_o}\cdot th\left\{1{,}315\frac{\ell_o}{r_ц}\left[s-(n-1)\frac{S_o}{2}\right]\right\} \qquad (16)$$

где n, U_n - номер и потенциал левого цилиндра пары, n =I,2....16.

В ряде случаев целесообразным является применение квадрупольных линз из постоянных магнитов /2/. Для указанных выше раз-

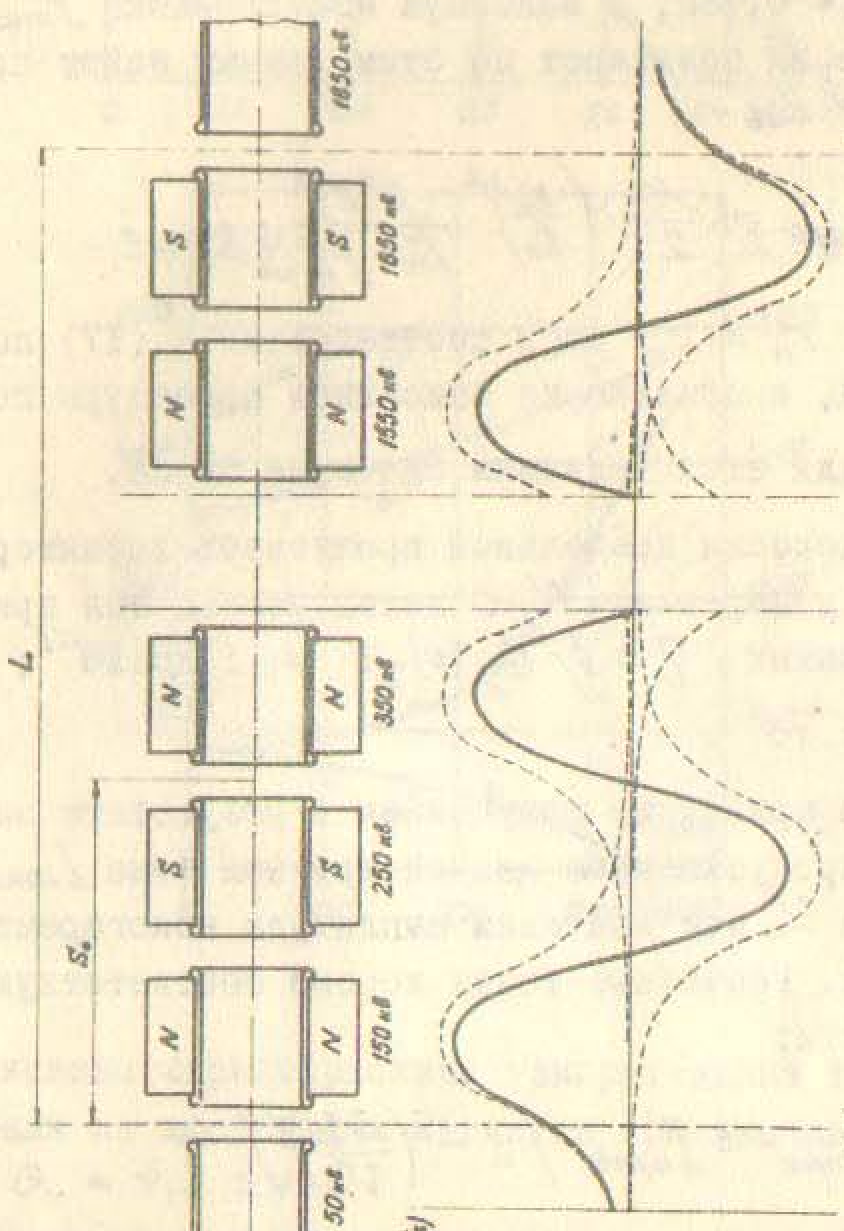

Рис.I. Схема ускорительной трубки.

меров могут быть практически получены значения градиентов в центре линзы G_m около 10 тл/м, а использование некоторых специальных магнитных материалов позволяет повысить эту величину.

Ниже рассмотрена система одинаковых линз с градиентом $G_m = 9{,}1$ тл/м.

