

Г.95

19

АКАДЕМИЯ НАУК СССР СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

препринт 207

А.В.Гуревич, Р.А.Салимов, Н.С.Бучельникова

Нелинейные релаксационные колебания
плазмы в Q-машине

Новосибирск
1968

А.В.Гуревич, Р.А.Салимов, Н.С.Бучельникова

НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЛАКСАЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

ПЛАЗМЫ В α - МАШИНЕ

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе рассмотрен механизм релаксационных колебаний. Найдены критерий их возбуждения, характер изменения плотности по длине системы и во времени, и также частота колебаний. Результаты расчета сравниваются с экспериментом. Показано, что низкочастотные колебания наблюдавшиеся в работах /1-3/ являются результатом релаксационного процесса.

БИБЛИОТЕКА
Института ядерной
Физики СО АН СССР
ИНВ. № _____

Рассмотрим систему непрерывной генерации плазмы. Пусть в плазме возбуждена неустойчивость, условия возбуждения которой зависят от плотности, и пусть неустойчивость приводит к уходу плазмы поперёк магнитного поля. При возбужденной неустойчивости плотность падает до тех пор, пока не станет меньше критической. При этом неустойчивость срывается, после чего плотность нарастает за счёт генерации плазмы, пока не достигнет величины, достаточной для возбуждения неустойчивости, и неустойчивость не возбудится вновь. Таким образом, за счёт описанного нелинейного механизма возбуждаются релаксационные колебания с периодом, определяемым суммой времени генерации и времени неустойчивости.

Можно ожидать, что колебания такого типа могут наблюдаться в установках типа Q -машин, где плазма генерируется на ионизаторе и заполняет систему, двигаясь вдоль магнитного поля. Характерное время генерации плазмы в этом случае порядка L/v_0 , где L - длина системы, v_0 - скорость плазмы.

В работах /1,2,3/, выполненных на такой установке наблюдались низкочастотные колебания, отождествлявшиеся с ионным звуком. Колебания возбуждались при пропускании через плазму продольного тока выше критического, причем критическая скорость электронов, требуемая для возникновения колебаний,

$v_c \sim 0,1 v_{Te}$. Колебания были отождествлены с ионно-звуковыми, поскольку их частота практически не зависит от магнитного поля, обратно пропорциональна длине столба плазмы L , а fL - предполагаемая фазовая скорость близка к скорости ионного звука. Однако, вызвал удивление тот факт, что $v_c \sim 0,1 v_{Te}$ в то время, как для возбуждения ионно-звуковой неустойчивости в изотермической плазме необходимо $v_c \geq v_{Te}$.

Детальное исследование токовой неустойчивости /4/ показало, что наблюдаемая картина является более сложной, чем предполагалось ранее. Действительно, оказалось, что первичной неустойчивостью является ионно-циклотронная /5/, критическая скорость которой в согласии с теоретическими оценками /6/

$v_c \sim 0,1 v_{Te}$. Как показано в /4/, возбуждение нескоррелированных друг с другом ионно-циклотронных волн в различных "токовых трубках" приводит к появлению нерегулярных попе-

речных разностей потенциала, приводящих к диффузии плазмы поперек магнитного поля, причём коэффициент диффузии D_{\perp} достигает величины порядка Бомовского. Низкочастотные колебания, как будет показано ниже, являются результатом рассмотренного выше релаксационного процесса, вызванного ионно-циклотронной неустойчивостью. Сходство их с ионно-звуковыми колебаниями определяется тем, что V_0 близки к скорости ионного звука,

В настоящей работе будет кратко рассмотрена теория релаксационных колебаний в системе типа Q - машины и экспериментальные результаты для токовой неустойчивости.

Постановка эксперимента

Настоящие эксперименты, как и /1-3/ проводились на установке типа Q - машины, в которой плазма образуется при термической ионизации калия на вольфрамовой пластине (ионизаторе) радиусом $R = 2$ см, нагретой до температуры $T \sim 2000$ К. Вторая пластина (электрод), расположенная на расстоянии $L = 40$ см от первой не нагревается. Таким образом плазма движется от ионизатора к электроду с некоторой скоростью V_0 . Магнитное поле направлено вдоль оси системы и равно 1000 эрст. Плотность плазмы максимальна на оси и спадает по радиусу. Плазма практически бесстолкновительна ($n \sim 10^9 - 10^{10}$ см $^{-3}$). Температура электронов и ионов $T_e \sim T_i \sim T$.

При работе в режиме электронного слоя:

$$j_{oe}/j_{oi} > \sqrt{\frac{M}{m}}$$

(j_{oe} - ток термоэлектронной эмиссии ионизатора, j_{oi} - поток ионов с ионизатора) потенциал плазмы φ_0 отрицателен (рис. 1) /7/). В случае, когда φ_2 (потенциал электрода) $< \varphi_0$, ток через плазму определяется потенциалом φ_2 .

$$j_e = j_{oe} e^{-\frac{e\varphi_2}{T}} \quad (1)$$

В случае $\varphi_2 \geq \varphi_0$ ток достигает насыщения. Поэтому можно принять, что направленная скорость электронов не может превосходить величины $V = V_{max}$ (в /7/) показано, что

$V_{max} \sim 0,2 V_{Te}$ в условиях наших экспериментов). Тогда ток через плазму определяется плотностью вблизи электрода N_L :

$$j_e = N_L V_{max} \quad (2)$$

Механизм релаксационных колебаний

Запишем уравнение непрерывности в цилиндрической системе координат для плазмы, движущейся со скоростью V_0 , учитывая, что $NV_z = D_{\perp} \frac{\partial N}{\partial z}$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + V_0 \frac{\partial N}{\partial z} + \frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z} \left(z D_{\perp} \frac{\partial N}{\partial z} \right) = 0 \quad (3)$$

граничные условия в рассматриваемом случае имеют вид

$$N|_{z=0, z=R} = N_0; \quad \frac{\partial N}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0; \quad N|_{z=R} = 0 \quad (4)$$

Будем считать, что неустойчивость, приводящая к диффузии с $D_{\perp} = D_0$ развивается за время малое по сравнению с L/V_0 , когда направленная скорость электронов V выше критической. В отсутствие неустойчивости $D_{\perp} = 0$. Тогда

$$D_{\perp} = \begin{cases} 0 & \text{при } V < V_c \\ D_0 & \text{при } V \geq V_c \end{cases} \quad (5)$$

Направленная скорость электронов по определению равна

$$V = j_e / N \quad (6)$$

Тогда, учитывая (1), (2), условие (5) можно переписать в виде

$$D_{\perp} = \begin{cases} 0, \text{ при } V_c > \\ D_0, \text{ при } V_c \leq \end{cases} \begin{cases} \frac{j_0 e^{\frac{e\varphi_2}{T}}}{N}, \text{ если } \frac{j_0 e^{\frac{e\varphi_2}{T}}}{N_L} \leq V_{\max} \\ \frac{V_{\max} N_L}{N}, \text{ если } \frac{j_0 e^{\frac{e\varphi_2}{T}}}{N_L} > V_{\max} \end{cases} \quad (7)$$

Уравнение (3) с учетом (7) описывает изменения плотности плазмы в системе.

Частное решение уравнения (3) будем искать в виде

$$N(t, z, \tau) = N(t, z) I_0 \left(X_1 \frac{z}{R} \right) \quad (8)$$

Учитывая граничные условия (4) и монотонность радиального распределения плотности, предположим, что оно описывается функцией Бесселя нулевого порядка, т.е.

$$N(t, z, \tau) = N(t, z) I_0 \left(X_1 \frac{z}{R} \right) \quad (9)$$

$X_1 = 2,4$ - первый корень функции Бесселя. В этом предположении уравнение (3) упрощается

$$\frac{\partial N}{\partial t} + V_0 \frac{\partial N}{\partial z} + \frac{X_1^2 D_{\perp}}{R^2} N = 0 \quad (10)$$

Введем безразмерные переменные

$$n = \frac{N}{N_0}, \quad \tau = \frac{t V_0}{L}, \quad \xi = \frac{z}{L}$$

Тогда уравнение (10) и условие (7) принимают вид

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} + \frac{\partial n}{\partial \xi} + \lambda n = 0 \quad (11)$$

$$\lambda = \begin{cases} 0, \text{ при } \begin{cases} \frac{n_L}{n} < U_c \\ \frac{n_0}{n} < U_c \end{cases} \quad , \text{ если } n_L < n_0 \\ \lambda_0, \text{ при } \begin{cases} \frac{n_L}{n} \geq U_c \\ \frac{n_0}{n} \geq U_c \end{cases} \quad , \text{ если } n_L \geq n_0 \end{cases} \quad (12)$$

где n_L - минимальное значение $n(x, z) = n(z, \tau)$,

$$\lambda_0 = \frac{x_L^2 D_L L}{R^2 V_0}, \quad u_c = \frac{V_c}{V_{max}}, \quad n_0 = \frac{j_0 e e^{\frac{e\varphi_2}{T}}}{V_{max} N_0} \quad (13)$$

граничное условие к уравнению (11)

$$n(0, \tau) = 1$$

Найдем вначале стационарные решения уравнения (11). В случае

$$u_c > n_0 \quad (14)$$

$\lambda = 0$ ($D_L = 0$) и решение (11) имеет вид

$$n(x, \tau) = 1 \quad (15)$$

Условие (14) всегда выполнено при достаточно высоких отрицательных потенциалах φ_2 , а также в случае $u_c > 1$

Если u_c достаточно мало, так, что

$$u_c < n_0 \quad u_c \leq e^{-\lambda_0} \quad (16)$$

т.е. неустойчивость возбуждена по всему столбу, то возможно другое стационарное решение

$$n = e^{-\lambda_0 x} = e^{-\lambda_0 \frac{z}{L}} \quad (17)$$

с экспоненциально убывающей плотностью от ионизатора к электроду.

$$\text{Если же } e^{-\lambda_0} < u_c < n_0 \quad (18)$$

т.е. условие возбуждения неустойчивости выполнено не по всему столбу (не выполнено на $x=0$), то стационарного решения нет. Этот случай характеризуется возникновением релаксационных колебаний. Действительно, общее решение уравнения (11) есть

$$n(x, \xi) = \begin{cases} \psi_1(\tau - \xi) e^{-\frac{\lambda_0}{2}(\tau + \xi)}, & \text{при } \lambda = \lambda_0 \\ \psi_2(\tau + \xi) & \text{при } \lambda = 0 \end{cases} \quad (19)$$

Здесь ψ_1 и ψ_2 - произвольные функции, определяемые начальными и граничными условиями задачи. Уравнение (11) первого порядка, оно допускает разрывные решения. Примем для простоты, что начальная функция $n(0, \xi) = 1$, тогда при выполнении условий (18) $\lambda = \lambda_0$ и

$$n(x, \xi) = \begin{cases} e^{-\lambda_0 \xi} & \text{при } \xi < \tau \\ e^{-\lambda_0 \tau} & \text{при } \xi > \tau \end{cases} \quad (20)$$

Это решение показывает, что с течением времени в плазме стремится установиться стационарное состояние (17), однако минимальная плотность вблизи электрода при этом падает:

$n_L = e^{-\lambda_0 \tau}$ и в момент τ_0 , определенный условием

$$e^{-\lambda_0 \tau} = u_c \quad \tau_0 = -\frac{\ln u_c}{\lambda_0} \quad (21)$$

Нарушается условие $n_L/n > u_c$ при $n = 1 (z=0)$.
Поэтому при $\tau > \tau_0$, неустойчивость прекращается на $\xi < \tau - \tau_0$ и распределение плотности имеет вид:

$$n(\tau, \xi) = \begin{cases} 1 & , \text{при } \xi < \tau - \tau_0 \\ e^{-\lambda_0 \xi} & , \text{при } \tau > \xi > \tau - \tau_0 \\ e^{-\lambda_0 \tau} & , \text{при } \xi > \tau \end{cases} \quad (22)$$

