

9

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР**

препринт 287

А.И.Вайнштейн, В.И.Захаров

**ЧАСТИЧНОЕ СОХРАНЕНИЕ АКСИАЛЬНОГО ТОКА
И ПРОЦЕССЫ С "МЯГКИМИ" π -МЕЗОНАМИ
(обзор)**

НОВОСИБИРСК

1969

О Г Л А В Л Е Н И Е

	Стр.
ГЛАВА I. Введение	
§ 1. Основные гипотезы	3
§ 2. План обзора	7
ГЛАВА II. Частичное сохранение аксиального тока	
§ 1. Соотношение Гольдбергера-Треймана	8
§ 2. Нарушение $SU(2) \otimes SU(2)$ симметрии.....	
§ 3. Константа эффективного псевдоскаляра в μ -захвате на протоне	12
ГЛАВА III. Некоторые сильные процессы с участием π -мезонов	
§ 1. Условие самосогласованности Адлера.....	14
§ 2. πN -рассеяние при низких энергиях	16
§ 3. $\pi\pi$ -рассеяние	23
ГЛАВА IV. Фото- и электророжждение π -мезонов.....	
§ 1. Фоторождение π -мезонов	27
§ 2. Электророжждение π -мезонов	32
ГЛАВА V. Лептонные распады K-мезонов	34
ГЛАВА VI. Нелептонные распады K-мезонов и гиперонов	
§ 1. Правило $\Delta T = \frac{1}{2}$	38
§ 2. Распады $K \rightarrow 3\pi$	40
ГЛАВА VII. Распад $\eta \rightarrow 3\pi$	44
ГЛАВА VIII. Построение инвариантных амплитуд	
§ 1. Случай безмассовых нуклонов	47
§ 2. Эффективный лагранжиан πN - и $\pi\pi$ -взаимодействий..	48
Заключение	52
Литература	54
Таблицы, рисунки.....	57

ВВЕДЕНИЕ

§1. Основные гипотезы

Законы сохранения и симметрии играют фундаментальную роль в современной физике адронов. Соображения симметрии и законы сохранения позволяют получать предсказания для спектра масс адронов, амплитуд различных процессов, не рассматривая динамику сильных взаимодействий.

В общем случае существование симметрии гамильтониана означает, что уровни системы вырождены. Если, например, частица движется в центрально-симметричном поле и, следовательно, гамильтониан инвариантен относительно преобразований вращения около центра, то оказываются вырожденными энергии состояний с определенным значением орбитального момента и разными значениями проекций момента на одну из координатных осей. Преобразования группы перемешивают эти состояния между собой.

Хорошо известным примером симметрии сильных взаимодействий является изотопическая инвариантность. Оказывается, что известные мезоны и барионы группируются в семейства частиц, которые называются изотопическими мультиплетами, с разными значениями электрического заряда и одинаковыми другими квантовыми числами. При изотопических преобразованиях, перемешивающих состояния внутри мультиплета, сильные взаимодействия не меняются. Примерами изотопических мультиплетов являются протон и нейтрон, π^+ , π^- , π^0 - мезоны и т.д.

Изотопическая симметрия не является строгой. Так, массы протона и нейтрона отличаются на 1,3 Мэв, массы заряженных и нейтрального пионов - на 4,6 Мэв. Отношение этих разностей масс к характерным массам сильных взаимодействий составляет величину порядка 1/100 - 1/1000 и может служить (по крайней мере в том случае, если в конкретной задаче нет других малых параметров) параметром нарушения симметрии. Обычно расщепление масс внутри изотопических мультиплетов относят за счет электромагнитного взаимодействия.

Поскольку изотопическая симметрия объясняет все экспериментально известные совпадения масс частиц (в пределах нескольких миллионов электрон-вольт), то ясно, что сильные взаимодействия не обладают симметрией более высокой, чем изотопическая. Однако, нельзя исключить возможность существования дополнительных приближенных симметрий с параметром нарушения порядка 1/10, так что расщепление масс внутри мультиплетов составляет величину порядка 100 Мэв. Поиск таких симметрий уделялось большое внимание.

В частности, за последние годы был получен ряд результатов, из которых наиболее известным является соотношение Адлера-Вайсбергера [1,2], указывающих на приближенную инвариантность сильных взаимодействий относительно некоторой группы преобразований, включающей в себя, наряду с изотопическими, преобразования, перемешивающие состояния с различной четностью. Основные идеи, развитие которых привело к этим результатам, были высказаны в работах Намбу с сотрудни-

ками /3-5/, Гелл-Манна с сотрудниками /6-8/.

Рассмотрим, каким образом могут быть устроены мультиплеты группы, включающей преобразования с изменением четности. Возьмем для примера нуклон - частицу с массой $m \approx 940$ Мэв. Ближайшим по массе адронным состоянием с тем же спином и противоположной четностью является система покоящихся π -мезона и нуклона. Поэтому расщепление масс внутри мультиплета не может быть меньше массы π -мезона $\mu = 140$ Мэв. Отсюда следует, что симметрия не является точной и может иметь отношение к действительности только в том случае, если характерная масса сильных взаимодействий $m_{хар.}$ много больше массы π -мезона. В дальнейшем мы принимаем это предположение.

Гипотеза о малости отношения $\mu/m_{хар.}$ может показаться на первый взгляд парадоксальной, поскольку часто считается $m_{хар.} \approx \mu$. Однако, известен ряд экспериментальных фактов, указывающих на то, что 140 Мэв. можно считать в некотором смысле малой величиной. Например, вклады резонансов с ширинами $\Gamma \sim 100$ Мэв в сечение различных реакций хорошо описываются формулой Брейта-Вигнера, что было бы невозможно, если бы нерезонансный фон так же сильно зависел от энергии. Известны также теоретические предсказания, основанные на допущении о малости $\mu/m_{хар.}$ и хорошо согласующиеся с опытом. Ограничимся указанием на соотношение Кролла-Рудермана /9/ для амплитуды фоторождения π -мезонов на пороге. Так что предположение $\mu/m_{хар.} \ll 1$ не является заведомо неразумным, хотя, принимая это предположение, мы не можем рассчитывать на точность, лучшую, чем, скажем, 10%. Кроме того, нельзя исключить того, что в одних случаях $\mu/m_{хар.}$ можно считать малой величиной, а в других - нет.

Имея в виду эти оговорки, вернемся к обсуждению рассматриваемой симметрии и будем считать, что $\mu = 0$. Поскольку преобразования, меняющие четность, добавляя к состоянию π -мезон, то ясно, что число членов мультиплета должно быть бесконечно: нуклон, нуклон плюс π -мезон с нулевой энергией, нуклон плюс два π -мезона с нулевой энергией и так далее. Другим примером мультиплета является последовательность следующих состояний: вакуум, π -мезон, два π -мезона и т.д.

Как известно существование какой-либо симметрии приводит к тому, что амплитуды процессов, отличающихся заменой одних частиц на другие из того же мультиплета, связаны между собой. Например, в силу изотопической инвариантности разность амплитуд упругого рассеяния π^+ и π^- -мезонов на протонах в $\sqrt{2}$ раз больше амплитуды перезарядки π^- -мезонов на протонах.

Аналогично, рассматриваемая симметрия устанавливает соотношения между процессами с различным числом мезонов. Так как в мультиплеты входят π -мезоны с нулевой энергией, то связываются значения амплитуд в пределе нулевых импульсов π -мезонов.

Отметим, что в физике элементарных частиц уже известен пример соотношений между амплитудами процессов с различным числом частиц. Речь идет о процессах с участием мягких фотонов, амплитуды которых, как известно /10/, выражаются через амплитуды нерезонансных переходов.

2. Перейдем к описанию групповой структуры рассматриваемой симметрии.

Инвариантность гамильтониана H относительно некоторой группы означает равенство нулю коммутатора H с генераторами группы - операторами бесконечно малых преобразований. Иными словами, генераторы не зависят от времени и являются операторами, отвечающими сохраняющимся величинам.

В случае изотопической симметрии есть три генератора $V^i (i=1, 2, 3)$, коммутирующих согласно равенству

$$[V^i, V^k] = i \epsilon^{ikl} V^l$$

(1.1)

Группа с такими коммутационными соотношениями для генераторов обозначается через $SU(2)$.

Мы рассматриваем более широкую группу, включающую преобразования с изменением четности. Как отмечалось выше, эти преобразования переводят, в частности, вакуум в $\bar{\pi}$ -мезон. Поэтому соответствующие генераторы образуют изотопический вектор A^i ($i = 1, 2, 3$). Это означает, что

$$[V^i, A^k] = i \epsilon^{ikl} A^l \quad (1.2)$$

Рассмотрим теперь коммутаторы $[A^i, A^k]$. Они представляют собой независимые от времени операторы с изотопическим спином равным единице, которые можно считать генераторами некоторых преобразований, не меняющих четность. Существуют две возможности: либо эти преобразования являются новыми, либо совпадают с уже известными, то есть изотопическими, преобразованиями.

Если бы представлениями группы служили одночастичные состояния, то в первом случае должно было бы существовать дополнительное вырождение уровней, и это предсказание можно было бы легко подтвердить или отвергнуть экспериментально. Но так как мы допустили существование мультиплетов с бесконечным числом членов, то степень вырождения уже нельзя увеличить. Поэтому, не рассматривая других экспериментальных следствий, нельзя отвергнуть возможность существования, помимо изотопических, новых преобразований, не меняющих четность.

Мы предполагаем, что таких преобразований нет и [8]

$$[A^i, A^k] = i \epsilon^{ikl} V^l \quad (1.3)$$

Коммутационные соотношения (1.1) - (1.3) можно переписать в виде

$$\left[\frac{V^i + A^i}{2}, \frac{V^k + A^k}{2} \right] = i \epsilon^{ikl} \frac{V^l + A^l}{2} \quad (1.4)$$

$$\left[\frac{V^i + A^i}{2}, \frac{V^k - A^k}{2} \right] = 0$$

Из сравнения с равенством (1.1) мы видим, что $\frac{1}{2}(V^i + A^i)$ являются генераторами двух независимых групп $SU(2)$. Это факт выражают словами, что группой симметрии является прямое произведение $SU(2) \otimes SU(2)$.

Группа $SU(2) \otimes SU(2)$ имеет, естественно, представления и с конечным числом частиц. Такой симметрии удовлетворяет, например, система взаимодействующих безмассовых нуклонов [8] (см. также §1 главы 8). Это связано с тем, что левые и правые нуклоны с массой ноль не переходят друг в друга и поэтому отдельно сохраняются операторы "левого" и "правого" изоспина.

Можно представить, что "вначале" были безмассовые нуклоны, так что не только коммутационные соотношения, но и представления группы были простыми. Взаимодействие привело к тому, что нуклон приобрел массу, появился безмассовый π -мезон и произошла перестройка мультиплетов, в то время как коммутационные соотношения, не изменились. Такую перестройку называют спонтанным нарушением симметрии [4, 11, 12], хотя это не означает, что симметрия не является точной.

3. Как известно, инвариантность гамильтониана относительно некоторого непрерывного преобразования позволяет построить сохраняющийся ток, интеграл по

пространству от временной компоненты которого является генератором преобразования. Сохранение тока отвечает тому, что генераторы не зависят от времени. Так, изотопическая инвариантность приводит к существованию трех сохраняющихся векторных токов V_μ^i . Вообще говоря, эти токи не имеют никакого отношения к токам, определяющим слабые или электромагнитные взаимодействия адронов. Однако, обычно предполагается [8,13], что в слабые и электромагнитные взаимодействия входят именно эти токи, что оправдывается экспериментально.

С включением в группу преобразований, меняющих четность, появляются сохраняющиеся аксиальные токи A_μ^i . Мы будем предполагать, что эти токи определяют аксиальную часть слабого взаимодействия адронов с лептонами.

4. В заключение перечислим основные гипотезы, следствия из которых рассматриваются в настоящем обзоре.

1). Инвариантность в пределе равной нулю массы π -мезона гамильтониана сильных взаимодействий относительно преобразований, перемешивающих состояния с различной четностью [3,5]. Эта инвариантность приводит к существованию сохраняющихся аксиальных токов a_μ^i ($i = 1,2,3$)

$$\partial_\mu a_\mu^i = 0 \quad (1.5)$$

Соответствующие генераторы, которые мы будем называть также аксиальными зарядами, не зависят от времени t (при $\mu^2 = 0$)

$$A^i(t) = \int d^3x a_0^i(t, \vec{x}), \quad \frac{d}{dt} A^i(t) = 0 \quad (1.6)$$

11). Предположение о том, что генераторы изотопических V^i и аксиальных A^i преобразований образуют алгебру $SU(2) \otimes SU(2)$. Фундаментальной при этом является гипотеза о виде коммутатора аксиальных генераторов [8]

$$[A^i, A^k] = i \epsilon^{ikl} V^l \quad (1.7)$$

Мы будем предполагать также, что гамильтонианы слабых и электромагнитных взаимодействий преобразуются простым образом относительно группы $SU(2) \otimes SU(2)$, т.е. определенным вид коммутатора этих гамильтонианов с аксиальными генераторами. Эти предположения служат обобщениями изотопических правил отбора для слабых и электромагнитных взаимодействий и будут сформулированы в соответствующих разделах обзора.

Гипотезы 1) и 11) позволяют вычислять амплитуды процессов с участием π -мезонов в нефизической точке, где 4-импульс мезона^{x)} равен нулю. Для того, чтобы связать амплитуду в этой точке с экспериментально измеряемыми величинами используется третье предположение.

111). Экстраполяционные формулы [14]. Если амплитуда не имеет особенностей в области энергий π -мезонов $E \sim \mu$ или вклад таких особенностей в амплитуду по каким-либо причинам мал, то предположение о малости массы π -мезона приводит к представлению амплитуды в виде полинома по импульсам π -мезонов. Если в рассматриваемой области энергий имеются особенности, то их вклад учиты-

x) В дальнейшем под импульсами частиц понимаются их 4-импульсы.

ваются отдельно. Например, в амплитуде πN -рассеяния надо учитывать отдельно вклад нуклонного полюсного графика.

1У). Предположение о том, что аксиальные токи a_{μ}^c , связанные с $SU(2) \otimes SU(2)$ - симметрией сильных взаимодействий, совпадают с аксиальными токами слабых взаимодействий адронов с лептонами.

§ 2. План обзора

Основное внимание в обзоре уделяется получению на основе гипотез 1-1У, соотношений для амплитуд конкретных процессов и сравнению этих соотношений с опытом. Общие сопросы, помимо введения, обсуждаются в §2 первой главы - о нарушении $SU(2) \otimes SU(2)$ - симметрии, и в последней главе, где коротко описывается альтернативный по отношению к принятому в основной части обзора способ получения следствий из гипотез 1-1У.

Деление на главы связано в основном с тем, какое взаимодействие ответственно за обсуждаемые процессы. Характер взаимодействия важен с принципиальной точки зрения, поскольку при сравнении предсказаний теории с опытом проверяются предположения о структуре гамильтонианов различных взаимодействий относительно группы $SU(2) \otimes SU(2)$.

Во второй главе рассматриваются слабые процессы без участия π -мезонов: бета-распад нейтрона, μ -захват на протоне; в третьей главе - сильные процессы: πN - , $\pi\pi$ -рассеяние, распад $X \rightarrow 2\pi\gamma$; в четвертой главе - электромагнитные процессы: фото-, электро-рождение π -мезонов; в пятой главе - лептонные распады с изменением странности: K_{e3} , K_{e4} -распады; в шестой главе - слабые нелептонные взаимодействия: распады $K \rightarrow 3\pi$, распады гиперонов; в седьмой главе - распад $\gamma \rightarrow 3\pi$; предполагается, что этот процесс обусловлен виртуальным электромагнитным взаимодействием.

Естественно, что мы не можем перечислить все следствия из гипотез 1-1У. Предпочтение отдавалось процессам наиболее широко обсуждавшимся в литературе и результатам, которые представляются наиболее обоснованными. Ясно поэтому, что отбор материала в известной степени носит субъективный характер.

Библиография работ не претендует на полноту. Приводятся только ссылки на те работы, результаты которых излагаются в обзоре. Даже в цитируемых работах можно найти утверждения и прямо противоположные тем, которые приводятся в обзоре. Мы избегали каких-либо критических замечаний.

Используются обозначения: $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$, $\square = -\partial_{\mu}\partial_{\mu} = -\partial_0^2 + \vec{\partial}^2$, $\hat{a} = \gamma_0 a_0 - \vec{\gamma}\vec{a}$, $\vec{\tau} = \frac{\vec{\sigma}}{2}$, $\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$,

$$\gamma_5 = -\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Г Л А В А II

ЧАСТИЧНОЕ СОХРАНЕНИЕ АКСИАЛЬНОГО ТОКА

В этой главе на примере матричного элемента β -распада нейтрона будет показано, как учет массы π -мезона приводит к тому, что дивергенция аксиального тока не равна нулю (см. формулу (5) введения), а пропорциональна оператору π -мезонного поля φ [3, 6].

$$\partial_\mu a_\mu^i = \frac{\mu^2}{c\sqrt{2}} \varphi^i, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.1)$$

где c - константа.

Об этом равенстве говорят обычно как о гипотезе частичного сохранения аксиального тока.

Кроме того, в §1 мы получим соотношение Гольдбергера-Треймана [15] для аксиальной константы β -распада нейтрона, а в §3 - соотношение для константы эффективного псевдоскаляра в μ -захвате на протоне. В §2 обсуждается общий вопрос о нарушении $SU(2) \otimes SU(2)$ -симметрии.

§1. Соотношение Гольдбергера-Треймана

1. Рассмотрим матричный элемент аксиального тока a_μ по нуклонным состояниям. Если учесть требования G -четности, то в общем случае этот матричный элемент описывается [16] двумя независимыми формфакторами $g(k^2)$, $h(k^2)$

$$\begin{aligned} M_\mu &= \langle p_1 | a_\mu^+(0) | n \rangle = \\ &= g(k^2) \bar{u}_2 \gamma_\mu \gamma_5 u_1 - h(k^2) k_\mu \bar{u}_2 \hat{k} \gamma_5 u_1, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где $a_\mu^+ = a_\mu^1 + i a_\mu^2$, u_1, u_2 - волновые функции начального и конечного нуклонов с импульсами p_1, p_2 ; $k = p_1 - p_2$.

В пределе равной нулю массы π -мезона, $\mu^2 = 0$, аксиальный ток, согласно гипотезам 1,1У (см. введение) сохраняется. Отсюда следует, что в этом пределе [3].

$$g(k^2) = k^2 h(k^2) \quad (2.3)$$

Равенство (2.3) можно интерпретировать двояким образом: либо $g(k^2)$ пропорционально k^2 и исчезает в пределе малых k^2 , либо $h(k^2)$ имеет полюс при $k^2 = 0$. Учитывая, что экспериментально $g(k^2)$ конечно при $k^2 = 0$, мы выбираем вторую возможность, и записываем матричный элемент в виде

$$M_{\mu} = g(k^2) \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{k^2} \right) \bar{u}_2 \gamma_{\nu} \gamma_5 u_1 \quad (2.4)$$

Полюс при $k^2=0$ в этом выражении связан с тем, что сохранение аксиального тока возможно лишь в том случае, если существует безмассовая псевдоскалярная частица [11,12]. Это не удивительно, поскольку, как обсуждалось во введении, симметрия $S(1(2) \otimes S(2))$ может быть строгой только в пределе $\mu^2=0$.

Ясно, что отличие массы π -мезона от нуля приводит к тому, что полюс сдвигается в точку $k^2=\mu^2$. Если считать массу мезона малой, то изменением вычета в полюсе можно пренебречь и [13]

$$M_{\mu} \approx g(k^2) \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_{\mu} k_{\nu}}{k^2 - \mu^2} \right) \bar{u}_2 \gamma_{\nu} \gamma_5 u_1 \quad (2.5)$$

Полюсной вклад в амплитуду вычисляется непосредственно, исходя из диаграммы на рис.1. Для $g(k^2=\mu^2)$ получаем

$$g(\mu^2) = \frac{f_{\pi} g_4}{m \sqrt{2}}, \quad (2.6)$$

где g_4 - константа πNN -взаимодействия, $g_4^2/4\pi = 14.6$, m - масса нуклона, f_{π} - константа $\pi \rightarrow \mu\nu$ распада, определенная как

$$\langle 0 | a_{\mu}^+(0) | \pi^- \rangle = i f_{\pi} k_{\mu} \quad (2.7)$$

Окончательно для аксиальной константы g_A получаем

$$g_A \equiv g(k^2=0) \approx \frac{f_{\pi} g_4}{m \sqrt{2}} \quad (2.8)$$

Это равенство было впервые получено в работе [25] и называется соотношением Гольдбергера-Треймана. При выводе этого соотношения мы использовали сохранение аксиального тока при $\mu^2=0$ и предположение о малости μ^2 .

2. Сравним соотношение Гольдбергера-Треймана с экспериментальными данными. Опытные значения g_A и g_4 равны соответственно $g_A = 1.18$, $g_4^2/4\pi = 14.6$, а константа f_{π} связана с вероятностью распада $\pi \rightarrow \mu\nu$ следующим образом:

$$W(\pi \rightarrow \mu\nu) = \frac{G^2 f_{\pi}^2}{8\pi} m_{\mu}^2 \left(1 - \frac{m_{\mu}^2}{\mu^2} \right)^2 \quad (2.9)$$

где G - константа слабых взаимодействий, $G = 1.02 \cdot 10^{-5} m_p^{-2}$. Используя экспериментальное значение $W(\pi \rightarrow \mu\nu) = 3.85 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}$, получаем

$$f_{\pi} = 0.93 \mu \quad (2.10)$$

х) Экспериментальные данные, если нет специальных ссылок, берутся из таблиц [17].

Правая и левая части соотношения (2.7) равны соответственно 1.35 и 1.18. Таким образом, соотношение Гольдбергера-Треймана согласуется с опытом с 13% точностью. При его выводе мы пренебрегали членами $(\mu / m_{\text{хар}})^2$, и из сравнения с экспериментальными данными, следует, что в данном случае $m_{\text{хар}}$ относительно невелика, $m_{\text{хар}} \sim 3\mu$.

§ 2. Нарушение $SU(2) \otimes SU(2)$ симметрии

1. Легко видеть, что учет массы π -мезона в полюсном вкладе в матричный элемент β -распада привел к тому, что матричный элемент тока a_{μ}^{\pm} стал неперечисленным

$$k_{\mu} M_{\mu} = -i \langle p | \partial_{\mu} a_{\mu}^{\pm}(0) | n \rangle = - \frac{\mu^2 g(k^2)}{k^2 - \mu^2} 2m \bar{u}_2 \gamma_5 u_1 \quad (2.11)$$

Такое несохранение аксиального тока можно записать в виде операторного равенства

$$\partial_{\mu} a_{\mu}^{\pm} = \frac{\mu^2}{c} \varphi^{\pm} \quad (2.12)$$

где φ^{\pm} - перенормированный оператор заряженного π -мезонного поля, а константа c равна $c = 1/f_{\pi} = g_{\pi} / \sqrt{2} m_{\pi}$. Действительно, матричный элемент от φ^{\pm} по нуклонным состояниям равен

$$\langle p | \varphi^{\pm} | n \rangle = - \frac{1}{k^2 - \mu^2} \langle p | j_{\pi}^{\pm} | n \rangle = - \frac{i \sqrt{2} g_{\pi}(k^2)}{k^2 - \mu^2} \bar{u}_2 \gamma_5 u_1, \quad (2.13)$$

где $j_{\pi}^{\pm} = -(\square - \mu^2) \varphi^{\pm}$, $g_{\pi}(k^2)$ совпадает с g_{π} при $k^2 = \mu^2$. Если пренебречь, как в § 1, зависимостью $g_{\pi}(k^2)$, $g(k^2)$ от k^2 в области $k^2 \sim \mu^2$, то соотношения (2.11) и (2.12) эквивалентны.

То, что равенство (2.11) отвечает сдвигу π -мезонного полюса становится особенно наглядным после выделения из аксиального тока члена, отвечающего за распад π -мезона

$$a_{\mu}^{\pm} = \tilde{a}_{\mu}^{\pm} - \frac{1}{c} \partial_{\mu} \varphi^{\pm} \quad (2.14)$$

Тогда соотношение (2.12) переходит в

$$(\square - \mu^2) \varphi^{\pm} = -c \partial_{\mu} \tilde{a}_{\mu}^{\pm}, \quad (2.15)$$

откуда ясно, что при изменении массы π -мезонного поля его источник остается тем же, что и при $\mu^2 = 0$.

Поскольку равенство (2.12) учитывает только то тривиальное обстоятельство, что полюс находится при $k^2 = \mu^2$, оно не содержит никакой дополнительной информации по сравнению с гипотезой сохранения тока в пределе $\mu^2 = 0$. При $k^2 = \mu^2$ это равенство выполняется независимо от каких-либо предположений, поскольку при этом в матричные элементы от аксиального тока вклад может давать

только π -мезонный полюс (18). При $K^2 \neq \mu^2$ матричные элементы оператора \mathcal{H} π -мезонного поля не определены независимым образом и равенство (2.12) можно рассматривать как определение φ . Поэтому само по себе утверждение о пропорциональности дивергенции аксиального тока полю не приводит к каким-либо следствиям.

Содержание равенства (2.12) состоит в том, что аксиальный ток сохраняется при $\mu^2 = 0$. Вместе с предположением о малости μ^2 равенство (2.12) позволяет получать предсказания для различных величин.

Так как на опыте бывают только физические π -мезоны с массой $\mu^2 \approx (140 \text{ МэВ})^2$, то нам удобно пользоваться равенством (2.12), а не формулой (1.5) введения, хотя, подчеркиваем еще раз, содержание этих соотношений по существу тождественно.

2. На примере матричного элемента β - распада нейтрона мы впервые столкнулись с проблемой учета нарушения симметрии $SU(2) \otimes SU(2)$, отличия от нуля массы π -мезона. Подчеркнем, что поправка, вносимая за счет сдвига π -мезонного полюса, была в некоторых отношениях весьма существенной. Если бы масса π -мезона равнялась нулю, то, например, вклад полюсного члена при минимально возможном $K^2 = (m_n - m_p)^2$ был бы примерно в 10^4 раз больше, чем в реальном случае.

Вместе с тем, учет массы π -мезона носил тривиальный характер. Эта "тривиальность" сказывается в частности в том, что сильное нарушение симметрии при $K^2 = 0$ по существу не зависит от величины μ^2 . Если бы, например, симметрия $SU(2) \otimes SU(2)$ нарушалась только электромагнитными взаимодействиями и μ была бы весьма мала, то и в этом случае при $K^2 = 0$ матричный элемент от дивергенции аксиального тока равен $2m_n \bar{u} \gamma_5 u$, ни в каком смысле не мал, и ток при $K^2 = 0$ не сохраняется. Иными словами, пренебрежение μ^2 в выражении $(K^2 - \mu^2)^{-1}$ неразумно при $K^2 = 0$ для любых конечных μ^2 .

Аналогичный пример можно привести и в случае изотопической симметрии. Если есть две реакции, сечения которых связаны между собой изотопическим соотношением, то можно выбрать столь малые энергии, что это соотношение для реальных процессов сильно нарушается. При одинаковой начальной энергии одна из реакций может быть просто запрещена законом сохранения энергии в силу учета электромагнитной разности масс частиц. Выход состоит в том, чтобы сравнивать не экспериментально измеряемые сечения, а сечения, деленные на соответствующие фазовые объемы. Аналогично, при выводе соотношения Гольдбергера-Треймана нам удалось найти такие величины - вычеты в полюсах - которые, вообще говоря, слабо зависят от K^2 в отличие от амплитуды в целом.

Ясно, что приближение $\mu^2 = 0$ для амплитуды в целом неразумно всегда, когда есть особенность, расположенная на расстояниях порядка от рассматриваемой области энергий. Например, в случае низкоэнергетического πN -рассеяния вклад нуклонных полюсных графиков, который очевидно сильно зависит от энергий и масс π -мезонов следует выписывать отдельно. Поэтому учет "тривиальных" поправок предполагает на самом деле некоторое знание динамики процесса при низких энергиях, точнее информацию о вкладах ближайших особенностей.

3. Наконец, отличие массы π -мезона от нуля приводит и к нетривиальным поправкам, связанным с изменением вкладов состояний с большой, по сравнению с π -мезонной, массой. Величина этих поправок непрерывно стремится к нулю при $\mu^2 \rightarrow 0$, но для реального значения μ^2 может быть довольно значительной. Например, члены $\sim \mu^2$ привели к 13% нарушению соотношения Гольдбергера-Треймана.

Ясно, что одно равенство (2.12) не позволяет находить такие поправки, поскольку, как отмечалось выше, оно служит определением оператора φ вне массовой поверхности пиона.

Чтобы определить характер нарушения симметрии естественно предположить определенные трансформационные свойства $\partial_\mu a_i$ относительно группы $SU(2) \otimes$

$SU(2)$. Аналогично, можно получать некоторые предсказания для нарушения изотопической симметрии, предполагая, что электромагнитное взаимодействие подчиняется правилам отбора $\Delta T = 0, 1$.

До настоящего времени "нетривиальное" нарушение $SU(2) \otimes SU(2)$ симметрии в вершинных функциях учитывалось при рассмотрении двух процессов: $\pi\pi$ -рассеяния $14l$ и $\eta \rightarrow 3\pi$ распада $19-20l$. В этих случаях предполагалось, что

$$[A^i(0), \partial_\mu a_\mu^k(0)] \sim \delta^{ik} \quad (i, k = 1, 2, 3) \quad (2.16)$$

Это предположение является независимым от (2.12) и выполняется в некоторых моделях $17, 8l$.

§ 3. Константа эффективного псевдоскаляра в μ -захвате на протоне

Из сказанного в предыдущем параграфе ясно, что учет членов порядка μ^2 , вообще говоря, является весьма сложной задачей и поэтому вычисление нескольких последовательных членов ряда по μ^2 не было проведено почти ни для одного процесса.

В этом параграфе мы остановимся на одном особом случае, когда благодаря случайным обстоятельствам можно вычислить два члена ряда по μ^2 и получить предсказание для экспериментально измеряемой величины - константы эффективного псевдоскаляра в μ -захвате на протоне g_p с точностью $\sim 1\%$ $21, 22l$.

Для этого вернемся к формфактору $h(k^2)$ в матричном элементе (2.2)

$$h(k^2) = \frac{f\pi g_\pi}{m\sqrt{2}} \frac{1}{k^2 - \mu^2} + \epsilon(k^2), \quad (2.17)$$

где мы выписали отдельно вклад полюсного графика, а остаток обозначили через $\epsilon(k^2)$.

Экспериментально наблюдаемой величиной является значение этого формфактора при $k_0^2 = -m_\mu^2 (1 + m_\mu/m)^{-1}$ (в процессе захвата медленного μ -мезона на протоне)

$$g_p = 2m m_\mu h(k_0^2 = -\frac{m_\mu^2}{1 + \frac{m_\mu}{m}}) = -\frac{f\pi g_\pi \sqrt{2} m_\mu}{\mu^2 - k_0^2} + 2m m_\mu \epsilon(k_0^2) \quad (2.18)$$

Мы видим, что первый член пропорционален μ^{-2} и в силу предположения о малости μ^2 должен давать основной вклад в g_p $123l$. Это предположение уже использовалось при выводе соотношения Гольдбергера-Треймана. Важно, что полюсный вклад мы можем узнать точно, не пренебрегая нигде μ^2 . Для этого достаточно найти из дисперсионных соотношений для πN -рассеяния константу g_π .

Поэтому вся неопределенность в вычислении g_p связана с учетом вклада $\epsilon(k_0^2)$, который относительно мал. Если бы нам удалось найти $\epsilon(k_0^2)$, скажем с "обычной", 10% точностью, то всю величину g_p мы знали бы с процентной точностью.

Действительно $\epsilon(k_0^2) \approx \epsilon(0)$, как это следует из (2.3), выражается в пределе $\mu^2 = 0$ через радиус аксиального формфактора $dg/dk^2|_{k^2=0}$, который в принципе может быть измерен независимым образом.

Таким образом, для g_p получаем

$$g_p = -8,85 + 2m_N m_\mu \frac{dg}{dk^2}(0) \quad (2.19)$$

Обработка существующих данных по нейтринному эксперименту приводит к оценкам /24/.

$$\left. \frac{dg(k^2)}{dk^2} \right|_{k^2=0} = [(0,4 \div 1,2) \Gamma_{36}]^{-2} \quad (2.20)$$

Соответствующая поправка к полюсному значению g_p колеблется в пределах от 1,5 до 14%. Отметим, что знак поправки по-видимому уже сегодня определен однозначно.

Проверка соотношения (2.19) представляется очень трудной. В настоящее время константа g_p измерена с 40% точностью /25/. Однако следует иметь в виду, что других предсказаний из рассматриваемых гипотез, которые претендовали бы на процентную точность, до сих пор не найдено.

Г Л А В А Ш

НЕКОТОРЫЕ СИЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ С УЧАСТИЕМ π -МЕЗОНОВ

§ 1. Условие самосогласованности Адлера

Непосредственным следствием частичного сохранения аксиального тока является обращение в нуль амплитуды сильного процесса при равном нулю импульсе π -мезона, если в этот процесс не дают вклада полюсные диаграммы, отвечающие испусканию π -мезона из внешних линий. Ниже мы докажем это утверждение [26], которое называется условием самосогласованности Адлера и на примере распада $X(960) \rightarrow 2\pi p$ рассмотрим [19], к какого типа следствиям оно приводит.

Амплитуду процесса $\alpha \rightarrow \beta + \pi$, где α и β обозначают произвольные состояния адронов, можно представить в виде

$$M(2\pi)^4 \delta^4(p_2 + q - p_1) = - \int dx e^{iqx} (\square - \mu^2) \langle \beta | \varphi(x) | \alpha \rangle \quad (3.1)$$

Здесь p_1 и p_2 — импульсы состояний α и β , q — импульс π -мезона, и мы воспользовались редуцированной формулой (см., например, [27]) по π -мезонному полю. Редуцированная формула (3.1) определяет амплитуду вне массовой поверхности как соответствующую функцию Грина, умноженную на обратный пропагатор свободной частицы $(\square - \mu^2)$. Ясно, что определенная таким образом величина совпадает при $q^2 = \mu^2$ с амплитудой процесса $\alpha \rightarrow \beta \pi$, так как в равенстве (3.1) остается лишь часть функции Грина, пропорциональная $(q^2 - \mu^2)^{-1}$.

Подставляя в формулу (3.1) вместо π -мезонного поля его выражение через дивергенцию аксиального тока и интегрируя по частям, получим

$$\begin{aligned} M(2\pi)^4 \delta^4(p_2 + q - p_1) &= - \frac{c}{\mu^2} \int dx e^{iqx} (\square - \mu^2) \langle \beta | \partial_\mu a_\mu(x) | \alpha \rangle = \\ &= \frac{ic}{\mu^2} (q^2 - \mu^2) q_\mu \int dx e^{iqx} \langle \beta | a_\mu(x) | \alpha \rangle \end{aligned} \quad (3.2)$$

В первой части равенства (3.2) опущены поверхностные члены, т.е. выражения типа $\int d^3x e^{iqx} \frac{\partial}{\partial x_0} \varphi(x) |_{x_0 = \pm \infty}$. Оператор $\varphi(x)$ при $x_0 \rightarrow \pm \infty$ совпадает с оператором свободного поля с массой μ . Поэтому обсуждаемый интеграл может быть отличен от нуля только при $q^2 = \mu^2$. В общем случае поверхностные члены дают вклад лишь при определенных значениях q^2 , отвечающих массам частиц, имеющих квантовые числа соответствующих операторов.

Так как амплитуда является непрерывной функцией q^2 , то под амплитудой на массовой поверхности можно понимать предел выражения (3.2) при $q^2 \rightarrow \mu^2$. При этом вопроса о вкладе поверхностных членов не возникает, и мы их всюду опускаем.

Отметим, что явная зависимость правой части равенства (3.2) от q^2 и μ^2 является фиктивной. Чтобы убедиться в этом, надо выделить сильно зависящие от q^2 диаграммы, содержащие π -мезонный полюс (рис.2). Формально это можно просто сделать, воспользовавшись записью частичного сохранения аксиального тока в форме (2.15). Подставляя (2.15) в (3.1), получим:

$$M(2\pi)^4 \delta^4(p_2 + q - p_1) = -i c q_\mu \int d^4x e^{iqx} \langle \beta | \tilde{a}_\mu | \alpha \rangle, \quad (3.3)$$

где матричный элемент $\langle \beta | \tilde{a}_\mu | \alpha \rangle$ не содержит π -мезонного полюса.

Соотношение (3.3) можно просто интерпретировать при $\mu^2 = 0$. Тогда аксиальный ток сохраняется, и продольная часть вклада диаграмм с π -мезонным полюсом, которая совпадает с искомой амплитудой M , должна сокращаться с дивергенцией остальных диаграмм, что и дает условие (3.3).

При стремлении $q \rightarrow 0$ в правую часть равенства (3.3) вклад дают лишь полюсные части матричного элемента $\langle \beta | \tilde{a}_\mu | \alpha \rangle$ отвечающие диаграммам, в которых аксиальный ток присоединяется к внешней линии. Случай, когда есть такие диаграммы, мы разберем в следующем параграфе на примере πN -рассеяния. Если же таких диаграмм нет, то амплитуда должна обращаться в нуль при $q = 0$.

$$M(\alpha \rightarrow \beta \pi) \xrightarrow{q \rightarrow 0} 0 \quad (3.4)$$

2. Рассмотрим, в качестве примера, к каким экспериментальным следствиям приводит это условие в случае распада $X(960) \rightarrow 2\pi \eta$. Считается, что $X(960)$ -псевдоскалярный мезон с изоспином нуль.

Если предположить, что матричный элемент этого распада линеен по энергиям, то его можно представить в виде

$$M(X \rightarrow 2\pi \eta) = f + g(q_1 + q_2)^2, \quad (3.5)$$

где учтено требование бозе-статистики по π -мезонам, приводящие к симметрии M по перестановке импульсов π -мезонов q_1 и q_2 .

Обращение амплитуды в нуль, когда импульс одного из π -мезонов равен нулю, приводит к соотношению

$$f + g\mu^2 = 0 \quad (3.6)$$

и матричный элемент в физической области распада записывается в виде

$$M(X \rightarrow 2\pi \eta) = \text{const} (1 + \alpha Y), \quad (3.7)$$

где $Y = \frac{2T}{T_{\text{мк}}} - 1$, T - кинетическая энергия η -мезона и

$$\alpha = - \frac{(m_X - m_\eta)^2 - \mu^2}{(m_X - m_\eta)^2 + 2\mu^2} = -0,43 \quad (3.8)$$

Знак α , по-видимому, подтверждается существующими экспериментальными данными [28], но статистика недостаточна для определения величины α .

Теоретическая точность предсказания величины α , по-видимому, невысока. Это связано с тем, что было предположено линейное разложение по энергиям π -мезонов E_π , то-есть считалось, что характерная масса сильных взаимодействий значи-

тельно больше E_{π} , которая в данном случае меняется от нуля до 340 Мэв (когда 4-импульс "другого" π -мезона равен нулю). В этом смысле самым благоприятным является случай порогового πN -рассеяния, где физическая область изменения энергии π -мезона расположена наиболее близко к точке $E_{\pi} = 0$.

§ 2. πN -рассеяние при низких энергиях

Гипотезы 1-1У (см. введение) позволяют получить ряд следствий для амплитуды πN -рассеяния при низких энергиях, которые обсуждаются в настоящем параграфе.

1. Нам понадобятся некоторые сведения из феноменологического анализа πN -рассеяния (см., например, [29]). πN -рассеяние описывается двумя изотопически независимыми амплитудами T^+ и T^-

$$T = \psi_2^+ \psi_1(\vec{\varphi}_1 \vec{\varphi}_2) T^+ + 2 \psi_2^+ [(\vec{\varphi}_1 \vec{\tau}), (\vec{\varphi}_2 \vec{\tau})] \psi_1 T^- \quad (3.9)$$

где $\psi_{1,2}$, $\vec{\varphi}_{1,2}$ - изотопические функции нуклонов и π -мезонов, индекс 1 относится к начальному, 2 - к конечному состояниям, $\vec{\tau} = \frac{\vec{\sigma}}{2}$ - изоспиновые матрицы. Величины T^{\pm} связаны с амплитудами процессов $\pi^{\pm} p \rightarrow \pi^{\pm} p$ и амплитудами рассеяния $T_{\frac{3}{2}}$, $T_{\frac{1}{2}}$ в состояниях с полным изотопическим спином 3/2, 1/2 соотношениями

$$T^+ = \frac{1}{2} (T_{\pi^- p} + T_{\pi^+ p}) = \frac{1}{3} (T_{\frac{1}{2}} + 2T_{\frac{3}{2}}) \quad (3.10)$$

$$T^- = \frac{1}{2} (T_{\pi^+ p} - T_{\pi^- p}) = \frac{1}{3} (T_{\frac{1}{2}} - T_{\frac{3}{2}})$$

Пространственную структуру T^{\pm} запишем в виде

$$T^{\pm} = \bar{u}_2 \left[C^{\pm} + \frac{1}{2m} b_{\mu\nu} k_{\mu} q_{\nu} B^{\pm} \right] u_1 \quad (3.11)$$

где u_1 , u_2 - волновые функции начального и конечного нуклонов с импульсами p_1 , p_2 ; k и q - импульсы начального и конечного π -мезонов. Амплитуды C^{\pm} и B^{\pm} являются функциями переменных ν и t

$$\nu = \frac{(k+q)(p_1+p_2)}{4m} = \frac{k(p_1+p_2)}{2m} = \frac{q(p_1+p_2)}{2m} \quad (3.12)$$

$$t = (k-q)^2$$

Условия кроссинг-симметрии записываются следующим образом.

$$C^{\pm}(\nu, t) = \pm C^{\pm}(-\nu, t) \quad (3.13)$$

$$B^{\pm}(\nu, t) = \mp B^{\pm}(-\nu, t)$$

В дальнейшем мы будем рассматривать пороговые значения амплитуд C^{\pm} , B^{\pm} и первых производных по ν и t от C^{\pm} . Эти величины выражаются через фазы ζ - и ρ -волн (точнее, действительные части этих величин)

$$C|_{\nu=\mu} = 4\pi(1 + \frac{\mu}{m})a, \quad B|_{\nu=\mu} = 8\pi m(a_1 - a_3 + \frac{1}{4m^2}a),$$

$$\frac{\partial C}{\partial \nu} = \frac{8\pi m}{m+\mu} (2a_3 + a_1 + b - \frac{2}{3}a^3 + \frac{a}{2m\mu}), \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{2\pi}{m+\mu} [2(m+3\mu + \frac{3}{2}\frac{\mu^2}{m})a_3 + ma_1 - \frac{m-\mu}{4m^2}a + \frac{2}{3}\mu a^3],$$

где a - длины рассеяния, b - радиусы S -вол. a_1, a_3 - длины рассеяния p -волн в состоянии с полным моментом $1/2, 3/2$ (изотопические индексы опущены). Длины рассеяния и радиусы связаны с фазами рассеяния S - и p -волн соотношениями

$$\delta^S = a|\vec{q}| + b|\vec{q}|^3 + O(|\vec{q}|^5),$$

$$\delta_{2\sigma}^P = a_2|\vec{q}|^3 + O(|\vec{q}|^5), \quad (3.15)$$

где \vec{q} - трехмерный импульс в системе ц.и..

2. Ниже рассматривается предел амплитуды при $q \rightarrow 0$. Поэтому необходимо выделить из амплитуды сингулярный при $q=0$ вклад нуклонного полюсного графика T_p

$$T = T_p + \tilde{T}, \quad (3.16)$$

где неполюсная часть \tilde{T} не имеет особенностей при $q \rightarrow 0$.

Вершину πNN -взаимодействия мы выбираем в виде $-f\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi\partial_\mu\vec{\varphi}$, $f = \frac{g}{2m} = (0,01 + 0,02)\mu^{-1}$. Если взять вершину в другом виде (например, $i\psi\gamma_5\vec{\tau}\psi\vec{\varphi}$), то возникающие полюсные графики будут отличаться от графиков с псевдовекторной связью членами, не содержащими полюса, и дело сведется к переопределению \tilde{T} .

Приведем выражения для полюсных вкладов, а также значения этих вкладов на пороге

$$C_p^+ = 2mf^2(t - \kappa^2 - q^2)L^-; \quad C_p^+|_{\nu=\mu} = -f^2\frac{\mu^2}{m} = -0,15\mu^{-1} \quad (3.17)$$

$$C_p^- = -2f^2\nu - 2mf^2(t - \kappa^2 - q^2)L^+; \quad C_p^-|_{\nu=\mu} = 2\mu f^2(\frac{\mu}{2m})^2 = 0,011\mu^{-1} \quad (3.18)$$

$$B_p^+ = -4m^2fL^+; \quad B_p^+|_{\nu=\mu} = -4f^2\frac{m}{\mu} = -27,4\mu^{-2} \quad (3.19)$$

$$B_p^- = -2f^2 + 4m^2f^2L^-; \quad B_p^-|_{\nu=\mu} = 4f^2(\frac{\mu}{2m})^2 = 0,022\mu^{-2} \quad (3.20)$$

где

$$\mathcal{L}^{\pm} = [2m\nu + \frac{1}{2}(t - \kappa^2 - q^2)]^{-1} \pm [2m\nu - \frac{1}{2}(t - \kappa^2 - q^2)]^{-1}$$

При вычислении пороговых значений мы пренебрегали $(\mu/2m)^2$ по сравнению с 1.

3. Рассмотрим теперь условия, к которым приводит сохранение аксиального тока /26/. Устремим импульс одного из π -мезонов к нулю (остальные частицы на массовой поверхности). Для вычисления предела амплитуды при $q \rightarrow 0$ воспользуемся соотношением (3.3),

$$T \xrightarrow{q \rightarrow 0} -icq_{\mu} \langle p_2 | a_{\mu}(0) | p_1, \kappa \rangle \quad (3.21)$$

При $q \rightarrow 0$ в правой части надо учитывать только полюсную часть матричного элемента аксиального тока, отвечающую диаграммам рис.2, сингулярную при $q=0$.

Аксиальная вершина, входящая в диагр.2 при малых q имеет вид $g_A \bar{u} \gamma_5 u$. После умножения на $-icq_{\mu}$ эта вершина совпадает с псевдовекторной вершиной πNN - взаимодействия, так как $c = f\sqrt{2}/g_A$. Поэтому правая часть равенства (3.21) при $q \rightarrow 0$ совпадает с полюсной частью амплитуды (напомним, что используется псевдовекторная связь) и для неполюсной части, \tilde{T} , получаем

$$\tilde{T} |_{q=0} = 0 \quad (3.22)$$

Экспериментальные следствия из этого соотношения мы обсудим в п.5.

4. Соотношение (3.22) означает, что постоянный член в разложении неполюсной части амплитуды πN -рассеяния по импульсам π -мезонов равен нулю. В этом разделе мы найдем /1,2/ линейные по κ или q члены в разложении \tilde{T} .

Напишем для амплитуды πp -рассеяния редуцированную формулу, заменим в ней π -мезонные поля дивергенциями аксиальных токов и проинтегрируем по частям

$$\begin{aligned} T_{\pi p} (2\pi)^4 \delta^4(p_2 + \kappa - p_2 - q) &= i \int dx dy e^{-ikx + iqy} (\square_x - \mu^2)(\square_y - \mu^2) \cdot \\ &\cdot \langle p_2 | T \{ \varphi(y) \varphi^{\dagger}(x) \} | p_1 \rangle \xrightarrow{\kappa, q \rightarrow 0} ic^2 \int dx dy e^{-ikx + iqy} \cdot \\ &\cdot \langle p_2 | [\partial_{\nu} a_{\nu}^{-}(y), a_0^{+}(x)] \delta(x^0 - y^0) + i\kappa_{\mu} [a_{\mu}^{+}(x), a_0^{-}(y)] \delta(x^0 - y^0) + \\ &+ \kappa_{\mu} q_{\nu} T \{ a_{\mu}^{+}(x) a_{\nu}^{-}(y) \} | p_1 \rangle \end{aligned} \quad (3.23)$$

При интегрировании по частям было учтено, что операции упорядочения по времени и дифференцирования по времени не коммутируют между собой, что следует из определения T -произведения ^{уба}

$$\begin{aligned} T \{ \varphi(y) \partial_{\mu} a_{\mu}(x) \} &= \theta(x^0 - y^0) \partial_{\mu} a_{\mu}(x) \varphi(y) + \theta(y^0 - x^0) \varphi(y) \partial_{\mu} a_{\mu}(x) \\ \theta(x^0) &= \begin{cases} 1 & x^0 > 0 \\ 0 & x^0 < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Вынося производную за знак T -произведения, и учитывая, что $\frac{\partial}{\partial x^0} \theta(x^0) = \delta(x^0)$, получаем

$$T\{\partial_\mu a_\mu, \varphi(y)\} = \partial_\mu T\{a_\mu(x) \varphi(y)\} + \delta(x^0 - y^0) [\varphi(y), a_0(x)] \quad (3.25)$$

В последнем члене в равенстве (3.23) выделим сингулярные вклады одночастичных промежуточных состояний. Легко убедиться, что они совпадают с полюсной частью амплитуды πN -рассеяния для случая псевдовекторной πNN -вершины. Вклады многочастичных промежуточных состояний в этом члене являются величинами второго и более высокого порядка по k, q . Поэтому одновременные коммутаторы определяют неполюсную часть амплитуды с точностью до членов линейных по k, q включительно.

Если положить $\vec{k} = \vec{q} = 0$ (при этом $k_0 = q_0$), то экспоненты в отношении (3.23) равны единице, и неполюсная часть амплитуды выражается через коммутаторы, содержащие аксиальный заряд $A(t) = \int d^3x a_0(\vec{x}, t)$

$$(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + k - p_2 - q) \tilde{T}_{\pi^+ p} \xrightarrow{k, q \rightarrow 0} i c^2 \int dt \langle p_2 | [\dot{A}^-(t), A^+(t)] + i k_0 [A^+(t), A^-(t)] | p_1 \rangle \quad (3.26)$$

Покажем, что первый член связан с изотопически четной амплитудой \tilde{T}^+ . Для этого коммутатор аксиальных зарядов

$$[A^+(t), A^-(t)] = 2V^3 \quad (3.27)$$

продифференцируем по времени

$$[\dot{A}^+(t), A^-(t)] + [A^+(t), \dot{A}^-(t)] = 0 \quad (3.28)$$

Так как выражение для амплитуды πp -рассеяния отличается перестановкой изотопических индексов в (3.26), то из соотношения (3.28) ясно, что член с коммутатором $[A^-, A^+]$ в выражении (3.26) относится к изотопически четной части амплитуды. Этот член в (3.26) не дает большого вклада, поскольку он пропорционален μ^2 . При $\mu^2 = 0$ аксиальный ток сохраняется и $\dot{A} = 0$.

Коммутатор $[A^+, A^-]$ меняет знак при перестановке изотопических индексов и согласно формуле (3.26) определяет неполюсную часть изотопически нечетной амплитуды

$$\begin{aligned} \tilde{T}^{-} (2\pi)^4 \delta^4(0) \xrightarrow{k, q \rightarrow 0} c^2 k_0 \int dt \langle p_2 | 2V^3 | p_1 \rangle &= c^2 k_0 \int dt \langle p_2 | p_1 \rangle = \\ &= c^2 \frac{k_0 p_0}{m} \bar{u}_2 u_1 (2\pi)^4 \delta^4(0), \end{aligned} \quad (3.29)$$

где мы воспользовались ковариантной нормировкой состояний $\langle p_2 | p_1 \rangle = \frac{p_{10}}{m} \bar{u}_2 u_1 (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_2 - \vec{p}_1)$. Для амплитуды C^- получаем

$$C^- \xrightarrow{k, q \rightarrow 0} c^2 \gamma + C_p^- \quad (3.30)$$

5. Было предложено два способа сравнения этого соотношения с экспериментом. Можно предположить, что выражение (3.30) справедливо вплоть до порога πN -рассеяния и предсказывает тем самым длину рассеяния. На этом мы остановимся подробнее в следующем пункте.

Другой возможностью является использование дисперсионного соотношения для амплитуды C^- при $\tau = 0$ [1, 2]. Как известно, оно имеет вид

$$\frac{C^-(\nu)}{\nu} = \frac{g_A^2 \mu^2}{2m^2} \frac{1}{\nu^2 - \left(\frac{\mu^2}{2m}\right)^2} + \frac{1}{\pi} \int_{\mu}^{\infty} d\nu' \frac{k' [\sigma_-(\nu') - \sigma_+(\nu')]}{\nu'^2 - \nu^2}, \quad (3.31)$$

где σ_{\pm} - полные сечения $\pi^{\pm} p$ -взаимодействия, k - трехмерный импульс пиона в лабораторной системе координат. Подставляя в это соотношение при $\nu \rightarrow 0$ выражение (3.30) для C^- и используя явный вид (3.18) для полюсного члена получим соотношение Адлера-Вайсбергера

$$1 - \frac{1}{g_A^2} = \frac{2m^2}{\pi g_A^2} \int_{\mu}^{\infty} \frac{d\nu}{\nu^2} k [\sigma_+(\nu) - \sigma_-(\nu)], \quad (3.32)$$

где мы учли, что $C = g_A / \sqrt{2} m g_A$. Это соотношение прекрасно согласуется с экспериментальным значением $g_A = 1.18$.

Равенство (3.32) является приближенным, так как дисперсионное соотношение имеет место для физической амплитуды, т.е. при $k^2 = q^2 = \mu^2$, а выражение (3.30) для C^- получено при $k, q \rightarrow 0$. Таким образом дисперсионное соотношение позволяет учесть зависимость C^-/ν от ν^2 , но не от k^2, q^2 .

6. Так как вблизи порога $\nu^2 \sim k^2 \sim q^2 \sim \mu^2$, то можно предположить, что величина C^-/ν не зависит от ν^2 и k^2, q^2 в этой области. Тогда для изотопически нечетной длины рассеяния получаем [30, 14] ($C = g_A / \sqrt{2} m g_A = 1,2 \mu^{-1}$)

$$a^- = \frac{1}{4\pi(1 + \frac{\mu}{m})} C^-|_{\nu=\mu} = \frac{c^2 \mu}{4\pi(1 + \frac{\mu}{m})} = 0,10 \mu^{-1}, \quad (3.33)$$

где отброшен численно малый ($\sim 10^{-3}$) вклад полюсного графика. Отметим, что кинематические множители здесь и ниже мы учитываем точно, не пренебрегая

членами $\sim \mu$.

Данные фазовых анализов πN -рассеяния при низких энергиях приводят к следующим значениям длин рассеяния

$$a^- = 0,086 \pm 0,005 / 29/$$

$$a^- = 0,093 \pm 0,005 / 31/$$

Перейдем теперь к рассмотрению изотопически четной амплитуды. Как уже отмечалось, постоянный член в разложении \tilde{C}^+ по k и q равен нулю (точнее $\sim \mu^2$) в силу соотношения (3.22) и разложение \tilde{C}^+ начинается с квадратичных по k, q членов. Из явного выражения (3.17) для полюсного вклада в C^+ видно, что он также квадратичен по μ вблизи порога. Отсюда следует, что изотопически четная длина рассеяния должна быть мала по сравнению с изотопически нечетной, которая линейна по μ (см. соотношение (3.33)) /30,14/.

$$\frac{a^+}{a^-} \ll 1$$

(3.34)

Экспериментальные данные подтверждают это предсказание

$$a^+ = -0,002 \pm 0,006 / 29/$$

$$a^- = -0,011 \pm 0,005 / 31/$$

6. При получении предсказаний (3.33), (3.34) существенно использовалось предположение о малости массы π -мезона по сравнению с некоторой характерной массой сильных взаимодействий. Поэтому представляет интерес независимая проверка /32/ этого предположения.

Нас будет интересовать πN -рассеяние в области $\nu \sim \sqrt{E} \sim \mu$. Если бы амплитуда не имела особенностей в этой области, то предположение о малости массы π -мезона приводило бы к представлению амплитуды в виде полинома по ν и ζ . Особенности в рассматриваемой области связаны с нуклонными полюсными графиками, отвечающими рассеянию через изобару $N^*(1236)$, а также с двухчастичными промежуточными состояниями (пороговые особенности). При вычислении длин рассеяния проблема учета вклада изобары-резонанса в p -волне - не возникла, так как мы рассматривали амплитуду при равных нулю трехмерных импульсах частиц.

Что касается вклада пороговых особенностей, то он пропорционален квадрату амплитуды вблизи порога и поэтому мал, хотя в принципе может быть последовательно учтен.

С учетом требований кроссинг-симметрии амплитуды C^\pm и B^\pm записываются в виде ($k^2 = q^2 = \mu^2$)

$$C^+ = C_p^+ + C_{33}^+ + c_1^+ + c_2^+(kq) + c_3^+ \nu^2 + O(\{k, q\}^3), \quad (3.35)$$

$$C^- = C_p^- + C_{33}^- + c^- \nu + O(\{k, q\}^3), \quad (3.36)$$

$$B^+ = B_p^+ + B_{33}^+ + O(\{k, q\}^2), \quad (3.37)$$

$$B^- = B_p^- + B_{33}^- + b^- + O(\{k, q\}^2), \quad (3.38)$$

где индексы p и 33 относятся к вкладам нуклона и изобары, c_i^+ , c^- , b^- - коэффициенты разложения; через $O(\{k, q\}^n)$ обозначены члены порядка n по k, q . Величины $O(\{k, q\}^n)$ включают в себя мнимые части амплитуд, неаналитические члены, связанные с пороговыми особенностями, а также члены более высоких степеней по k и q .

Из условия (3.22) следует

$$c^- = c^2 \quad (3.39)$$

Вершину πNN^* -взаимодействия мы выбираем в виде

$$\lambda \psi_{\mu} \psi \partial_{\mu} \psi, \quad (3.40)$$

где константа $\lambda_{N^* \rightarrow p \pi^+} = 2,16 \mu^{-1}$, что отвечает ширине изобары $\Gamma = 120$ Мэв, ψ_{μ} - волновая функция частицы со спином $3/2$ в формализме Рариты-Швингера. Пропагатор в этом формализме имеет вид

$$\frac{1}{p^2 - M^2} \left\{ (\hat{p} + M) \left[g_{\mu\nu} + \frac{1}{3} \gamma_{\mu} \gamma_{\nu} + \frac{1}{3M} (\gamma_{\mu} p_{\nu} - \gamma_{\nu} p_{\mu}) + \frac{2}{3M^2} p_{\mu} p_{\nu} \right] - \frac{2}{3M^2} (p^2 - M^2) \left[\gamma_{\mu} p_{\nu} - \gamma_{\nu} p_{\mu} + (\hat{p} + M) \gamma_{\mu} \gamma_{\nu} \right] \right\}, \quad (3.41)$$

где M - масса изобары, p - ее импульс.

Вклад изобары в амплитуду πN -рассеяния вычисляется неоднозначно, поскольку частица со спином $3/2$ содержит, как известно, примесь состояний со спином $1/2$ вне массовой поверхности. Эти состояния дают вклад, не содержащий резонансного множителя, который переопределяет коэффициенты разложения в формулах (3.35) - (3.38).

В дальнейшем мы будем получать некоторые соотношения, отбрасывая все члены ряда, кроме полюсных. Ясно, что это возможно только в тех случаях, когда вклады нуклона и изобары можно найти однозначно.

Мы будем рассматривать пороговые значения амплитуд c^{\pm} , b^{\pm} и их производных по ν и z . Если ограничиться амплитудами s, p -волн, то из эксперимента можно найти $(c^{\pm}, b^{\pm}, \partial c^{\pm} / \partial t, \partial c^{\pm} / \partial z)_{\nu=0}$. Формулы для связи амплитуд c^{\pm} , b^{\pm} и их производных с фазами πN -рассеяния приведены в п.1. Как видно из этих формул, необходимо знать длины рассеяния s - и p -волн и радиусы s -волн.

Наибольший интерес представляет проверка разложения (3.36) для амплитуды c^- , поскольку оно используется при вычислении изотопически мечетной длины рассеяния. Из формулы (3.36) следует, что в принятом приближении один коэффициент c^- , наряду с полюсными членами, определяет как пороговое значение c^- , так и пороговое значение производной $\partial c^- / \partial \nu$. Исключая коэффициент c^- получим

$$\left(\frac{\partial c^-}{\partial \nu} - \frac{c^-}{\nu} \right) \Big|_{\nu=0} = \left(\frac{\partial c^-}{\partial \nu} - \frac{c^-}{\nu} \right) \Big|_{p, \nu=0} + \left(\frac{\partial c^-}{\partial \nu} - \frac{c^-}{\nu} \right) \Big|_{33, \nu=0} \quad (3.42)$$

Хотя вклад изобары в амплитуду c^- зависит от нерезонансной части пропагатора частицы со спином $3/2$ и поэтому не определен однозначно, эта неоднозначность выпадает из разности $\frac{\partial c^-}{\partial \nu}$ и $\frac{c^-}{\nu}$. Выбор пропагатора в форме (3.41) приводит к тому, что $c_{33}^- / \nu = 0$.

Сравнение соотношения (3.42) с опытом проведено в таблице 1. Видно, что

согласие хорошее. Отметим, что нуклонный вклад в $\frac{\partial C^-}{\partial \nu}$ имеет порядок μ^0 , в то время, как отброшенные члены в силу кроссинг-симметрии составляют величину порядка μ^2 . Таким образом, рассмотрение величин, имеющих определенную кроссинг-симметрию, увеличивает точность предсказаний.

$\frac{\partial C^-}{\partial \nu}$ - Разложение (3.35 - 3.38) позволяет найти также пороговые значения $B^+ / 33,34 / 32 /$, которые в рассматриваемом приближении выражаются только через полюсные члены. Эти соотношения также хорошо согласуются с опытом (см. таблицу 1).

Важно отметить, что величины $\frac{\partial C^-}{\partial \nu}$ и B^+ слабо зависят от выбора неполюсной части пропагатора изобары. Имеется в виду, что практически один и тот же результат возникает при вычислении этих величин с помощью пропагатора (3.41) и дисперсионным методом (в пренебрежении шириной изобары).

Величина $\partial C^+ / \partial \nu$, как видно из таблицы 1, дается, в основном, вкладом изобары, который в этом случае также вычисляется однозначно. Однако, относительную величину вклада изобары и неполюсных членов в $\partial C^+ / \partial \nu$ трудно оценить теоретически и поэтому неясно, какова ожидаемая ошибка, связанная с пренебрежением неполюсными членами.

В случае величин B^- и $\frac{\partial C^+}{\partial \nu}$ полюсные вклады определены неоднозначно и предсказаний для B^- и $\frac{\partial C^+}{\partial \nu}$ получить не удастся. В таблице вклад изобары вычислен с использованием пропагатора (3.41) и приведен из соображений полноты.

Дальнейшая проверка разложения в ряд могла бы быть осуществлена путем сравнения с опытом предсказаний для высших волн.

7. Таким образом, в πN -рассеянии подтверждаются все три основные гипотезы, используемые в методе мягких пионов: а) возможность разложения амплитуды в ряд по импульсам π -мезонов, б) сохранение аксиального тока при $\mu^2=0$, в) предположение (3.27) о виде коммутатора аксиальных зарядов.

§ 3. $\pi\pi$ -рассеяние

В настоящем параграфе рассматриваются следствия из предположений 1-4У для амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния. Основные результаты были получены в работе /14/.

1. Остановимся коротко на феноменологии $\pi\pi$ -рассеяния. Удовлетворяющая требованиям кроссинг-симметрии и изотопической инвариантности амплитуда процесса

$$\pi(q_1) + \pi(q_2) \rightarrow \pi(q_3) + \pi(q_4) \quad \text{имеет вид}$$

$$T = (\vec{\varphi}_1 \vec{\varphi}_2)(\vec{\varphi}_3 \vec{\varphi}_4) A(q_1, q_2; q_3, q_4) + (\vec{\varphi}_1 \vec{\varphi}_3)(\vec{\varphi}_2 \vec{\varphi}_4) A(q_1, q_3; q_2, q_4) + (\vec{\varphi}_1 \vec{\varphi}_4)(\vec{\varphi}_2 \vec{\varphi}_3) A(q_1, q_4; q_2, q_3), \quad (3.43)$$

где $\vec{\varphi}_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) - изотопические волновые функции π -мезонов, $A(q_1, q_2; q_3, q_4)$ - инвариантная функция импульсов частиц, симметричная относительно перестановок $q_1 \leftrightarrow q_2; q_3 \leftrightarrow q_4; q_1 \leftrightarrow q_3, q_2 \leftrightarrow q_4$.

Предположим для $A(q_1, q_2; q_3, q_4)$ разложение по импульсам и ограничимся в этом разложении квадратичными членами (обсуждение этой гипотезы см. п.6 ил.7). Тогда

$$A(q_1, q_2; q_3, q_4) = \alpha + \beta [(q_1 + q_2)^2 - \mu^2] + \gamma [q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 - 3\mu^2], \quad (3.44)$$

где α, β, γ - коэффициенты разложения.

В рассматриваемом приближении отличны от нуля фазы рассеяния S -волн в состояниях с изотопическим спином $T=0,2$ $\delta_{0,2}$ и p -волны с $T=1$ δ_1 , которые выражаются через инвариантные амплитуды процессов следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{E\delta_0}{q} &= \frac{1}{32\pi} T_0 = \frac{1}{32\pi} [3T(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0) + T(\pi^+\pi^+ \rightarrow \pi^+\pi^+)] = \\ &= \frac{\mu^2}{32\pi} [7\beta + 5g + 8\beta \frac{q^2}{\mu^2}], \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \frac{E\delta_2}{q} &= \frac{1}{32\pi} T_2 = \frac{1}{32\pi} T_2 = \frac{1}{32\pi} (\pi^+\pi^+ \rightarrow \pi^+\pi^+) = \\ &= \frac{\mu^2}{16\pi} [g - \beta - 2\beta \frac{q^2}{\mu^2}], \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \frac{E\delta_1}{q^3} &= \frac{T_1}{96\pi q^2 \cos\theta} = \frac{1}{96\pi q^2 \cos\theta} [2T(\pi^+\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^0) - T(\pi^+\pi^+ \rightarrow \pi^+\pi^+)] = \\ &= \frac{\beta}{24\pi}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

где E , q , θ - энергия, модуль трехмерного импульса и угол рассеяния в системе ц.и.

Введем длины рассеяния S -и p -волн $a_{0,2}$, a_1 и параметры $b_{0,2}$, характеризующие зависимость S -волн от энергии

$$\frac{E\delta_{0,2}}{q} = \mu a_{0,2} + q^2 b_{0,2} \quad (3.48)$$

$$\frac{E\delta_1}{q^3} = a_1$$

2. Из предположения о квадратичном разложении амплитуды и кроссинг-симметрии следует три соотношения для введенных выше параметров

$$\frac{1}{4\pi\beta} = b_0 = -2b_2 = 6a_1 = \frac{1}{3\mu} (2a_0 - 5a_2) \quad (3.49)$$

Ни одно из этих соотношений в настоящее время не может быть надежным образом проверено.

3. Как показано в §1 настоящей главы, сохранение аксиального тока приводит к обращению амплитуды в нуль, когда импульс одного из мезонов равен нулю, а остальные мезоны находятся на массовой поверхности. Это условие приводит к тому, что

$$\alpha = 0 \quad (3.50)$$

Условие (3.50) само по себе не приводит к каким-либо соотношениям между наблюдаемыми величинами, в отличие случая πN -рассеяния (см. предыдущий параграф). Это связано с тем, что мы учитываем зависимость от масс и в физической области в амплитуду входит только комбинация $\alpha + \chi\mu^2$. Зависимость от масс нужно учитывать потому, что, как следует из формул (3.44)(3.50), вся амплитуда вблизи по-

рога составляет величину $\sim \mu^2$.

4. Для вывода следствий из гипотезы II нам удобно рассмотреть конкретный процесс $\pi^+(q_1) + \pi^0(+q_2) \rightarrow \pi^0(-q_3) + \pi^+(-q_4)$, амплитуда которого равна

$$T(\pi^+\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^+) = \beta [(q_1 + q_4)^2 - \mu^2] + \gamma (q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 - 3\mu^2) \quad (3.51)$$

Выберем $q_1 = -q_3 = q$; $q_2 = -q_4 = p$, $p^2 = \mu^2$ и устремим q к нулю. Так же, как и в случае πN -рассеяния частичное сохранение аксиального тока дает при

$$(2\pi)^4 \delta^4(0) T(\pi^+\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^+)_{q \rightarrow 0} \rightarrow i c^2 \sqrt{2} \int dt \langle \pi^+ | [\dot{A}^3(t), A^+(t)] + i k_0 [A^3(t), A^+(t)] | \pi^0 \rangle + O(k^2) \quad (3.52)$$

Используя для коммутатора аксиальных зарядов выражение $[A^3(t), A^+(t)] = V^+$ и соотношение $\langle \pi^+ | \pi^+ \rangle = 2\rho_0 (2\pi)^3 \delta^3(0)$, получаем из сравнения формул (3.52) и (3.51)

$$\beta = 2c^2 \quad (3.53)$$

$$(2\pi)^4 \delta^4(0) \gamma \mu^2 = i c^2 \sqrt{2} \int dt \langle \pi^+ | [\dot{A}^3(t), A^+(t)] | \pi^0 \rangle \quad (3.54)$$

Соотношение (3.53) определяет абсолютную величину параметров, входящих в правую часть равенства (3.49).

5. Таким образом, в разложении (3.44) остался неизвестным один коэффициент γ . Для безмассовых π -мезонов этот коэффициент не входит в выражение для амплитуды на массовой поверхности. При $\mu^2 \neq 0$ это не так, что связано с нарушением $SU(2) \otimes SU(2)$ симметрии. Как уже отмечалось, при энергиях порядка массы π -мезона член пропорциональный γ в формуле (3.44) вносит, вообще говоря, существенный вклад.

Коэффициент γ определяется из дополнительного предположения (2.16) о свойствах нарушающего $SU(2) \otimes SU(2)$ - симметрию взаимодействия,

$$[\dot{A}^i(t), A^k(t)] \sim \delta^{ik}. \text{ Тогда } [\dot{A}^3(t), A^+(t)] = 0 \quad \text{и}$$

$$\gamma = 0, \quad (3.55)$$

что вместе с условием (3.50) приводит к следующему соотношению

$$7a_2 = -2a_0 \quad (3.56)$$

Для длин рассеяния окончательно получаем

$$a_0 = 0,2 \mu^{-1}, \quad a_2 = -0,06 \mu^{-1} \quad (3.57)$$

6. Отметим, что хотя длины рассеяния малы, S -волновые фазы согласно формулам (3.45,46) быстро растут с энергией. Так при суммарной энергии, равной 500 Мэв, δ_0 составляет 35° . Однако следует иметь в виду, что мы пренебрегали мнимой частью амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния, которая при $\delta_0 = 35^\circ$, не мала. Поэтому этот результат может рассматриваться только как оценка величины δ_0 при $E = 500$ Мэв.

Имеющиеся экспериментальные данные, по-видимому, приводят к большим ($a_0 \sim 1 \mu^{-2}$) длинам $\pi\pi$ -рассеяния, что противоречит предсказанию (3.50). Значения фаз рассеяния были получены из анализа реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ (35%), распадов $K \rightarrow 3\pi$ (36%), $K \rightarrow 2\pi\gamma$ (37%). Неясно, однако, насколько надежны данные о длинах рассеяния, полученные этими косвенными методами.

7. В заключение сделаем несколько замечаний по поводу использованных гипотез. Основной является предположение о представлении амплитуды в виде полинома (3.38). Это означает, в частности, что мы пренебрегаем вкладом пороговых особенностей, что допустимо только при малых длинах рассеяния. Поэтому судить о справедливости гипотез 1-11 путем сравнения полученных теоретических предсказаний с опытом можно только в том случае, если экспериментально длины рассеяния окажутся малыми. Напомним, что в случае πN -рассеяния условие малости длин рассеяния было выполнено.

Разложение (3.38) может нарушаться также, если амплитуда имеет полюс на расстоянии $\sim \mu$ от порога, что отвечает двухпионному резонансу. Ширина этого резонанса могла быть тоже порядка μ . Отметим, что сильное S -волновое $\pi\pi$ -взаимодействие в случае πN -рассеяния могло сказаться только на величине $\frac{\partial \sigma^+}{\partial \tau}$, для которой мы не смогли получить каких-либо предсказаний.

ФОТО - И ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЕ π -МЕЗОНОВ

В этой главе мы переходим к рассмотрению процессов, обусловленных электромагнитными или слабыми взаимодействиями. Основное отличие от сильных процессов заключается в том, что эти взаимодействия нарушают $SU(2) \otimes SU(2)$ симметрию даже в пределе $\mu^2=0$, поэтому коммутаторы аксиальных зарядов с соответствующими гамильтонианами H отличны от нуля.

Мы будем часто пользоваться редуцированной формулой, которая для слабого или электромагнитного процесса $\alpha \rightarrow \beta \pi$ имеет вид

$$M = \langle \beta \pi | H(0) | \alpha \rangle = -i \int dx e^{iqx} (\square - \mu^2) \langle \beta | T \{ H(0) \varphi(x) \} | \alpha \rangle \quad (4.1)$$

В пределе нулевого импульса π -мезона q получаем

$$\begin{aligned} M \xrightarrow{q \rightarrow 0} & i c \int dx e^{iqx} \langle \beta | T \{ \partial_\mu a_\mu(x) H(0) \} | \alpha \rangle = \\ & = i c \langle \beta | [H(0), A(0)] + c q_\mu \int dx e^{iqx} \langle \beta | T \{ a_\mu(x) H(0) \} | \alpha \rangle, \end{aligned} \quad (4.2)$$

то есть амплитуда в этой точке выражается через коммутатор аксиального заряда A с гамильтонианом (во втором слагаемом надо учесть лишь полюсные вклады). Используя определенные предположения о виде этих коммутаторов и экстраполяционные формулы для амплитуд можно, исходя из равенства (4.2) получать предсказания для измеряемых на опыте величин.

§ 1. Фоторождение π -мезонов

В этом параграфе рассматривается амплитуда фоторождения π -мезонов на нуклонах вблизи порога. В п.1 доказана теорема Кролла-Рудермана [9], согласно которой амплитуда фоторождения с точностью до (удерживаемых) членов нулевого порядка по импульсу фотона K описывается полюсными и контактной диаграммами. Это утверждение является частным случаем теоремы Лоу [10], при доказательстве которой мы будем следовать работе [38]. В п.2 показано, что из сохранения аксиального тока следует обращение в ноль линейных по импульсам фотона или π -мезона членов в неполюсной части амплитуды [38, 39]. В п.3 проводится сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными.

1. Для определенности рассмотрим реакцию рождения π^+ -мезона на протоне



Амплитуду этого процесса запишем в виде

$$T(\gamma p \rightarrow n \pi^+) = e \epsilon_\mu M_\mu = -e \epsilon_\mu \langle n \pi^+ | j_\mu(0) | p \rangle, \quad (4.4)$$

где ϵ_μ - вектор поляризации γ - кванта, $j_\mu(0)$ - оператор электромагнитного тока адронов, $e^2/4\pi = \alpha = 1/137$.

В матричном элементе M_μ удобно выделить (см. рис. 3) вклады нуклонных полюсных графиков M_μ^p и M_μ^n , мезонного полюсного графика M_μ^π и контактный член M_μ^c , который получается из псевдовекторной πNN -вершины заменой $\partial_\mu \rightarrow \partial'_\mu + i e A_\mu$

$$M_\mu = M_\mu^p + M_\mu^n + M_\mu^\pi + M_\mu^c + \tilde{M}_\mu \quad (4.5)$$

Явные выражения для этих вкладов имеют следующий вид

$$M_\mu^p = i f \sqrt{2} \bar{u}_2 \hat{q} \gamma_5 \frac{1}{\hat{p}_2 + \hat{q} - m} (\gamma_\mu - \frac{k^p}{2m} \sigma_{\mu\nu} k_\nu) u_1, \quad (4.6)$$

$$M_\mu^n = -i f \sqrt{2} \bar{u}_2 \left(-\frac{k^n}{2m} \sigma_{\mu\nu} k_\nu \right) \frac{1}{\hat{p}_1 - \hat{q} - m} \hat{q} \gamma_5 u_1, \quad (4.7)$$

$$M_\mu^\pi = -i f \sqrt{2} \frac{(2q - k)_\mu}{(q - k)^2 - \mu^2} \bar{u}_2 (\hat{q} - \hat{k}) \gamma_5 u_1, \quad (4.8)$$

$$M_\mu^c = i f \sqrt{2} \bar{u}_2 \gamma_\mu \gamma_5 u_1, \quad (4.9)$$

где p_1, p_2 - импульсы начального и конечного нуклонов, q - импульс π -мезона, k^p, k^n - аномальные магнитные моменты протона и нейтрона.

Легко убедиться, что сумма полюсных и контактной диаграмм поперечна и поэтому должно выполняться условие $k_\mu \tilde{M}_\mu = 0$. Разложим \tilde{M}_μ в ряд по импульсу фотона k . Поскольку все сингулярные при $k \rightarrow 0$ вклады выделены, то величина $\tilde{M}_\mu(0)$ должна быть конечной. Тогда из ортогональности постоянного вектора $\tilde{M}_\mu(0)$ и произвольного вектора k_μ следует, что $\tilde{M}_\mu(0) = 0$. Пренебрегая линейными по k членами мы получаем, таким образом, что амплитуда описывается контактной и полюсными диаграммами.

Точность предсказания для амплитуды фоторождения можно улучшить, если воспользоваться, как в случае πN -рассеяния, свойствами амплитуды относительно преобразования кроссинга. Для того, чтобы формфакторы имели определенную четность относительно преобразований кроссинга необходимо рассмотреть сумму M_μ^+ и разность M_μ^- амплитуд рождения π^+ -мезонов на протонах и π^- -мезонов на нейтронах. Кроссинговые свойства амплитуд рождения нейтральных пионов то же, что и суммы амплитуд рождения заряженных π -мезонов.

Разложение \tilde{M}_μ по инвариантным амплитудам задается четырьмя независимыми формфакторами

$$\tilde{M}_\mu = \sum_{i=1}^4 V_i \bar{u}_2 O_\mu^i u_1$$

$$O_\mu^1 = \gamma_5 \delta_{\mu\nu} K_\nu \quad \eta_1 = +1 \quad (4.10)$$

$$O_\mu^2 = \gamma_5 [(p_1 + p_2)_\mu (q, k) - q_\mu k (p_1 + p_2)] \frac{\hat{q} - \hat{k}}{2m} \quad \eta_2 = +1$$

$$O_\mu^3 = \gamma_5 [\gamma_\mu (q, k) - q_\mu \hat{k}] \quad \eta_3 = -1$$

$$O_\mu^4 = -i \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \gamma_\nu K_\rho q_\sigma \quad \eta_4 = +1$$

Формфакторы V_i^\pm зависят от инвариантных переменных $t = (k - q)^2$ и $y = (k + q)(p_1 + p_2)/4m$. Числа η_i дают четность соответствующих формфакторов при преобразованиях кроссинга, $V_i^\pm(y, t) = \pm \eta_i V_i^\pm(-y, t)$.

Из формул (4.10) следует, что в линейном по k, q приближении для амплитуды фоторождения следует учитывать только вклад формфактора V_1^+ , причём этот вклад одинаков в случае рождения π^+ и π^- мезонов. Члены нулевого порядка имеют при этом разные знаки, и поэтому коэффициент $V_1^+(0, 0)$ выпадает из выражения для суммы сечений рождения заряженных мезонов [34, 9/

$$\left\{ \frac{k}{|\vec{q}|} \left[\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p \rightarrow n \pi^+) + \frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma n \rightarrow p \pi^-) \right] \right\}_{\vec{q} \rightarrow 0} = \frac{e^2 f^2 (1 + \frac{\mu}{2m})^2}{4\pi^2 (1 + \frac{\mu}{m})^2}, \quad (4.11)$$

где выделен быстро меняющийся с энергией множитель $k/|\vec{q}|$, связанный с учетом фазового объёма.

2. До сих пор мы пользовались только калибровочной инвариантностью электромагнитов взаимодействий. Покажем, что из сохранения аксиального тока следует равенство нулю $V_1^+(0, 0)$ [39/.

Для этого воспользуемся формулой (4.2), где вместо $H(0)$ подставим оператор электромагнитного тока адронов $-j_\mu(0)$. Для коммутатора тока с аксиальным зарядом предположим [8/

$$[A^-(0), j_\mu(0)] = a_\mu^-(0) \quad (4.12)$$

При $q \rightarrow 0$ получаем

$$M_\mu^\pi + M_\mu^c + \tilde{M}_\mu \xrightarrow{q \rightarrow 0} i f \sqrt{2} \bar{u}_2 \left(j_\mu \gamma_5 - \frac{K_\mu \hat{k}}{k^2 - \mu^2} \gamma_5 \right) u_1, \quad (4.13)$$

где учтено, что нуклонные полюсные вклады в амплитуду фоторождения и во второй член в формуле (4.2) совпадают между собой.

Из явного вида M_μ^π, M_μ^c следует, что

$$\vec{M}_\mu \xrightarrow{q \rightarrow 0} 0, \quad V_1(q=0) = 0 \quad (4.14)$$

Иначе этот результат можно сформулировать как предсказание об относительной величине V_2^+ и V_2^-

$$\frac{V_2^+}{V_2^-} \ll 1, \quad (4.15)$$

так как разложение V_2^+ начинается теперь с квадратичных по импульсам членов, а V_2^- линейно по k, q в силу нечетности при преобразованиях кроссинга.

Соотношение (4.15) аналогично предсказанию (3.35) о величине отношения изотопически четной и нечетной длин πN -рассеяния. Используя соотношение (4.14) можно вычислить с точностью до квадратичных членов не только сумму сечений рождения заряженных мезонов, но и каждое из этих сечений в отдельности, а также сечение рождения нейтральных π -мезонов.

Отметим, что соотношение (4.12) для коммутатора аксиального заряда и электромагнитного тока эквивалентно предположению о минимальности электромагнитных взаимодействий [26]. Чтобы убедиться в этом, запишем амплитуду фоторождения несколько иначе чем в (4.2)

$$(2\pi)^4 \delta^4(p_1+k-p_2-q) T(\gamma p \rightarrow n\pi^+) = - \int dx e^{iqx} (\square - \mu^2) \langle n | \varphi^-(x) | \gamma p \rangle, \quad (4.16)$$

где мы воспользовались редукционной формулой по π^+ -мезонному полю. Поскольку в процессе участвует γ -квант, то гипотезу частичного сохранения аксиального тока (2.12) надо записать с учетом электромагнитных взаимодействий в первом порядке по заряду. Предположение о минимальности электромагнитных взаимодействий приводит к замене в формуле (2.12) $\partial_\mu a_\mu^\pm$ на $\partial_\mu a_\mu^\pm \pm ie A_\mu a_\mu^\pm$, после чего получаем

$$(2\pi)^4 \delta^4(0) T(\gamma p \rightarrow n\pi^+) \xrightarrow{q \rightarrow 0} -ie c \int dx e^{-iqx} \langle n | A_\mu(x) a_\mu^-(x) | \gamma p \rangle - \\ - ic q_\mu \int dx e^{-iqx} \langle n | a_\mu^-(x) | \gamma p \rangle, \quad (4.17)$$

что, как легко убедиться, тождественно с прежним результатом.

3. Перейдем теперь к сравнению полученных результатов с опытом. Теоретическое и экспериментальное значения порогового сечения рождения π^+ -мезонов на протонах равны соответственно

$$\left\{ \frac{K}{|q^2|} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p \rightarrow n\pi^+) \right\}_{\text{теор.}} = 15,5 \frac{\mu\text{б}}{\text{ср.}} \quad |40| \quad (4.18)$$

$$\left\{ \frac{K}{|q^2|} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p \rightarrow n\pi^+) \right\}_{\text{эксп.}} = (15,6 \pm 0,5) \frac{\mu\text{б}}{\text{ср.}} \quad |41| \quad (4.19)$$

и прекрасно согласуются между собой.

Также хорошо подтверждается экспериментально предсказание о величине отношения пороговых сечений рождения π^+ и π^- -мезонов

$$\left[\frac{d\sigma}{d\Omega} (\gamma n \rightarrow p \pi^-) / \frac{d\sigma}{d\Omega} (\gamma p \rightarrow n \pi^+) \right]_{\text{теор.}} = 1,3 \quad (4.20)$$

$$\left[\frac{d\sigma}{d\Omega} (\gamma n \rightarrow p \pi^-) / \frac{d\sigma}{d\Omega} (\gamma p \rightarrow n \pi^+) \right]_{\text{эксп.}} = 1,265 \pm 0,075 \quad |41| \quad (4.21)$$

Следует, однако, оговориться, что в силу равенства (4.11) только одно из предсказаний (4.18, 20) может рассматриваться как следствие алгебры токов, поскольку сумма сечений определяется из калибровочной инвариантности и гипотезы о разложении в ряд амплитуды.

Большой интерес представляет сравнение с опытом предсказания о величине сечения рождения нейтральных пионов, которое определяется линейными членами и не может быть вычислено без использования алгебры токов.

Согласно имеющимся экспериментальным оценкам [42]

$$\lim_{q \rightarrow 0} \frac{k}{|q|} \frac{d\sigma}{d\Omega} (\gamma p \rightarrow p \pi^0) \Big|_{\text{эксп.}} = \begin{pmatrix} 0,07 \pm 0,02 \\ 0,06 \pm 0,04 \end{pmatrix} \frac{\mu\text{б}}{\text{ст.}}, \quad (4.22)$$

в то время как теоретическое значение сечения равно

$$\lim_{q \rightarrow 0} \frac{k}{|q|} \frac{d\sigma}{d\Omega} (\gamma p \rightarrow p \pi^0) \Big|_{\text{эксп.}} = 0,24 \frac{\mu\text{б}}{\text{ст.}} \quad (4.23)$$

Следует, однако, иметь в виду, что при экспериментальном определении сечения используется экстраполяция данных, полученных при таких энергиях, когда вклад p -волны по крайней мере на порядок превышает интересующий нас вклад S -волны.

Если удерживать в амплитуде только члены нулевого порядка, то можно найти ход сечения с энергией. На рис.4, заимствованном из работы [40], теоретическая кривая (сплошная линия) сравнивается с экспериментальными данными. Поскольку члены нулевого порядка по K определяются из требования калибровочной инвариантности, то сравнение этого предсказания с опытом проверяет только возможность разложения амплитуды в ряд.

Учитывать линейные члены при вычислении хода сечения с энергией нельзя, так как мы не рассматривали вклада изобары, который составляет величину того же порядка, что и линейные члены. При вычислении порогового значения сечения амплитуды S -волны — учет изобары несуществен.

Таким образом, из вышеизложенного следует, что основные черты фоторождения при низких энергиях находят удовлетворительное описание в рамках используемого подхода.

§ 2. Электророждение π -мезонов

В этом параграфе получены теоретические предсказания для амплитуды электророждения π -мезонов при условии малости относительного импульса конечного нуклона и π -мезона. В пп. 1,2 рассматривается случай небольшого переданного лептонам импульса, в п.3 - случай, когда этот импульс относительно велик, порядка Гэв/с.

1. В однофотонном приближении амплитуда электророждения записывается в виде

$$T(e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+) = \frac{4\pi\alpha}{K^2} \bar{u}_2 \gamma_\mu u_1 M_\mu, \quad (4.25)$$

$$M_\mu = - \langle n \pi^+ | j_\mu(0) | p \rangle,$$

где u_1, u_2 - волновые функции начального и конечного электрона, K - переданный электронам импульс (импульс виртуального фотона).

Если переданный лептонам импульс мал, порядка μ , то амплитуду электророждения можно разложить в ряд по K и q . Из полученных в предыдущем параграфе результатов следует, что вплоть до линейных по K, q членов матричный элемент дается суммой полюсных и контактной диаграмм. Явные выражения для вкладов этих диаграмм приведены в формулах (4.6-9). В линейном по K, q приближении амплитуды фото- и электророждения не отличаются друг от друга.

2. Ясно, что для того, чтобы получить предсказания специфические для электророждения, нужно рассмотреть зависимость M_μ от K^2 . Согласно соотношениям (4.2,12) члены пропорциональные K^2 в разложении M_μ выражаются через производную по K^2 от аксиального формфактора нуклона /43/. Зависимость от K^2 полюсных графиков связана с электрическими радиусами частиц.

Поэтому во втором порядке по K, q теоретически неопределенными в амплитуде электророждения остаются только члены пропорциональные одновременно K и q . Соответствующие формфакторы $V_3/q=0, V_4/q \neq 0, \partial V_1/\partial \nu|_{q=0}$ могут быть определены в опытах по фоторождению.

Имея в виду эти замечания, легко получить выражение для матричного элемента M_μ справедливое с точностью до членов второго порядка по K, q включительно /26/.

$$\begin{aligned} M_\mu = & -if\sqrt{2} \bar{u}_2 \left\{ \hat{q} \gamma_5 \frac{1}{\hat{p}_2 + \hat{q} - m} \left[\gamma_\mu (1 + F_p'(0) K^2) - \frac{K^\rho}{2m} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} K_\nu \right] + \right. \\ & + \left[\gamma_\mu F_n'(0) K^2 - \frac{K^\rho}{2m} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} K_\nu \right] \frac{1}{\hat{p}_1 - \hat{q} - m} \hat{q} \gamma_5 + (\hat{q} - \hat{k}) \gamma_5 \frac{(2q-k)_\mu + 2F_1(0) [q_\mu K^2 - K_\mu (kq)]}{(q-k)^2 - \mu^2} \\ & - \gamma_\mu \gamma_5 - [F_p'(0) - F_n'(0)] K_\mu \hat{q} \gamma_5 - \frac{q'(0)}{q_A} \gamma_5 (K_\mu \hat{k} - \gamma_\mu \hat{k}) \left. \right\} u_1 - \\ & - i \bar{u}_2 \left\{ V_4(0) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \gamma_\nu K_\rho q_\sigma + i V_3(0) \gamma_5 (\gamma_\lambda (q_k) - q_\lambda \hat{k}) + i \nu \frac{\partial V_3(0)}{\partial \nu} \gamma_5 \epsilon_{\lambda\sigma\tau\epsilon} K_\tau \right\} u_1 \end{aligned} \quad (4.26)$$

где $F_{\pi}^{\prime}(0), F_{p}^{\prime}(0), F_{n}^{\prime}(0)$ - значения производных по K^2 при $K^2=0$ от электрических формфакторов π -мезона, протона и нейтрона соответственно. Заметим, что формула (4.26) применима, строго говоря, только на пороге рождения π -мезона, поскольку мы не рассмотрели вклада изобары. В этом приближении вкладом формфактора $V_4(0,0)$ можно пренебречь.

3. Для малых импульсов виртуального фотона проверка следствий из сохранения аксиального тока затрудняется тем, что основная часть матричного элемента определяется из одного требования калибровочной инвариантности. Однако в случае электророждения можно отбирать такие события, когда родившийся π -мезон покоится относительно конечного нуклона, а K^2 велико. Пренебрегая членами порядка q получаем тогда из соотношений (4.2,12) /44/

$$M_{\mu} = i \frac{g(k^2)}{g_A} f \sqrt{2} \bar{u}_2 \left(\gamma_{\mu} - \frac{k_{\mu} \hat{K}}{K^2} \right) \gamma_5 u_1 - i f \sqrt{2} \bar{u}_2 \left\{ \hat{q} \gamma_5 \frac{1}{\hat{p}_2 + \hat{q} - m} \right. \\ \left. + \left[\gamma_{\mu} F_1^{p,n}(k^2) - \frac{1}{2m} \epsilon_{\mu\nu\kappa\lambda} F_2^{p,n}(k^2) \right] + \left[\gamma_{\mu} F_1^{\pi}(k^2) - \frac{1}{2m} \epsilon_{\mu\nu\kappa\lambda} F_2^{\pi}(k^2) \right] \frac{1}{\hat{p}_1 - \hat{q} - m} \hat{q} \gamma_5 \right\} u_1 \quad (4.27)$$

где $F_{1,2}^{p,n}$ - зарядовые и магнитные формфакторы протона и нейтрона, $g(k^2)$ - аксиальный формфактор. Отметим, что выражение (4.27) поперечно только с точностью до отброшенных линейных по q членов.

Как и в случае πN -рассеяния следует, вообще говоря, учитывать отдельно вклад изобары $N^*(1236)$ в прямом и перекрестном каналах. Однако этот вклад на пороге рождения мезона оказывается численно малым, $\lesssim 10\%$.

Соотношение (4.27), вообще говоря, применимо при любых K^2 . Однако, в области асимптотически больших K^2 , когда формфакторы становятся малыми, может случиться, что линейные по q члены падают с ростом K^2 медленнее, так что равенство (4.27) нарушается.

Полная проверка соотношения (4.27), по-видимому, очень трудна прежде всего из-за необходимости предварительного определения аксиального формфактора $g(k^2)$. Можно попытаться обратить задачу и рассматривать формулу (4.27) как основу для экспериментального определения $g(k^2)$. Справедливость же предположения о разложимости амплитуды в ряд по импульсу q могло бы быть проверено путем сравнения с опытом предсказания для сечения образования нейтральных π -мезонов, которое в рассматриваемом приближении выражается только через вклад полюсных графиков и не содержит не известных в настоящее время величин. Кроме того, формула (4.27) накладывает серьезные ограничения на спиновую структуру амплитуды рождения заряженных π -мезонов, что также открывает возможности для проверки соотношения (4.27).

ЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ К-МЕЗОНОВ

В этой главе рассматриваются следующие процессы: $K \rightarrow l\nu$ (K_{l2} - распады), $K \rightarrow \pi l\nu$ (K_{l3} - распады), $K \rightarrow \pi\pi l\nu$ (K_{l4} - распады); l обозначает мюон или электрон, ν -нейтрино.

В п.1 содержатся необходимые сведения по феноменологии этих распадов (см., например /16,45/). В пп. 2,3 получены теоретические предсказания для формфакторов, описывающих K_{l3} и K_{l4} -распады /46,47/. В п.4 обсуждаются экстраполяционные формулы для формфакторов. В п.5 полученные результаты сравниваются с опытом.

1. Лептонные распады К-мезонов обусловлены слабым током адронов с изменением странности $|\Delta S|=1$, векторную и аксиальную часть которого мы будем обозначать γ_μ^S и α_μ^S . Считается, что изотопический спин меняется в распадах на $\Delta T^3=1/2$.

Матричный элемент K_{l2} распада записывается в виде

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | a_\mu^S | K \rangle \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_l; \quad \langle 0 | a_\mu^S | K \rangle = i f_K p_\mu, \quad (5.1)$$

где u_ν, u_l - волновые функции лептонов, p - импульс К-мезона, $G = (1.01 \pm 0.01) 10^{-5} m_p^{-2}$, f_K - константа. Вероятность K_{l2} распада связана с f_K следующим образом

$$W(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu) = \frac{G^2 f_K^2 m_\mu^2 m_K (1 - \frac{m_\mu^2}{m_K^2})^2}{8\pi} \quad (5.2)$$

Матричный элемент K_{l3} -распада описывается двумя независимыми формфакторами $f_+(K^2), f_-(K^2)$, где K^2 - квадрат переданного лептонам импульса

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \langle \pi | \gamma_\mu^S | K \rangle \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_l, \quad (5.3)$$

$$\langle \pi | \gamma_\mu^S | K^0 \rangle = \sqrt{2} \langle \pi^0 | \gamma_\mu^S | K^+ \rangle = - [f_+(K^2)(p+q)_\mu + f_-(K^2)(p-q)_\mu],$$

где p, q - импульсы К-, π -мезонов. В случае K_{l3} -распада вкладом формфактора f_- , который пропорционален массе лептона, можно пренебречь. Если дополнительно предположить, что f_+ не зависит от K^2 , то вероятность распада равна

$$W(K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu) = \frac{G^2 f_+^2 m_K^2}{2 \cdot 768 \pi^3} \cdot 0.58 \quad (5.4)$$

Отношение формфакторов $f_1/f_2 = \xi$ можно определить из вероятности распада (два решения) или из поляризационных опытов.

Матричный элемент K_{e4} распада равен

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \langle \pi\pi | v_\mu^S + a_\mu^S | K \rangle \cdot \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_e, \quad (5.5)$$

$$\langle \pi^+\pi^- | a_\mu^S | K^+ \rangle = -i \{ (q_+ + q_-)_\mu f_1 + (q_+ - q_-)_\mu f_2 + (p - q_+ - q_-)_\mu f_3 \},$$

$$\langle \pi^+\pi^- | v_\mu^S | K^+ \rangle = f_4 \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_\nu q_\rho^+ q_\sigma^-,$$

где p, q_+, q_- — импульсы K^+, π^+, π^- — мезонов соответственно и опущены аргументы функций f_{1-4} . Вклад формфакторов f_3, f_4 в вероятность распада мал и если считать f_1, f_2 константами, то

$$W(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^- e^+\nu) = \frac{G^2 m_K^2}{2^{10} \cdot 360 \pi^5} (f_1^2 \cdot 0,0296 + f_2^2 \cdot 0,0029)$$

2. Значение амплитуд K_{e3}, K_{e4} — распадов при равном нулю импульсе π -мезона определяется формулой (4.2), где вместо $H(0)$ следует подставить оператор $v_\mu^S + a_\mu^S$. Поскольку π -мезон не может быть испущен из внешней, K -мезонной линии, то второй член в соотношении (4.2) равен в данном случае нулю. Для коммутаторов токов с аксиальными зарядами A^i ($i = 1, 2, 3$) предположим [8]

$$[v_\mu^S, A^i] = [a_\mu^S, V^i]; \quad [a_\mu^S, A^i] = [v_\mu^S, V^i], \quad (5.6)$$

где V^i — векторный заряд. Предположение (5.6) выполняется в модели кварков или модели Сакаты, если затравочные константы векторного и аксиального взаимодействия равны между собой ($V-A$ вариант в обычных обозначениях).

Коммутаторы в правой части соотношений (5.6) могут быть вычислены в явном виде, поскольку известно, что слабый ток является компонентой изотопического дублета.

Для матричного элемента $K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu$ распада получаем при $q \rightarrow 0$

$$\lim_{q \rightarrow 0} \langle \pi^0 | v_\mu^S | K^+ \rangle = i c \sqrt{2} \langle 0 | [a_\mu^S, V^3] | K^+ \rangle = i \frac{c}{\sqrt{2}} \langle 0 | a_\mu^S | K^+ \rangle = -\frac{c f_K}{\sqrt{2}} \quad (5.7)$$

где мы подействовали оператором V^3 на обкладки^{x)}. Из соотношения (5.7) следует,

$$x) \quad \begin{aligned} & \langle K^0 | V^3 | K^0 \rangle = \pm \frac{1}{2} \langle K^0 | K^0 \rangle; \quad \langle \pi^\pm | V^3 | \pi^\pm \rangle = 0, \quad \langle \pi^0 | V^3 | \pi^0 \rangle = \mp \sqrt{2} \langle \pi^\pm | \pi^\pm \rangle, \quad \langle \pi^\pm | V^3 | \pi^\mp \rangle = \\ & = \pm \sqrt{2} \langle \pi^0 | \pi^0 \rangle, \quad \langle \pi^0 | V^3 | \pi^0 \rangle = 0, \quad \langle \pi^\pm | V^3 | \pi^\pm \rangle = \pm \langle \pi^\pm | \pi^\pm \rangle \end{aligned}$$

Заметим, что часто используются (в частности, в книге [16]) выбор фаз, отличающийся знаком состояния $|\pi^+\rangle$.

$$f_+(m_K^2) + f_-(m_K^2) = c f_K \quad (5.8)$$

Аналогично для формфакторов $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu$ распада получаем

$$f_3|_{q_+ = 0} = 0 \quad (5.9)$$

$$(f_1 - f_2)|_{q_+ = 0} = 0 \quad (5.10)$$

$$(f_1 + f_2)|_{q_- = 0} = 2c f_+ \quad (5.11)$$

$$f_3|_{q_- = 0} = c(f_+ + f_-) \quad (5.12)$$

3. Для того, чтобы из условий (5.8-12) получить предсказания для амплитуды в физической области нужно воспользоваться какими-то экстраполяционными формулами для формфакторов. Простейшей возможностью является следующая: величины f_{\pm} , $f_{1,2}$ не зависят от своих аргументов, а формфактор f_3 представляет собой константу плюс вклад диаграммы с блоком πK -рассеяния, представленной на рис.6 (эта диаграмма вносит вклад только в f_3). Поясним последнее предположение. Изотопически-нечетная часть πK -рассеяния может быть вычислена так же, как в § 2 гл.3 вычислена изотопически-нечетная часть амплитуды πN -рассеяния. Нетрудно убедиться, что вклад диаграммы рис.6 в f_3 равен

$$-\frac{1}{2} c^2 f_K \frac{(q_+ - q_-)(2p - q_+ - q_-)}{(p - q_+ - q_-)^2 - m_K^2} \quad (5.13)$$

В зависимости от того, стремится ли к нулю импульс q_+ или q_- этот вклад варьируется на $c^2 f_K$ что, согласно равенствам (5.8, 12) сравнимо с величиной f_3 . Более того, если из соотношения (5.12) определить постоянную часть f_3 , то соотношение (5.10) следует из предположения о том, что вся зависимость f_3 от импульсов связана с диаграммой рис.6 и гипотезы о виде экстраполяционной формулы и (5.6) оказываются, таким образом, самосогласованными.

Окончательно решение для формфакторов f таково:

$$1 + \xi = \frac{c f_K}{f_+}, \quad f_1 = f_2 = c f_+, \quad f_3 = c^2 f_K \left[\frac{1}{2} - \frac{(q_+ - q_-)p}{(p - q_+ - q_-)^2 - m_K^2} \right] \quad (5.14)$$

Величина f_+ остается неопределенной и должна быть взята из опыта.

4. Подчеркнем, что вопрос о виде экстраполяционных формул не может быть решен теоретически в рамках рассматриваемых гипотез. Поэтому предположение о постоянстве формфакторов $f_{\pm}, f_{1,2}$ отнюдь не является обязательным и вызвано скорее недостатком экспериментальных данных и желанием получить предсказания, которые, хотя бы грубо, можно сравнить с опытом. В настоящее время есть только экспериментальные оценки зависимости f_+ от K^2 /48/

$$f_+(K^2) \approx f_+(0) \left[1 + 0,023 \frac{K^2}{\mu^2} \right]. \quad (5.15)$$

Видно, что при изменении K^2 от 0 до m_K^2 f_+ меняется примерно на 30%. Ясно, что эффекты такого порядка было бы желательно учесть.

Если формфакторы разлагаются в ряд по инвариантным переменным, то изменение теоретических предсказаний с учетом первых членов разложения достаточно тривиально. Предположение о возможности разложения в ряд представляется вполне разумным для $f_+(K^2)$ и $f_-(K^2)$. В случае K_{e4} распада весьма существенным может оказаться $\pi\pi$ -взаимодействие. Если это взаимодействие велико при низких энергиях, то в настоящее время не ясно, как продолжать амплитуду K_{e4} распада из физической области в точку $q^2 \neq 0$.

5. Перейдем к сравнению решения (5.14) для формфакторов K_{e3} и K_{e4} распадов с опытом. Если принять вероятность распада $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$ равной $4,0 \cdot 10^8 \text{ сек}^{-1}$, то для вероятности распада $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu$ получаем

$$W(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu) = 1,6 \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1} \quad (5.16)$$

Экспериментально значение равно /37/

$$W(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu) = (2,6 \pm 0,3) \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1} \quad (5.17)$$

Расхождение теории с опытом составляет, таким образом, примерно 30% в амплитуде.

Для отношения формфакторов f_1/f_2 имеем

$$(f_1/f_2)_{\text{теор}} = 1, (f_1/f_2)_{\text{экс.}} = 0,8 \pm 0,3 /49/ \quad (5.18)$$

Можно предсказать также величину отношения формфакторов f_- и f_+ в K_{e3} -распаде

$$1 + \xi = 1,3 \quad (5.19)$$

Экспериментальная ситуация с определением величины ξ , по-видимому, совершенно неопределенная: есть группа опытов, согласно которым $\xi_{\text{экс.}}$ близко к $\xi_{\text{теор.}}$, в то время как ряд других экспериментов приводит к $\xi_{\text{экс.}} = 1$ (см., например, обзорные доклады /37,48/).

Уточнение экспериментальных данных о величине ξ и зависимости f_{\pm} от K^2 представляет большой интерес. Отметим еще раз, что, возможно, при сравнении теоретических предсказаний с опытом необходимо пользоваться более реалистической параметризацией формфакторов.

НЕЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ К-МЕЗОНОВ И ГИПЕРОНОВ

§ 1. Правило $\Delta T = 1/2$

1. Для рассмотрения слабых нелептонных распадов нужно прежде всего сделать гипотезу о трансформационных свойствах гамильтониана слабых взаимодействий H относительно группы $SU(2) \otimes SU(2)$, то-есть, предположить определенный вид коммутаторов H с аксиальными и векторными генераторами.

Коммутатор H с векторными генераторами характеризует его изоспиновую структуру, о которой мы не делаем каких-либо гипотез. Для коммутаторов H с аксиальными генераторами предположим /50/

$$[A^i(0), H(0)] = [V^i(0), H(0)] \quad (6.1)$$

Это соотношение имеет место /50/, если H составлен из векторных и аксиальных токов, которые входят в виде суммы $V_\mu + g_\mu$ ($V-A$ токи в обычной терминологии.). Тогда гамильтониан коммутирует с разностью векторных и аксиальных зарядов, что и приводит к равенству (6.1). Примером такой теории может служить известная модель слабых взаимодействий, согласно которой гамильтониан H равен произведению заряженных токов /13/.

Равенство нулю коммутатора H с $V-A$ отвечает тому, что в затравочное слабое взаимодействие входят только левовинтовые частицы.

2. Пусть затравочный гамильтониан не удовлетворяет правилу $\Delta T = 1/2$, как, например, в модели заряженных токов. Будет показано /50, 51, 52, 53/, однако, что соотношение (6.1) позволяет объяснить подавленность переходов с изменением изоспина $\Delta T > 1/2$, если в разложении амплитуды по импульсам π -мезонов ограничиться первыми членами.

Амплитуда слабого процесса $\alpha \rightarrow \beta \pi$, где α и β - произвольные состояния адронов, в пределе импульса π -мезона равного нулю дается формулой (4.2)

$$\langle \beta \pi | H(0) | \alpha \rangle \xrightarrow{q \rightarrow 0} i c \langle \beta | [H(0), A(0)] | \alpha \rangle + c g_\mu \int dx e^{iqx} \langle \beta | T \{ H(0) a_\mu(x) \} | \alpha \rangle \quad (6.2)$$

Во втором члене в правой части этого равенства при $q \rightarrow 0$ остается только вклад одночастичных промежуточных состояний, отвечающий тормозному испусканию π -мезонов из внешних линий (см. рис. 7а,б).

Применим сначала равенство (6.2) для рассмотрения амплитуд нелептонных распадов гиперонов /51/. Легко убедиться /54/, что полюсные графики (см. рис. 7 а,б) дают вклад только в амплитуду p -волн.

Для амплитуды S -волны (для определенности в распаде $\Lambda \rightarrow p \pi^-$) равенство (6.2) даёт

$$M_S(\Lambda \rightarrow p \pi^-) /_{q=0} = i c \langle p | [H, V^+] | \Lambda \rangle = - i c \langle n | H | \Lambda \rangle, \quad (6.3)$$

где мы воспользовались тем, что $V^+ | \Lambda \rangle = 0$, $V^- | p \rangle = | n \rangle$. Аналогичная

формула имеет место для амплитуды $M_S(\Lambda \rightarrow n\pi^0)$. В матричный элемент $\langle N|H|\Lambda \rangle$ вклад дает лишь та часть гамильтониана, которая изменяет изоспин на $1/2$. Поэтому если пренебречь изменением амплитуды при переходе от $q=0$ к физическому значению q , то амплитуды распадов $\Lambda \rightarrow p\bar{u}$ и $\Lambda \rightarrow n\pi^0$ должны удовлетворять правилу $\Delta T = 1/2$ даже в том случае, если гамильтониан H содержит члены с $\Delta T = 3/2$. То же самое рассуждение применимо и к S -волновой части распадов $\Sigma \rightarrow \Lambda\pi$.

В случае Σ -гиперонов получаем^{х)} при $q=0$

$$M_S(\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+) = -ic [\sqrt{2} \langle n|H|\Sigma^0 \rangle + \langle p|H|\Sigma^+ \rangle],$$

$$M_S(\Sigma^+ \rightarrow p\pi^0) = \frac{ic}{\sqrt{2}} \langle p|H|\Sigma^+ \rangle, \quad (6.4)$$

$$M_S(\Sigma^- \rightarrow n\pi^-) = ic\sqrt{2} \langle n|H|\Sigma^0 \rangle,$$

что приводит к соотношению

$$M_S(\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+) + M_S(\Sigma^- \rightarrow n\pi^-) + \sqrt{2}M_S(\Sigma^+ \rightarrow p\pi^0) = 0, \quad (6.5)$$

которое отличается от предсказания правила $\Delta T = 1/2$ знаком перед амплитудой $M_S(\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+)$. Поэтому, если гамильтониан удовлетворяет правилу $\Delta T = 1/2$, то амплитуда $M_S(\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+)$ должна обращаться в нуль. Если же H содержит переходы с $\Delta T > 1/2$, то, вообще говоря, нет оснований ожидать малости этой амплитуды. Экспериментально $M_S(\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+) \approx 0$, чему трудно найти объяснение в рамках рассматриваемых гипотез.

3. Амплитуды p -волн в распадах гиперонов экспериментально того же порядка, что и амплитуды S -волн. На первый взгляд может показаться, что это противоречит предположению о малости массы π -мезона, так как амплитуда p -волны содержит кинематический множитель $|q| \sim \mu$. На самом деле это не так, поскольку существуют графики с небольшой "обезразмеривающей" массой. Например, вклад полюсных графиков /54/, представленных на рис. 6 а, б пропорционален $1/\Delta m$, где Δm - разность масс барионов, $\Delta m \sim |q|$.

