

15

АКАДЕМИЯ НАУК СССР СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

препринт 201

В.Н.Байер, В.С.Фадин

Радиационные поправки к резонансному
рождению частиц

Новосибирск
1968

В.Н.Байер, В.С.Фадия

РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К РЕЗОНАНСНОМУ РОЖДЕНИЮ ЧАСТИЦ

АННОТАЦИЯ

Вычислены радиационные поправки к резонансным сечениям рождения частиц в экспериментах на встречных пучках.

1. В последнее время получены очень интересные результаты по рождению пары пионов в области ρ -резонанса в опытах на встречных электрон-позитронных пучках [1]. Эксперимент показал резонансное поведение формфактора пиона $F_{\pi}(4E^2)$, что может быть интерпретировано как следствие перехода $\gamma \rightarrow \rho$ и наличия у ρ -мезона резонансного пропагатора. Такое поведение формфактора пиона отмечалось уже при постановке опытов на встречных пучках (см., например, [2]). Экспериментальные данные хорошо описываются формулами брейт-вигнеровского типа:

$$|F_{\pi}(4E^2)|^2 = \frac{K m_{\rho}^4}{(4E^2 - m_{\rho}^2)^2 + m_{\rho}^2 \Gamma_{\rho}^2} \quad (1)$$

где $m_{\rho} = (764 \pm 11)$ Мэв, $\Gamma_{\rho} = (93 \pm 15)$ Мэв, $K = 0.59 \pm 0.15$.

2. Сравнившееся с опытом сечение найдено в низшем приближении теории возмущений квантовой электродинамики с по-существу феноменологическим формфактором (1).

Значительный интерес представляет вопрос о радиационных поправках /РП/ к этому сечению. Поскольку в РП включается вклад излучения реальных фотонов, они существенно зависят от условий опыта. Мы рассмотрим их в стандартной постановке вопроса в случае опытов со встречными пучками [3].

Обычно РП, так же как сечения процессов, плавно меняются с энергией. Однако появление в сечении резонансных множителей (1) приводит к сильной зависимости радиационных поправок от энергии. Последнее обстоятельство существенно связано с излучением фотонов начальными частицами, что приводит к умень-

шению энергии рождающихся частиц. Если энергия начальных частиц больше резонансной $2E_z = m_\rho$, то излучение начальными частицами может "вернуть" сечение на резонанс (когда энергия конечных частиц в их с.д.и. равна резонансной). Поскольку резонансное сечение во много раз превышает сечение вдали от резонанса, это приводит к резкому возрастанию радиационных поправок при $E > E_z$. Следует, однако, иметь в виду, что существенный вклад даёт только узкий участок спектра фотонов, который сдвигает конечные частицы на резонанс.

Для качественного описания эффекта приведем с логарифмической точностью РП, даваемые только электронами в случае мягких фотонов. В этом приближении можно считать, что фотоны излучаются в направлении движения начальных частиц. Сечение рождения частиц с учётом РП (для формфактора (1)) имеет вид:

$$d\sigma = d\sigma_0 (1 + \delta(E)) \quad (2)$$

$$\delta(E) = \frac{1}{\pi} \left\{ (2\epsilon_n(2\gamma) - 1) \left[\epsilon_n \frac{\omega^2 [\tau^2(\omega) + \Gamma^2]}{E^2 [\tau^2(\omega) + \Gamma^2]} + \frac{2\tau(\omega)}{\Gamma} \arctg \frac{2\omega\Gamma}{\tau(\omega)\tau(\omega) + \Gamma^2} \right] + \frac{13}{3} \epsilon_n(2\gamma) \right\} \quad (3)$$

где $d\sigma_0$ - сечение процесса без учёта РП, E - энергия начальных частиц, $\gamma = E/m_e$, ω - максимально допустимая энергия излученного фотона, $\tau(\omega) = 2(2E - m - \omega)$. Эта формула применима не слишком далеко от резонанса. Указанный выше эффект определяется, в основном, вторым членом в квадрат-

ных скобках (3). Может оказаться, что член $\frac{\tau(\omega)}{\Gamma} \gg 1$, а множитель при нём порядка 1. Тогда возможно положение, когда $\frac{4\omega}{\pi} \frac{\tau(\omega)}{\Gamma} \epsilon_n(2\gamma) \geq 1$, или $\delta(E) \geq 1$! Такая парадоксальная ситуация возникла вследствие того, что сечение процесса с излучением фотона начальными частицами оказывается больше, чем сечение упругого процесса без учёта РП при данной энергии начальных частиц. (В спектре излучения фотона также возникает пик, по которому можно исследовать резонансы. Однако этот способ сильно затруднен мощным фоном тормозного излучения). Рост $\delta(E)$ прекращается, когда условие допустимой неколлинеарности конечных частиц запрещает излучение фотона с энергией, достаточной для сдвига на резонанс. Заметим, что формула (3) применима для процесса рождения любого числа частиц, идущего через резонансное состояние.

Теперь приведем результат точного расчёта РП $\delta(E)$ (рис.1) к сечению образования пары пионов в области ρ -резонанса, вычисленные для разных углов вылета пионов ϑ в предположениях: 1) угол неколлинеарности импульсов пионов меньше $\Delta\vartheta$; 2) энергия каждого мезона $E_\pi > E_0$; 3) при регистрации не различаются положительные и отрицательные пионы. Ввиду большой ширины резонанса поправки не велики, ограничение на неколлинеарность быстро прекращает рост поправок с энергией, а поскольку это ограничение зависит от угла ϑ , поправки существенно зависят от угла ϑ . Поскольку предельная энергия фотонов, испускаемых вдоль направления начальных частиц, определяется условием неколлинеарности, РП практически не зависит от E_0 .

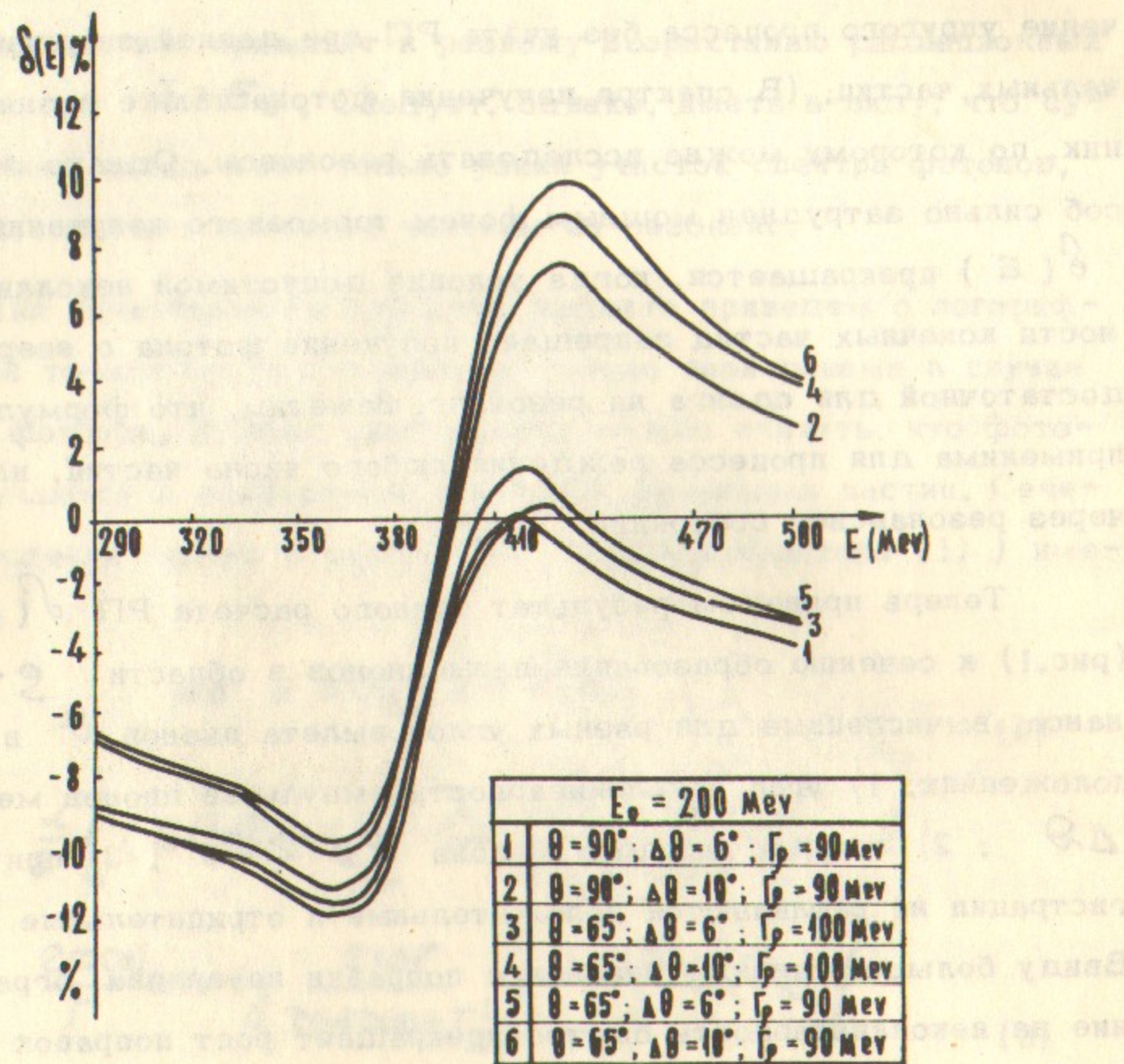


Рис.1. Радиационные поправки к сечению рождения парылионов в S-пике при указанных значениях параметров.

При тех же предположениях вычислены РП к сечению образования K-мезонов в области ψ -резонанса (рис.2). Здесь ситуация оказывается существенно иной: K-мезоны рождаются нерелятивистскими, по этой причине их излучением можно пренебречь и основным ограничением здесь является $E_K > E_0$, а условие на неколлинеарность вступает в игру довольно поздно, так что зависимость от угла вылета K-мезонов ϑ оказывается довольно слабой. Поэтому описанный выше эффект хорошо прослеживается на рис.2.

В случае, когда разрешение по углам позволяет исследовать угловое распределение событий рождения внутри конуса неколлинеарности, следует иметь в виду, что это распределение в зависимости от угла неколлинеарности $\beta \left(\frac{\Delta\vartheta}{2} \leq \beta \leq \frac{\Delta\vartheta}{2} \right)$ имеет характерный вид трехзубца (рис.3), причем центральный пик связан с почти упругими (без заметной потери энергии) событиями, а боковые пики соответствуют излучению с возвращением на резонанс. По мере роста энергии относительная высота боковых пиков возрастает и они удаляются от центрального пика (рис.3).

Мы вычисляли низшие РП (до α^3) на ЭВМ с точностью $\sim 1\%$ (для S-пика) и с точностью $\sim 5\%$ (для ψ -пика). Высшие РП составляют несколько процентов от найденных РП.

В целом ясно, что из-за большой величины РП, их надо учитывать (особенно в случае ψ -пика) при обработке экспериментальных данных.

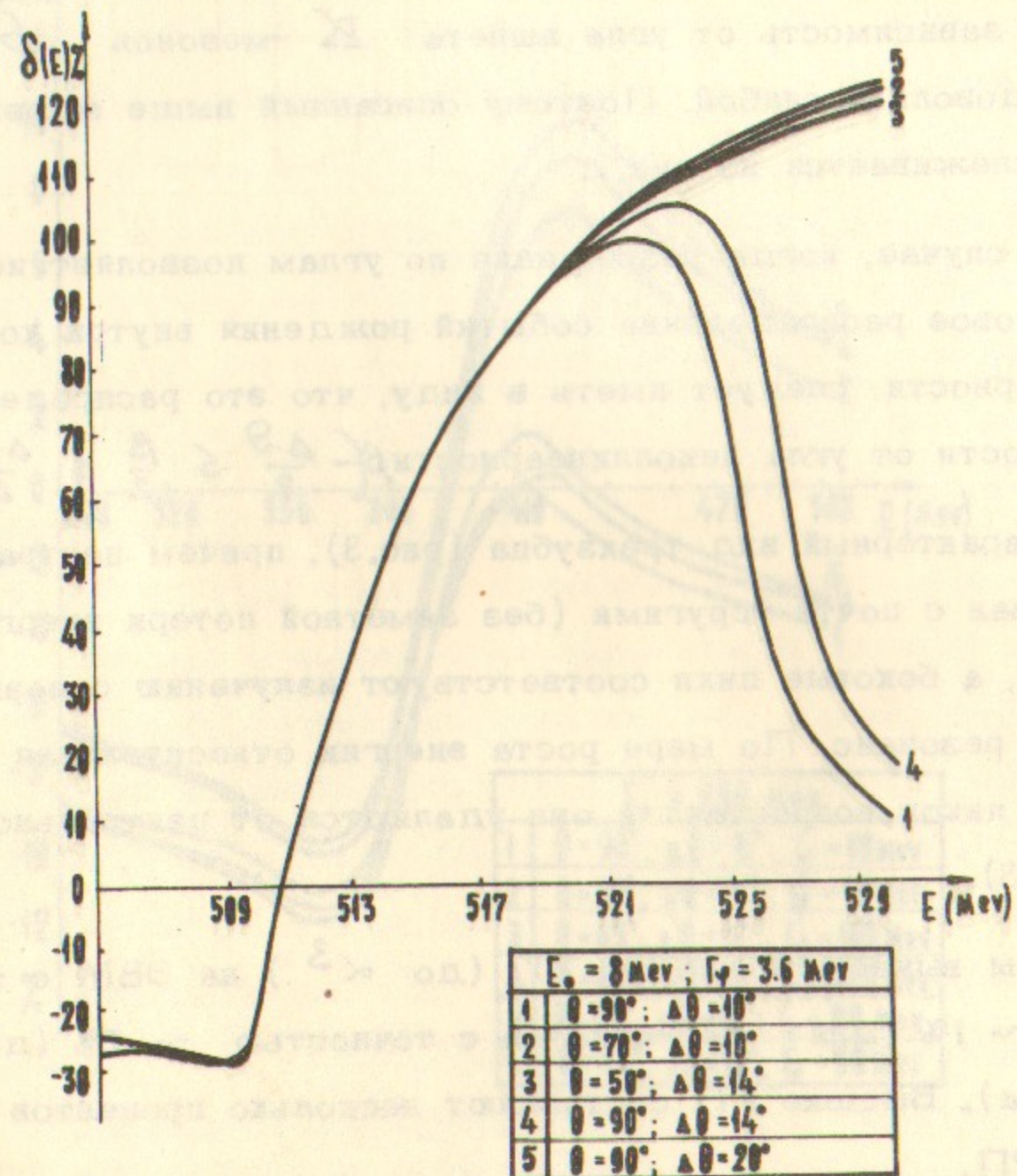


Рис.2. Радиационные поправки к сечению рождения пары каонов в ψ -пике при указанных значениях параметров.

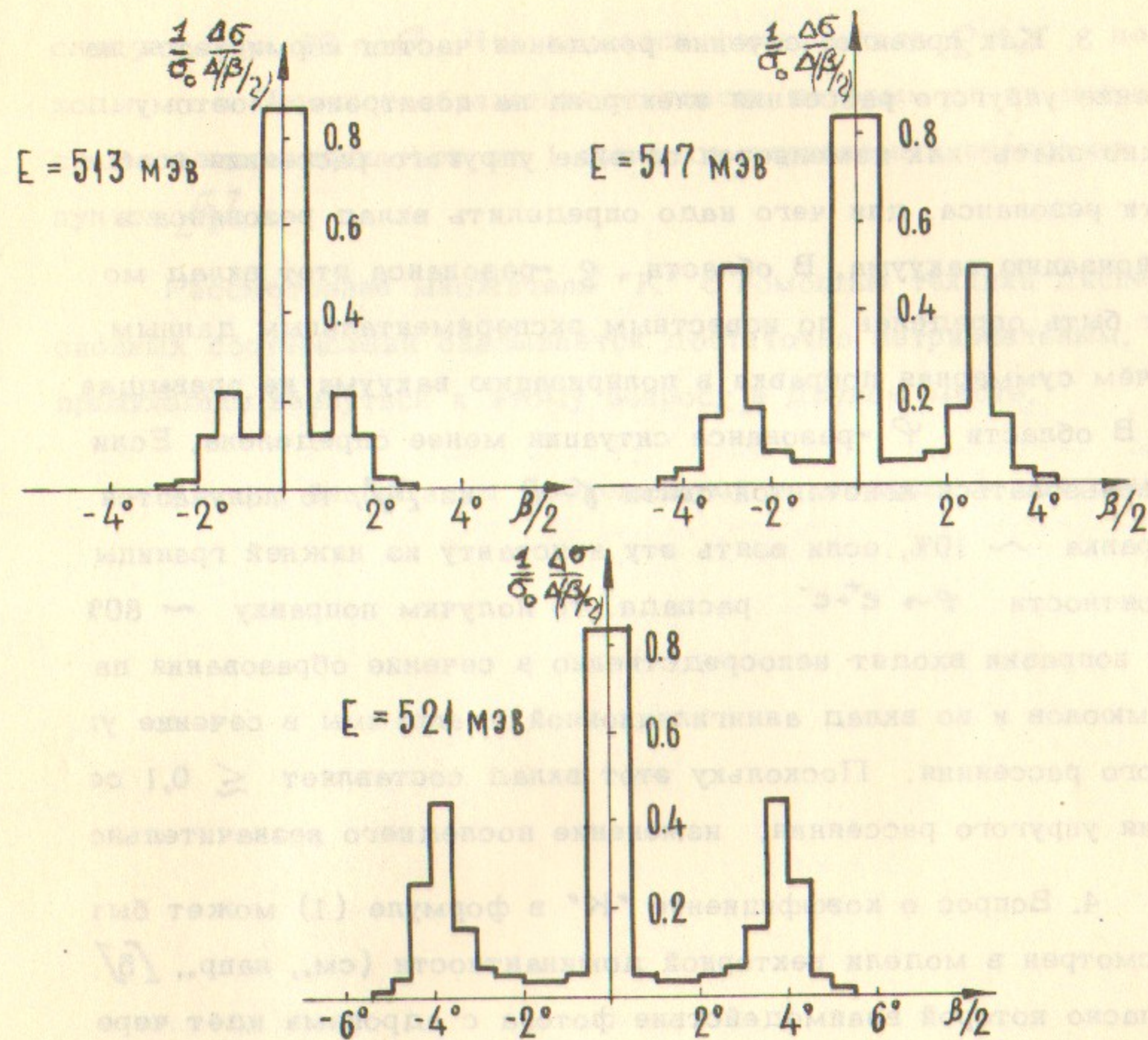


Рис.3. Угловое распределение событий рождения пары каонов в зависимости от угла неколлинеарности событий β . При энергиях $E = 513 \text{ MeV}$, 517 MeV , 521 MeV в центральном пике лежит соответственно 62%, 46%, 42% событий, а в боковых пиках - 26%, 40%, 44% событий.

3. Как правило, сечение рождения частиц нормируется на сечение упругого рассеяния электрона на позитроне. Поэтому важно знать, как изменяется сечение упругого рассеяния в области резонанса, для чего надо определить вклад резонанса в поляризацию вакуума. В области ϱ -резонанса этот вклад может быть определен по известным экспериментальным данным, причём суммарная поправка в поляризацию вакуума не превышает 2%. В области φ -резонанса ситуация менее определена. Если воспользоваться константой связи γ - φ из [4], то получается поправка $\sim 10\%$, если взять эту константу из нижней границы вероятности $\varphi \rightarrow e^+e^-$ распада, то получим поправку $\sim 80\%$. Эти поправки входят непосредственно в сечение образования пары мюонов и во вклад аннигиляционной диаграммы в сечение упругого рассеяния. Поскольку этот вклад составляет $\lesssim 0,1$ сечения упругого рассеяния, изменение последнего незначительно.

4. Вопрос о коэффициенте "К" в формуле (1) может быть рассмотрен в модели векторной доминантности (см., напр., [5]), согласно которой взаимодействие фотона с адронами идёт через векторные мезоны. В этой модели, вообще говоря, возникает формфактор переходов $\varrho \rightarrow \pi\pi$, $\varrho \rightarrow \gamma$. Обычно эти формфакторы полагали равными единице, тогда $K = 1$, что очевидно противоречит опыту. В последнее время формфактор перехода $\varrho \rightarrow \pi\pi$ дискутировался в киральной динамике [6], где оказывается, что $K = \left(\frac{3}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)^2$ [7], здесь α - дополнительный параметр, сказывающийся ещё на $A_1 \rightarrow \varrho\pi$ переходе. Если положить $\alpha = 0$ [6], то получаем $K = (3/4)^2$, что близко к опытному значению. Наоборот, можно считать, что из опы-

следует, что $\alpha \sim 0$. Что касается формфактора $\varrho \rightarrow \gamma$ переходы, то имеются соображения, согласно которым он не может существенно отличаться от 1 при рассматриваемых передачах импульса [8].

Рассмотрение множителя "К" с помощью техники дисперсионных соотношений оказывается достаточно нетривиальным. Мы предполагаем вернуться к этому вопросу в другом месте.

Авторы благодарны Я.Эпельбауму за помощь в вычислениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Y.L. Auslander, G.I. Budker et al. Phys. Lett. 25B, 433, 1967.
2. В.Н. Байер, УФН 78, 619, 1962.
3. В.Н. Байер, В.С. Фадин, В.А. Хозе, ЯФ, 6, 560, 1967.
4. R. Oakes, J. Sakurai, Phys. Rev. Lett. 19, 1266, 1967.
5. M. Gell-Mann, F. Zachariasen, Phys. Rev. 124, 953, 1961.
6. I. Schwinger, Phys. Lett., 24B, 473, 1967.
7. I. Ness, B. Zumino, Phys. Rev. 163, 1727, 1967.
8. I. Schwinger, Phys. Rev. Lett., 19, 1154, 1967.

RADIATIVE CORRECTIONS TO THE RESONANT PARTICLE PRODUCTION

V.N. Baier, V.S. Fadin

Abstract

Radiative corrections to the resonant cross-sections of particle production in colliding beam experiments has been calculated.

$$F_2(\theta) = \frac{1}{(1-\theta)^2} \ln \frac{1+\theta}{1-\theta}$$

where $\theta = (1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^{1/2}$, $\beta = (1 - m^2/s)^{1/2}$, $\theta = (0, \pi/2, \pi)$

The cross-section compared with experiment was found in the lowest order approximation of the perturbation theory of quantum electrodynamics with phenomenological form factor $F_2(\theta)$.

It is interesting to know the radiative corrections (RC) to these cross-sections. Since contribution from the real photon emission is included in the RC, they essentially depend on the conditions of the experiment. We shall consider them for the standard colliding beam experiment $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ (and also $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$) as well as the cross-sections vary slowly with energy. However, the appearance of the resonant factors $F_2(\theta)$ in the cross-section leads to a strong dependence of the RC on energy. The latter fact is essentially connected with photon radiation by initial particles, which leads to the decrease in the produced particle energy. If the initial particle energy is higher than the resonant one ($\sqrt{s} > m$), then initial particle radiation can "turn" the cross-section back to the resonance ($\sqrt{s} \approx m$).

1. Recently interesting results on production of a pair of pions in the region of ρ -resonance in colliding beam experiments with electron-positron beams [1] have been obtained. The experiment showed a resonant behaviour of the pion form factor $F_{\pi}(4E^2)$, which can be interpreted as a consequence of $\gamma \rightarrow \rho$ transition and the presence of ρ -meson resonant propagator. Such a behaviour of the pion form factor has been pointed when experiments with colliding beams were planned (see, for example, [2]). The experimental data are well described by the Breit-Wigner type formulas

$$|F_{\pi}(4E^2)|^2 = \frac{K m_{\rho}^4}{(4E^2 - m_{\rho}^2)^2 + m_{\rho}^2 \Gamma_{\rho}^2} \quad (1)$$

where $m_{\rho} = (764 \pm 11) \text{ MeV}$, $\Gamma_{\rho} = (93 \pm 15) \text{ MeV}$, $K = (0,59 \pm 0,15)$

2. The cross-section compared with experiment was found in the lowest order approximation of the perturbation theory of quantum electrodynamics with phenomenological form factor (1).

It is interesting to know the radiative corrections (RC) to these cross-sections. Since contribution from the real photon emission is included in the RC, they essentially depend on the conditions of the experiment. We shall consider them for the standard colliding beam experiment [3]. Usually the RC as well as the cross-sections vary slowly with energy. However, the appearance of the resonant factors (1) in the cross-section leads to a strong dependence of the RC on energy. The latter fact is essentially connected with photon radiation by initial particles, which leads to the decrease in the produced particle energy. If the initial particle energy is higher than the resonant one ($2E_2 = m_{\rho}$), then initial particle radiation can "turn" the cross-section back to the resonance (when

final particles energy in their c.m.s. is equal to the resonant one). Since the resonant cross-section essentially exceeds the cross-section far away from the resonance this leads to a fast increase of the RC at $E > E_2$.

For a qualitative description of the effect we list along with logarithmic accuracy the RC given only by electrons in the case of soft photons.

Then for the form factor (1) one obtains:

$$d\sigma = d\sigma_0 (1 + \beta(E)) \quad (2)$$

$$\beta(E) = \frac{\alpha}{\pi} \left\{ (2 \ln(2\gamma) - 1) \left[\ln \frac{\omega^2 [\tau(\omega) + \Gamma^2]}{E^2 [\tau(\omega) + \Gamma^2]} + \frac{2\tau(\omega)}{\Gamma} \arctg \frac{2\omega\Gamma}{\tau(\omega) + \Gamma^2} \right] + \frac{13}{3} \ln(2\gamma) \right\} \quad (3)$$

where $d\sigma_0$ is the process cross-section without RC, E - initial particle energy, $\gamma = E/m_e$, ω - maximally permissible energy of the radiated photon in the direction of electron motion, $\tau(\omega) = 2(2E - m - \omega)$. This formula can be applied not far from the resonance. The above effect is determined mainly by the second term in the square brackets (3). It may turn out that the term $\tau(\omega)/\Gamma \gg 1$ and its factor is of the order of 1. Then it is possible that $\frac{4\alpha}{\pi} \frac{\tau(\omega)}{\Gamma} \ln(2\gamma) \gg 1$, or $\beta(E) \gg 1$! Such a paradoxical situation arose due to the fact that the cross-section of the process with photon emission by initial particles turns out to be larger than the cross-section of the elastic process (without RC consideration) at a given energy of the initial particles. The increase of $\beta(E)$ stops when condition of the admissible noncollinearity of the finite particles forbids photon radiation with energy sufficient for the shift to the resonance. We note that formula (3) can be applied to an arbitrary process of particle production passing through the resonant state.

We now list the result of the accurate calculation of RC (E) (Fig. 1)^{x)} for the cross-section of two pion production) Fig. see in the Russian part of the paper.

tion in the region of ϱ -resonance calculated for different angles of outgoing pions ϑ assuming that: 1) the noncollinearity angle of pion momenta is smaller than $\Delta\vartheta$; 2) each meson energy is $E_\pi > E_0$; 3) positive and negative pions are not distinguished. Because of the large resonance width, corrections are not large, the restriction on the noncollinearity rapidly stops the increase of the corrections with energy, and because this restriction depends on the angle ϑ , the corrections essentially depend on the angle ϑ . Since the limiting energy of photons emitted along the direction of initial particles is defined by a noncollinearity equations, the RC actually do not depend on E_0 .

Under the same assumptions we calculated the RC to the cross-section of K mesons production in the region of φ resonance (Fig. 2). Here the situation turns out to be quite different: the produced mesons are nonrelativistic, so one can neglect their radiation, the main restriction here being $E_\pi > E_0$, the noncollinearity condition plays its part rather late, so that the dependence on the angle ϑ seems to be rather weak. Therefore, the effect described above can be perfectly demonstrated in Fig. 2.

When angular resolution permits one to investigate the angular distribution of production events inside noncollinearity cone one can show that the dependence of this distribution on the noncollinearity angle β ($-\frac{\Delta\vartheta}{2} \leq \beta \leq \frac{\Delta\vartheta}{2}$) has a form of a trident, its central peak is due to elastic events and outside peaks are due to radiation events which turn to the resonance (Fig. 3). When energy increases the relative height of the outside peaks also grows and they move away from the central one.

We calculated the lowest RC (up to α^3) on EC to 1% (ϱ -peak) and to 5% (φ -peak). Higher RC not larger than several percents of the calculated RC.

It is clear that due to the large RC value they must be taken into account (particularly in the case of φ -peak) when treating the experimental data.

3. We estimate now the contribution from the resonance to a vacuum polarization. In the region of ϱ resonance this con-

tribution can be determined by the familiar experimental data, with the total correction to the vacuum polarization being not larger 2%. In the region of Ψ -resonance, the situation is less certain. If one uses the γ - Ψ coupling constants from [4], then one obtains the correction of about 10%, if one takes this constant from the lower probability boundary of $\Psi \rightarrow e^+e^-$ decay, then one obtains the value of about 80%. These corrections directly enter in the cross-section of two muons production as well as in the contribution from annihilation diagram to the elastic scattering cross-section. Since this contribution is $\leq 0,1$ of the cross-section of the elastic scattering, the latter changes insignificantly.

4. The problem of the "k" factor in formula (1) can be considered in the vector meson dominance model (see, for example, [5]) according to which the interaction of a photon with hadrons passes through the vector mesons. In this model there generally appear the form factors of transitions of $\rho \rightarrow \pi\pi, \rho \rightarrow \gamma$. These form factors are usually put equal to unit, then $\kappa=1$, that obviously contradicts to the experiment. Recently, the form factor of transition of $\rho \rightarrow \pi\pi$ has been discussed in the chiral dynamics [6], where it turns out to be that $\kappa = (\frac{3}{4} + \frac{\alpha}{2})^2$ [7], here α is additional parameter, which appears also to be at $A_1 \rightarrow \rho\pi$ transition. If one puts $\alpha=0$ [6], then one obtains $\kappa = (\frac{3}{4})^2$ which is very close to the experimental value. On the contrary, one may conclude that it follows from the experiment that $\alpha \approx 0$. As for the form factor $\rho \rightarrow \gamma$ transitions there are some evidence that it cannot essentially differ from 1 for the considered momenta transfer [8].

The investigation of the "k" factor with the aid of the dispersion relations technique appears to be rather untrivial. We shall come back to this problem elsewhere.

The authors wish to thank Ya. Epelbaum for the assistance with numerical calculations.

FIGURE CAPTIONS

- Fig.1 RC for the cross-section of the production of a pair of pions in the region of ρ -resonance for the above parameters.
- Fig.2 RC for the cross-section of the production of a pair of kaons in the region of Ψ resonance for the above parameters.
- Fig.3 Angular distribution of the production events of a pair of kaons (β is noncollinearity angle). At energies $E = 513$ Mev, 517 Mev, 521 Mev in central peak respectively 62%, 46%, 42% of events lie and in outside peaks 26%, 40%, 44% of events lie.

... the total correction ...
... In the region of ...
... If one uses the ...
... the investigation of the "k" factor with the aid of the ...
... appears to be rather individual ...
... the authors wish to thank Dr. ... for the assistance ...

Ответственный за выпуск В.С.Фадин

Подписано к печати 12.1У-1968 г.

Усл. 0,9 печ.л., тираж 250 экз.

Заказ № 201 , бесплатно.

Отпечатано на ротапинтере в ИЯФ СО АН СССР,нв.