Согласно (18) $\tau_0 < 1$. При $\tau = 1$ стационарное решение (17) устанавливается на всем интервале $1 \geq \xi > \tau - \tau_0$. На интервале $0 \leq \xi \leq \tau - \tau_0$ устанавливается стационарное решение (15). Его область увеличивается и оно постепенно заполняет всю длину системы. В момент $\tau = 1 + \tau_0$

$n(\xi) = 1$ при всех значениях ξ . Но в этот момент скачком увеличивается n_L от $n_L = e^{-\lambda_0}$ до $n_L = 1$. Во всей плазме тогда снова возникает неустойчивость и диффузия и процесс начинается сначала. Из этого видно, что в условиях (18) плотность $n(\tau, \xi)$ периодически колеблется со временем в каждой точке ξ . В начале периода при $0 < \tau < \tau_0$ неустойчивость возбуждена по всему столбу и плотность убывает в фазе во всех точках как в стоячей волне. В момент $\tau = \tau_0$ в точке $z = L$ плотность и определяемый ею ток падают настолько, что в точке $z = 0$ нарушается условие возбуждения неустойчивости $V > V_c$. При $\tau = \tau_0$ от ионизатора распространяется фронт невозмущенной плотности $n = 1$ со скоростью V_0 , причем на фронте существует скачок плотности. При $\tau = 1 + \tau_0$ невозмущенная плотность достигает электрода, возбуждается неустойчивость и процесс повторяется.

Таким образом, когда направленная скорость электронов в спокойной плазме достигает критической величины $V = V_c$

в системе возбуждаются релаксационные колебания. Из самого механизма колебаний видно, что они должны возникать скачкообразно, имея конечную амплитуду при $V = V_c$

Период колебаний равен $L/V_0(1 + \tau_0)$

а их частота

$$f = \frac{V_0}{L(1 + \tau_0)} \quad (23)$$

Отметим, что природа неустойчивости, приводящей к диффузии и конкретный механизм диффузии не существенны для данного расчета.

Экспериментальные результаты

Как было показано в [1-3] при пропускании тока по всему сечению плазменного столба при $V = V_c$ скачком возбуждаются низкочастотные колебания. На рис. 2 представлена типичная осциллограмма колебаний плотности ($z = 20$ см). На фоне низкочастотных колебаний $f = f_0$ видны нерегулярные колебания на более высокой частоте $\sim 10 f_0$. Эти колебания, как показано в [4] ответственны за поперечную диффузию плазмы. В соответствии с гипотезой о релаксационной природе колебаний на частоте f_0 , неустойчивость, приводящая к диффузии, возбуждается в фазе максимальной плотности и это сопровождается уменьшением плотности.

Картина колебаний плотности на разных z представлена на осциллограммах рис. 3, где показаны колебания на $z = 10, 20$ и 30 см. Развертка осциллографа синхронизована с колебаниями на $z = 10$ см. Колебания, приводящие к диффузии, должны возникать одновременно на всех z . Экспериментальная картина подтверждает это.

Из осциллограмм видно, что время, необходимое для того, чтобы плотность упала до минимального значения, при котором прекращается неустойчивость, составляет, примерно

$0,3 \frac{1}{f_0}$ $\tau_0 \sim 0,4$. Согласно формулам (20), (22) мини-

мальное значение плотности, достигаемое в релаксационных колебаниях n_{min} зависит от Z , причем $n_{min}(Z_1) > n_{min}(Z_2)$ при $Z_1 < Z_2$. Это видно из рис. 3, где на $Z = 10$ см. минимальное значение плотности выше, чем на остальных Z . После срыва неустойчивости плотность должна нарастать, причём начало роста плотности должно быть сдвинуто по времени на величину Δt , соответствующую времени прохождения фронта плотности от Z_1 до Z_2 . Определив из осциллограмм Δt , можно найти скорость фронта $V_0 = \frac{Z_2 - Z_1}{\Delta t}$. Из рис. 3б, следует, что $V_0 \sim 2,4 \cdot 10^5 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$. Зная V_0 и τ_0 , по формуле (23) находим частоту $f \sim 4,5$ кгц. Измеренная экспериментально частота также равна $\sim 4,5$ кгц. В согласии с формулой (23) частота колебаний обратно пропорциональна длине системы и практически не зависит от магнитного поля.

Таким образом, эксперимент показывает, что наблюдаемые колебания действительно являются релаксационными. Следует отметить, что скорость фронта, определенная по осциллограмме, не совпадает со скоростью движения плазмы, измеренной в отсутствие скачков плотности $V_0' \sim (1-1,2) \cdot 10^5 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$ /7,8/.

Это расхождение можно объяснить тем, что при наличии скачка плотности тепловое движение ионов и электронов приводит к размытию и ускорению фронта до скорости $V_0 \sim V_0' + C_s$ (C_s - скорость ионного звука). Действительно, оценка дает

$V_0' + C_s \sim (2-2,2) \cdot 10^5 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$, что близко к наблюдаемой величине $V_0 \sim 2,4 \cdot 10^5$ см/сек.

Л и т е р а т у р а

1. Бучельникова Н.С., Салимов Р.А., Эйдельман Ю.И. Ядерный синтез, 6, 255 (1966).
2. Бучельникова Н.С., Салимов Р.А., Эйдельман Ю.И. ЖЭТФ, 52, 387 (1967).
3. Бучельникова Н.С., Салимов Р.А., Эйдельман Ю.И. ЖТФ, 37, 1477 (1967).
4. Бучельникова Н.С., Салимов Р.А., ЖЭТФ в печати.
5. Бучельникова Н.С., Салимов Р.А., Эйдельман Ю.И. ПМТФ, № 4 (1968).
6. Drummond W. E., Rosenbluth M. N. Phys. Fluids, 5, 150 (1962)
7. Бучельникова Н.С., Салимов Р.А. ТВТ, 4, 27 (1966).
8. Гуревич А.В., Салимов Р.А., Бучельникова Н.С. ТВТ. в печати.

Подписи к рисункам

Рис.1. Распределение потенциала,

Рис.2. Колебания плотности $Z = 20$ см, длительность развертки 500 мксек.

Рис.3. Колебание плотности: а - $Z = 10$; б - $Z = 20$;
в - $Z = 30$ см. Стрелками указаны нулевые уровни плотности.

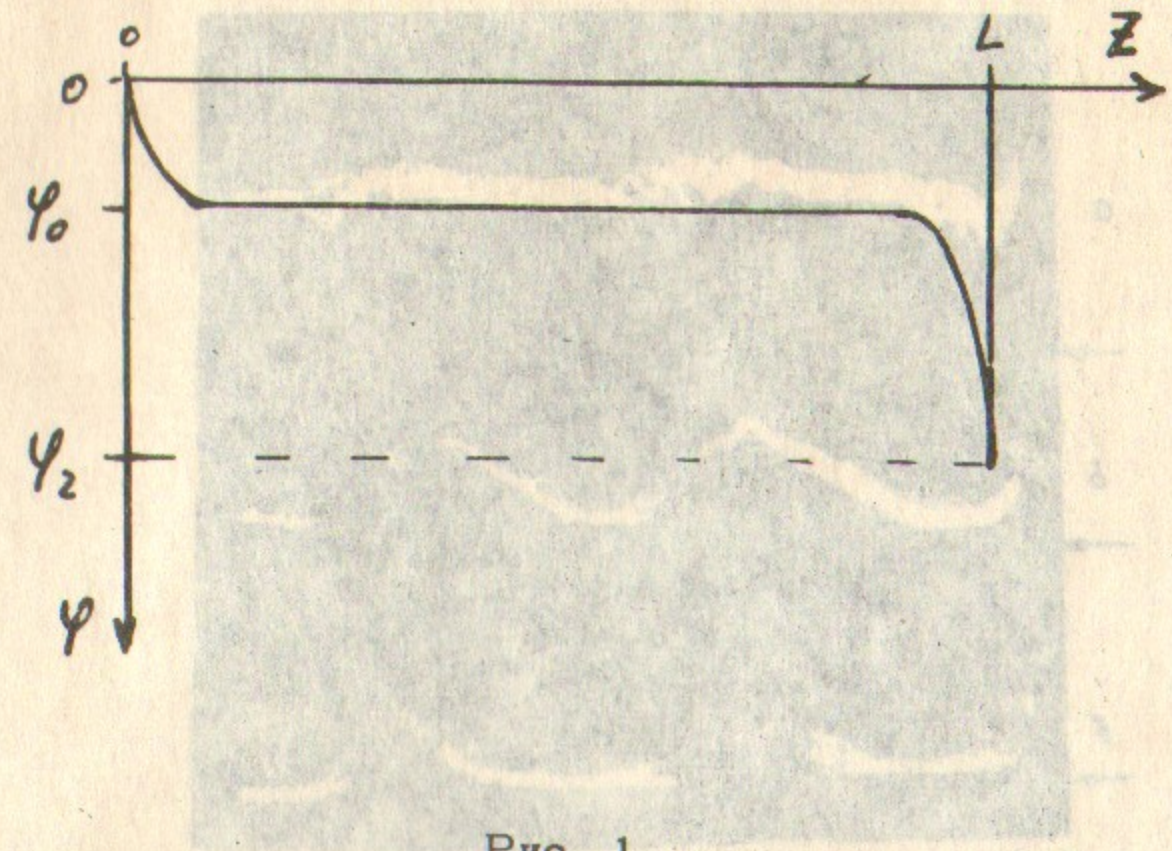


Рис. 1

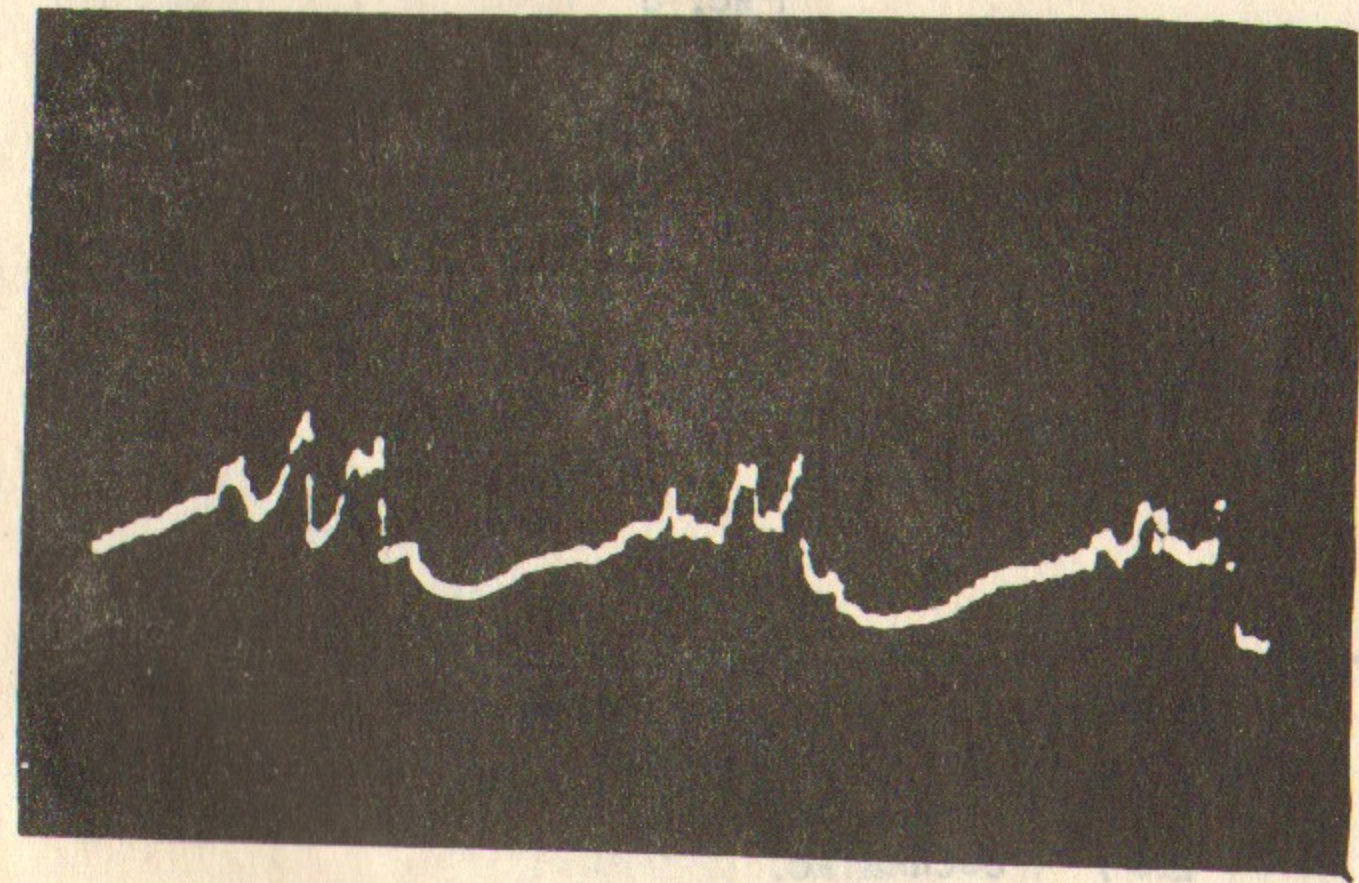


Рис. 2

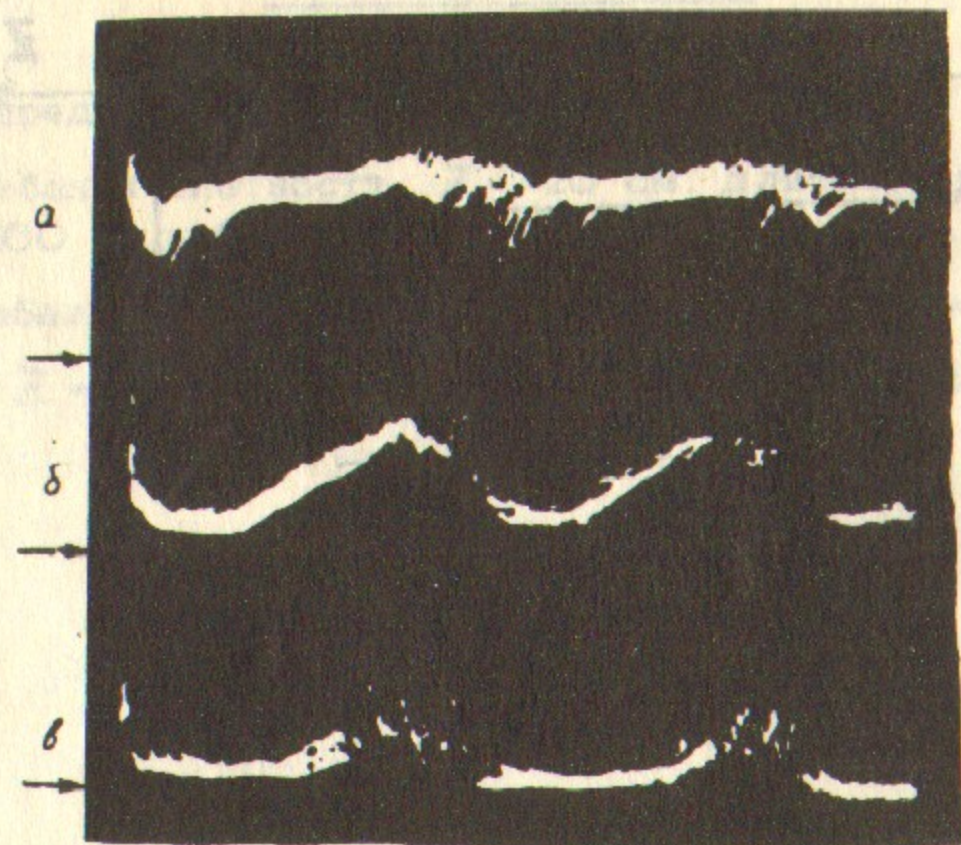
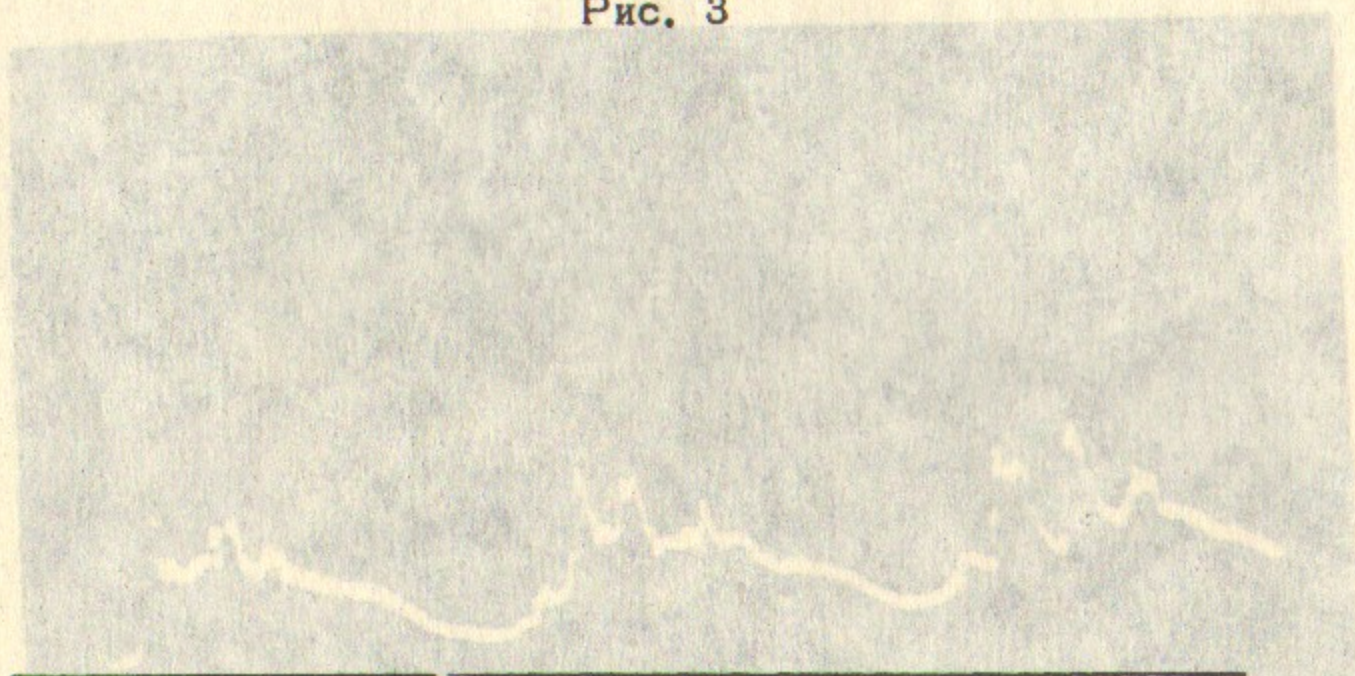


Рис. 3



Ответственный за выпуск КУДРЯВЦЕВ А.М.
 Подписано к печати 6.V-1968г.
 Усл. 08 печ. л., тираж 250 экз.
 Заказ 207, бесплатно.

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР