

Д.36

11,12

АКАДЕМИЯ НАУК СССР СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

193  
препринт 195

Г.Е.Деревянкин

**Влияние конечной величины магнитной  
проницаемости на топографию  
магнитного поля в зазоре  
электромагнита**

Новосибирск  
1968

Г.Е.Деревянкин

ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОЙ ВЕЛИЧИНЫ МАГНИТНОЙ  
ПРОНИЦАЕМОСТИ НА ТОПОГРАФИЮ МАГНИТ -  
НОГО ПОЛЯ В ЗАЗОРЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТА

А Н Н О Т А Ц И Я

Решена задача о распределении потенциала в зазоре  
О-образного электромагнита с плоско-параллельными полюсами с  
учётом конечной величины магнитной проницаемости материала  
полюсов. Область возбуждающих токов предполагается малой, по  
сравнению с апертурой электромагнита.

Показано, что конечная величина магнитной проницаемости  
может привести к заметным отклонениям поля от однородного.

БИБЛИОТЕКА  
Института ядерной  
физики СО АН СССР  
ИНВ. № \_\_\_\_\_

В технике часто приходится иметь дело с задачей создания магнитного поля с наперед заданной конфигурацией в некоторой области пространства. В частности, в области апертуры магнитной системы циклического ускорителя необходимо иметь поле, вертикальная составляющая которого в средней плоскости апертуры зависит от радиуса как  $(r)^{\pm n}$ ,  $n$  - показатель спада магнитного поля. В настоящее время такое поле, как правило, формируется заданием определенного профиля поверхности полюсов электромагнита. При этом предполагается, что поверхность полюса эквипотенциальна по магнитному скалярному потенциалу. Это предположение, строго справедливо только в том случае, если магнитная проницаемость материала полюсов  $\mu$  равна бесконечности. Практически это условие выполняется приближенно при малых полях ( $\mu \approx 10^2 - 10^3$ ) и совсем не выполняется в полях, близких к полям насыщения материала полюсов и магнитопровода, когда величина  $\mu$  падает до единиц.

В этой связи интересно рассмотреть поле в зазоре электромагнита, не предполагая эквипотенциальности поверхности полюсов, т.е. с учётом конечной магнитной проницаемости материала полюсов и магнитопровода электромагнита.

1. Рассмотрим  $O$ -образный электромагнит с плоскопараллельными полюсами. На рис.1 дано сечение такого электромагнита. Магнитная проницаемость материала полюсов и магнитопровода (на рисунке заштрихованы)  $\mu_1$ , а проницаемость среды в зазоре электромагнита (не заштриховано)  $\mu_2$ . Мы будем считать, что области, занятые токами возбуждения, (на рисунке обозначены символами  $\pm NJ$ ,  $N$  - число витков,  $J$  - ток

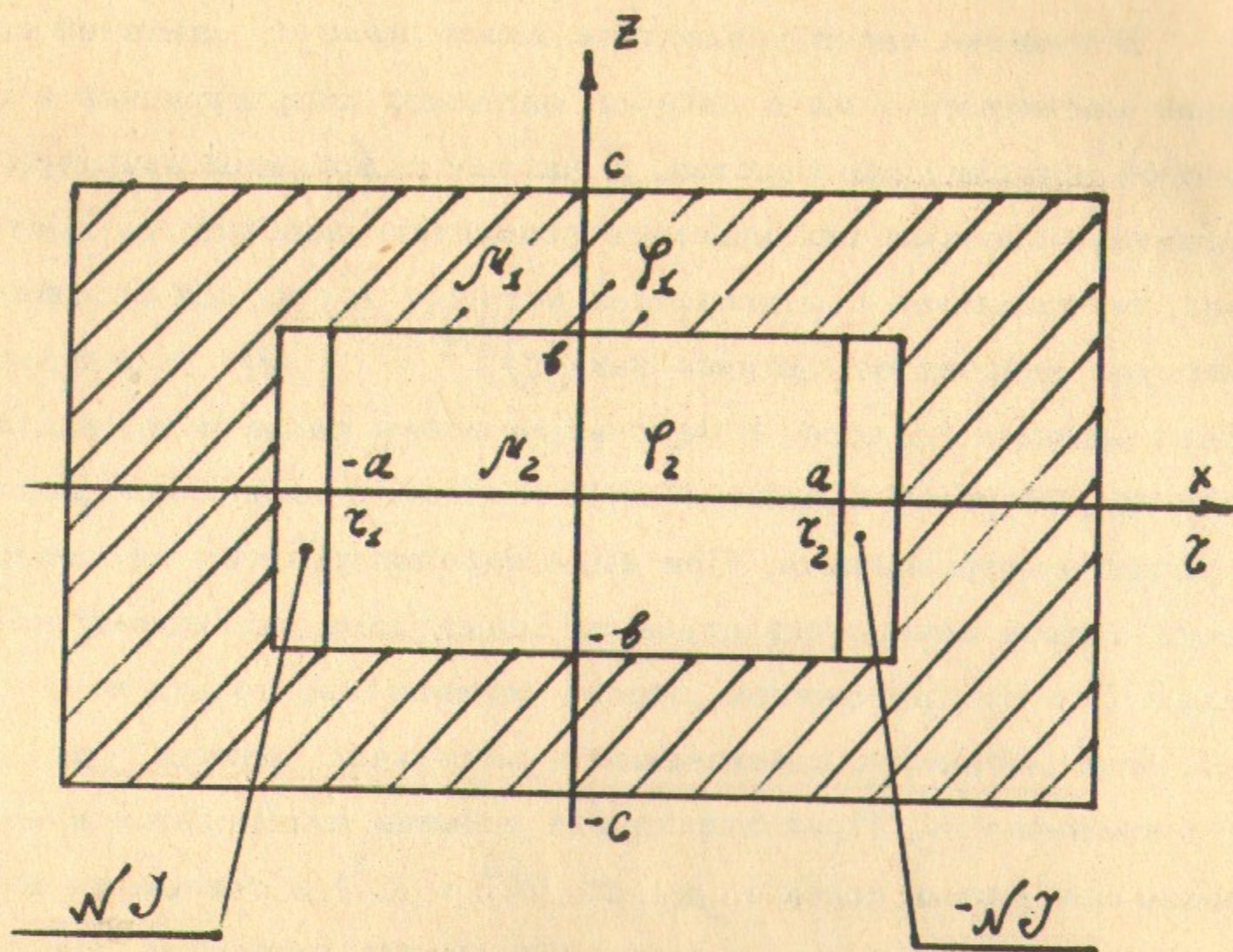


Рис.1. Схематический чертеж сечения электромагнита.

в обмотках возбуждения электромагнита) малы. Так что их размер по горизонтали много меньше горизонтальной апертуры. Тогда магнитные скалярные потенциалы в областях полюса и апертуры соответственно  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  будут удовлетворять уравнению Лапласа

$$\Delta \varphi_{1,2} = 0; \quad (1)$$

Если предположить, что токи распределены равномерно, в соответствующих областях, то на границе с этими областями потенциал  $\varphi_2$  будет линейной функцией координаты

$$\left. \varphi_2 \right|_{\substack{x \pm a \\ z = z_1, z_2}} = H z; \quad (2)$$

На границе между апертурой и полюсом, естественно, непрерывны потенциал и нормальная составляющая индукции, т.е.

$$\left. \varphi_1 \right|_{z = \pm b} = \left. \varphi_2 \right|_{z = \pm b}; \quad (3)$$

$$\mu_1 \left. \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right|_{z = \pm b} = \mu_2 \left. \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right|_{z = \pm b}; \quad (4)$$

Сделаем ещё одно допущение, что магнитный поток полностью заключен в магнитопроводе и не выходит за его пределы, что вполне оправдано, если периферийные области магнитопровода не насыщены, хотя области, прилегающие к апертуре, могут быть и насыщены, что даёт

$$\left. \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right|_{z=\pm c} = 0; \quad (5)$$

По этой же причине можно считать, что

$$\left. \varphi_1 \right|_{\substack{x=\pm a \\ z=\pm c}} = \text{const.} \quad (6)$$

Наконец, симметрия поля относительно средней плоскости  $z=0$ , даёт основание утверждать, что она является эквипотенциальной и, не нарушая общности, можно положить

$$\left. \varphi_2 \right|_{z=0} = 0 \quad (7)$$

Таким образом, отыскание потенциалов  $\varphi_1, \varphi_2$  сводится к решению уравнения (1) с граничными условиями (2-7).

Все обозначения ясны из рис.1. Мы будем решать эту задачу для двух случаев.

2. Первый случай - это прямой длинный магнит. Это даёт основание ограничиться двумерной задачей. В силу симметрии, оговоренной выше, будем рассматривать задачу в верхней полуплоскости  $z > 0$ .

В этом случае уравнение (1) и условия (2-7) принимают вид

$$\frac{\partial^2 \varphi_{1,2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{1,2}}{\partial z^2} = 0; \quad (1a)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right|_{z=c} = 0; \quad (5a)$$

$$\left. \varphi_1 \right|_{x=a} = \left. \varphi_1 \right|_{x=-a} = \varphi_0; \quad (6a)$$

Здесь  $\varphi_0 = \frac{1}{2} \mu J - \Delta \varphi$  Поправка  $\Delta \varphi$  - обязана падению потенциала в магнитопроводе.

$$\left. \varphi_2 \right|_{z=a} = \left. \varphi_2 \right|_{z=-a} = \frac{\varphi_0}{\delta} z; \quad (2a)$$

$$\left. \varphi_2 \right|_{z=0} = 0; \quad (7a)$$

$$\left. \varphi_1 \right|_{z=\delta} = \left. \varphi_2 \right|_{z=\delta}; \quad (3a)$$

$$\mu_1 \left. \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right|_{z=\delta} = \mu_2 \left. \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right|_{z=\delta}; \quad (4a)$$

Из условий (2a, 6a) видно, что потенциалы являются четной функцией  $x$ . Поэтому будем искать их в виде разложения по собственным функциям  $X_n(x)$  первой краевой задачи на отрезке  $[-a; a]$

$$\varphi_1(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n(z) \cdot X_n(x); \quad (8)$$

$$Y_2(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n^{(2)} \cdot X_n(x); \quad (9)$$

где  $X_n(x)$  удовлетворяет условиям

$$X_n'' + d_n^2 \cdot X_n = 0; \quad (10)$$

$$X_n|_{x=a} = X_n|_{x=-a} = 0; \quad (11)$$

Штрих означает дифференцирование по аргументу.  
Из (10, 11) находим

$$X_n(x) = \cos d_n x = \cos(2n-1) \frac{\pi x}{2a};$$

Из ортогональности собственных функций  $X_n$  имеем очевидное

$$V_n^{(2)} = \frac{1}{\|X_n\|} \int_{-a}^a Y(x, z) \cdot X_n(x) dx; \quad (12)$$

Здесь  $\|X_n\|$  - норма функции  $X_n$

$$\|X_n\| = \int_{-a}^a X_n^2 dx = a;$$

Уравнение для функций  $V_n^{(2)}$  найдем / 2 / , умножив уравнение (1a) на  $X_n$  и интегрируя по  $x$  в пределах  $-a; a$ .

Приняв во внимание условия (10-12, 6a, 2a), получим

$$V_n^{(2)} - d_n^2 \cdot V_n^{(2)} = -\frac{d_n}{a} 2\varphi_0 (-1)^{n-1}; \quad (13)$$

$$V_n^{(2)} - d_n^2 \cdot V_n^{(2)} = -\frac{2d_n}{a} \varphi_0 \frac{z}{b} (-1)^{n-1}; \quad (14)$$

Решения уравнений (13, 14) имеют соответственно вид

$$V_n^{(1)} = A_n \cdot \operatorname{sh} d_n z + B_n \cdot \operatorname{ch} d_n z + \frac{2(-1)^{n-1}}{d_n \cdot a} \varphi_0; \quad (15)$$

$$V_n^{(2)} = C_n \cdot \operatorname{sh} d_n z + D_n \cdot \operatorname{ch} d_n z + \frac{2(-1)^{n-1}}{d_n \cdot a} \varphi_0 \frac{z}{b}; \quad (16)$$

Коэффициенты  $A_n; B_n$  и  $C_n; D_n$  следует определить из граничных условий (3a, 4a, 5a, 7a). Учитывая ортогональность системы собственных функций  $X_n$  после несложных вычислений, получим

$$C_n = -\frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{2(-1)^{n-1} \varphi_0}{d_n^2 \cdot a \cdot b} X$$

$$X \left[ \operatorname{sh} d_n b \cdot \operatorname{th} d_n (c-b) + \frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \operatorname{ch} d_n b \right]; D_n = 0; \quad (17)$$

$$A_n = -\frac{\operatorname{sh} d_n b \cdot \operatorname{sh} d_n c}{\operatorname{ch} d_n (c-b)} C_n; B_n = \frac{\operatorname{sh} d_n b \cdot \operatorname{ch} d_n c}{\operatorname{ch} d_n (c-b)} C_n; \quad (17a)$$

Нас интересует поле в зазоре магнита, потому выпишем явное выражение только для потенциала  $\varphi_2$ , полагая сразу  $\mu_2 = 1$  (магнитная проницаемость воздуха) и  $\mu_1 = \mu$ . Подставив (17) в (16) и затем в (9) без труда найдем

$$\varphi_2(x, z) = \frac{2\varphi_0}{a \cdot b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\alpha_n} \left\{ z - \frac{\operatorname{sh} \alpha_n z}{\alpha_n \cdot \operatorname{ch} \alpha_n b [\operatorname{th} \alpha_n b \cdot \operatorname{th} \alpha_n (c-b) \mu + 1]} \right\} \cos \alpha_n x;$$

Учитывая, что / 1 /

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cos(2n-1)x}{(2n-1)} = \frac{\pi}{4};$$

окончательно получим

$$\varphi_2(x, z) = \varphi_0 \frac{z}{b} - \frac{2\varphi_0}{a \cdot b} x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \operatorname{sh} \alpha_n z \cdot \cos \alpha_n x}{\alpha_n^2 \cdot \operatorname{ch} \alpha_n b \cdot [\mu \cdot \operatorname{th} \alpha_n b \cdot \operatorname{th} \alpha_n (c-b) + 1]}; \quad (18)$$

Полагая в (18)  $\mu = \infty$ , видим, что  $\varphi_2 = \varphi_0 \frac{z}{b}$ , т.е. однородное поле. Это и понятно, т.к.  $\mu = \infty$  соответствует идеальному случаю, когда поверхность полюса эквипотенциальна. Таким образом, при больших  $\mu$  второй член в (18) следует рассматривать как поправку к однородному полю. Мы, однако, не будем рассматривать её, а перейдем ко второму случаю.

3. В случае кругового азимутального симметричного элек-

тромагнита условия (1-7) принимают вид

$$\frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z} \left( z \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 \varphi_{12}}{\partial z^2} = 0; \quad (16)$$

$$\varphi_2 \Big|_{z=r_1} = \varphi_2 \Big|_{z=r_2} = \varphi_0 \frac{z}{b}; \quad (26)$$

$$\varphi_1 \Big|_{z=b} = \varphi_2 \Big|_{z=b}; \quad (36)$$

$$\mu_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \Big|_{z=b} = \mu_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \Big|_{z=b}; \quad (46)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \Big|_{z=c} = 0; \quad (56)$$

$$\varphi_1 \Big|_{z=r_1} = \varphi_1 \Big|_{z=r_2} = \varphi_0; \quad (66)$$

$$\varphi_2 \Big|_{z=0} = 0; \quad (76)$$

Потенциалы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  теперь будем искать в виде

$$\varphi_1(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n^{(1)}(z) \cdot R_n(r) ; \quad (19)$$

$$\varphi_2(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n^{(2)}(z) \cdot R_n(r) ; \quad (20)$$

Здесь  $R_n(r)$  собственные функции следующей краевой задачи с весом  $r$ .

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dR_n}{dr} \right) + \beta_n^2 r R_n = 0 ; \quad (21)$$

$$R_n|_{r=r_1} = R_n|_{r=r_2} = 0 ; \quad (22)$$

Решением этой задачи являются цилиндрические функции нулевого порядка  $Z_0(\beta_n r)$ , отвечающие собственным значениям

$\beta_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ). Таким образом имеем

$$R_n(r) \equiv Z_0(\beta_n r) = \mathcal{N}_0(\beta_n r) \cdot J_0(\beta_n r) - J_0(\beta_n r) \cdot \mathcal{N}_0(\beta_n r) ; \quad (23)$$

Где  $J_0$  и  $\mathcal{N}_0$  - соответственно функции Бесселя и Неймана нулевого порядка  $\beta_n = \frac{\gamma_n}{r_1}$ , а  $\gamma_n$  - корни уравнения

$$J_0(\gamma) \cdot \mathcal{N}_0\left(\gamma \frac{r_2}{r_1}\right) = \mathcal{N}_0(\gamma) \cdot J_0\left(\gamma \frac{r_2}{r_1}\right) ; \quad (24)$$

Причем  $\varphi_n^{(i)}(z)$  уже определяются из соотношения

$$\varphi_n^{(i)}(z) = \frac{1}{\|R_n\|} \int_{r_1}^{r_2} \varphi(r, z) \cdot R_n(r) r dr ; \quad (25)$$

где для нормы  $\|R_n\|$  имеем  $\|1\|$

$$\|R_n\| = \int_{r_1}^{r_2} [Z_0(\beta_n r)]^2 r dr = \frac{1}{2} [r_2^2 Z_1^2(\beta_n r_2) - r_1^2 Z_1^2(\beta_n r_1)] ; \quad (26)$$

Поступая так же, как в пункте 2, и учитывая соотношения (26, 66, 21, 22, 25), получим уравнения для определения  $\varphi_n^{(i)}(z)$

$$\varphi_n^{(1)''} - \beta_n^2 \cdot \varphi_n^{(1)} = \frac{-\varphi_0 \cdot \beta_n}{[r_2 Z_1(\beta_n r_2) + r_1 Z_1(\beta_n r_1)]} ; \quad (27)$$

$$\varphi_n^{(2)''} - \beta_n^2 \cdot \varphi_n^{(2)} = -\beta_n \varphi_0 \frac{r}{\delta} [r_2 Z_1(\beta_n r_2) + r_1 Z_1(\beta_n r_1)]^{-1} ; \quad (28)$$

В (26 - 28)  $Z_1(\beta_n r)$  - цилиндрические функции первого по-



рядка

$$Z_1(\beta_n z) = W_0(\beta_n z) \cdot J_1(\beta_n z) - J_0(\beta_n z) \cdot W_0(\beta_n z);$$

Решения уравнений (27, 28) имеют вид

$$v_n^{(1)} = A_n \operatorname{sh} \beta_n z + B_n \operatorname{ch} \beta_n z + \frac{\varphi_0}{\beta_n} \left[ \tau_2 Z_1(\beta_n \tau_2) + \tau_1 Z_1(\beta_n \tau_1) \right]^{-1}; \quad (29)$$

$$v_n^{(2)} = C_n \operatorname{sh} \beta_n z + D_n \operatorname{ch} \beta_n z + \frac{\varphi_0 \cdot z}{\beta_n \cdot b} \left[ \tau_2 Z_1(\beta_n \tau_2) + \tau_1 Z_1(\beta_n \tau_1) \right]^{-1}; \quad (30)$$

Учёт граничных условий (36, 46, 56, 76) даёт

$$C_n = -\frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{\varphi_0 \left[ \tau_2 Z_1(\beta_n \tau_2) + \tau_1 Z_1(\beta_n \tau_1) \right]^{-1}}{b \cdot \beta_n^2 \left[ \operatorname{sh} \beta_n b \cdot \operatorname{th} \beta_n (c-b) + \frac{\mu_2}{\mu_1} \operatorname{ch} \beta_n b \right]}; \quad D_n = 0; \quad (31)$$

$A_n$  и  $B_n$  согласно (17a)

Как и в пункте 2, полагая  $\mu_2 = 1$ ;  $\mu_1 = \mu$ , выпишем выражение для потенциала

$$\varphi_2(\tau, z) = \frac{\varphi_0}{b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[\tau_2 Z_1(\beta_n \tau_2) - \tau_1 Z_1(\beta_n \tau_1)]}{\beta_n \|R_n\|} \times$$

$$\times \left\{ z - \frac{\operatorname{sh} \beta_n z}{\beta_n^2 \cdot \operatorname{ch} \beta_n b [\mu \cdot \operatorname{th} \beta_n b \cdot \operatorname{th} \beta_n (c-b) + 1]} \right\} Z_0(\beta_n z); \quad (32)$$

Учитывая соотношения (25, 26) и

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} Z_0(\beta_n \tau) \tau d\tau = \frac{\tau_2 Z_1(\beta_n \tau_2) - \tau_1 Z_1(\beta_n \tau_1)}{\beta_n};$$

окончательно получим

$$\varphi_2(\tau, z) = \frac{\varphi_0 z}{b} - \frac{2 \varphi_0}{b} \times \left. \frac{[\tau_2 Z_1(\beta_n \tau_2) + \tau_1 Z_1(\beta_n \tau_1)]^{-1} \operatorname{sh} \beta_n z \cdot Z_0(\beta_n z)}{\beta_n^2 \cdot \operatorname{ch} \beta_n b [\mu \cdot \operatorname{th} \beta_n b \cdot \operatorname{th} \beta_n (c-b) + 1]} \right\}; \quad (33)$$

Как видно из этого выражения второй член также представляет поправку к однородному полю. В соответствии с (33) для вертикальной составляющей магнитного поля  $H_z$  имеем

$$H_z(\tau, z) = \frac{\partial \varphi_z}{\partial z} = \frac{\varphi_0}{b} \left[ 1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} \beta_n z}{\beta_n \operatorname{ch} \beta_n b} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{[\tau_i Z_1(\beta_n \tau_i) + \tau_i Z_1(\beta_n \tau_i)]^{-1}}{[\mu \cdot \operatorname{th} \beta_n b \cdot \operatorname{th} \beta_n (c-b) + 1]} \cdot Z_0(\beta_n z) \right]; \quad (34)$$

Ряд в (34) можно приближенно вычислить для случая, когда

$\frac{\tau_2}{\tau_1}$  мало отличается от единицы. Действительно, при  $\frac{\tau_2}{\tau_1} = 1 + \varepsilon; \varepsilon \ll 1$ ; аргументы цилиндрических

функций  $\beta_n z \gg 1$  (например при  $\frac{\tau_2}{\tau_1} = 1,1$ ;

$\beta_1 z = 3,41 \frac{z}{\tau_1}$ ), тогда можно воспользоваться асимптотическим выражением для цилиндрических функций / 1 /

$$J_0(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi y}} \cos(y - \frac{\pi}{4}); \quad J_1(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi y}} \cos(y - \frac{3}{4}\pi);$$

$$N_0(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi y}} \sin(y - \frac{\pi}{4}); \quad N_1(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi y}} \sin(y - \frac{3}{4}\pi);$$

$$\beta_n = \frac{n\pi}{(\tau_2 - \tau_1)}$$

Кроме того, будем считать для простоты, что  $C = 2b$ :

$b = (\tau_2 - \tau_1)$  и, следовательно,  $\operatorname{ch} \beta_n b = \frac{1}{2} e^{\beta_n b}; \operatorname{th} \beta_n b = 1$

Введем обозначения  $z = x + \tau_1; \tau_2 - \tau_1 = a$

. Тогда вместо (34) получим

$$H_z(x, 0) = \frac{\varphi_0}{b} \left\{ 1 + \frac{4a}{\sqrt{\tau_1(\tau_1+x)} \cdot (n+1) \cdot \bar{u}} \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\bar{u}}{a} x \cdot e^{-\frac{n\bar{u}}{a} b}}{n [1 + (-1)^n \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}}]} \right\};$$

Ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\bar{u}}{a} x \cdot e^{-\frac{n\bar{u}}{a} b}}{n [1 + (-1)^n \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}}]} \equiv \Sigma;$$

Может быть просуммирован следующим образом

$$\Sigma = \operatorname{Im} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n\sigma}}{n [1 + (-1)^n \bar{u}]} = \operatorname{Im} f(\sigma);$$

Где введены обозначения  $\gamma^2 = \frac{z_2}{z_1}$ ;  $\sigma = \frac{\bar{u}}{a}(ix - b)$

$$f(\sigma) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n\sigma}}{n[1 + (-1)^n \gamma]} ;$$

Так как

$$\begin{aligned} f'(\sigma) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n\sigma}}{[1 + (-1)^n \gamma]} = \left[ \frac{1}{\gamma + 1} - \frac{e^{-\sigma}}{\gamma - 1} \right] \sum_{k=1}^{\infty} e^{2k\sigma} = \\ &= \left[ \frac{1}{\gamma + 1} - \frac{e^{-\sigma}}{\gamma - 1} \right] \frac{e^{2\sigma}}{1 - e^{2\sigma}} ; \end{aligned}$$

то

$$\begin{aligned} f(\sigma) &= \frac{\ln(1 - e^{\sigma}) - \gamma \ln(1 + e^{\sigma})}{\gamma^2 - 1} = \\ &= \frac{1}{\gamma^2 - 1} \left\{ \ln \left[ \left( 1 + e^{-\frac{2\bar{u}}{a}b} - 2e^{-\frac{\bar{u}}{a}b} \cos \frac{\bar{u}}{a}x \right) e^{i\delta_1} \right] - \right. \\ &\quad \left. - \gamma \ln \left[ \left( 1 + e^{-\frac{2\bar{u}}{a}b} + 2e^{-\frac{\bar{u}}{a}b} \cos \frac{\bar{u}}{a}x \right) e^{i\delta_2} \right] \right\} ; \end{aligned}$$

где

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{-e^{-\frac{\bar{u}b}{a}} \sin \frac{\bar{u}x}{a}}{1 - \cos \frac{\bar{u}x}{a} \cdot e^{-\frac{\bar{u}b}{a}}} ; \operatorname{tg} \delta_2 = \frac{e^{-\frac{\bar{u}b}{a}} \sin \frac{\bar{u}x}{a}}{1 + e^{-\frac{\bar{u}b}{a}} \cos \frac{\bar{u}x}{a}} ;$$

Таким образом окончательно имеем

$$H_z(z_0) = \frac{I_0}{b} \left\{ 1 - \frac{4z_1}{\sqrt{z_1 z_2} \cdot \pi \cdot (\mu + 1)} x \right.$$

$$\left. \times \left[ \operatorname{arctg} \frac{e^{-\frac{\bar{u}b}{a}} \sin \frac{\bar{u}x}{a}}{1 - e^{-\frac{\bar{u}b}{a}} \cos \frac{\bar{u}x}{a}} + \gamma \operatorname{arctg} \frac{e^{-\frac{\bar{u}b}{a}} \sin \frac{\bar{u}x}{a}}{1 + e^{-\frac{\bar{u}b}{a}} \cos \frac{\bar{u}x}{a}} \right] ; \quad (35)$$

Из (35) видно, что отклонение поля от однородного не превышает величины

$$|\Delta H_z| \leq \frac{I_0 \cdot 8}{\pi b (\mu + 1)} \operatorname{arctg} e^{-\frac{\bar{u}b}{a}} ;$$

Из последнего соотношения видно, что конечная величина магнитной проницаемости материала полюсов может привести к заметным отклонениям поля в зазоре электромагнита от однородного. По-видимому, этот эффект будет слабо зависеть от формы поверхности полюсов, по крайней мере, пока она слабо

отличается от плоскопараллельной.

Автор благодарен А.А.Соколову за интерес к работе и обсуждения.

#### Л и т е р а т у р а

1. И.С.Градштейн и И.М.Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, М., 1962 г.
2. Г.А.Гринберг. "Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений". Изд. АН СССР, М., 1948.

---

Ответственный за выпуск Бикматов Р.Г.

Подписано к печати 20.Ш.1968 г.

Усл. 1,0 печ.л., тираж 150 экз. Бесплатно.

Заказ № 193.

---

Отпечатано на ротапринтере в ИЯФ СО АН СССР.