Количественное рассмотрение показывает, что ограничиваясь барионными промежуточными состояниями, p -волны описать не удастся. Возможно, что это расхождение связано с необходимостью учёта K -мезонного полюсного графика (рис. 6в). Мы примем это предположение и покажем, что в рамках полюсной модели амплитуды p -волн должны удовлетворять правилу $\Delta T = 1/2$.

Изотопические правила отбора для амплитуд, отвечающих полюсным графикам, определяются свойствами слабых VB' и $K\pi$ -переходов ($B, B' = \Lambda, \Sigma, \Xi, N$). Члены с $\Delta T = 3/2$ могли бы давать вклад только в амплитуды ΣN , $K\pi$ -переходов. Из формулы (6.4) и экспериментального равенства нулю амплитуды $M_S(\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+)$ следует правило $\Delta T = 1/2$ для VB' -переходов. Это правило для $K\pi$ -вершины следует из равенства (6.2), которое устанавливает в пределе равного нулю импульса π -мезона пропорциональность амплитуд $K\pi$ и K -вакуум переходов. Очевидно, что в последнюю дают вклад только члены с $\Delta T = 1/2$.

Таким образом, в рамках полюсной модели правило $\Delta T = 1/2$ должно выполняться для амплитуд p -волн распадов гиперонов. К сожалению, проверить эту модель надежным образом не удастся, поскольку неизвестны константы $K\pi$ -перехода и взаимодействий K -мезонов с гиперонами.

х) См. примечание на стр. 35; состояниям $|\pi^+ \rangle, |\pi^0 \rangle$ соответствуют $|\Sigma^+ \rangle, |\Sigma^0 \rangle$, а $|K^+ \rangle, |K^0 \rangle \rightarrow |p \rangle, |n \rangle$.

4. Перейдем теперь к рассмотрению нелептонных распадов К-мезонов. Схема доказательства /50/ правила $\Delta T = 1/2$ для распадов $K \rightarrow 2\pi, 3\pi$ аналогична случаю гиперонных распадов: используя соотношения (6.2) амплитуду этих распадов можно связать в пределе нулевых импульсов π -мезонов с матричным элементом перехода К-вакуум, в который не дают вклада части N с $\Delta T > 1/2$.

Некоторое усложнение /52, 53/ связано с тем, что необходимо отдельно учитывать вклад полюсных графиков (рис.8), который сильно зависит от импульсов мезонов и не разлагается в ряд. Изменение изотопического спина в полюсных графиках определяется вершинами переходов $K\pi$, К-вакуум, которые удовлетворяют правилу $\Delta T = 1/2$. Поэтому учет полюсных графиков не изменяет выводов об изотопической структуре амплитуды.

5. Таким образом, используя гипотезы 1-1У вместе с предположением (6.1) о виде коммутатора гамильтониана нелептонных слабых взаимодействий с аксиальным зарядом, удается обосновать правило $\Delta T = 1/2$ для распадов К-мезонов и S-волн в распадах Λ и Ξ -гиперонов. В рамках полюсной модели правило $\Delta T = 1/2$ для амплитуд P-волн следует из правила $\Delta T = 1/2$ для S-волн.

Однако, используемые предположения не позволяют, по-видимому, объяснить большую точность выполнения правила $\Delta T = 1/2$. Более того, равенство нулю амплитуды $M_S(\Sigma^+ \rightarrow \pi + \pi^+)$, как обсуждалось выше, свидетельствует скорее в пользу того, что правило $\Delta T = 1/2$ для распадов не связано с участием в этих процессах π -мезонов. Дальнейшую информацию о природе этого правила можно получить при изучении распадов $K \rightarrow 3\pi$.

§ 2. Распады $K \rightarrow 3\pi$

В работах /49, 55-60/ было найдено отношение вероятностей распадов $K \rightarrow 3\pi$ и $K \rightarrow 2\pi$ и вычислен наклон спектра π -мезонов в распадах $K \rightarrow 3\pi$. Эти результаты можно получить следующим образом.

Предположим для амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$ линейное по импульсам π -мезонов разложение. Для амплитуды распада $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$, например, это разложение с учетом тождественности π^+ -мезонов имеет вид

$$\langle \pi^+ \pi^+ \pi^- | H | K^+ \rangle = a + b(pq_3), \quad (6.6)$$

где p - импульс К-мезона, q_3 - импульс π^- -мезона. Подчеркнем, что это предположение является весьма сильным и мы вернемся к его обсуждению в п.4 настоящего параграфа.

Как упоминалось в предыдущем параграфе, амплитуда $K \rightarrow 3\pi$ распадов содержит одночастичные вклады (см. рис.7), которые, вообще говоря, не подчиняются разложению (6.6) из-за сильной зависимости полюсных знаменателей от импульсов π -мезонов. Однако полюсные знаменатели сильно меняются при стремлении к нулю импульсов двух π -мезонов. При стремлении же к нулю импульса одного мезона (остальные частицы на массовой поверхности) полюсные знаменатели остаются постоянными с точностью до членов $\sim \mu^2/m^2$, которыми мы пренебрегаем. Ниже будут рассматриваться только такие предельные переходы.

Соотношение (6.2) накладывает следующие ограничения на амплитуду

$$\langle \pi^+ \pi^+ \pi^- | H | K^+ \rangle_{q_3=0} = i c \langle \pi^+ \pi^+ | [H, A^+] | K^+ \rangle = i c \sqrt{2} \langle \pi^+ \pi^0 | H | K^+ \rangle \quad (6.7)$$

$$\langle \pi^+ \pi^+ \pi^- | H | K^+ \rangle_{q_1=0} = i c \langle \pi^+ \pi^- | [H, A^-] | K^+ \rangle = \quad (6.8)$$

$$= i c \{ \langle \pi^+ \pi^- | H | K^0 \rangle - \sqrt{2} \langle \pi^+ \pi^0 | H | K^+ \rangle \},$$

где q_1 — импульс одного из π^+ -мезонов. При получении равенств (6.7), (6.8) мы воспользовались тем, что $[H, A^-] = [H, V]$ и подействовали оператором V на обкладки (см. сноску на стр. 35).

Соотношения (6.7) и (6.8) позволяют найти величины a, b в формуле (6.6) и тем самым определить матричный элемент $\langle \pi^+ \pi^+ \pi^- | H | K^+ \rangle$. Аналогичным образом можно рассмотреть остальные распады. Окончательный результат удобно представить в виде

$$\langle 3\pi | H | K \rangle = \gamma (1 + 6\eta), \quad (6.9)$$

где $\eta = (2E_3 - E_1 - E_2)/m_K$; E_3 — энергия нечетного π -мезона, $E_{1,2}$ — энергии четных мезонов

$$\langle \pi^+ \pi^+ \pi^- | H | K^+ \rangle = \frac{i c \sqrt{2}}{3} \langle \pi^+ \pi^- | H | K_1^0 \rangle [1 + (1 - 6\delta)\eta],$$

$$\langle \pi^0 \pi^0 \pi^+ | H | K^+ \rangle = \frac{i c \sqrt{2}}{6} \langle \pi^+ \pi^- | H | K_1^0 \rangle (1 + \theta) [1 - 2(1 + \frac{3\delta}{1+\theta})\eta],$$

$$\langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | H | K_2^0 \rangle = -\frac{i c \sqrt{2}}{6} \langle \pi^+ \pi^- | H | K_1^0 \rangle (1 - 2\delta) [1 + 2(1 + \frac{3\delta}{1-2\delta})\eta], \quad (6.10)$$

$$\langle \pi^0 \pi^0 \pi^0 | H | K_2^0 \rangle = -\frac{i c \sqrt{2}}{2} \langle \pi^+ \pi^- | H | K_1^0 \rangle (1 + \theta - 2\delta),$$

$$\langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | H | K_1^0 \rangle = \frac{i c \sqrt{2}}{2} \langle \pi^+ \pi^- | H | K_1^0 \rangle (E_{\pi^+} - E_{\pi^-}) (2\sqrt{2}\theta - 3\delta).$$

Параметры θ и δ характеризуют отклонения от правила $\Delta T = 1/2$ в распадах и определены следующим образом

$$\delta = \frac{\langle \pi^+ \pi^0 | H | K^+ \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_1^0 \rangle},$$

$$\theta = \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | H | K_1^0 \rangle - \langle \pi^+ \pi^- | H | K_1^0 \rangle + 2 \langle \pi^+ \pi^0 | H | K^+ \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_1^0 \rangle}$$

Величина θ равна нулю, если H не содержит переходов с $\Delta T = 5/2$. Изотопический анализ $K \rightarrow 2\pi, 3\pi$ распадов содержится в работах [61]. Из эксперимента $|\delta| = 1/22$. Знак δ можно найти из отношения вероятностей распадов $K_1^0 \rightarrow 2\pi^0$ и $K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$, если дополнительно предположить, что $\theta = 0$ (см. обсуждение после формулы (6.11)). Тогда $1 - 2\delta = \langle \pi^0 \pi^0 | H | K_1^0 \rangle / \langle \pi^+ \pi^- | H | K_1^0 \rangle$, и экспериментальные данные свидетельствуют в пользу $\delta > 0$. В численных расчетах мы принимаем $\delta = 1/22$. В предыдущем разделе было показано, как можно объяснить подавление перехо-

дов с $\Delta T > 1/2$ в нелептонных распадах K -мезонов. Формулы (6.10) позволяют связать переходы с определенным изменением изотопического спина ΔT в $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ распадах, если пренебречь электромагнитными поправками и отождествить матричные элементы от гамильтониана H с амплитудами физических распадов.

Сразу ясно, что поскольку в амплитуду распадов $K \rightarrow 2\pi$ не дает вклада часть гамильтониана, меняющая изоспин на $7/2$, амплитуда таких переходов должно быть равна нулю и в $K \rightarrow 3\pi$ распадах. Это условие приводит к соотношению

$$\frac{2\gamma(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0)}{\gamma(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-)} - \frac{\gamma(K_2^0 \rightarrow 3\pi^0)}{3\gamma(K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)} = 0 \quad (6.11)$$

Переходы с $\Delta T = 5/2$ в распадах $K \rightarrow 3\pi$ сказываются на отношении матричных элементов различных распадов одного мезона (K^+ или K_2^0). Согласно формулам (6.10)

$$\frac{\gamma(K_2^0 \rightarrow 3\pi^0)}{3\gamma(K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)} - 1 = \frac{2\gamma(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0)}{\gamma(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-)} - 1 = \theta \quad (6.12)$$

Эти соотношения позволяют из имеющихся данных о $K \rightarrow 3\pi$ распадах получить ограничение на возможную величину θ , $\theta \leq 0,05 - 0,1$, откуда следует, в частности, что вклад взаимодействия с $\Delta T = 5/2$ в амплитуду распада $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ не превышает 10-20%.

Переходы с $\Delta T = 3/2$ сильнее всего отражаются на величине отношения наклонов спектров в распадах $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$ и $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0$ ($K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$)

$$-\frac{6(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0)}{26(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-)} = -\frac{6(K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)}{26(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-)} \approx \frac{1+3\delta}{1-6\delta} = 1,56 \quad (6.13)$$

Правило $\Delta T = 1/2$ дает 1 для этих отношений.

Наконец, амплитуды переходов с $\Delta T = 1/2$ дают основной вклад в абсолютные значения амплитуд любого из распадов.

3. При сравнении с опытом предсказаний о нарушении правила $\Delta T = 1/2$ следует иметь в виду неопределенность, связанную с учетом электромагнитной разности масс π и K -мезонов /62/. Неопределенность состоит в том, что вместо параметра γ в формуле (6.9) можно ввести другую величину, например,

$$\gamma' = -\frac{1}{2m_K} [2(p-q_3)^2 - (p-q_1)^2 - (p-q_2)^2]. \quad (6.14)$$

В пределе изотопической симметрии массы π^\pm , π^0 -мезонов одинаковы и $\gamma' = \gamma$. Если же учесть расщепление масс, то после сведения γ' к γ в постоянной части амплитуды появятся члены, пропорциональные электромагнитным разностям масс пионов и каонов. Поэтому различные формы записи матричных элементов приводят к разным предсказаниям для вероятностей. Это приводит к тому, что предсказания для отношения величин не могут быть проверены с лучшей точностью, чем $\sim 5\%$.

Отметим в связи с этим, что неопределенность в проверке предсказаний о величине произведения $\gamma\beta$, связанная с электромагнитными разностями масс частиц, возникает лишь при учете квадратичных по y членов, которые при выводе формул (6.9) предполагались малыми (см. обсуждение после формулы (6.15)).

В связи с отмеченной выше трудностью проверки правила $\Delta T = 1/2$ по данным о вероятностях распадов особый интерес представляет сравнение с опытом соотношения (6.13), поскольку предсказываемый эффект нарушения правила $\Delta T = 1/2$ в данном случае велик. Из таблицы 2, где приведены соответствующие экспериментальные данные, видно, что в настоящее время нельзя исключить возможность 50% нарушения правила $\Delta T = 1/2$ в отношениях наклонов спектров π -мезонов.

Подчеркнем, что предсказание (6.13) основано на предположении о том, что гамильтониан слабого взаимодействия содержит переходы с $\Delta T = 3/2$, которые ответственны за распад $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$. Если окажется, что отношение $\frac{6(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0)}{26(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-)}$ близко к единице, то это будет серьезным аргументом в пользу электромагнитного происхождения распада $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$.

В таблице 2 также сравниваются с опытом предсказания для абсолютных величин γ и β для одного из распадов $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$, где они наиболее точно известны экспериментально. Видно, что согласие с опытом хорошее.

4. Это согласие, в конечном счете, является единственным аргументом в пользу справедливости разложения (6.6), которое существенно использовалось при получении всех результатов. По поводу этого разложения необходимо иметь в виду следующие замечания:

а). Мы пренебрегали членами квадратичными по импульсам π -мезонов. Во-первых, это члены пропорциональные q^2 , которые в принципе не могут быть найдены из опыта. Поскольку основные члены составляют величину $\sim m_K E_{\pi}$, то ошибка, связанная с пренебрежением зависимостью от q^2 имеет, вообще говоря, порядок $\mu^2/m_K E_{\pi} \sim 1/4$.

Во-вторых, не учитывались члены второго порядка по энергиям π -мезонов. Поскольку мы используем разложение (6.6) в области энергий π -мезонов от нуля до $m_K/2$, то необходимо, чтобы масса, обезразмеривающая дополнительную степень энергии была значительно больше $m_K/2$.

Если записать матричный элемент в виде

$$M \sim 1 + \beta y + \tau y^2, \quad (6.15)$$

то для того, чтобы предсказания не изменились существенно необходимо, чтобы $\tau \leq 1/10$. Имеющиеся экспериментальные данные [63] дают только верхнюю оценку $\tau \leq 3$.

б). В проведенном в п.1 рассмотрении предполагалось, что амплитуды $K \rightarrow 2\pi$, 3π распадов вещественны. Это означает в частности, что мы пренебрегаем фазами $\pi\pi$ -рассеяния $\delta_{0,2}$ в состояниях с полным изотопическим спином 0 и 2 соответственно при полной энергии равной массе K -мезонов. Косвенные экспериментальные данные дают $\delta_0 \approx 35^\circ$ [35]. Если считать это значение правильным, то пренебрежение мнимой частью амплитуды необосновано. Предположение о малости δ_0 используется только при вычислении величины амплитуды переходов с $\Delta T = 1/2$ в распадах $K \rightarrow 3\pi$. Предсказания для наклонов спектров следуют из обращения амплитуды в нуль для части амплитуды с $\Delta T = 1/2$ при равном нулю импульсе определенного π -мезона и не требуют малости фазы δ_0 . При вычислении амплитуд с $\Delta T > 1/2$ используется предположение о малости фазы δ_2 , а не δ_0 .

Р А С П А Д $\eta \rightarrow 3\pi$

1. В этом разделе мы вычислим наклон спектра π -мезонов в распаде $\eta \rightarrow 3\pi$ (19,20)

В распаде $\eta \rightarrow 3\pi$ нарушается сохранение G -четности и поэтому считается, что этот процесс идет во втором порядке по электромагнитному взаимодействию. Матричный элемент распада можно тогда записать в виде

$$M = -\frac{e^2}{2} \langle 3\pi | \int dx D_{\mu\nu}(x) T\{j_\mu(x) j_\nu(x)\} | \eta \rangle, \quad (7.1)$$

где $D_{\mu\nu}(x)$ - функция распространения фотона,
 $j_\mu(x)$ - электромагнитный ток.

Предположим, что амплитуда M распада $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ является квадратичной функцией импульсов

$$M = a + b(pq_0) + d(q_+^2 + q_-^2) + f q_0^2, \quad (7.2)$$

где p, q_+, q_-, q_0 - импульсы $\eta, \pi^+, \pi^-, \pi^0$ мезонов соответственно. Как и в случае распадов K -мезонов предположение о виде разложения амплитуды весьма существенно и требует дальнейшей экспериментальной проверки.

Покажем, что амплитуда равна нулю в пределе нулевого импульса одного из π -мезонов (остальные мезоны на массовой поверхности). Воспользовавшись редуцированной формулой по одному из π -мезонов, например, по π^- -мезону, получаем

$$M = \frac{ie^2}{2} \langle \pi^- \pi^0 | \int dx dy e^{iq_+ y} D_{\mu\nu}(x) (\square_y - \mu^2) \cdot T\{j_\mu(x) j_\nu(0) \varphi^-(y)\} | \eta \rangle \xrightarrow{q_+ \rightarrow 0} -\frac{ie^2 c}{2} \langle \pi^- \pi^0 | \int dx D_{\mu\nu}(x) \cdot (7.3)$$

$$\cdot T\{j_\mu(x) [j_\nu(0), A^-(0)] + [j_\mu(x), A^-(x^0)] j_\nu(0)\} | \eta \rangle$$

Коммутатор аксиального заряда с электрическим током равен аксиальному току (см. 4.12). Из соображений G -четности следует, что в формуле (7.3) дает вклад лишь произведение коммутатора на изоскалярную часть электромагнитного тока. Поэтому π^- и π^0 -мезоны должны иметь суммарный изоспин, равный единице, что запрещено требованием бозе-статистики, так как орбитальный момент мезонов равен нулю. В случае редукции π^0 -мезона равен нулю уже коммутатор

$[j_\nu(0), A^3(0)]$. Условие обращения амплитуды в нуль даёт

$$a + 2d\mu^2 = 0, \quad 3a + 6m_\eta^2 + 2\mu^2(2d + f) = 0 \quad (7.4)$$

Еще одно условие на константы разложения можно получить, рассматривая амплитуду M при нулевом импульсе π^0 -мезона, когда один из заряженных π^\pm -мезонов (для определенности π^-) находится вне массовой поверхности. Используя редукционную формулу по π^- , π^0 -мезонам

$$M = \frac{e^2}{2} \langle \pi^+ | \int dx dy dz e^{iq \cdot y + i q_0 z} \mathcal{D}_{\mu\nu}(x) (\square_y - \mu^2) (\square_z - \mu^2) \cdot T \{ j_\mu(x) j_\nu(0) \varphi^+(y) \varphi^0(z) \} | \eta \rangle \quad (7.5)$$

находим при $q_0 = 0$

$$M = - \frac{e^2 c^2}{\sqrt{2}} \langle \pi^+ | \int dx dy e^{iq \cdot y} (q^2 - \mu^2) \mathcal{D}_{\mu\nu}(x) \cdot T \{ j_\mu(x) j_\nu(0) [\varphi^+(y), A^3] \} | \eta \rangle + \quad (7.6)$$

$$+ \text{члены, содержащие коммутатор } [j_\mu, A^3] = 0.$$

Сделаем теперь дополнительное предположение о том, что одновременный коммутатор аксиального заряда с π -мезонным полем $[A^i, \varphi^k]$ пропорционален δ^{ik} ($i, k = 1, 2, 3$) (см. обсуждение в §2 главы II).

Тогда $[\varphi^+(y), A^3(y_0)] = 0$ и $M = 0$ при $q_0 = 0$, $q^2 = \mu^2$ и произвольном q^2 . Из формулы (7.2) следует

$$a = d = 0 \quad (7.7)$$

Соотношения (7.4) и (7.7) определяют амплитуду M с точностью до общего множителя и в физической области распада получаем

$$M(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) = f \mu^2 \left(1 - \frac{2 p q_0}{m_\eta^2} \right) = \frac{f \mu^2}{3} \left(1 - \frac{2Q}{m_\eta} \frac{3T - Q}{Q} \right), \quad (7.8)$$

где T - кинетическая энергия π^0 -мезона, а Q - выделяемая энергия.

Таким образом, теоретическое значение наклона спектра π^0 -мезонов в $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ распаде равно $\alpha_{\text{теор}} = -2Q/m_\eta = -0,49$. Экспериментальное значение равно $\alpha_{\text{эксп.}} = -0,478 \pm 0,038 / 64\%$.

Отметим, что разложение (7.2) неприменимо для полюсного графика с η -мезоном в промежуточном состоянии, который следует учитывать отдельно. Однако можно показать, что его учет не меняет результата. Это связано с тем, что амплитуда $\pi \eta$ -рассеяния, входящая в этот график, обращается в нуль при нулевом импульсе π -мезона в силу условия самосогласованности Адлера. Поэтому вклад полюсного графика в физической области описывается с точностью до множителя формулой (7.8) и не меняет предсказания для наклона спектра.

2. Из формулы (7.8) видно, что амплитуда $M(\eta \rightarrow 3\pi)$ распада обращается в нуль при $\mu^2 = 0 / 65\%$. Ситуация в случае $\eta \rightarrow 3\pi$ распадов в этом смысле не

такая, как для слабых распадов $K \rightarrow 3 \pi$ (см. гл. 6), где массой π -мезона мы пренебрегали. Распад $\eta \rightarrow 3 \pi$ можно скорее сравнить с сильным процессом $\pi^0 \pi^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$, амплитуда которого также пропорциональна u^2 .

Распад $\eta \rightarrow 3 \pi$ обусловлен нарушением $SU(2) \otimes SU(2)$ -симметрии и поэтому представляется возможность проверить предположение (2.16) о свойствах нарушающего симметрию взаимодействия. В настоящее время предсказание о наклоне спектра π -мезонов в распаде $\eta \rightarrow 3 \pi$ является единственным экспериментально проверенным следствием этого предположения.

ПОСТРОЕНИЕ ИНВАРИАНТНЫХ АМПЛИТУД

В этой главе коротко излагается техника получения следствий из $SU(2) \otimes SU(2)$ симметрии путем построения так называемых феноменологических, или эффективных лагранжианов [66], [67]. Первый параграф носит отчасти вспомогательный характер. Здесь приводится также простейший пример реализации симметрии для взаимодействующих безмассовых нуклонов (8). В §2 выписан в явном виде лагранжиан взаимодействующих π -мезонов (безмассовых) и нуклонов (67, 68). Слово "феноменологический" в применении к лагранжиану означает, что при вычислении физических амплитуд следует руководствоваться некоторыми простыми правилами, которые в основном сводятся к тому, что отбрасываются диаграммы с замкнутыми петлями. Будет показано, как таким образом можно получить уже известные нам (см §2 главы 3) предсказания для амплитуды πN -рассеяния.

§ 1. Случай безмассовых нуклонов

Покажем, что безмассовые нуклоны могут образовывать линейное представление группы $SU(2) \otimes SU(2)$. Лагранжиан выберем в виде

$$\mathcal{L} = -i \bar{\psi} \partial \psi + \alpha \bar{\psi} \gamma_{\mu} \psi \bar{\psi} \gamma_{\mu} \psi + \gamma \bar{\psi} \gamma_{\mu} \gamma_5 \psi \bar{\psi} \gamma_{\mu} \gamma_5 \psi, \quad (8.1)$$

где ψ - спинор в обычном и изотопическом пространствах, α, γ - константы. Первый член в формуле (8.1) отвечает свободным полям, второй - описывает взаимодействие.

Лагранжиан (7.1) инвариантен относительно изотопических преобразований

$$\delta \psi = i \vec{\tau} \delta \vec{u} \psi, \quad (8.2)$$

где $\delta \vec{u}$ - параметр инфинитезимального поворота в изотопическом пространстве.

Определим приращение $\delta_c \psi$ (скобочная операция) следующим образом

$$\delta_c = \delta_2 \delta_1 - \delta_1 \delta_2, \quad (8.3)$$

где δ_1, δ_2 отвечают преобразованиям с параметрами $\delta \vec{u}_1, \delta \vec{u}_2$. То, что мы имеем группу, означает, что $\delta_c \psi$ отвечает некоторому преобразованию из группы, параметр которого обозначим через $\delta \vec{u}_c$.

В частности, для изотопической группы скобочной операции для двух преобразований с параметрами $\delta \vec{u}_1$ и $\delta \vec{u}_2$ отвечает

$$\delta \vec{u}_c = \delta \vec{u}_2 \times \delta \vec{u}_1, \quad (8.4)$$

что отвечает коммутационным соотношениям для генераторов группы

$$[V^i, V^k] = i \epsilon^{ikl} V^l \quad (8.5)$$

Лагранжиан (7.1) не меняется также при аксиальных, то есть меняющих четность, преобразованиях с параметром $\delta \vec{v}$

$$\delta \psi = i \vec{\tau} \delta \vec{v} \gamma_5 \psi \quad (8.6)$$

Если ввести лево- и правовинтовые нуклоны ψ_L, ψ_R

$$\psi_L = \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) \psi$$

$$\psi_R = \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \psi,$$

то состояния ψ_L, ψ_R преобразуются сами через себя

$$\delta \psi_L = \vec{\tau} \frac{\delta \vec{u} + \delta \vec{v}}{2} \psi_L, \quad \delta \psi_R = \vec{\tau} \frac{\delta \vec{u} - \delta \vec{v}}{2} \psi_R \quad (8.7)$$

Из сравнения этих соотношений с (8.2) ясно, что мы получили две независимые группы правого и левого изотопического спина, определяемые параметрами $(\delta \vec{u} + \delta \vec{v})/2$ и $(\delta \vec{u} - \delta \vec{v})/2$. Это и выражает тот факт, что группой симметрии лагранжиана является прямое произведение $SU(2) \otimes SU(2)$. Состояния ψ_L и ψ_R образуют представления $(0, 1/2)$ и $(1/2, 0)$ этой группы. Цифры в скобках обозначают величину правого и левого изотопического спина.

§ 2. Эффективный лагранжиан πN - и $\pi \pi$ -взаимодействий.

1. Перейдем теперь к случаю реальных нуклонов. Преобразования (8.6) переводит нуклон в состояние с другой четностью. В случае нуклона с массой $m \neq 0$ такого состояния построить нельзя, если нет других частиц, и симметрия $SU(2) \otimes SU(2)$ должна нарушаться для свободных нуклонов. В этом легко убедиться и непосредственно, вычисляя вариацию массового члена $m \bar{\psi} \psi$ при преобразованиях (8.6).

Мы, предположим, как и в основной части обзора, что существуют безмассовые мезоны и аксиальные преобразования переводят нуклон в состояние нуклон плюс π -мезон. Выясним, как должны преобразовываться нуклонные и мезонные поля для того, чтобы существовала $SU(2) \otimes SU(2)$ симметрия сильных взаимодействий.

При инфинитезимальном повороте в изотопическом пространстве, определяемом параметром $\delta \vec{u}$, приращения полей равны

$$\delta \psi = i \vec{\tau} \delta \vec{u} \psi, \quad \delta \vec{\varphi} = -\delta \vec{u} \times \vec{\varphi}. \quad (8.8)$$

При аксиальном преобразовании с параметром $\delta \vec{v}$ для приращения нуклонного поля предположим

$$\delta \psi = i f_0 \vec{\tau} \cdot \vec{\varphi} \times \delta \vec{v} \psi, \quad (8.9)$$

где $\vec{c} \cdot \vec{\varphi} \times \delta \vec{v}$ - смешанное произведение векторов \vec{c} , $\vec{\varphi}$, $\delta \vec{v}$, f_0 - константа. Закон преобразования пионного поля φ мы определим позже из условия существования группы.

Действие коммутатора двух аксиальных преобразований с параметрами $\delta \vec{v}_1$, $\delta \vec{v}_2$ над нуклонным полем должно сводиться к векторному преобразованию с параметром $\delta \vec{u}_c = \delta \vec{v}_2 \times \delta \vec{v}_1$. Это условие приводит к следующему уравнению для вариации мезонного поля

$$\delta_c \psi = i \vec{c} \cdot \delta \vec{v}_2 \times \delta \vec{v}_1 \psi = i f_0 [(\delta_2 \vec{\varphi}) \times \delta \vec{v}_1 - (\delta_1 \vec{\varphi}) \times \delta \vec{v}_2] \cdot \vec{c} \psi - i f_0^2 [\vec{\varphi} \times \delta \vec{v}_1] \times [\vec{\varphi} \times \delta \vec{v}_2] \cdot \vec{c} \psi, \quad (8.10)$$

где $\delta_{1,2} \varphi$ - приращения пионного поля. Из условия (8.10) ясно, что $\delta \vec{\varphi}$ должно содержать часть, отвечающую сдвигу поля и квадратичные по $\vec{\varphi}$ члены

$$\delta \vec{\varphi} = \alpha \delta \vec{v} + \beta \vec{\varphi} (\vec{\varphi} \cdot \delta \vec{v}) + \gamma \delta \vec{v} \varphi^2 \quad (8.11)$$

Константы α, β, γ можно определить из соотношения (8.10) и для $\delta \vec{\varphi}$ окончательно получаем

$$\delta \vec{\varphi} = \frac{1}{2f_0} \delta \vec{v} + f_0 \left[\vec{\varphi} (\delta \vec{v} \cdot \vec{\varphi}) - \frac{1}{2} \delta \vec{v} \varphi^2 \right]. \quad (8.12)$$

Можно убедиться непосредственным вычислением, что определенные таким образом преобразования над φ также удовлетворяют групповому свойству.

Сдвиг $(1/2f_0) \delta \vec{v}$ в приращении поля $\delta \vec{\varphi}$ (8.12) соответствует смешиванию при аксиальных преобразованиях π -мезонного поля с вакуумом, а квадратичные по $\vec{\varphi}$ члены - с двухпионными состояниями.

Выбор формы преобразований (8.9, 12) не является однозначным. Все возможности можно перечислить, исходя из линейного представления группы - так называемой σ -модели. Однако различные формы преобразований сводятся одна к другой каноническими преобразованиями и физически эквивалентны.

Отличительной чертой преобразований (8.9, 12) является их нелинейность. Это фундаментальное обстоятельство приводит, в частности, к тому, что производные от полей преобразуются иначе, чем сами поля, и различные инварианты группы $SU(2) \otimes$

$SU(2)$ характеризуются числом производных.

Дифференцируя соотношения (8.12), получаем закон преобразования производной мезонного поля

$$\delta \partial_\mu \vec{\varphi} = f_0 \left[\partial_\mu \vec{\varphi} (\delta \vec{v} \cdot \vec{\varphi}) + \vec{\varphi} (\partial_\mu \vec{\varphi} \cdot \delta \vec{v}) - \delta \vec{v} (\partial_\mu \vec{\varphi} \cdot \vec{\varphi}) \right] \quad (8.13)$$

Вместо $\partial_\mu \vec{\varphi}$ удобно ввести величину $\vec{\varphi}_\mu$

$$\vec{\varphi}_\mu = \frac{\partial_\mu \vec{\varphi}}{1 + f_0^2 \varphi^2}; \quad (8.14)$$

приращение которой при аксиальных преобразованиях равно

$$\delta\psi_\mu = f_0 [\delta\vec{v} \times \vec{\varphi}] \times \psi_\mu \quad (8.15)$$

Это преобразование, так же, как и преобразование (8.9), аналогично изотопическому повороту с параметром $\delta\vec{u} = f_0 \vec{\varphi} \times \delta\vec{v}$. Ясно поэтому, что если не включать в рассмотрение более высоких производных, то инвариантные комбинации из ψ , ψ_μ можно строить совершенно так же, как в случае изотопической симметрии.

В частности, произведение $\vec{\psi}_\mu \vec{\psi}_\mu$ является инвариантом группы $SU(2) \otimes SU(2)$ и феноменологический лагранжиан для процессов с участием одних π -мезонов можно представить в виде

$$\mathcal{L}^\pi = \frac{1}{2} \vec{\psi}_\mu \vec{\psi}_\mu = \frac{1}{2} \frac{(\partial_\mu \vec{\varphi})^2}{(1 + f_0^2 \varphi^2)^2} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\varphi})^2 [1 - 2f_0^2 \varphi^2 + 3f_0^4 \varphi^4 - \dots] \quad (8.16)$$

Первый член ряда отвечает кинетической энергии π -мезона, второй - $\pi\pi$ -рассеянию, третий - процессу $2\pi \rightarrow 4\pi$ и т.д.

В квадратичном по импульсам частиц приближении для амплитуд лагранжиан \mathcal{L}^π определен однозначно. Если же допускать, например, члены четвертого порядка по импульсам мезонов, то можно построить дополнительные инварианты $(\psi_i \psi_\mu)(\psi_i \psi_\nu)$; $(\psi_i \psi_\nu)(\psi_\mu \psi_\nu)$, которые описывают процессы с четырьмя и более мезонами.

Чтобы получать соотношения для амплитуд различных процессов, исходя из лагранжиана (8.16), нужно учитывать все графики теории возмущений в низшем неисчезающем порядке по константе f_0 . Легко убедиться, что такие графики сводятся к контактным диаграммам, когда все мезоны испускаются из одной точки и диаграммам с π -мезонными полюсами. Графики с большим числом π -мезонов в промежуточном состоянии являются величинами более высокого порядка по f_0 . Поскольку соотношения следуют из одной $SU(2) \otimes SU(2)$ - симметрии, то использование низшего порядка теории возмущений несущественно. Предсказания для отношения амплитуд различных процессов останутся справедливыми в любом порядке по f_0 .

На первый взгляд такой рецепт вычисления амплитуды может показаться необычным и неубедительным. Полезно поэтому указать на весьма близкую аналогию с вычислением амплитуд радиационных процессов. Для того, чтобы найти амплитуды радиационных процессов в нулевом по импульсу фотона приближении можно поступить следующим образом. Выпишем "лагранжиан" сильных взаимодействий, который есть сумма свободных членов, вершинных частей и амплитуд всех возможных процессов с физическими константами. Эффективный лагранжиан радиационных процессов возникает если в полученном выражении заменить ∂_μ на $\partial_\mu + i\epsilon A_\mu$. Для вычисления амплитуды радиационного процесса необходимо взять сумму контактных и полюсных диаграмм. Ясно, что итерировать лагранжиан сильных взаимодействий не надо и вся описанная процедура не имеет отношения к вопросу построения перенормированной теории сильных взаимодействий.

Оправданием такого рецепта вычисления амплитуды радиационных процессов служит сохранение электромагнитного тока, или тождество Уорда для этих процессов. Доказательство приведено в §1 главы III для случая фоторождения π -мезонов. Аналогично, описанный выше рецепт вычисления амплитуд процессов с "мягкими" пионами может быть обоснован с помощью соотношений аналогичных тождеству Уорда, сохранения аксиального тока, как это было сделано в основной части об-

зора.

Таким образом, оба метода эквивалентны и выбор между ними определяется соображениями удобства. В качестве иллюстрации метода инвариантов воспроизведем полученные в главе II результаты для амплитуды πN -рассеяния.

Выясним, какой инвариантной функцией описывается изотопически-нечетная амплитуда πN -рассеяния. Неполюсная часть амплитуды в линейном по импульсам мезонов приближении записывается в виде

$$C^- \bar{\psi} \gamma_\mu \vec{\tau} \cdot \partial_\mu \vec{\varphi} \times \vec{\varphi} \psi, \quad (8.17)$$

где константа C^- была введена в формуле (3.36).

Вычислим вариацию (8.17) при преобразованиях (8.9, 12, 13) и ограничимся низшим порядком по f_0

$$\delta [C^- \bar{\psi} \gamma_\mu \vec{\tau} \cdot \partial_\mu \vec{\varphi} \times \vec{\varphi} \psi] = -C^- \frac{1}{2f_0} \bar{\psi} \gamma_\mu \vec{\tau} \cdot \delta \vec{v} \times \partial_\mu \vec{\varphi} \psi \quad (8.18)$$

Это изменение амплитуды может быть компенсировано вариацией кинетического члена в свободном лагранжиане нуклона

$$\delta [i \bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\mu \psi] = f_0 \bar{\psi} \gamma_\mu \vec{\tau} \cdot \delta \vec{v} \times \partial_\mu \vec{\varphi} \psi \quad (8.19)$$

Из сравнения (8.18) и (8.19) находим, что C^- и f_0 должны удовлетворять соотношению

$$C^- = 2f_0^2, \quad (8.20)$$

что совпадает с результатом (3.39) если

$$f_0 = \frac{c}{\sqrt{2}} \quad (8.21)$$

Равенство (8.21) можно получить из явного вида аксиального тока, отвечающего лагранжиану $\mathcal{L}^{\pi N}$. Мы не будем останавливаться на этом подробнее.

Равенство нулю неполюсной части изотопически-четной части амплитуды следует из того, что величину $\bar{\psi} \psi \vec{\varphi}^2$ нельзя дополнить до инварианта.

В амплитуду πN -рассеяния дают вклад также полюсные графики. Для того, чтобы их вычислить, надо записать в инвариантном виде лагранжиан πNN -взаимодействий. Ясно, что комбинация

$$-f \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \vec{\tau} \cdot \vec{\varphi} \psi \quad (8.22)$$

не меняется при преобразованиях группы. Это видно из того, что, как уже упоминалось, аксиальные преобразования над величинами ψ , ψ_μ формально совпадают с изотопическими, если считать $\delta \vec{u} = f_0 \vec{\varphi} \times \delta \vec{v}$. Первый член разложения (8.22)

в ряд по f_0 дает псевдовекторную πNN -связь. Следующий член разложения отвечает контактной диаграмме для процесса $\pi N \rightarrow 2\pi N$.

Приведем окончательный результат для лагранжиана пионов и нуклонов, инвариантного относительно группы $SU(2) \otimes SU(2)$. Всюду, кроме \mathcal{L}^{π} , мы ограничимся членами первого порядка по импульсам π -мезонов

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^{\pi} + \mathcal{L}^N + \mathcal{L}^{\pi N} = \frac{1}{2} \psi_{\mu}^2 - \bar{\psi}(-i\partial + m)\psi - f\bar{\psi}\gamma_{\mu}\gamma_5\vec{\tau}\cdot\vec{\psi}_{\mu}\psi - f_0^2\bar{\psi}\gamma_{\mu}\vec{\tau}\cdot\vec{\psi}\times\vec{\psi}_{\mu}\psi \quad (8.23)$$

З а к л ю ч е н и е

Во введении (стр. 6) были сформулированы четыре гипотезы, следствия из которых рассматривались в настоящем обзоре. Пречислим основные предсказания, согласные с опытом которым поддерживает веру в правильность этих гипотез.

Что касается экстраполяционных формул (гипотеза III), то они используются при получении всех предсказаний и мы не будем это оговаривать. В каждом случае экстраполяционные формулы желательно и в принципе возможно проверять независимо. В настоящее время такая проверка может быть осуществлена в случае πN -рассеяния (см. правила сумм для амплитуд p -волн в § 2 главы III) и отчасти в случае фоторождения мезонов на пороге (см. предсказания для нулевых по импульсу фотона членов в § 1 главы IV).

Итак, основными результатами являются следующие:

1). Соотношение Гольдбергера-Треймана (см. § 1 главы II). Основано на гипотезах I и IV.

2). Малость изотопически-четной длины πN -рассеяния подтверждает условие самосогласованности Адлера, которое следует из гипотезы I (см. §§ 1, 2 главы III).

3). Предсказание (3.33) для величины изотопически-нечетной длины πN -рассеяния, которое эквивалентно соотношению Адлера-Вайсбергера (см. § 2 главы III). Основано на гипотезах I, II, IV.

Удается также с разной степенью согласия с опытом описать распады K_{e3}, ρ (глава V), $K \rightarrow 3\pi$ (§ 2 главы VI), $\eta \rightarrow 3\pi$ (глава VII). При этом используются дополнительные предположения о трансформационных взаимодействиях, ответственных за распады, относительно группы $SU(2) \otimes SU(2)$. Для окончательного выяснения степени согласия теории с опытом в случае этих распадов очень важно уточнить вид матричных элементов в физической области с тем, чтобы проверить экстраполяционные формулы.

Мы видим, что число проверенных следствий невелико. Перечислим также те предсказания, которые были получены в обзоре и для сравнения с опытом которых недостаточно имеющихся экспериментальных данных.

1). В § 3 главы III были вычислены низкоэнергетические параметры $\pi\pi$ -рассеяния: длины рассеяния S - и p -волн, радиусы S -волн. Дополнительно предпо-

лагалось, что длины рассеяния малы.

2). Связь (2.3) аксиальных формфакторов нуклона, которую можно проверять в нейтринном эксперименте при $K^2 \gg \mu^2$.

3). Соотношение (2.19) между величиной константы эффективного псевдоскаляра в μ -захвате на протоне и радиусом аксиального формфактора нуклона. При выводе этого соотношения использовались только гипотезы 1 и 1У.

4). Соотношение (4.15) между формфакторами V_1^+ и V_1^- , описывающими рождение заряженных π -мезонов на нуклонах. Определение величин V_1^\pm дано в формуле (4.10) и предшествующем тексте.

5). Соотношение (4.26) между амплитудами фото, электророждения π -мезонов на пороге, электрическими радиусами π -мезона, нуклонов и радиусом аксиального формфактора.

6). Соотношение (4.27) для амплитуды электророждения мезонов при больших, порядка Гэв/с., значениях переданного электрону импульса и малом относительном импульсе конечных нуклона и π -мезона. Соотношение связывает амплитуду электророждения с электромагнитными и аксиальными формфакторами нуклона.

7). Соотношение (5.8) для формфакторов описывающих распад $K \rightarrow \pi \ell \nu$. Определение формфакторов дано в формулах (5.1, 3).

8). Предсказание (6.13) для отклонения от правила $\Delta T = 1/2$ в распадах $K \rightarrow 3\pi$ (см. таблицу к § 2 главы 6). При получении этих предсказаний дополнительно предполагалось, что распад $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$ обусловлен затравочным слабым нелептонным взаимодействием с $\Delta T = 3/2$.

Авторы искренне благодарны Л.Б.Окуню, по инициативе которого был написан настоящий обзор, за ценные замечания и обсуждения. Авторы признательны А.Д.Долгову, Б.Л.Июффе, И.Ю.Кобзареву, В.В.Соколову, М.В.Терентьеву, И.Б.Хриповичу за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. S.L.Adler. Phys.Rev.Lett., 14, 1051, 1965.
Phys.Rev., 140, B736, 1965.
2. W.I.Weisberger. Phys.Rev.Lett., 14, 1047, 1965.
Phys.Rev., 143, 1302, 1966.
3. Y.Nambu. Phys.Rev.Lett., 4, 380, 1960.
4. Y.Nambu, G.Jona-Lasino. Phys.Rev., 122, 345, 1961.
5. Y.Nambu, D.Lurie. Phys.Rev., 125, 1429, 1962.
6. J.Bernstein, S.Fubini, M.Gell-Mann, W.Thirring.
Nuovo cimento, 17, 75, 1961.
7. M.Gell-Mann, M.Levy. Nuovo Cimento, 16, 705, 1960.
8. M.Gell-Mann. Phys.Rev., 125, 1067, 1962.
Physics, 1, 63, 1964.
9. N.M.Kroll, M.A.Ruderman. Phys.Rev., 93, 233, 1954.
10. F.E.Low. Phys.Rev., 110, 974, 1958.
11. J.Goldstone. Nuovo Cimento, 19, 154, 1961.
12. J.Goldstone, A.Salam, S.Weinberg. Phys.Rev., 127, 965, 1962.
13. R.Feynman, M.Gell-Mann. Phys.Rev., 109, 193, 1958.
14. S.Weinberg. Phys.Rev.Lett., 17, 616, 1966.
15. M.L.Goldberger, S.B.Treiman. Phys.Rev., 110, 1178, 1958.
16. Л.Б.Окунь. Слабое взаимодействие элементарных частиц. Москва, Физматгиз. 1963.
17. N.Barash-Schmidt, A.Barbaro-Galtieri, L.R.Price, A.H.Rosenfeld, P.Soding, C.G.Wohl, M.Roos. Preprint UCRL-8030, August, 1968.
18. М.Бейкер. Письма ЖЭТФ 4, 231, 1966.
19. A.D.Dolgov, A.I.Vainshtein, V.I.Zakharov. Phys.Lett., 24B, 425, 1967.
20. W.A.Bardeen, L.S.Brown, B.W.Lee, H.T.Nieh.
Phys.Rev.Lett., 18, 1170, 1967.
21. J.C.Taylor. Phys.Lett., 11, 77, 1964.
22. А.И.Вайнштейн, В.И.Захаров. Препринт ИЯФ СО АН СССР №206, 1968.
23. M.L.Goldberger, S.B.Treiman. Phys.Rev., 354, 1958.

24. Franzinetti. CERN Report 66-13, p.17.
A.Orkin, Lecourtois, C.A.Piketty. Nuovo Cimento, A50, 927, 1967.
25. A.Albaregi Quaranta, A.Bertin, G.Mantono, F.Palmonari,
A.Placci, P.Dalpiaz, G.Torrelli, F.Zavattini.
Phys.Lett., 25B, 429, 1967.
26. S.L.Adler. Phys.Rev., 137, B1022, 1965.
Phys.Rev., 139, B1638, 1965.
27. С.Швебер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. Москва,
глава 17, 84, 1963.
28. G.W.London, R.R.Rau, N.P.Samios, S.S.Yamamoto, M.Goldberg,
S.Lichtman, M.Prine, J.Leitner. Phys.Rev., 143, B1034, 1966.
29. J.Hamilton, W.S.Woolcock. Rev.Mod.Phys., 35, 737, 1966.
30. Y.Tomozawa. Nuovo Cimento, 46A, 707, 1966.
31. V.K.Samaranayake, W.S.Woolcock. Unpublished (цитируется по)
K.Raman. Phys.Rev., 159, 1501, 1967).
32. А.И.Вайнштейн, В.И.Захаров. ЯФ, 1968.
33. К.Кааварabayashi. Progr.Theor.Phys., 25, 780, 1961.
34. К.Яамamoto. Preprint, Siracuse University, 1968.
35. Ю.А.Лексин. ЯФ 8, 165, 1968.
W.D.Walker. Rev.Mod.Phys., 39, 695, 1967.
36. В.В.Анисович, Л.Г.Дахно. Письма ЖЭТФ 6, 967, 1967.
37. S.B.Treiman. Доклад на международной конференции по физике высоких
энергий, Вена, 1968.
38. S.L.Adler, Y.Dothan. Phys.Rev., 151, 1267, 1966.
39. S.Fubini, G.Furlan, C.Rossetti. Nuovo Cimento, 40, 1171, 1965.
40. G.W.Gaffney. Phys.Rev., 161, 1599, 1965.
41. J.P.Burq. Ann. Phys. (Paris), 10, 363, 1965.
42. Б.Б.Говорков, С.П.Денисов, Е.В.Минарик. ЯФ 4, 371, 1966.
43. G.Furlan, R.Jengo, E.Remiddi. Nuovo Cimento, 44A, 42, 1966.
44. A.M.Gleeson, M.G.Gundzik, J.C.Kuriyan.
Phys.Rev., 173, 1708, 1968.
45. Л.Б.Окунь, Е.П.Шабалин. ЖЭТФ 37, 1775, 1968.
46. С.Г.Саллан, С.В.Треиман. Phys.Rev.Lett., 16, 153, 1966.
V.S.Mathur, S.S.Okubo, L.K.Pandit. Phys.Rev.Lett.,
16, 371, 601(E), 1966.
47. S.Weinberg. Phys.Rev.Lett., 17, 336, 1966; 18, 1178, 1967 (E).

48. W.J.Willis. Proceedings of the International Conference on Elementary Particles Physics, Heidelberg, 1967.
49. R.W.Birge, R.P.Ely, G.Gidal et.al. Phys.Rev., 139, B1600, 1965.
50. M.Suzuki. Phys.Rev., 144, B1154, 1966.
51. H.Sugawara. Phys.Rev.Lett., 15, 870, 977(E), 1965.
M.Suzuki. Phys.Rev.Lett., 15, 986, 1965.
52. C.Bouchiat, Ph.Meyer. Phys.Lett., 22, 198, 1966.
53. А.И.Вайнштейн, А.Д.Долгов, В.И.Захаров, А.Б.Кайдалов.
Письма ЖЭТФ 5, 170, 1967.
54. G.Feldman, P.T.Mattews, A.Salam. Phys.Rev., 121, 302, 1962.
55. Y.Hara, Y.Nambu. Phys.Rev.Lett., 16, 875, 1966.
56. D.K.Elias, J.C.Taylor. Nuovo Cimento, 44, 518, 1966;
48, 814, 1967. (E).
57. S.K.Bose, S.W.Biswas. Phys.Rev.Lett., 17, 1063, 1966.
58. J.Weyers, L.L.Foldy, D.K.Speiser. Phys.Rev.Lett.,
17, 1062, 1966.
59. C.Bouchiat, Ph.Meyer. Phys.Lett., B25, 282, 1967.
60. А.Д.Долгов, В.И.Захаров ЯФ 7, 352, 1968.
61. G.Barton, C.Kascer, S.P.Rosen. Phys.Rev., 130, 783, 1963.
C.Zemach. Phys.Rev., 133, B1201, 1964.
62. В.В.Анисович, Л.Г.Дахно, А.К.Лиходед. ЯФ 8, 91, 1968.
63. Б.Обэр. УФН 95, 437, 1968.
64. Columbia-Berkely-Purdue-Wisconsin-Yale Collaboration
Phys.Rev., 149, B1044, 1966.
65. D.G.Sutherland. Phys.Lett., 23, 384, 1966.
66. S.Weinberg. Phys.Rev.Lett., 18, 188, 1967.
67. J.Schwinger. Phys.Lett., 24B, 473, 1967.

Таблица I

Величина (при $\nu = \mu$)	Нуклонный вклад	Вклад изобары	Теоретическое предсказание	Экспериментальное значение	
				$H W / 29 /$	$S W / 31 /$
C^+	$-f^2 \frac{\mu^2}{m} = -0,15$	0	≈ 0	-0,03	-0,13
C^-	$f^2 \frac{\mu^3}{2m^2} = 0,01$	0	1,45	1,24	1,34
$\frac{1}{2m} B^+$	$-2f^2 \frac{1}{\mu} = -2,04$	$-0,10 \lambda^2 = -0,49$	-2,53	-2,42	-2,41
$\frac{1}{2m} B^-$	$f^2 \frac{\mu^2}{2m^3} = 0,002$	$0,22 \lambda^2 = 1,02$	-	0,75	0,84
$\frac{\partial C^+}{\partial \nu}$	$f^2 \frac{2\mu}{m} = 0,30$	$0,63 \lambda^2 = 2,92$	3,22	3,65	3,72
$\frac{\partial C^-}{\partial \nu}$	$-4f^2 = -4,09$	$-0,14 \lambda^2 = -0,67$	-4,76	-4,89	-4,75
$\frac{\partial C^+}{\partial \tau}$	$\frac{f^2}{m} = 0,15$	$0,17 \lambda^2 = 0,78$	-	1,88	1,91
$\frac{\partial C^-}{\partial \tau}$	$-\frac{f^2}{\mu} (1 + \frac{\mu}{2m}) = -1,10$	$-0,05 \lambda^2 = -0,23$	-1,33	-1,42	-1,37

Таблица 2

Величина ^{х)}	Т е о р и я		Эксперимент /63/ (1968, январь)
	$\Delta T = \frac{1}{2}$	$\Delta T \neq \frac{1}{2}$	
$10^6 \gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-)$	1,6	1,6	$1,92 \pm 0,01$
$\delta(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-)$	1	0,73	$0,80 \pm 0,06$
$\frac{\delta(K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)}{\delta(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0)}$	$1^{xx)}$	1	$0,84 \pm 0,12$
$\frac{\delta(K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0)}{2\delta(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-)}$	$1^{xx)}$	1,56	$1,09 \pm 0,13$
$\frac{\delta(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0)}{2\delta(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-)}$	$1^{xx)}$	1,56	$1,30 \pm 0,19$

х) Определение γ и δ дано в формуле (6,9)

xx) Предсказание следует только из правила отбора $\Delta T = 1/2$.

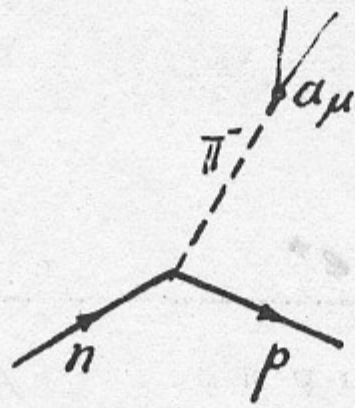


Рис. 1

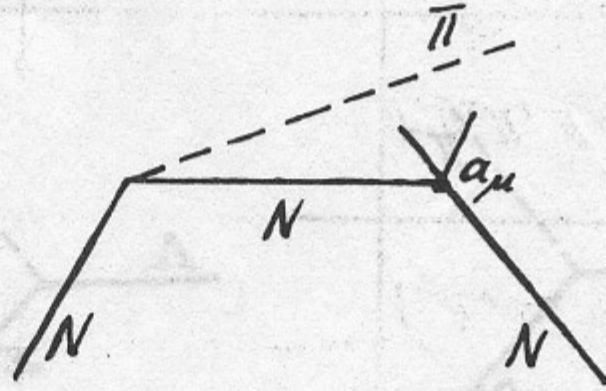
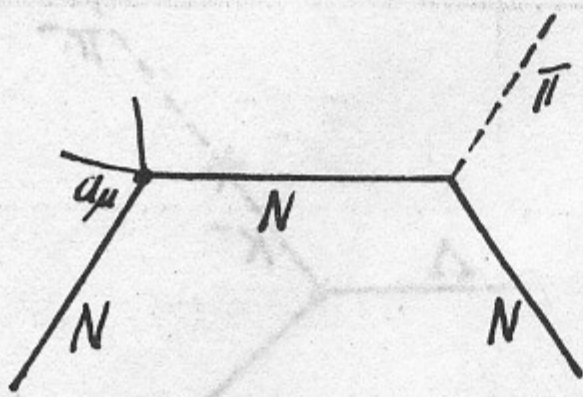


Рис. 2

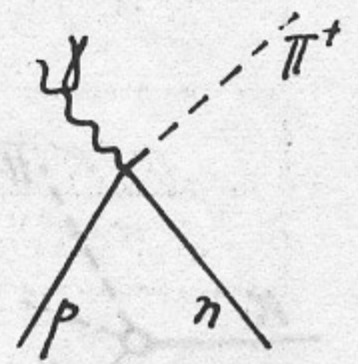
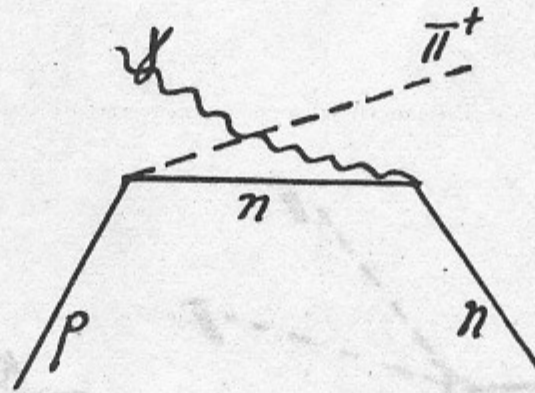
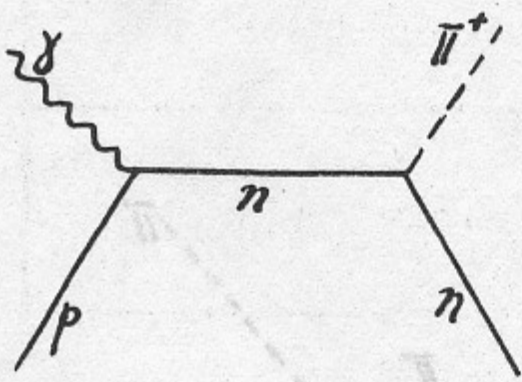


Рис. 3

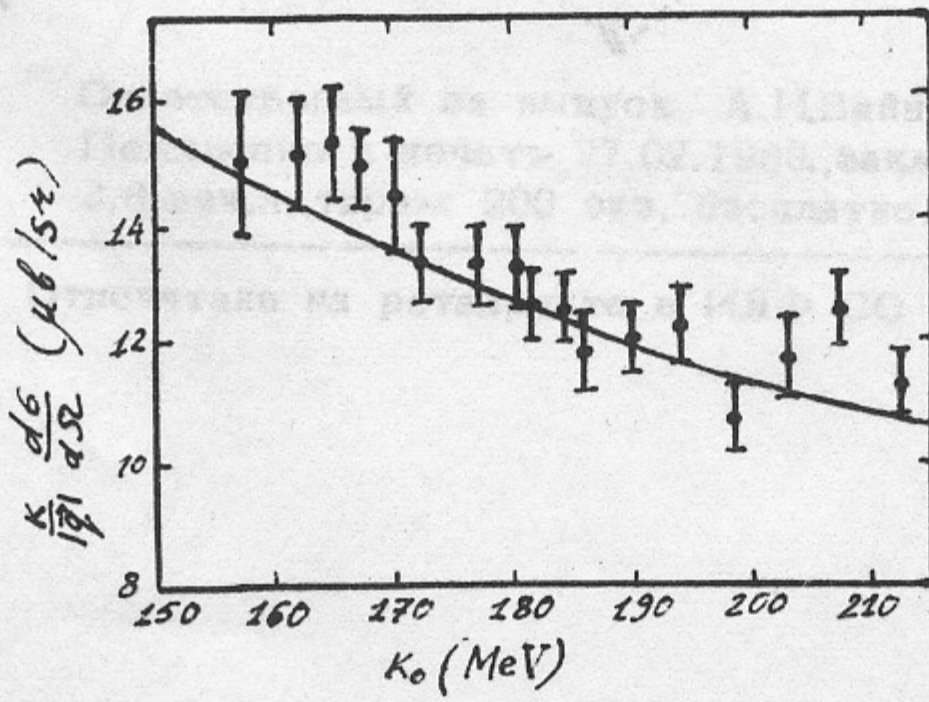


Рис. 4

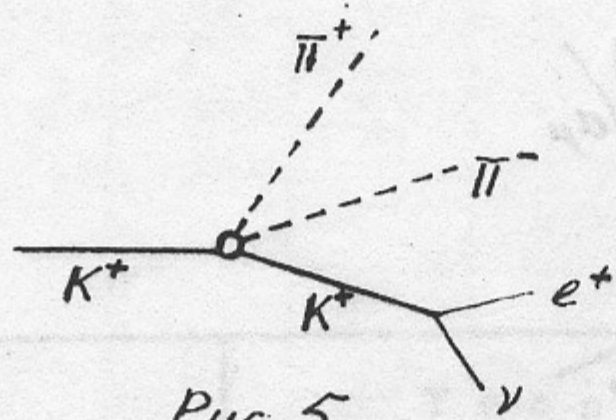


Рис. 5

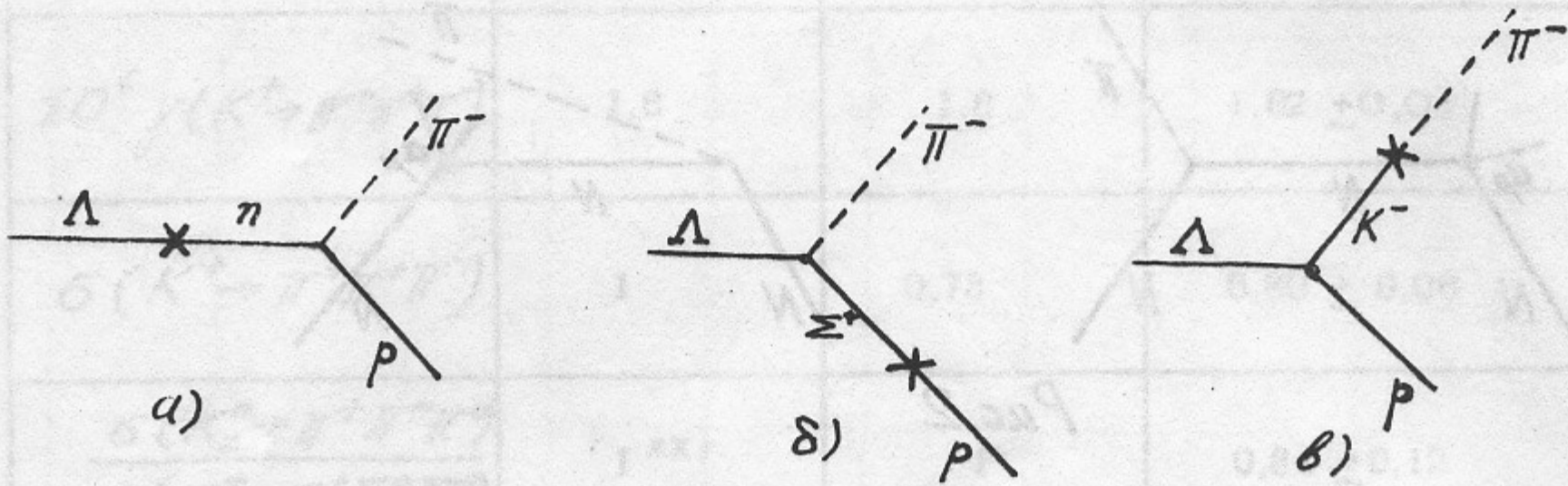


Рис. 6

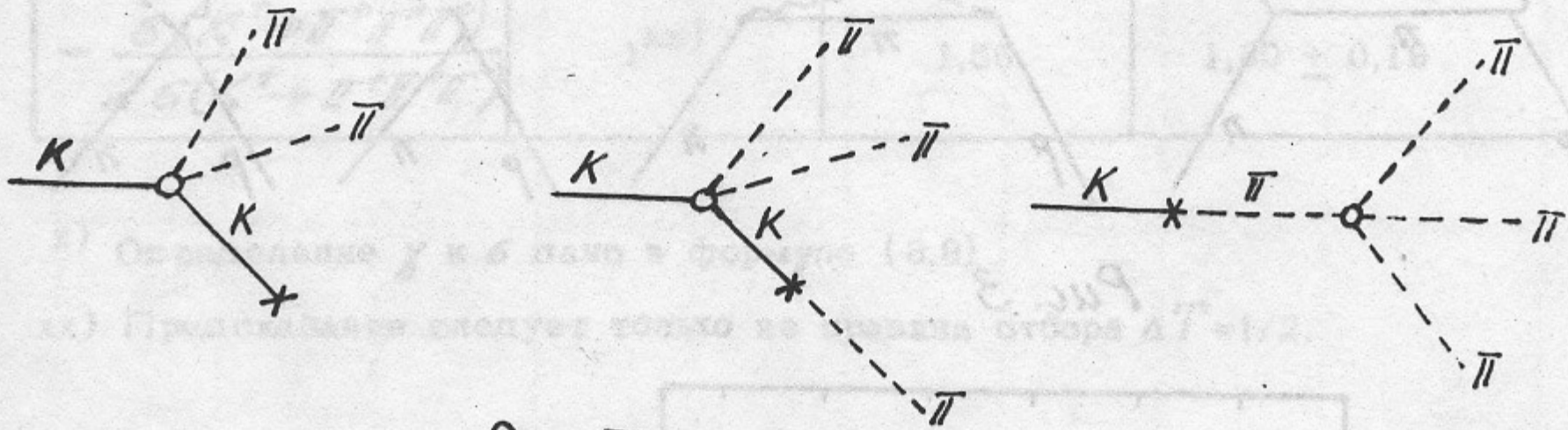
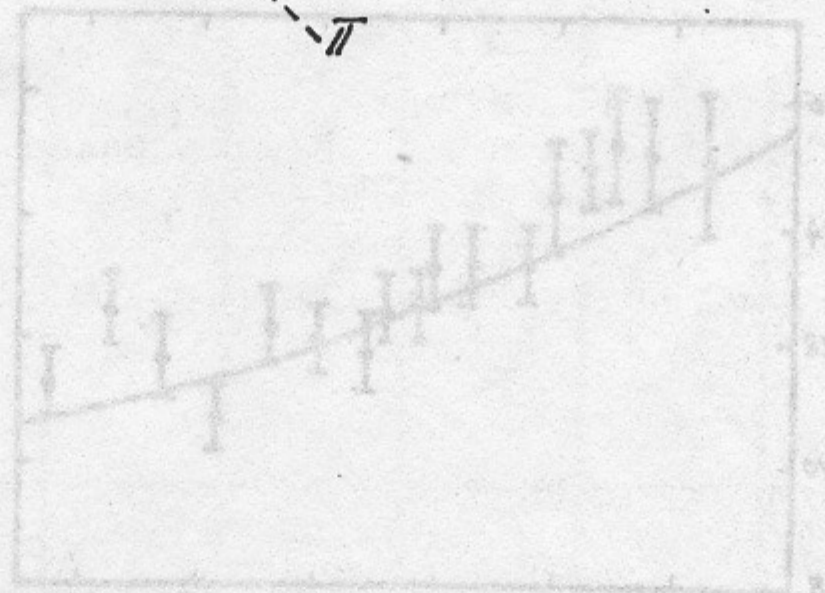


Рис. 7



И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

ЧАСТИЧНОЕ СМЯГЧЕНИЕ АКСИАЛЬНОГО ТОКА
В ПРОЦЕССЕ СМЯГЧЕНИЯ РАДИОАКТИВНОСТИ

Ответственный за выпуск А.И.Вайнштейн
Подписано к печати 27.02.1969., заказ № 287
3,6 печ.л., тираж 200 экз, бесплатно.

Отпечатано на ротапринтере в ИЯФ СО АН СССР