В режиме без ускорения и без тока $\varphi'=0, J=0$ фокусирующий канал трубки описывается системой (12) с периодическими коэффициентами и имеет решение в форме Флоке $\sigma(s) \equiv \rho(s)$. Набег фазы некогерентных колебаний на элементе периодичности S_o канала в этом режиме $\mu_o = 0{,}482$, а максимум модуля Флоке $\rho_{max} = 6{,}38$. Развитая в /3/ теория позволяет по этим данным найти предельный ток $I_{пред}$ при $\varphi' = 0$:

$$I_{пред} = \frac{\mu_o}{2} \cdot \left(\frac{r_a}{\ell_o}\right)^2 \cdot \frac{\beta^3 \gamma^3}{S_o \cdot \rho^2_{max}} \cdot I_o \; ; \qquad (17)$$

Принимая $r_n = 1{,}5$ см в соответствии с (17) получаем $I_{пред} = 84$ ма, а применение описанной процедуры поиска при $\varphi' \simeq 0$ и $V_n \simeq 0$ дает для этой величины значение 82 ма.

Для определения предельной пропускной характеристики в рабочем режиме с ускорением $\varphi' \neq 0$ метод поиска был применен при следующих значениях $\gamma = J/\varepsilon_y(0)$: 0; $1{,}25 \cdot 10^{-7}$; $1{,}98 \cdot 10^{-7}$; $3{,}75 \cdot 10^{-7}$; $9{,}35 \cdot 10^{-7}$.

На рис.2а приведена полученная в результате зависимость максимального пропускаемого данной трубкой тока I_{max} от фазового объема пучка V_n при значении амплитуды некогерентных колебаний $r_n = 1{,}5$ см. Расчетные точки хорошо соответствуют найденной в /3/ зависимости:

$$I_{max} = I_{пред} \cdot \left[1 - \left(\frac{V_n}{V_o}\right)^2\right] \; ; \qquad (18)$$

если принять $I_{пред} = 350$ ма, $V_o = 0{,}95$ см.мрад.

Из рис.2а видно, что ускорение токов, близких к $I_{пред}$=350ма, связано с большими значениями фазовых плотностей $j_\varphi = I_{max}/V_n$ /3/. В нашем случае, по-видимому, трудно получить $I_{max} \geq 300$ ма,

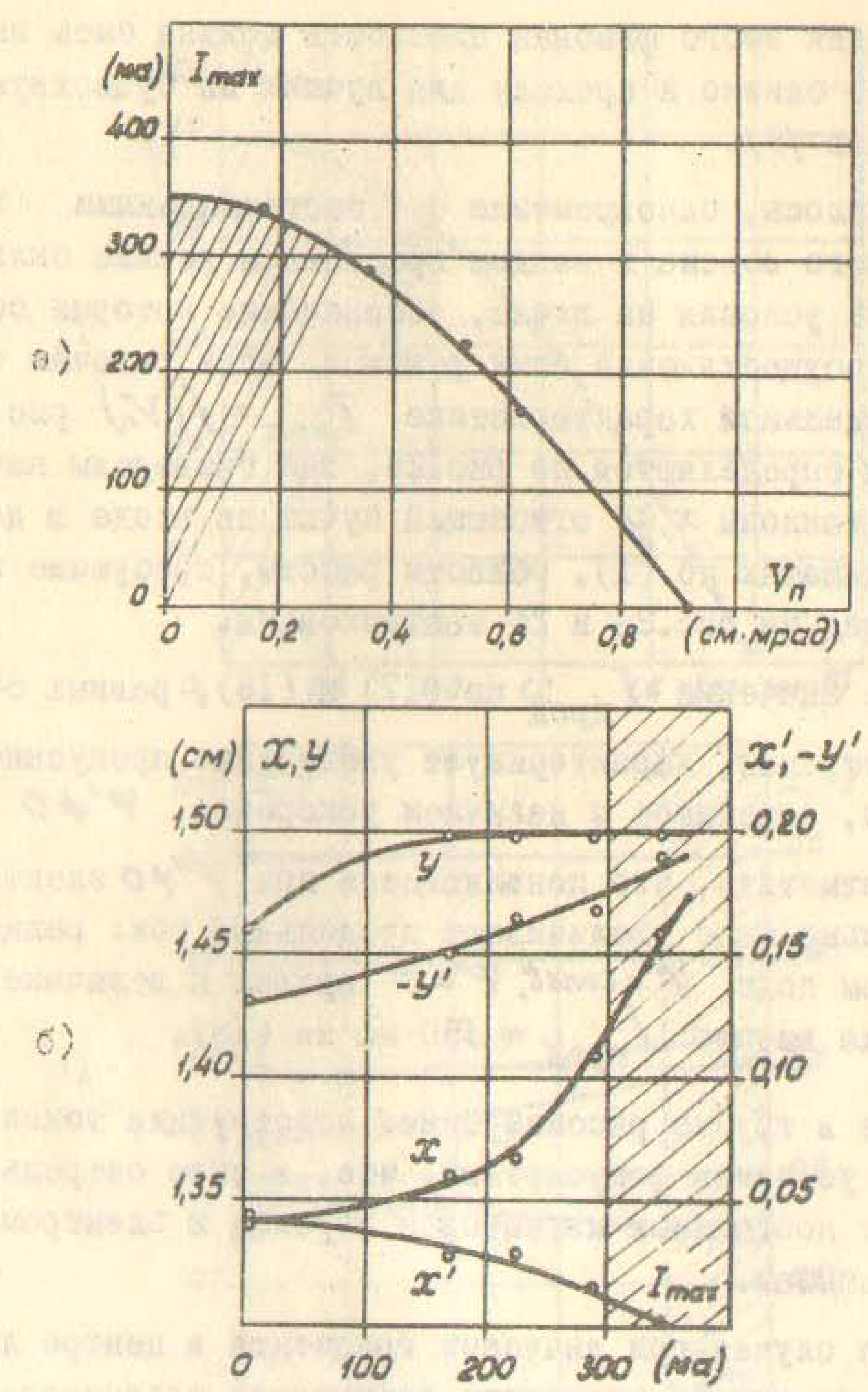

Рис.2. Основные характеристики ускорительной трубки с квадрупольными линзами из постоянных магнитов при значении градиента в центре линзы $G_m = 9{,}1$ тл/м.

а) - зависимость максимального ускоряемого тока I_{max} от фазового объема пучка V_n,

б) - согласованные значения размеров x, y и наклонов x', y' огибающих пучка на входе в трубку.

т.к. требуемая для этого фазовая плотность должна быть выше I а/см.мрад, что близко к пределу для лучших из существующих источников протонов /9/.

Как отмечалось, одновременно с экстремальными значениями тока и фазового объема в каждом предельном режиме были получены согласованные условия на входе, обеспечение которых совершенно необходимо для осуществления этих режимов. Если рабочая точка выбирается на предельной характеристике $I_{max} = f(V_n)$ рис.2а, то входные условия определяются по рис.2б, где приведены начальные размеры x, y и наклоны x', y' огибающей пучка на входе в декартовых размерных координатах по (I). Области работы, требующие значений $j_\varphi >$ I а/см.мрад на рис.2а и 2б заштрихованы.

Сравнение значений $I_{пред}$ по (I7) и (I8), равных 84 ма и 350 ма соответственно, характеризует увеличение пропускной способности трубки, связанное с наличием ускорения $\varphi' \neq 0$.

Следует отметить, что появляющиеся при $\varphi'' \neq 0$ электростатические силы весьма мало увеличивают предельный ток: режим ускорения в однородном поле $\varphi' = const, \varphi'' = 0$ привел к величине $I_{пред}$ = 325 ма вместо $I_{пред}$ = 350 ма по (I8).

Ускорение в трубке рассмотренной конструкции токов более 300 ма требует усиления фокусировки, что, в свою очередь, предполагает отказ от постоянных магнитов и переход к электромагнитным квадрупольным линзам.

Для этого случая при значении градиента в центре линзы G_m = 25 тл/м на рис.3а приведена пропускная характеристика, которая также описывается зависимостью вида (I8), если принять $I_{пред}$ = I,0 а, V_0 = I,97см.мрад. Рабочим точкам, расположенным на этой характеристике отвечают согласованные входные условия рис.3б, а фазовым плотностям $j_\varphi >$I а/см.мрад (заштрихованные участки на рис.3а и 3б) соответствуют максимальные токи более 0,8 а.

Предельные токи,пропускаемые трубкой без ускорения($\varphi' = 0$), определенные по (I7) при найденных для этого режима значениях μ_0 = I.42 ρ_{max} = 4.97 и методом поиска составляют соответственно 409 ма и 438 ма.

Авторы благодарны Б.В.Чирикову за обсуждение настоящей работы и интерес к ней.

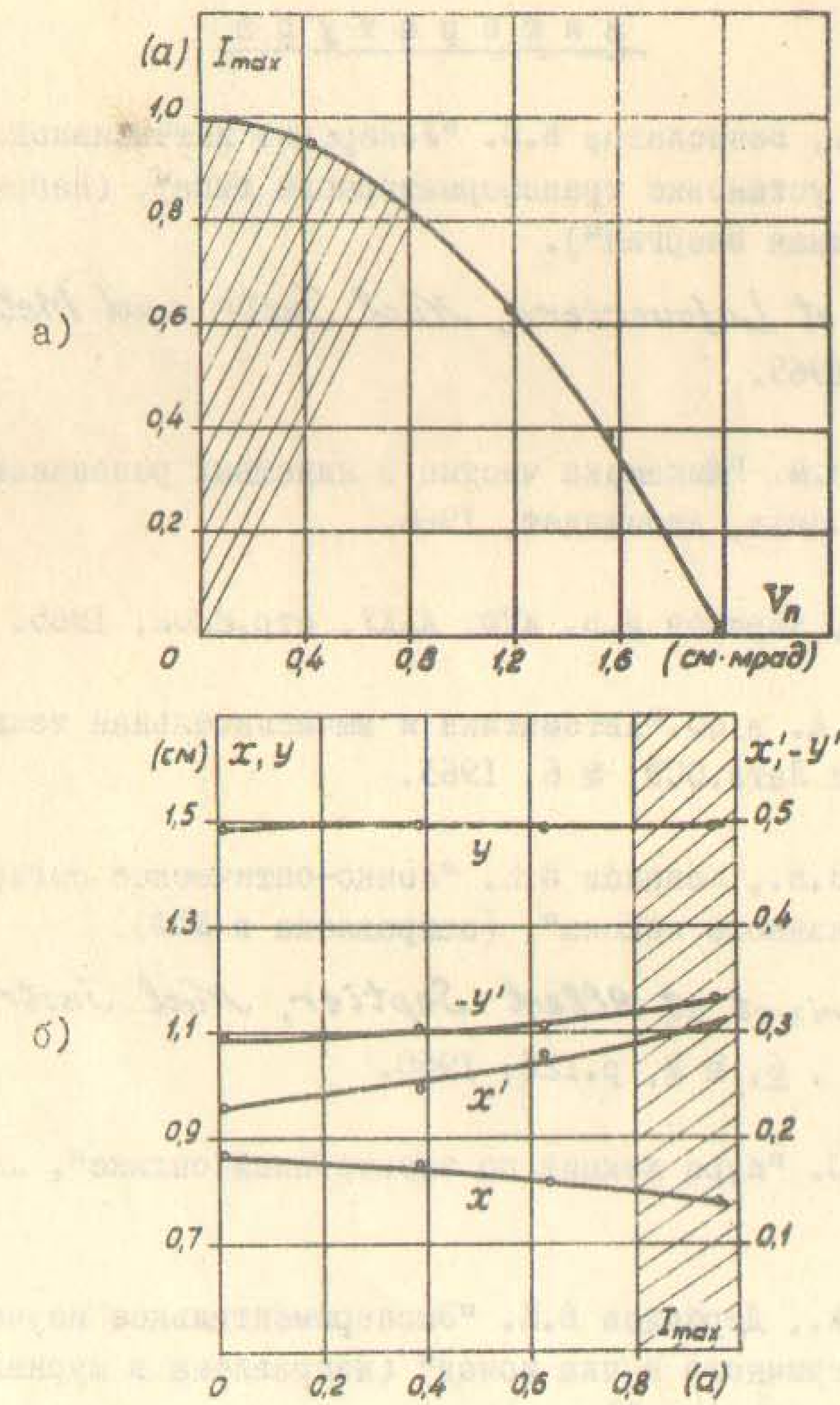

Рис.3. Основные характеристики ускорительной трубки с электромагнитными квадрупольными линзами при значении градиента в центре линзы G_m = 25 тл/м.

а) - зависимость максимального ускоряемого тока I_{max} от фазового объема пучка V_n,

б) - согласованные значения размеров x, y и наклонов x', y' огибающих пучка на входе в трубку.

Литература

1. Абрамян Е.А., Вечеславов В.В. "Ускорение интенсивного пучка протонов на установке трансформаторного типа". (Направлена в журнал "Атомная энергия").

2. G. Burnot et Lafoucriere, Nucl. Instr. and Methods, 32, p.287, 1965.

3. Капчинский И.М. "Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях", Москва, Атомиздат, 1966.

4. Мешков И.Н., Чириков Б.В. ЖТФ, XXXV, стр.2202, 1965.

5. Растригин Л.А. в сб."Автоматика и вычислительная техника", Рига, Изд.АН Латв.ССР, № 6, 1963.

6. Вечеславов В.В., Кононов В.Н. "Ионно-оптическое согласование методом случайного поиска", (направлена в ЖТФ).

7. Pierre Grivet et Albert Septier, Nucl. Instr. and Methods, 6, № 2, p.126, 1960.

8. Зинченко Н.С. "Курс лекций по электронной оптике", Харьков, 1961.

9. Тепляков В.А., Дербилов В.И. "Экспериментальное изучение аксиально-симметричного пучка ионов" (направлена в журнал "Радиотехника и электроника").

Ответственный за выпуск В.А.Горбунов

Подписано к печати 23.01.с.г., заказ № 98,
0,6 печ.л., тираж 200 экз.,бесплатно.

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР