

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ 347

В.Н.Байер

РАДИАЦИОННАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ
В НАКОПИТЕЛЕ

Новосибирск

1969

В.Н.Байер

РАДИАЦИОННАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ
В НАКОПИТЕЛЯХ

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение
- II. Радиационный переход с переворотом спина
 - 2.1. Метод рассмотрения
 - 2.2. Переход с переворотом спина
- III. Кинетика радиационной поляризации
 - 3.1. Уравнение для вектора спина с учетом затухания
 - 3.2. Решение кинетического уравнения
- IV. Деполяризационные эффекты
 - 4.1. Элементарное рассмотрение динамической деполяризации
 - 4.2. Динамическая деполяризация
 - 4.3. Стохастическая деполяризация
 - 4.4. Другие деполяризационные эффекты
- V. Измерение поляризации электронов
 - 5.1. Измерение поляризации электронов в экспериментах по взаимодействию частиц высокой энергии.
 - 5.2. Эффекты внутреннего рассеяния и измерение поляризации.
 - 5.3. Измерение поляризации по комптоновскому рассеянию
 - 5.4. Рассеяние на поляризованной электронной мишени и измерение поляризации
 - 5.5. Другие методы.
- Приложение А. Вычисление $\langle \sigma_i | R e T_2 | \sigma_i \rangle$
- Приложение Б. Уравнение для движения спина во внешнем поле.

Radiative polarization of electrons in storage rings

by V.N.BAIER

I. Introduction

II. Spin flip radiative transition

2.1. General method

2.2. Spin flip transition

III. Kinetics of the radiative polarization

3.1. Equation for the electron spin involving radiative effects

3.2. Solution of the kinetic equation

IV. Depolarization effects

4.1. Elementary introduction into dynamic depolarization

4.2. Dynamic depolarization

4.3. Stochastic depolarization

4.4. Others depolarization effects

V. The measurement of the electron polarization

5.1. Interaction of high energy particles

5.2. Touschek effect

5.3. Compton scattering

5.4. Scattering from polarized electron target

5.5. Others methods

Appendix A. Calculation of $\langle t_0 | R e T_2 | t_0 \rangle$

Appendix B. An equation for the electron spin in external field

1. Введение

При длительном движении в магнитном поле электроны и позитроны могут поляризоваться вследствие излучения ими фотонов. Поляризация возникает потому, что вероятность радиационного перехода с переворотом спина зависит от ориентации начального спина. Этот новый механизм поляризации электронов и позитронов большой энергии весьма важен по следующим причинам:

1) это единственный доступный способ получения поляризованных пучков сразу высоких энергий (фактически он является эффективным, начиная с энергии в несколько сот Мэв);

2) процесс поляризации не меняет свойств пучка (интенсивности, разброса параметров и т.д.), что выгодно отличает его скажем от способа получения поляризованных пучков с помощью рассеяния;

3) электроны и позитроны могут быть поляризованы при любой заданной энергии, что снимает весьма сложную задачу ускорения поляризованных частиц. Таким образом открывается возможность постановки опытов с участием поляризованных электронов и позитронов, что, в свою очередь, значительно расширяет пути для исследования электромагнитных взаимодействий при высоких энергиях. В опытах на встречных пучках поляризация должна учитываться уже в простейших двухчастичных опытах, поскольку сечения упругого рассеяния электрона на электроне и позитроне, а также сечения рождения пар фотонов, пионов, каонов, мюонов и т.д. весьма существенно зависят от поляризации. Но особый интерес представляют опыты с участием поляризованных электронов, когда будет измеряться поляризация конечных частиц, что, по видимому, будет возможным в опытах второго поколения.

Для решения задачи о радиационной поляризации в целом необходимо рассмотреть следующие основные вопросы:

1) Определение вероятности радиационного перехода с переворотом спина в магнитном поле, в особенности в неоднородном магнитном поле, каким является поле в накопителях.

2) Установление кинетики процесса радиационной поляризации, для чего необходимо найти и решить кинетическое уравнение для спина электрона во внешнем поле с учётом эффектов излучения.

3) Определение существенных деполаризующих эффектов и способов их устранения с тем, чтобы сохранить возникающую радиационную поляризацию. И, наконец,

4) Измерение степени поперечной поляризации электронов большой энергии, движущихся в накопителе.

Ниже будут рассмотрены все эти вопросы.

11. Радиационный переход с переворотом спина.

Обычно рассмотрение квантовых эффектов во внешних полях проводится в так называемом представлении Фарри, в котором процесс излучения рассматривается в рамках теории возмущений с использованием точных решений волновых уравнений (Дирака, Клейна-Гордона) в данном поле (т.е. без применения теории возмущений по внешнему полю). Однако точные решения известны для весьма ограниченного класса полей (однородное, постоянное магнитное поле; скрещенные электрическое и магнитное поле; поле плоской волны; кулоновское поле), а сами вычисления весьма сложны и громоздки. К тому же при высоких энергиях затем берутся квазиклассические асимптотики найденных выражений. В целом такой подход сказывается неоправданно усложненным.

2.1. Метод рассмотрения. В последнее время автором с В.М. Катковым развит общий метод исследования электромагнитных явлений во внешних полях / 1-3 /. Этот метод основывается на том, что квантовые эффекты при движении частиц большой энергии во внешнем электромагнитном поле (для определенности, магнитном поле) имеют двойное происхождение: квантование самого движения и квантовая отдача частицы при излучении. В первом случае величина квантовых эффектов (и, соответственно, некоммутативность динамических переменных частицы) имеют поря-

док $\hbar\omega_0/\epsilon$ (где $\omega_0 = v_t/R$, R - мгновенный радиус кривизны, v_t - компонента скорости, перпендикулярная магнитному полю, ϵ - энергия частицы, $\hbar\omega_0$ - расстояние между соседними уровнями энергии электрона в магнитном поле в случае больших квантовых чисел). Величина

$$\frac{\hbar\omega_0}{\epsilon} = \frac{H}{H_0\gamma^2} \quad (2.1)$$

где $\gamma = \epsilon/mc^2$, H - магнитное поле, $H_0 = \frac{m^2c^3}{\hbar e} = 4,41 \cdot 10^{13}$ эрстед (для электрона) - критическое магнитное поле квантовых эффектов, весьма мала и падает с ростом энергии. Таким образом движение электрона в магнитном поле с увеличением энергии становится все более классическим.

Величина квантовых эффектов отдачи при излучении имеет порядок $\hbar\omega/\epsilon$, где ω - частота излученного фотона.

Квантовые эффекты в магнитном поле удобно характеризовать инвариантным параметром.

$$\chi = \frac{\hbar e}{m^3c^4} \sqrt{(F_{\mu\nu}p^\nu)^2} = \frac{\hbar\omega_0\gamma^3 v_t}{\epsilon c} = \frac{\hbar|\vec{v}|}{mc^3} \gamma^2 = \frac{H p_t}{H_0 mc} \quad (2.2)$$

При $\chi \ll 1$ (а именно этот случай реализуется в современных накопителях) величина квантовых эффектов относительно мала, причём $\omega \approx \omega_0\gamma^3$. Область $\chi \gtrsim 1$ является существенно квантовой, в этом случае $\hbar\omega \sim \epsilon$. Итак очевидно, что при больших энергиях ($\gamma \gg 1$), при любых χ квантовые эффекты первого типа ничтожно малы по сравнению с квантовыми эффектами излучения. Это обстоятельство лежит в основе метода, развитого в / 1-3 /, в котором пренебрегается квантовыми эффектами первого типа. Если в теории имеются квантовые эффекты двух типов и мы хотим с самого начала не учитывать один из них, то для этого особенно удобна операторная формулировка квантовой механики. Действительно, в нашем случае мы можем пренебречь некоммутативностью операторов динамических переменных частицы между собой (величины $\sim \hbar\omega_0/\epsilon$) и учитывать только коммутаторы их с полем излученного фотона (величины $\sim \hbar\omega/\epsilon$).

Стандартная форма матричного элемента излучения фотона во внешнем поле имеет вид:

$$U_{fi} = \frac{e}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2k\omega}} \int dt \int d^3r F_{fs'}(\vec{r}) (e_j) e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} e^{\frac{i(\epsilon_f - \epsilon_i)t}{\hbar}} F_{is}(\vec{r}) \quad (2.3)$$

где: $F_{is}(\vec{r})$ - решение волнового уравнения в данном поле с энергией ϵ_i и спиновым состоянием S ;

e_j - вектор поляризации фотона, j_μ - ток.

Здесь и ниже используется метрика $ab = a_0 b_0 - \vec{a}\vec{b}$, система единиц $c = 1$.

Для интересующих нас состояний с большими квантовыми числами можно приближенно представить

$$e^{i\epsilon_i t/\hbar} F_{is}(\vec{r}) \Rightarrow \Psi_s(\vec{p}) e^{i\mathcal{H}t/\hbar} |i\rangle \quad (2.4)$$

где $\Psi_s(\vec{p})$ - операторная форма волновой функции частицы в спиновом состоянии S во внешнем поле. Эта форма получается из свободных волновых функций заменой переменных на операторы $\vec{p} \rightarrow \vec{p}$, $\epsilon \rightarrow \mathcal{H} = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$. Вектор состояния $|i\rangle$ определяет состояния частицы в поле (за исключением спина S).

В формуле (2.4) пренебрегается членами взаимодействия типа спин-поле например, для частиц со спином $1/2$ членами вида $\vec{\Sigma}\vec{H}$ и $\vec{\alpha}\vec{E}$.

Мы проиллюстрируем формулу (2.4) на примере уравнения Дирака во внешнем поле

$$(\gamma^\mu P_\mu + m)\psi(x) = 0, \quad P_\mu = -i\partial_\mu - eA_\mu \quad (2.5)$$

Квадрированное уравнение Дирака

$$(\gamma^\mu P_\mu - m)(\gamma^\mu P_\mu + m)\psi(x) = [P_\mu^2 - m^2 + \frac{1}{2}e\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu}]\psi(x) = 0 \quad (2.6)$$

где $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$, $F^{\mu\nu}$ - тензор электромагнитного поля. Если отбросить члены типа спин-поле $\frac{1}{2}\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu} =$

$= (\vec{\Sigma}\vec{H} - i\vec{\alpha}\vec{E})$, то уравнение (2.6) переходит в уравнение

Клейна-Гордона в данном поле. С этой точностью мы можем представить решение уравнения (2.5) в виде

$$\psi(x) = C(\gamma^\mu P_\mu - m)\varphi(x) \quad (2.7)$$

где $\varphi(x)$ - решение уравнения Клейна-Гордона, C - нормировочная константа. Используя стандартное представление γ - матриц, формулу (2.7) можно переписать в виде (2.4). И так в координатном представлении $|i\rangle$ есть решение уравнения Клейна-Гордона в данном поле: $\varphi_i(x)$.

Подставляя (2.4) в (2.3) переходя к гейзенберговским операторам запишем магнитный элемент U_{fi} в виде:

$$U_{fi} = \frac{e}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2k\omega}} \langle f | \int dt M(t) e^{i\omega t} | i \rangle \quad (2.8)$$

где

$$eM(t) = \Psi_{s'}^\dagger(\vec{p}) \{ (e_j), e^{-i\vec{k}\vec{r}(t)} \} \Psi_s(\vec{p}) \quad (2.9)$$

здесь $j_\mu(t) = e^{-i\mathcal{H}t/\hbar} j_\mu e^{i\mathcal{H}t/\hbar}$, $\vec{r}(t) = e^{-i\mathcal{H}t/\hbar} \vec{r} e^{i\mathcal{H}t/\hbar}$

операторы тока и координат частицы, $\{.. \}$ означает симметризованное произведение операторов. Важно, что в принятом приближении больших квантовых чисел порядок записи операторов, входящих в $\Psi_s(\vec{p})$, несущественен. Для частицы со спином $1/2$

$$M_e(t) = u_{s'}^\dagger(\vec{p}) \vec{e}_\alpha e^{-i\vec{k}\vec{r}(t)} u_s(\vec{p}) \quad (2.10)$$

где:

$$u_s(\mathcal{P}) = \sqrt{\frac{\mathcal{H}+m}{2\mathcal{H}}} \begin{pmatrix} \varphi(\mathcal{Z}(t)) \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{\mathcal{P}}}{\mathcal{H}+m} \varphi(\mathcal{Z}(t)) \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Здесь $\varphi(\mathcal{Z}(t))$ - двухкомпонентный спинор, описывающий спиновое состояние электрона в момент времени t .

Нас будет интересовать вероятность перехода с излучением фотона, просуммированная по всем конечным состояниям частицы (кроме спиновых). Выполняя такое суммирование получаем следующее выражение для вероятности радиационного перехода:

$$dW = \frac{e^2}{4\pi k} \frac{d^3k}{(2\pi)^3 \omega} \langle i | \int dt_1 \int dt_2 e^{i\omega(t_1-t_2)} M^*(t_2) M(t_1) | i \rangle \quad (2.12)$$

где

$$\frac{e^2}{4\pi k} = \alpha = \frac{1}{137} \quad (2.13)$$

при выводе формулы (2.12) использовано условие полноты

$$\sum_f |f\rangle \langle f| = \mathbb{I} \quad (x)$$

Для вычисления вероятности (2.12) необходимо провести ряд манипуляций над входящими операторами. Согласно сделанному выше утверждению, в выражении (2.10) для $M_e(t)$ следует учитывать только коммутаторы поля фотона ($\exp(-i\vec{k}\vec{r}(t))$) с импульсом \vec{P} . Имеют место соотношения:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} e^{-i\vec{k}\vec{r}(t)} &= e^{-i\vec{k}\vec{r}(t)} (\mathcal{P} - t\kappa) \\ \mathcal{H} e^{-i\vec{k}\vec{r}(t)} &= e^{-i\vec{k}\vec{r}(t)} (\mathcal{H} - t\omega) \end{aligned} \quad (2.14)$$

первое из которых есть следствие того, что оператор $e^{-i\vec{k}\vec{r}(t)}$ является оператором сдвига в импульсном пространстве, а для вывода второго следует учесть, что

х) В координатном представлении: $\langle f | \dots | i \rangle = \int d^3r \varphi_f^+(\vec{r}) \dots \varphi_i(\vec{r})$,

$$\sum_f \varphi_f(\vec{r}) \varphi_f(\vec{r}') = \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

$$[\mathcal{H}, e^{-i\vec{k}\vec{r}(t)}] = -it \frac{d}{dt} e^{-i\vec{k}\vec{r}(t)} \quad (2.15)$$

и провести в выражении (2.8) интегрирование по частям;

Используя соотношение (2.14) можно вынести в $M(t_2)$ оператор $\exp(-i\vec{k}\vec{r}(t_2))$ налево, а в $M^*(t_2)$ - оператор $\exp(i\vec{k}\vec{r}(t_2))$ направо и после этого рассмотреть возникающую комбинацию $\exp(i\vec{k}\vec{r}(t_2)) \exp(-i\vec{k}\vec{r}(t_1))$. Операторы $\vec{F}(t_2)$ и $\vec{F}(t_1)$ взятые в разные моменты времени не коммутируют между собой. При решении задачи с учётом всех порядков по постоянной Планка \hbar необходимо провести распутывание этой комбинации, причём при этом нельзя ограничиться разложением по низшим коммутаторам.

Для дальнейшего удобно провести в интеграле (2.12) замену переменных

$$t = \frac{1}{2}(t_1+t_2), \quad \tau = t_2-t_1 \quad (2.16)$$

Поскольку нас будет интересовать вероятность перехода в единицу времени dW/dt , то в интеграле (2.12) необходимо выполнить интегрирование по относительному времени τ и конечным состояниям фотона. Основной вклад в интеграл даёт область $|\delta\tau| \sim 1/\gamma$ (в этом мы убедимся ниже), по этой причине мы будем разлагать все входящие величины по степеням $|\delta\tau|$, что соответствует разложению по степеням $1/\gamma$, и сохранять только старшие члены разложения. Кроме того, мы будем пренебрегать величинами

$$|\vec{H}| \tau / |\vec{H}| \ll 1 \quad (2.17)$$

где $|\vec{H}|$ характеризует изменение магнитного поля на траектории. Физически этот критерий означает, что поле на траектории мало меняется за характерное время излучения. Если ввести показатель неоднородности поля

$$n = \left| \frac{\partial \ln H}{\partial \ln r} \right| \quad (2.18)$$

то критерий (2.17) приобретает вид $n/\gamma \ll 1$ (2.19)

Таким образом поле не должно быть слишком неоднородным, во всех практических случаях поля удовлетворяют этому критерию.

Распутывание комбинации $e^{i\vec{k}\vec{r}(t_2)} e^{-i\vec{k}\vec{r}(t_1)}$ приводит к одинаковому результату для всех видов внешних полей (/ 1-3 /):

$$e^{i\vec{k}\vec{r}(t_2)} e^{-i\vec{k}\vec{r}(t_1)} = \exp\left\{i\omega\tau + \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}-k\omega} i(\vec{k}\vec{g}-\omega\tau)\right\} \quad (2.20)$$

где
$$\vec{g} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) \quad (2.21)$$

Найденная комбинация очевидно коммутирует с \mathcal{H} (см. (2.14)). Для рассмотрения коммутации её с оператором \vec{p} следует учесть, что для того, чтобы воспользоваться соотношением (2.14) необходимо, чтобы все операторы зависели от одного времени. Проводя соответствующие разложения и опуская члены $\sim 1/\gamma^2$, получаем, что $e^{i\vec{k}\vec{r}(t_2)} e^{-i\vec{k}\vec{r}(t_1)}$ коммутирует с \vec{p} .

Таким образом после проведения указанных операций, все операторы в выражении (2.12) с принятой точностью коммутируют между собой. Поэтому все они, стоящие в обкладках начального состояния (средние в состоянии с большими квантовыми числами) могут быть заменены на классические значения. В итоге квадрат матричного элемента можно записать в следующем виде:

$$\langle i | M^*(t_2) M(t_1) | i \rangle = \exp\left\{i\left[\omega\tau + \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_1} (\vec{k}\vec{g} - \omega\tau)\right]\right\} R^*(t_2) R(t_1) \quad (2.22)$$

где
$$R(t) = u_s^+(p') \vec{e}_\alpha u_s(p) \quad (2.23)$$

Здесь $\mathcal{E}' = \mathcal{E} - k\omega$, $\vec{p}' = \vec{p} - k\vec{k}$. В этих выражениях $\mathcal{E}, \mathcal{E}', \vec{p}, \vec{p}'$ уже не операторы, а c -числа (значения энергии и импульса). Вся информация о спиновых и поляризационных состояниях содержится в величине $R(t)$, которая имеет форму матричного элемента перехода для свободных частиц (с учётом законов сохранения). Следовательно все особенности излучения во внешнем

поле в (2.22) содержатся в том, что в экспоненте появляется множитель \mathcal{E}/\mathcal{E}' (учёт отдачи), а в (2.23) $\vec{p} = \vec{p}(t)$, причём эволюция импульса во времени берется в данном поле. Переход к классической теории состоит в том, что $\mathcal{E}' \rightarrow \mathcal{E}$, $p' \rightarrow p (k \rightarrow 0)$, причём $R(t) \rightarrow \vec{e}_j \cdot \vec{j}$, \vec{j} - классический ток.

Воспользовавшись явным видом спиноров $u(p)$ (2.11) легко получить

$$R(t) = \psi_f^+ Q \psi_i, \quad Q = A + i\vec{\sigma}\vec{B} \quad (2.24)$$

где

$$A = \frac{(\vec{e}\vec{p})}{2} \left[\frac{1}{\mathcal{E}+m} + \frac{1}{\mathcal{E}'_1+m} \right], \quad \vec{B} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{[\vec{e}\vec{p}]}{\mathcal{E}+m} - \frac{[\vec{e}\vec{p}'_1]}{\mathcal{E}'_1+m} \right\} \quad (2.25)$$

Здесь мы пренебрегли членами $\sim 1/\gamma$, кроме того повсюду считается, что конечные электроны являются ультрарелятивистскими. Учитывая малость времени излучения по сравнению с характерным периодом движения T (например, периодом обращения) $\tau \sim T/\gamma$, а также то, что период прецессии спина одного порядка с периодом движения, можно считать, что спиновое состояние за время излучения не меняется, т.е. с точностью до членов $\sim 1/\gamma$.

$$\psi(\vec{e}(t_1)) = \psi(\vec{e}(t_2)) = \psi(\vec{e}(t)) \quad (2.26)$$

Тогда

$$R_2^* R_1 = \text{Sp} \left\{ \left(\frac{1 + \vec{\sigma}\vec{e}_1}{2} \right) (A_2 - i\vec{\sigma}\vec{B}_2) \left(\frac{1 + \vec{\sigma}\vec{e}_2}{2} \right) (A_1 + i\vec{\sigma}\vec{B}_1) \right\} \quad (2.27)$$

где $R_i \equiv R(t_i)$ и т.д. Выражение (2.27) может быть использовано при рассмотрении любых явлений, в том числе спиновых и поляризационных, при излучении электрона в магнитном поле.

2.2. Переход с переворотом спина. Рассмотрим теперь радиационный переход с переворотом спина, т.е. $\vec{\epsilon}'_1 = -\vec{\epsilon}_1$.

Вычисляя в этом случае след в (2.27) имеем

$$R_2^* R_1 |_{\text{spin-flip}} = \vec{B}_1 \vec{B}_2 - (\vec{\epsilon}'_1 \vec{B}_1)(\vec{\epsilon}_1 \vec{B}_2) - i(\vec{\epsilon}'_1 [\vec{B}_1, \vec{B}_2]) \quad (2.28)$$

Вычисление функции B (2.27) даёт

$$B = \frac{\hbar}{2(\epsilon' + m)} [\vec{q} \vec{e}] \quad (2.29)$$

где^{x)}

$$\vec{q} = \frac{\vec{p}\omega}{\epsilon + m} - \vec{k} = \omega \left(\frac{\vec{v}}{1 + \gamma} - \vec{n} \right) \quad (2.30)$$

Энергии и поле о современных ускорителях таковы, что $\chi \ll 1$, т.е. $\hbar\omega \ll \epsilon$. Поэтому все выражения могут быть представлены в виде рядов по постоянной Планка \hbar (фактически в виде рядов по χ (2.2)). Ввиду малости параметра разложения, для практических целей достаточно ограничиться членами низшего порядка. Очевидно, что для переходов с переворотом спина это есть порядок \hbar^2 . В полученных нами выражениях (2.28) - (2.29) коэффициент \hbar^2 вынесен явно. Это означает, что для вычисления членов $\sim \hbar^2$, все остальные члены, содержащие $\hbar\omega$, $\hbar\vec{k}$ внутри выражений можно опустить, т.е. следует положить $\epsilon' \rightarrow \epsilon$, $\vec{p}' \rightarrow \vec{p}$, в (2.22), (2.29). Отсюда ясно, что для решения задачи о переходе с переворотом спина в \hbar^2 порядке вообще не требуется проводить распутывание.

Оставляя в (2.28) главные члены по \hbar и проводя суммирование по поляризациям фотона получаем:

х) Как показано в Приложении Б, на дираковский "врожденный" спин действует эффективное электромагнитное поле $H\epsilon$ (3.22). На этом языке на спин действует (член $(\vec{\sigma} \vec{B})$ в (2.24), а значит и спин переворачивает эффективное электромагнитное поле излученной волны (ср. (2.30) с (3.22) с учётом того, что мы имеем дело с Фурье-компонентами).

$$\sum_{\lambda} R_2^* R_1 |_{sf} = \frac{\hbar^2}{4\epsilon^2} \left\{ q_1 q_2 \left(1 - \frac{(\vec{\epsilon}'_1 \vec{k})^2}{\omega^2} \right) + \frac{(\vec{\epsilon}'_1 \vec{k})}{\omega^2} \left[(\vec{q}_1 \vec{\epsilon}'_1)(\vec{q}_2 \vec{k}) + (\vec{q}_2 \vec{\epsilon}'_1)(\vec{q}_1 \vec{k}) \right] - i \left(\frac{\vec{\epsilon}'_1}{\omega} - \frac{(\vec{\epsilon}'_1 \vec{k}) \vec{k}}{\omega^2} \right) [\vec{q}_1 \vec{q}_2] \right\} \quad (2.31)$$

Причём разложения входящих в (2.22), (2.31) величин по степеням относительного времени τ имеют вид

$$\begin{aligned} \vec{q}_1 &= (\omega \vec{v} - \vec{k}) - \frac{\omega \tau}{2} \vec{v} - \frac{\omega \tau^2}{8} \vec{v} \\ \vec{q}_2 &= (\omega \vec{v} - \vec{k}) + \frac{\omega \tau}{2} \vec{v} - \frac{\omega \tau^2}{8} \vec{v} \\ \vec{r}_2 - \vec{r}_1 &= \tau \vec{v} + \frac{\tau^3}{24} \vec{v} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Для получения полной вероятности радиационного перехода с переворотом спина в единицу времени следует после подстановки (2.32) в (2.31) и (2.22) подставить полученное выражение в формулу (2.12) и провести интегрирование по относительному времени τ и конечным состояниям фотона. Последнее оказывается удобным выполнить до интегрирования по τ с помощью формулы:

$$\int e^{-iky} f(k_\mu) \frac{d^3k}{\omega} = -f(i\partial_\mu) \frac{4\pi}{(y_0 - i\epsilon)^2 - \vec{y}^2} \quad (2.33)$$

$\epsilon \rightarrow 0$

где ^{хх)}

$$y_0 = \tau = t_2 - t_1, \quad \vec{y} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (2.34)$$

$$y^2 = y_0^2 - \vec{y}^2 = \tau^2 \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{\tau^2 \dot{v}^2}{12} \right)$$

После интегрирования по конечным состояниям фотона получаем для вероятности перехода с переворотом спина в единицу времени

$$W_{\vec{e}}(t) \equiv \frac{dw}{dt} = \frac{\kappa}{\pi} \frac{\hbar^2}{m^2} \gamma^5 |\dot{v}|^3 \oint \frac{dz}{(1 + \frac{z^2}{12})^3} \left[\frac{3}{z^4} - \frac{5}{12z^2} + \left(\frac{1}{z^4} + \frac{5}{12z^2} \right) (\vec{e} \vec{v})^2 - \frac{2i}{z^3 |\dot{v}|} (\vec{e} [\vec{v} \dot{v}]) \right] \quad (2.35)$$

где сделана замена $z = \tau |\dot{v}| \gamma$, а контур интегрирования проходит ниже вещественной оси и замыкается в нижней полу-плоскости. Отсюда видно, что основной вклад в интеграл даёт область $|\dot{v}| \tau \sim z/\gamma$. Входящие в формулу (2.35) контурные интегралы легко вычисляются, в результате получаем

хх) Заметим, что формулами типа (2.33) можно пользоваться только в случае, когда показатель экспоненты в интеграле не содержит членов $\hbar\omega$. Такая ситуация возникает непосредственно при вычислении членов низшего порядка ($\sim \hbar^0$ при вычислении полной вероятности, $\sim \hbar^2$ при вычислении вероятности перехода с переворотом спина). Однако эта формула может быть полезна и при вычислении поправок следующих порядков, для чего необходимо члены в экспоненте, содержащие $\hbar\omega$ разложить в степенной ряд.

$$I_{n,m} \equiv \oint z^n \left(1 + \frac{z^2}{12} \right)^m = \frac{i^n \pi (12)^{\frac{1-n}{2}}}{(m-1)!} \left(\frac{n+1}{2} \right) \left(\frac{n+1}{2} + 1 \right) \dots \left(\frac{n+1}{2} + m - 2 \right) \quad (2.36)$$

В итоге получаем следующее окончательное выражение для полной вероятности радиационного перехода с переворотом спина в единицу времени / 4.5 /

$$W_{\vec{e}} = \frac{5\sqrt{3}}{16} \frac{\hbar^2}{m^2} \gamma^5 |\dot{v}|^3 \left\{ 1 - \frac{2}{9} (\vec{e} \vec{v})^2 + \frac{8\sqrt{3}}{15 |\dot{v}|} (\vec{e} [\vec{v} \dot{v}]) \right\} \quad (2.37)$$

Отметим, что этот результат имеет место для произвольного магнитного поля (при выполнении слабого ограничения (2.17), (2.19)).

Проведем анализ полученного выражения. Для продольной поляризации ($\vec{e} [\vec{v} \dot{v}] = 0$), остающиеся члены

$$1 - \frac{2}{9} (\vec{e} \vec{v})^2 \quad \text{не зависят от того, направлен спин по скорости}$$

или против неё, так что излучение не меняет спиновых состояний с продольной поляризацией. Иное положение возникает в случае поперечной поляризации ($\vec{e} \dot{v} = 0$). В этом случае вероятность перехода зависит от ориентации спина. Для электронов ($e < 0$) вероятность перехода из состояния со спином "по полю" в состояние со спином "против поля" больше вероятности обратного перехода. Для позитронов ($e > 0$) имеет место противоположная ситуация: вероятность перехода из состояния со спином "против поля" в состояние со спином "по полю" больше вероятности обратного перехода. Таким образом возникающая в результате поляризации ("радиационная поляризация") является поперечной^{х)} и для электронов направлена против поля, а для позитронов - по полю. Для определения степени поляризации необходимо решить соответствующее кинетическое уравнение, что будет сделано в следующем разделе.

х) Это обстоятельство очевидно заранее: аксиальный вектор возникающей поляризации может быть направлен лишь вдоль единственного аксиального вектора, фигурирующего в задаче $[\vec{v} \dot{v}]$ (или, что то же самое, \vec{H}).

На существование эффекта радиационной поляризации в однородном поле впервые указали Соколов и Тернов / 6 /, которые провели расчёт традиционным способом с использованием точных решений уравнений Дирака в однородном магнитном поле. Сложность расчёта не позволила обобщить результат даже на слабонеоднородные поля. Приведенный выше вывод следует статьям В.М.Каткова и автора / 1,2,4,5 /.

Ш. Кинетика радиационной поляризации

Из формулы (2.37) следует возможность возникновения поперечной поляризации электронов и позитронов во внешнем поле. Для того, чтобы выяснить как реализуется эта возможность, необходимо получить и решить кинетическое уравнение для поляризационной матрицы плотности с учётом взаимодействия с полем излучения. Этот круг вопросов будет рассмотрен в этом разделе.

3.1. Уравнение для вектора спина с учётом затухания. Учитывая квазиклассический характер движения электрона большой энергии во внешнем поле, уравнение для поляризационной матрицы плотности удобно представить в виде уравнения для вектора спина (среднего значения оператора спина в системе покоя электрона) Таким образом речь идёт о получении уравнения типа Баргмана - Мишеля-Телегди (БМТ) / 7 / с учётом взаимодействия с полем излучения.

Введём гейзенберговский оператор спина электрона в системе покоя $\vec{\sigma}(t)$ ($\vec{\sigma}^+(t) = \vec{\sigma}(t)$), среднее значение которого

$$\vec{\sigma}_0(t) = \langle t_0 | \vec{\sigma}(t) | t_0 \rangle \quad (3.1)$$

есть вектор спина в системе покоя частицы. Без учёта взаимодействия с полем излучения изменение этого вектора во внешнем для частиц с заданным аномальным магнитным моментом определяется уравнением БМТ (в квазиклассическом пределе, т.е. для полей, слабо меняющихся на длинах порядка \hbar/mc , и узких волновых пакетов).

После включения взаимодействия с полем излучения (мы ис-

пользуем, как и в предыдущем разделе, представление взаимодействия), эволюция вектора состояния во времени определяется матрицей $U(t, t_0)$ x)

$$|t\rangle = U(t, t_0) |t_0\rangle \quad (3.2)$$

Изменение среднего значения спина во времени с учётом взаимодействия с полем излучения есть

$$\begin{aligned} \langle t | \vec{\sigma}(t) | t \rangle - \langle t_0 | \vec{\sigma}(t_0) | t_0 \rangle &= \langle t_0 | U^\dagger(t, t_0) \vec{\sigma}(t) U(t, t_0) | t_0 \rangle \\ - \langle t_0 | \vec{\sigma}(t_0) | t_0 \rangle &= \langle t_0 | U^\dagger(t, t_0) [\vec{\sigma}(t), U(t, t_0)] | t_0 \rangle + \\ &+ \langle t_0 | \vec{\sigma}(t) - \vec{\sigma}(t_0) | t_0 \rangle \end{aligned} \quad (3.3)$$

Здесь последний член определяет изменение среднего спина в отсутствие поля излучения. Представим матрицу рассеяния $U(t, t_0)$ в виде разложения теории возмущений по электромагнитной константе связи e

$$U(t, t_0) = 1 + iT(t, t_0) = 1 + i [T_2(t, t_0) + T_2(t, t_0) + \dots] \quad (3.4)$$

Из условия унитарности матрицы рассеяния получаем

$$T_2 - T_2^\dagger = 0, \quad i(T_2^\dagger - T_2) = T_2^\dagger T_2 = 2\text{Im} T_2 \quad (3.5)$$

С учётом этих соотношений и (3.1) можно переписать (3.3) в виде:

x) Отметим, что введенный вектор состояния $|t\rangle$ является двухкомпонентным спинором, а $U(t, t_0)$ матрица - 2x2 матрица, действующая в пространстве этих спиноров. В дальнейшем под символом $\text{Re} U$ будет пониматься эрмитова часть матрицы, а $i\text{Im} U$ будет обозначать антиэрмитову часть матрицы.

$$\vec{d}(t) - \vec{d}(t_0) = \langle t_0 | \left\{ T_2^\dagger \vec{\sigma}(t) T_2 - \frac{1}{2} [\vec{\sigma}(t) T_2^\dagger T_2 + T_2^\dagger T_2 \vec{\sigma}(t)] + i [\vec{\sigma}, \text{Re } T_2] \right\} | t_0 \rangle + \vec{d}_0(t) - \vec{d}_0(t_0) \quad (3.6)$$

Причём здесь

$$\vec{d}_0(t_0) = \vec{d}(t_0) \quad (3.7)$$

поскольку взаимодействие с полем излучения включается в момент времени t_0 .

Перейдем к вычислению отдельных членов в (3.6). В матрицу T_2 входит оператор рождения (или уничтожения) фотона, поэтому матричный элемент

$$\langle t_0 | T_2 | t_0 \rangle = 0 \quad (3.8)$$

поскольку вектор состояния $|t_0\rangle$ описывает состояние электрона в поле (без фотонов). Это обстоятельство учтено в (3.6). При вычислении членов, содержащих комбинацию $T_2^\dagger T_2$, следует учесть, что отличны от нуля только матричные элементы T_2 для перехода в однофотонное состояние, т.е.

$$\begin{aligned} \langle t_0 | T_2^\dagger T_2 | t_0 \rangle &= \sum_n \langle t_0 | T_2^\dagger | n \rangle \langle n | T_2 | t_0 \rangle = \\ &= \int d^3k \sum_{s_n, \lambda} \langle t_0 | T_2^\dagger | t_0, k \rangle \langle k, t_0 | T_2 | t_0 \rangle \end{aligned} \quad (3.9)$$

где интегрирование ведется по импульсам фотона, а суммирование - по спинам электрона s_n и поляризациям фотона λ ,

$\langle k, t_0 | T_2 | t_0 \rangle$ - матричный элемент перехода в однофотонное состояние с фотоном (\vec{k}, λ) (излучения фотона, ср.(2.8)). В

соответствии с результатами предыдущего раздела ((2.22) - (2.25) этот матричный элемент имеет вид:

$$\langle k, t_0 | T_2 | t_0 \rangle = \frac{e}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2k\omega}} \varphi_n^\dagger \left[\int_{t_0}^t Q(t) e^{-i \frac{E}{\hbar} (\omega t - \vec{r} \cdot \vec{r}(t))} dt \right] \varphi_i \quad (3.10)$$

На основании аргументов, которые привели нас к формуле (2.26), (3.10) и которые в используемых нами терминах означают, что характерное время изменения матричных элементов операторов T_2 есть время излучения ($\tau \sim T/\gamma$), в то время как характерное время изменения $\vec{\sigma}(t)$ ($\vec{d}(t)$) есть T (T - например, период обращения), мы можем с точностью до членов $\sim 1/\gamma$ пренебречь зависимостью $\vec{\sigma}(t)$ от времени. С учётом этого обстоятельства и (3.9), (3.10) имеем:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{d}_2 &\equiv \langle t_0 | \left\{ T_2^\dagger \vec{\sigma} T_2 - \frac{1}{2} [\vec{\sigma} T_2^\dagger T_2 + T_2^\dagger T_2 \vec{\sigma}] \right\} | t_0 \rangle = \\ &= \frac{e^2}{4\pi k} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^2 \omega} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^t dt_2 \sum_{\lambda} \vec{S} \end{aligned} \quad (3.11)$$

где

$$\vec{S} = \text{Sp} \left\{ [Q_2^\dagger \vec{\sigma} Q_2 - \frac{1}{2} (\vec{\sigma} Q_2^\dagger Q_2 + Q_2^\dagger Q_2 \vec{\sigma})] \left(\frac{1 + \vec{d} \cdot \vec{\sigma}}{2} \right) \right\} \quad (3.12)$$

Воспользовавшись соотношением

$$Q_2 \vec{\sigma} = \vec{\sigma} Q_2 + 2 [\vec{B}_2 \vec{\sigma}] \quad (3.13)$$

нетрудно вычислить след (3.12)

$$\vec{S} = \vec{S}_A + \vec{S}_B$$

$$\vec{S}_A = - [(A_1 \vec{B}_2 + A_2 \vec{B}_1) \vec{\kappa}]$$

$$\vec{S}_B = 2i [\vec{B}_2 \vec{B}_1] + \vec{B}_2 (\vec{\kappa} \vec{B}_1) + \vec{B}_1 (\vec{\kappa} \vec{B}_2) - 2\vec{\kappa} (\vec{B}_1 \vec{B}_2)$$

(3.14)

Полученное выражение для \vec{S} содержит члены двух типов: квадратичные по $\vec{B}_{1,2}$ ($S_B \sim \kappa^2$ (ср. (2.29))) и линейные по $\vec{B}_{1,2}$, $A_{1,2}$ ($S_A \sim \kappa$). Эти члены приводят к разным физическим следствиям, поэтому мы рассмотрим их отдельно. Умножим \vec{S} (3.14) на $\vec{\kappa}$:

$$(\vec{S} \vec{\kappa}) = (\vec{S}_B \vec{\kappa}) = 2 \{ (\vec{B}_1 \vec{\kappa}) (\vec{B}_2 \vec{\kappa}) - \vec{\kappa}^2 (B_2 B_1) +$$

$$- i (\vec{\kappa} [\vec{B}_2 \vec{B}_1]) \} = - 2 R_2^* R_1 |_{st} \quad (3.15)$$

так что член $(\vec{\kappa} \vec{S})$ выражается через квадрат матричного элемента радиационного перехода с переворотом спина (2.28). Заметим, что в отличие от предыдущего раздела, где мы рассматривали задачу для одного электрона ($|\vec{\kappa}| = 1$), в данном разделе мы ведем рассмотрение для ансамбля электронов (на языке одного из представлений матрицы плотности), так что, вообще говоря, $|\vec{\kappa}| \neq 1$. Дальнейшее вычисление интеграла (3.11) с \vec{S}_B совпадает с проделанным в предыдущем разделе^{x)}, поскольку члены при заданных структурах с $\vec{\kappa}$ выделяются однозначно. Таким образом ответ следует прямо из формулы

x) Необходимо, чтобы разность времен $t - t_0 \gg \tau \approx \frac{1}{\omega \gamma}$

(2.37):

$$\frac{\Delta \vec{\kappa}_{1B}}{\Delta t} = - \frac{1}{\pi} \left\{ \vec{\kappa} - \frac{2}{9} (\vec{\kappa} \vec{v}) \vec{\kappa} + \frac{8}{5\sqrt{3}} \frac{1}{v} [\vec{v} \vec{v}] \right\} \quad (3.16)$$

где:

$$\frac{1}{T} = \frac{5\sqrt{3}}{8} \alpha \frac{\hbar^2}{m^2} \gamma^5 |\vec{v}|^3 \quad (3.17)$$

Член $\Delta \vec{\kappa}_{1A}$ не содержится в предыдущих результатах и должен быть вычислен непосредственно. Однако следует иметь в виду следующие обстоятельства:

а) Структура этого члена $[\vec{F} \vec{\kappa}]$, где \vec{F} - аксиальный вектор, построенный из векторов задачи. Члены такого типа приводят к вращению $\vec{\kappa}$, но не к изменению его модуля.

б) Член $\Delta \vec{\kappa}_{1A} / \Delta t$ пропорционален постоянной Планка \hbar , поскольку он линеен по $B_{1,2}$, в то время, как будет видно ниже, имеются члены вращения, не содержащие \hbar . В этом смысле член является поправочным к описанию вращения.

Перейдём теперь к члену с $Re T_2$. Для вычисления его необходимо знать функцию Грина электрона в электромагнитном поле. Эта функция Грина вычислялась, в частности, Швингером / 8 /. В последней работе приведено формальное выражение для функции Грина, справедливое во всех порядках по \hbar , и явно вычислена функция Грина в линейном по магнитному полю приближении (фактически члены порядка \hbar^0). Как показано в Приложении Я, исходя из последней функции Грина можно получить

$$\langle t_0 | Re T_2 | t_0 \rangle = \int_{t_0}^t dt \langle t_0 | a - \frac{\mu'}{\gamma} (\vec{H}_R \vec{v}) | t_0 \rangle \quad (3.18)$$

где

$$\mu' = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{e}{2m} = \left(\frac{g-2}{2} \right) \frac{e}{2m}$$

$$\vec{H}_R = \gamma \left[\vec{H} - \frac{\vec{v} (\vec{v} \vec{H})}{1 + v/\gamma} - [\vec{v} \vec{E}] \right] \quad (3.19)$$

величина "а" содержит расходящийся интеграл, связанный с перенормировкой массы, в дальнейшем она нам не понадобится. Заметим, что μ' есть аномальный магнитный момент электрона, H_R - магнитное поле в системе покоя электрона (если в лабораторной системе поля \vec{H} и \vec{E}). Проводя простые вычисления с использованием (3.18) при тех же предположениях относительно $\vec{\sigma}(t)$, что и (3.11), получаем

$$\begin{aligned} \langle t_0 | i[\sigma, Re T_2] | t_0 \rangle &= \langle i | \psi^+ i[\vec{\sigma}, Re T_2] \psi | i \rangle = \\ &= \langle i | Sp \left(\frac{1 + \vec{\sigma} \cdot \vec{v}}{2} \right) i[\vec{\sigma}, Re T_2] | i \rangle = \int_{t_0}^t dt \frac{2\mu'}{\gamma} [\vec{\sigma} \vec{H}_R] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Итак, мы получили, что

$$\frac{d\vec{\sigma}_2}{dt} = \frac{2\mu'}{\gamma} [\vec{\sigma} \vec{H}_R] = \left(\frac{g-2}{2} \right) \frac{e}{m\gamma} [\vec{\sigma} \vec{H}_R] \quad (3.21)$$

т.е. мы получили член вращения, пропорциональный аномальному магнитному моменту электрона.

Наконец, входящая в (3.6) разность $\vec{\sigma}_0(t) - \vec{\sigma}_0(t_0) = (\Delta \vec{\sigma}_0 / \Delta t) \Delta t$ описывает изменение вектора спина электрона во внешнем поле в отсутствие взаимодействия с полем излучения. В квазиклассическом пределе можно получить непосредственно из уравнения для спинового оператора уравнения Дирака (см., например, / 9 /):

$$\frac{d\vec{\sigma}_0}{dt} = \frac{e}{\varepsilon} [\vec{\sigma} \vec{H}_E], \quad H_E = H + \frac{[\vec{E} \vec{v}]}{2 + 1/\gamma} \quad (3.22)$$

Таким образом, картина рассматриваемого явления следующая. В отсутствие взаимодействия с полем излучения спин прецессирует согласно уравнению (3.22). Включение взаимодействия с полем излучения приводит к эффектам двух типов:

1. Появляются новые виды членов вращения, связанные с

появлением у электрона, вследствие взаимодействия с полем излучения, аномального магнитного момента (3.21). Сумма (3.21) и (3.22) даёт движение электрона с аномальным магнитным моментом во внешнем поле (уравнение БМТ)^{х)}.

2. Кроме того, появляются члены, не сводящиеся к вращению (члены затухания) (3.16), меняющие $|\vec{\sigma}|$.

В итоге мы получаем следующее уравнение движения спина ансамбля электронов во внешнем поле с учётом эффектов излучения (3.16), (3.21), (3.22):

$$\frac{d\vec{\sigma}}{dt} = \frac{e}{\varepsilon} [\vec{\sigma} (\varrho \vec{H}_R + \vec{H}_E)] - \frac{1}{T} (\vec{\sigma} - \frac{2}{g} (\vec{\sigma} \vec{v}) \vec{v} + \frac{g}{5\sqrt{3}} \vec{v} [\vec{\sigma} \vec{v}]) \quad (3.23)$$

причём \vec{H}_E определено в (3.22), \vec{H}_R - (3.19), $1/T$ - в (3.17),

$$\varrho \equiv \frac{g-2}{2} = \frac{\alpha}{2\pi}.$$

Следует иметь в виду, что вращательные члены в (3.23) порядка $k^0(x^0)$ (мы не учитываем следующих поправок по $k(x)$ к вращательным членам, поскольку они малы и не приводят к новым качественным эффектам) в то время, как члены затухания порядка $k^2(x^2)$, однако их следует сохранять, так как они приводят к новым качественным эффектам - изменению $|\vec{\sigma}|$.

Тем не менее, такое различие в порядках величин во многом упрощает решение кинетического уравнения (3.23) и позволяет во многих случаях рассматривать эффекты вращения и затухания отдельно.

х) В этом смысле проведенный расчёт представляет прямой вывод уравнения БМТ. Можно было рассуждать в обратном порядке. Исходя из общего представления для $Re T_2$ (3.18), независимо от коэффициентов, легко видеть (3.20), что это член вращательного типа. Но тогда он может быть равен только члену с аномальным моментом в уравнении БМТ.

3.2. Решение кинетического уравнения. Мы рассмотрим решение уравнения (3.23) в магнитном поле ($\vec{E} = 0$) в случае больших энергий $\gamma \gg 1$, поскольку только в этом случае имеет смысл учитывать члены, связанные с затуханием. Оказывается удобным ввести систему осей (Б.18) (Приложение Б), тогда уравнение (3.23) можно переписать в виде (ср. Б.13):

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 &= -\Omega \alpha_2 - \frac{\gamma}{9T} \alpha_1 \\ \dot{\alpha}_2 &= \Omega \alpha_1 + \omega \alpha_3 - \alpha_2/T \\ \dot{\alpha}_3 &= -\omega \alpha_2 - \frac{1}{T} \left(\alpha_3 + \frac{\theta}{5\sqrt{3}} \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

где частоты Ω и ω определяются формулами (Б.17), а $1/T$ - (3.17). Система (3.24) описывает движение спина ансамбля электронов с учётом затухания в произвольном магнитном поле.

В качестве простейшей иллюстрации характера решений системы уравнений (3.24) рассмотрим движение электрона в однородном магнитном поле при $\vec{v} \perp \vec{H}$. В этом случае $\Omega = \gamma \omega_0$ ($\omega_0 = 1/\tau = \frac{eH}{E}$ - ларморова частота), $\omega = 0$, причём Ω , T не зависят от времени. Решение системы в этом случае:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_1(0) \cos(\Omega t + \varphi_0) e^{-\frac{\theta t}{9T}} \\ \alpha_2 &= \alpha_1(0) \sin(\Omega t + \varphi_0) e^{-\frac{\theta t}{9T}} \\ \alpha_3 &= \left(\alpha_3(0) + \frac{\theta}{5\sqrt{3}} \right) e^{-t/T} - \frac{\theta}{5\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (3.25)$$

где мы учли, что $\Omega \gg 1/T$ (отброшены члены $\sim X^4$). Отсюда вытекает, что компоненты $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ затухают за

характерное время $t \sim T$ (3.17), в то время, как компонента $\alpha_3(t)$ выживает, причём через время $t \gg T$ имеем:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0, \quad \alpha_3 = -\frac{\theta}{5\sqrt{3}} = -0,924 \quad (3.26)$$

Этот результат не зависит от начальной поляризации электронов. В частности, если в начале электроны были неполяризованы, то

$$\alpha_1(t) = \alpha_2(t) = 0, \quad \alpha_3(t) = -\frac{\theta}{5\sqrt{3}} (1 - e^{-t/T}) \quad (3.27)$$

Выражения (3.25) - (3.27) определяют кинетику радиационной поляризации в однородном поле. Заметим, что для электронов ($e < 0$), вектор $[\vec{v}\vec{v}]$ направлен по полю, т.е. возникающая поляризация ориентирована против магнитного поля \vec{H} , для позитронов ($e > 0$) вектор $[\vec{v}\vec{v}]$ направлен против поля, а возникающая поляризация ориентирована по полю (см. сноску на стр.15). Таким образом мы действительно убедились, что последний член в формуле (3.23) имеет природу, совершенно отличную от остальных членов, в то время как эти члены приводят к вращению спина, не имея его модуля, член с $1/T$ в (3.23) изменяет модуль $|\vec{\alpha}|$. Процесс радиационной поляризации протекает так, что на быструю прецессию вектора спина во внешнем поле накладывается медленный процесс затухания, поперечных полю компонент спина.

Численные значения времени поляризации в реальных условиях приведены в таблице 1. (Установки ВЭПП-2 ($R = 150$ см) и ВЭПП-3 ($R = 750$ см) в Новосибирске). Эти времена порядка времени работы накопителей, так что поляризационные эффекты вполне наблюдаемы. Еще одно замечание касается зависимости от времени величины степени поляризации. Из (3.27) следует, что

$$|\alpha_3(\infty)| = 0,924; \quad |\alpha_3(T)| = 0,584; \quad |\alpha_3(T/4)| = 0,204 \quad (3.28)$$

так что уже через сравнительно небольшие времена (ср. таблицу) можно наблюдать поляризационные эффекты.

Рассмотрим теперь случай, когда электрон движется в однородном поле по винтовой линии ($(\vec{v}\vec{H}) \neq 0$). Тогда из (Б.17) немедленно следует, что $\omega = \gamma e \frac{H_{||}}{E} = \gamma \omega_0 \frac{H_{||}}{H_{\perp}} = \frac{\Omega}{\gamma} \frac{H_{||}}{H_{\perp}} \ll \Omega$

Т а б л и ц а 1

Время радиационной поляризации

Энергия (Мэв)	Магнитный радиус кривизны (см)	Время радиационной поляризации (минут)
500	150	177
600	150	73
700	150	33
1000	750	693
2000	750	22
3000	750	0,95

(если угол между \vec{v} и \vec{H} много больше $1/\gamma$). В решении уравнения (3.2) новым обстоятельством, по сравнению с (3.25), является появление незатухающей компоненты \vec{a}_2 , так что асимптотический вектор поляризации ($t \gg T$) лежит в плоскости (1,3) и образует с осью \vec{e}_3 угол $\sim \omega/\Omega = \frac{1}{\gamma} \frac{H_{||}}{H_{\perp}}$.

Винтовое движение можно получить из кругового с помощью преобразования Лоренца вдоль магнитного поля. Поскольку $\vec{a}^2 = -S_{\perp}^2$

есть квадрат 4-вектора, то асимптотическая степень поляризации при винтовом движении такая же, как при круговом. Этот же результат следует, естественно, из системы (3.24) если учесть, что в коэффициентах при $1/\gamma$ сохранены только старшие члены разложения по $1/\gamma$, так что в решении также следует сохранять только старшие члены разложения по $1/\gamma$.

При рассмотрении движения электрона в неоднородном поле можно, как правило, пренебречь первым членом в ω (Б.17) по

сравнению со вторым, содержащим градиенты поля. Степень возникающей поляризации, вообще говоря, меняется (по сравнению с однородным полем) и может быть найдена если $|\omega/\Omega| \gg 1/\gamma$

(в противном случае коэффициенты в уравнениях (3.24) имеют недостаточную точность, впрочем поправки тогда пренебрежимо малы ($\sim 1/\gamma^2$)).

В практически интересных случаях электроны совершают малые колебания в неоднородном поле вокруг равновесной (круговой) орбиты. Отношение $|\omega/\Omega| \ll 1$ и имеет порядок $Z_0/R_0\gamma$ (Z_0 - амплитуда колебаний, R - средний радиус орбиты). Система (3.24) может решаться с помощью теории возмущений по параметру ω/Ω . В первом приближении имеем:

$$\begin{aligned} \vec{a}_+(t) &= e^{A(t)} \left[\vec{a}_+(0) + i \int_0^t \omega \vec{a}_3^0(\tau) e^{-A(\tau)} d\tau \right] \\ \vec{a}_3(t) &= \vec{a}_3^0(t) - e^{-\int_0^t \frac{d\tau}{T}} \text{Im} \vec{a}_+(0) \int_0^t \omega(\tau) e^{B(\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (3.29)$$

где $\vec{a}_+(t) = \vec{a}_2(t) + i\vec{a}_2^*(t)$, $\vec{a}_-(t) = \vec{a}_+^*(t)$; \vec{a}_3^0 , \vec{a}_+^0 - решения нулевого приближения (см. (3.25));

$$A(t) = \int_0^t \left(-\frac{\delta}{\gamma T} + i\Omega \right) d\tau, \quad B(t) = A(t) + \int_0^t \frac{d\tau}{T} \quad (3.30)$$

Отличие от случая движения в однородном поле состоит в том, что в \vec{a}_2 , \vec{a}_2^* появляются незатухающие члены малой ($\sim \omega/\Omega$) амплитуды, в \vec{a}_3 появляется затухающий член линейный по ω/Ω . Незатухающая поправка к \vec{a}_3 появляется только в следующем приближении, она имеет вид:

$$\Delta \vec{a}_3 = \frac{\delta}{\sqrt{3}} e^{-\int_0^t \frac{d\tau}{T}} \text{Re} \left[\int_0^t \omega(\tau) e^{B(\tau)} \int_0^{\tau} \omega(\tau_2) e^{-A(\tau_2)} d\tau_2 \right] \quad (3.31)$$

Рассмотрим теперь конкретный пример. Пусть электроны совершают малые (бетатронные) колебания вдоль оси z в поле, которое в плоскости $x_3 = 0$ имеет вид $H_3 = H_0 (R/r)^n$, $H_\varphi = H_r = 0$. Тогда в осцилляторном приближении имеем:

$$x_3 = x_3^0 \cos(\omega_3 t + \beta_3), \quad \vartheta = \vartheta_0 \cos(\omega_r t + \beta_r), \quad \dot{\varphi} = \omega_0 (1 - \vartheta) \quad (3.32)$$

где $\vartheta = \frac{r-R}{R}$, $\omega_r = \sqrt{1-n}\omega_0$, $\omega_3 = \sqrt{n}\omega_0$, $\omega_0 = \frac{eH_0}{\varepsilon}$

Для этого случая имеем

$$\Omega = \Omega_0 (1 - n\vartheta), \quad \omega = -\frac{n\dot{x}_3}{R}, \quad \frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} (1 - 3n\vartheta) \quad (3.33)$$

Подставляя (3.32) - (3.33) в (3.29) получаем для компонент спина

$$\begin{aligned} \varphi_2(t) &= c \frac{\Omega_0}{\omega_3} \sin(\omega_3 t + \beta_3) \varphi_2^0(t) + \text{затух. члены} \\ \varphi_1(t) &= -c \cos(\omega_3 t + \beta_3) \varphi_1^0(t) + \text{затух. члены} \\ \varphi_3(t) &= \varphi_3^0(t) + \text{затух. члены} \end{aligned} \quad (3.34)$$

где

$$\varphi_3^0(t) = -\frac{\vartheta}{\sqrt{13}} + (\varphi_3(0) + \frac{\vartheta}{\sqrt{13}}) e^{-t/T} \quad (3.35)$$

$$c = \frac{n x_3^0 \omega_3^2}{R \omega_3^2 - \Omega^2}$$

Незатухающая поправка к φ_3 (3.31) имеет вид

$$\Delta \varphi_3 = \frac{2}{\sqrt{13}} \left(\frac{n x_3^0}{R} \right)^2 \frac{\omega_3^2}{\omega_3^2 - \Omega^2} \cos 2(\omega_3 t + \beta_3) \quad (3.36)$$

Полученные выражения определяют процесс поляризации в неоднородном поле. Видно, в частности, что асимптотическая степень поляризации меняется на величину $\sim (x_3^0/R)^2$, если мы находимся вдали от резонанса $\Omega_0 \sim \omega_3$ (см. главу 1У).

Первые оценки кинетики радиационной поляризации проводились с помощью элементарных уравнений баланса / 6 / в случае однородного поля. Приведенное выше рассмотрение следует статьям В.М. Каткова, В.М. Страховенко и автора / 10,11 /.

1У. Деполяризационные эффекты

В предыдущем разделе было показано, что при длительном движении электронов (позитронов) в магнитном поле, они поляризуются вдоль направления $[\vec{v}\vec{e}]$. Естественно, что возникают вопросы сохранения (и, в некотором смысле, управления) поляризацией пучка. В кинетическом уравнении (3.23) есть члены, соответствующие вращению вектора спина и изменению модуля вектора спина. Последние приводят к возникновению радиационной поляризации. Характерные частоты движения спина (см. (6.19) Приложение Б), есть $\Omega = \frac{1}{t_\Omega} \sim \alpha \gamma \omega_0$ (ω_0 - частота обращения электрона в поле H_1), в то время как обратное время ("частота") поляризации (3.17) $1/T \sim \alpha \gamma \omega_0 \chi^2$. Отношение этих времен

$$t_\Omega / T \sim \chi^2 \quad (4.1)$$

Поскольку $\chi \ll 1$ с большим запасом, то для изучения движения спина и связанных с ним явлений деполяризации, если времена этих явлений много меньше T , можно опустить члены с затуханием и рассматривать уравнение БМТ (Б.6), (Б.13). Ниже мы ограничимся рассмотрением этого случая.

При движении в однородном поле \vec{H}_0 (при $\vec{E} = 0$, $(\vec{v}\vec{H}_0) = 0$) имеем из (Б.6)

$$\frac{d(\vec{a}\vec{H}_0)}{dt} = 0 \quad (4.2)$$

т.е. сохраняется проекция вектора спина на направление поля^{x)}.

В накопителях роль \vec{H}_0 играет среднее по орбите ведущее поле. При появлении неоднородностей поля (и поля \vec{H}_1) эта проекция уже не сохраняется. Таким образом все эффекты деполаризации так или иначе связаны с неоднородностью магнитного поля. Неоднородная часть $|\vec{H}_1| \ll |\vec{H}_0|$, поэтому, вообще говоря, эффекты дополнительного поворота не велики. Однако, если в \vec{H}_1 есть гармоники, резонирующие со средней частотой прецессии, то спин может перевернуться. Если перевертывание происходит некогерентно, это означает деполаризацию пучка ("динамическая деполаризация"). Существует еще один механизм деполаризации, связанный с появлением стохастических элементов в движении (например, квантовые флуктуации излучения приводят к стохастическому размытию энергии пучка). Вследствие этого может возникнуть диффузия среднего значения спина; что также ведет к деполаризации ("стохастическая деполаризация"). Ниже мы подробно рассмотрим оба эти механизма.

4.1. Элементарное рассмотрение динамической деполаризации / 12 /. Пусть электрическое поле $\vec{E} = 0$. Тогда (Б.6) имеет вид

$$\frac{d\vec{\sigma}}{dt} = [\vec{\sigma}, \vec{F}], \quad \vec{F} = \frac{e}{m\gamma} \left[(1 + 2\gamma)\vec{H} - 2\gamma \frac{\vec{\sigma}(\vec{\sigma}\vec{H})}{1 + 2\gamma} \right] \quad (4.3)$$

Для рассмотрения эффектов деполаризации можно взять поляризованное состояние ($\sigma_z \sim 1, \sigma_x, \sigma_y \ll 1$) и рассмотреть условие поворота спина, когда появляются поперечные компоненты

$\vec{\sigma}_\perp (\sigma_x, \sigma_y)$, что означает поворот вектора $\vec{\sigma}$. Если этот поворот происходит для разных частиц некогерентно, это означает уменьшение среднего по ансамблю электронов $\langle \vec{\sigma} \rangle_0$, т.е. частичную деполаризацию (в пределе $\langle \vec{\sigma} \rangle_0 \rightarrow 0$ полную деполаризацию) пучка. С точностью до членов второго порядка по σ_x ,

х) Поскольку в такой ситуации поляризация направлена по (напротив) вектору \vec{H} , это означает сохранение поляризации.

уравнение (4.3) может быть приближенно представлено в виде

$$\frac{d\vec{\sigma}}{dt} = \omega_a [\vec{\sigma}, \vec{e}_z] + \vec{f}(t) \quad (4.4)$$

где \vec{e}_z - единичный вектор по оси z , $\omega_a = \omega_0(1 + 2\gamma)$, $\omega_0 = eH/\epsilon$ - ларморова частота. Переходя к величинам $\sigma_\pm(t) = \sigma_x(t) \pm i\sigma_y(t)$, $f_\pm(t) = f_x(t) \pm if_y(t)$ имеем из (4.4)

$$\frac{d\sigma_\pm}{dt} = \mp i\omega_a \sigma_\pm + f_\pm(t) \quad (4.5)$$

Решения этого уравнения удобно записать в виде:

$$\sigma_\pm(t) = e^{\mp i\varphi(t)} \int_0^t e^{\pm i\varphi(\tau)} f_\pm(\tau) d\tau \quad (4.6)$$

где

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega_a dt \quad (4.7)$$

Рассмотрим теперь два конкретных случая.

А) Пусть

$$\vec{H} = H_0(\vec{e}_z + \theta(t)\vec{e}_r), \quad |\theta(t)| \ll 1 \quad (4.8)$$

пренебрегая членами $\sim \sigma_z$, получаем $f_\pm(t) = e^{\mp i\omega_0 t} \omega_a \theta(t)$ тогда из (4.6), (4.7) имеем

$$|\sigma_\pm(t)| = \left| \int_0^t e^{i(\omega_a - \omega_0)t} \omega_a \theta(t) dt \right| \quad (4.9)$$

В простейшем случае $\theta(t) = \theta_0 e^{-i\omega_0 t}$

$$|\sigma_\pm(t)| = \frac{2\omega_a |\theta_0|}{\Delta\omega} \sin\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right) \quad (4.10)$$

где

$$\Delta\omega = \omega_{\tau} - \omega_0 - \omega_a \quad (4.11)$$

Из решения (4.10) следует, что при $|\beta_0 \frac{\omega_{\tau}}{\Delta\omega}| \ll 1$ возмущение поля \vec{H} приводит к малым осцилляциям $|\vec{\tau}+1|$, что означает, что на прецессию вектора спина вокруг \vec{e}_z накладываются малые колебания. Иная ситуация возникает при $\Delta\omega \rightarrow 0$ (резонанс), когда $|\beta_0 \frac{\omega_{\tau}}{\Delta\omega}| \sim 1$, тогда за время $t \sim \frac{1}{\Delta\omega}$ появляется заметная поперечная компонента спина. В явном виде:

$$\Delta\omega = \gamma\omega_0 - \omega_a = \Omega - \omega_a \quad (4.12)$$

Здесь Ω - частота прецессии спина (Б.19), ω_a - частота возмущения, которая может быть кратна любой из частот задачи. Поэтому общее условие резонанса ($\Delta\omega = 0$) имеет вид:

$$\Omega \equiv \gamma\omega_0 = N\omega_0 + N_1\omega_z + N_2\omega_r + N_3\omega_s \quad (4.13)$$

где $\omega_0, \omega_z, \omega_r, \omega_s$ - частоты обращения: z, r - бета-тройных и синхротронных колебаний. Поскольку частицы в пучке электронов имеют некоторый разброс по энергиям, углам, координатам и т.д., то заметная поперечная компонента $\vec{\tau}_{\pm}(t)$ появляется с некоторым разбросом. Дальнейшее движение частиц приводит к перемешиванию разных значений компонент спина, это, как уже отмечалось, означает деполяризацию пучка. В этом смысле условие (4.13) является условием резонансной деполяризации пучка.

В) Рассмотрим теперь актуальный случай прохождения через резонанс. Пусть ω_{τ} в (4.7) меняется со временем. Представив $f_{\pm}(t)$ в виде $M_{\pm} \exp(\mp i \int_{-\infty}^t \omega_p(t) dt)$ имеем:

$$|\vec{\tau}_{\pm}(t)| = \left| \int_{-\infty}^t e^{i \int_{-\infty}^{\tau} (\omega_{\tau} - \omega_p) dt} M_{\pm} d\tau \right| \quad (4.14)$$

входящий в это выражение интеграл разложим по степеням τ :

$$\Psi(\tau) \equiv \int_{-\infty}^{\tau} (\omega_{\tau} - \omega_p) dt = \Psi(0) + \Psi'(0)\tau + \frac{\Psi''(0)}{2!}\tau^2 + \dots \quad (4.15)$$

очевидно, что член $\Psi(0)$ вклада не даёт, $\Psi'(0) = \omega_{\tau} - \omega_p|_{\tau=0} = 0$ - условие прохождения резонанса в момент $\tau = 0$. С учётом этих обстоятельств имеем

$$|\vec{\tau}_{\pm}(\infty)| = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\frac{\Gamma}{2}\tau^2} M_{\pm} d\tau \right| = |M_{\pm}| \left(\frac{2\pi}{\Gamma} \right)^{1/2} \quad (4.16)$$

где введено обозначение

$$\Gamma = \left| \frac{d}{d\tau} (\omega_{\tau} - \omega_p) \right|_{\tau=0} \quad (4.17)$$

Условие применимости формулы (4.16)

$$\left(\frac{d\Gamma}{d\tau} \right)^{2/3} \ll \Gamma, \quad M_{\pm} \left(\frac{2\pi}{\Gamma} \right)^{1/2} \ll 1 \quad (4.18)$$

заключается в достаточной плавности изменения $\omega_{\tau}(\tau)$.

Если резонанс проходит за счёт изменения энергии, то (4.16) имеет вид ($M_{\pm} = \omega_{\tau} \beta_0$).

$$|\vec{\tau}_{\pm}(\infty)| = |\beta_0| \omega_{\tau} \left(\frac{2\pi}{2\omega_c \frac{d\delta}{dt}} \right)^{1/2} \quad (4.19)$$

Эта формула, как отмечалось, определяет степень деполяризации при прохождении резонанса, при условии

$$\sqrt{|\omega_c \frac{d\delta}{dt}|} \gg \omega_{\tau} \quad (4.20)$$

4.2. Динамическая деполяризация / 13 /. Задача о динамической деполяризации в целом сводится к нахождению таких условий, при которых решение уравнения (Б.6) даёт заметное отклонение вектора $\vec{\alpha}$ от первоначального направления (оси поляризации), а также к анализу перемешивания различных отклонений вектора $\vec{\alpha}$ для отдельных частиц и связанной с этим перемешиванием деполяризации пучка. Процесс перемешивания как правило имеет место вследствие разброса параметров (энергии, импульса, координат и т.д.) частиц в пучке. Поэтому основной является первая часть задачи. Уравнения (Б.6) во многом аналогичны уравнениям для движения заряженных частиц во внешнем поле и могут решаться с помощью тех же методов. При этом оказывается удобным использовать уравнения для движения спина в форме (Б.13).

а) Нерезонансный случай. В приложении Б указано, что в реальных условиях $\omega \ll \Omega$. Поэтому решения можно искать с помощью теории возмущений по степеням ω/Ω . Представим решения уравнений (Б.13) в виде

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \sqrt{1-\alpha^2} \cos \varphi \\ \alpha_2 &= \sqrt{1-\alpha^2} \sin \varphi \\ \alpha_3 &= \alpha \end{aligned} \quad (4.21)$$

где

$$\varphi = \int \Omega dt + \varphi \quad (4.22)$$

Введенные функции α , φ удовлетворяют уравнениям

$$\dot{\alpha} = -\omega \sqrt{1-\alpha^2} \sin \varphi, \quad \dot{\varphi} = \frac{\alpha \omega}{\sqrt{1-\alpha^2}} \cos \varphi \quad (4.23)$$

последние уравнения содержат в правой части ω и поэтому удобны для решения с помощью последовательных приближений. В нулевом приближении $\omega = 0$, $\alpha = \alpha_0 = \text{const}$

$\varphi = \varphi_0 = \text{const}$. В этом случае из (4.21) следует, что про-

екция вектора спина на ось 3 сохраняется, а перпендикулярная к оси 3 проекция вращается со средней частотой $\bar{\Omega}$ ($\bar{\Omega}t = \int \Omega dt$), т.е. имеет место прецессия вектора спина $\vec{\alpha}$ вокруг оси 3, с указанной средней частотой. В первом приближении из (4.23) следует, что

$$(\Delta \alpha)_1 = -\sqrt{1-\alpha_0^2} \psi_s, \quad (\Delta \varphi)_1 = \frac{\alpha_0}{\sqrt{1-\alpha_0^2}} \psi_c \quad (4.24)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_s &= \int^t \omega \sin \varphi_0 dt, \quad \psi_c = \int^t \omega \cos \varphi_0 dt \\ \varphi_0 &= \int \Omega dt + \varphi_0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

так что полное решение в первом приближении

$$\begin{aligned} \alpha_1^L &= \sqrt{1-\alpha_0^2} \cos \varphi_0 + \alpha_0 d_1 \\ \alpha_2^L &= \sqrt{1-\alpha_0^2} \sin \varphi_0 + \alpha_0 d_2 \\ \alpha_3^L &= \alpha_0 - \psi_s \sqrt{1-\alpha_0^2} \end{aligned} \quad (4.26)$$

где

$$\begin{aligned} d_1 &= \psi_s \cos \varphi_0 - \psi_c \sin \varphi_0 \\ d_2 &= \psi_s \sin \varphi_0 + \psi_c \cos \varphi_0 \end{aligned} \quad (4.27)$$

Из решения (4.26) следует, что на прецессию спина накладываются малые колебания (рис.1). Формально, решения первого приближения могут быть получены из решений нулевого приближения с помощью матрицы преобразования S

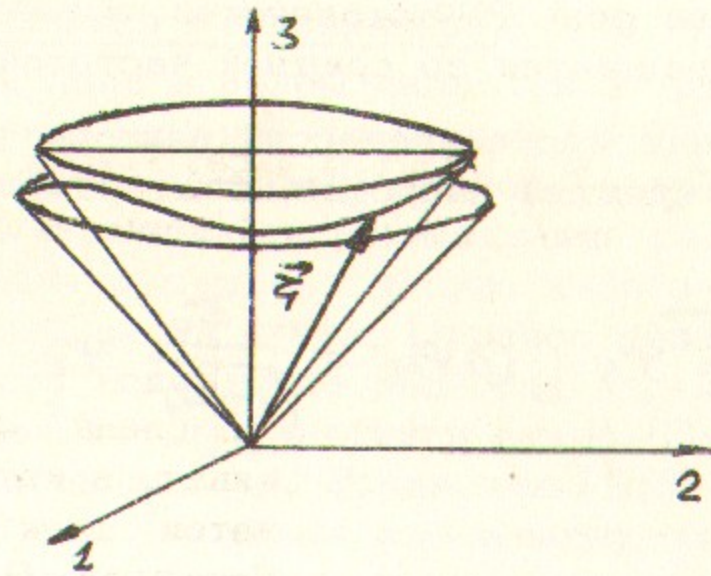


Рис.1.

$$\vec{r}^L = S \vec{r}^0, \quad S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha_1 \\ 0 & 1 & \alpha_2 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

С точностью до членов второго порядка эта матрица является ортогональной ($S^T = S^{-1}$, $\det S = 1$), т.е. соответствует реальным поворотам, и представляет последовательность поворотов на малый угол α_1 , в плоскости (1,3) и на малый угол α_2 в плоскости (2,3), так что при преобразовании координат с помощью матрицы S , ось 3 поворачивается на угол $\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}$.

Полученный результат применим, если поправочные члены, найденные по теории возмущений малы. При $\omega = \text{const}$ порядок величины этих членов очевидно $(\omega/\bar{\Omega}) \ll 1$. В общем случае следует разложить $\omega(t)$ в ряд Фурье. Если среди гармоник разложения будут гармоники, кратные $\bar{\Omega}$ ($\bar{\Omega}t = \int \Omega dt$), то в величинах ψ_s, ψ_c (4.25) появятся малые знаменатели, т.е. эти величины могут стать большими. Гармоники $\omega(t)$ кратны всем характерным частотам задачи, т.е. если

$$\bar{\Omega} = N\omega_0 + N_1\omega_2 + N_2\omega_r + N_3\omega_s \quad (4.29)$$

то полученное выше решение неприменимо. Это условие есть условие резонанса (ср. (4.13)).

б) Движение спина вблизи резонанса. Пусть средняя частота $\bar{\Omega}$ близка к некоторой резонансной гармонике Ω_n (4.29):

$$\bar{\Omega} = \Omega_n + \delta \quad (4.30)$$

При решении задачи о движении вектора спина \vec{r}^L часто оказывается удобным найти систему координат, в которой проекция спина на некоторое направление сохраняется, а затем рассмотреть движение этой системы относительно исходной. В нерезонансном случае такой переход осуществляется матрицей S^T . Однако особенно полезен такой подход в резонансной области. Перейдем в систему, вращающуюся с частотой Ω_n относительно нашей исходной:

$$\begin{pmatrix} \vec{r}_1 \\ \vec{r}_2 \\ \vec{r}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_n & -\sin \varphi_n & 0 \\ \sin \varphi_n & \cos \varphi_n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{r}_x \\ \vec{r}_y \\ \vec{r}_z \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

где $\varphi_n = \psi_n + \varphi_n$, $\psi_n = \Omega_n t$

Фаза φ_n - постоянна и будет выбрана ниже. Если $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$ удовлетворяют системе уравнений (Б.13), то $\vec{r}_x, \vec{r}_y, \vec{r}_z$ удовлетворяют уравнениям (в дальнейшем принимается во внимание одна гармоника).

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}}_x &= -\delta \vec{r}_y + \omega \sin \varphi_n \vec{r}_z \\ \dot{\vec{r}}_y &= \delta \vec{r}_x + \omega \cos \varphi_n \vec{r}_z \\ \dot{\vec{r}}_z &= -\omega \sin \varphi_n \vec{r}_x - \omega \cos \varphi_n \vec{r}_y \end{aligned} \quad (4.32)$$

в правой части этой системы стоят только малые частоты δ, ω (переменные $\vec{r}_x, \vec{r}_y, \vec{r}_z$ - медленные). В такой ситуации следует использовать метод усреднения Боголюбова / 14 /, состоящий в том, что коэффициенты при малых параметрах (в нашем слу-

чае частотах) усредняются по времени^{x)} (т.е. сохраняются нулевые члены в разложениях в ряды Фурье). Проводя такое усреднение:

$$\begin{aligned}\overline{\omega \sin \varphi_n} &= \omega_c \sin \varphi_n + \omega_s \cos \varphi_n \\ \overline{\omega \cos \varphi_n} &= \omega_c \cos \varphi_n - \omega_s \sin \varphi_n\end{aligned}\quad (4.33)$$

где

$$\omega_c = \overline{\omega \cos \varphi_n}, \quad \omega_s = \overline{\omega \sin \varphi_n} \quad (4.34)$$

Выбирая фазу φ_n так, что

$$\sin \varphi_n = \frac{\omega_s}{\omega_n}, \quad \cos \varphi_n = -\frac{\omega_c}{\omega_n}, \quad \omega_n = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_s^2} \quad (4.35)$$

получаем

$$\overline{\omega \sin \varphi_n} = 0, \quad \overline{\omega \cos \varphi_n} = -\omega_n \quad (4.36)$$

После усреднения (4.36) уравнение (4.32) приобретает вид

$$\begin{aligned}\dot{\vec{a}}_x &= -\delta \vec{a}_y \\ \dot{\vec{a}}_y &= \delta \vec{a}_x - \omega_n \vec{a}_z \\ \dot{\vec{a}}_z &= \omega_n \vec{a}_y\end{aligned} \quad \dot{\vec{a}} = [\vec{a} \vec{u}] \quad (4.37)$$

Эти уравнения формально совпадают с уравнением движения в магнитном поле, вектор которого лежит в плоскости (X, Z) :

$$\vec{u} = \vec{u}(-\omega_n, 0, -\delta). \text{ Для получения решения при посто -}$$

x) Отброшенные осцилляторные члены учитываются в высших приближениях метода усреднения, которые мы здесь не будем рассматривать.

янной расстройке частоты δ можно ввести систему координат, ось Z которой совпадает с \vec{u} , в которой решение имеет очевидный вид

$$\begin{aligned}z_1 &= \sqrt{1-z^2} \cos(\omega_p t + \varphi_s) \\ z_2 &= \sqrt{1-z^2} \sin(\omega_p t + \varphi_s)\end{aligned}\quad (4.38)$$

$$z_3 = z = \text{const}$$

где $\omega_p = |\vec{u}| = \sqrt{\omega_n^2 + \delta^2}$, фаза φ_s задаётся начальными условиями. Для перехода в систему координат X, Y, Z необходимо произвести поворот

$$\begin{pmatrix} \vec{a}_x \\ \vec{a}_y \\ \vec{a}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta/\omega_p & 0 & \omega_n/\omega_p \\ 0 & 1 & 0 \\ -\omega_n/\omega_p & 0 & \delta/\omega_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

и полученные величины подставить в (4.31).

Полученные результаты имеют простой наглядный смысл. Вектор спина медленно прецессирует вокруг оси \vec{u} , направление которой определяется соотношением между ω_n и δ . Если $\delta \gg \omega_n$, то вектор \vec{u} направлен почти по оси Z , так что мы приходим к нерезонансному случаю: вектор \vec{u} прецессирует вокруг оси Z , а вектор спина медленно прецессирует вокруг \vec{u} , причём все углы прецессии малы. Однако ситуация меняется при $\delta \lesssim \omega_n$, когда вектор \vec{u} направлен под большим углом к оси Z . Тогда углы прецессии вектора \vec{u} вокруг \vec{u} могут быть большими (см. рис. 2, где (2) соответствует поляризации, первоначально направленной по оси Z (3)) и, в свою очередь, вектор \vec{u} быстро прецессирует вокруг оси Z (3). Поскольку δ - величина расстройки частоты (расстояние до резонанса), естественно считать эффективной шириной резонанса $\omega_n = \delta$. Если вектор спина попадает внутрь резонанса, то

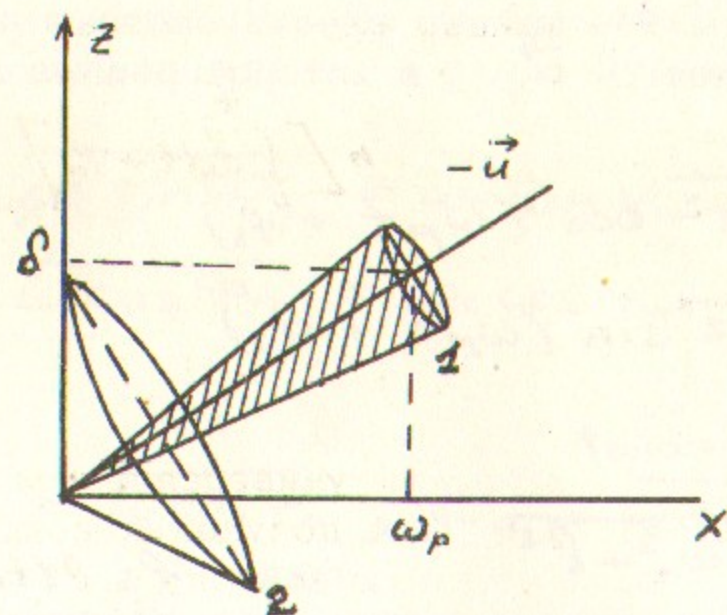


Рис.2.

он сильно отклоняется от первоначального положения. В силу того, что разные частицы отклоняются неодинаково (и могут иметь разные фазы) происходит деполяризация пучка.

в) Быстрое прохождение резонанса. Актуальным случаем является пересечение частицей спинового резонанса, т.е. когда частота прецессии Ω меняется, в определенный момент $\Omega(t) = \Omega_n (\delta = 0)$ (см. (4.29), (4.30)). Такая ситуация реализуется при ускорении поляризационных частиц, а также при колебаниях энергии в накопителе.

Мы рассмотрим сначала случай быстрого прохождения, когда расстройка δ меняется достаточно быстро и члены, содержащие ω в уравнении (4.32), можно рассматривать как возмущение и применять к ним метод усреднения Боголюбова / 14 /. Тогда в нулевом приближении

$$\begin{aligned} \vec{d}_1 &= d_1^0 \cos \left(\int \delta dt + \varphi_f \right) \\ \vec{d}_2 &= d_1^0 \sin \left(\int \delta dt + \varphi_f \right) \\ \vec{d}_3 &= d_0 = \text{const}, \quad d_1^0 = \sqrt{1 - d_0^2} \end{aligned} \quad (4.40)$$

Так что проекция спина на ось 3 не меняется $\vec{d}_3^{+\infty} = \vec{d}_3^{-\infty}$. Применяя метод усреднения (см. (4.36)) к уравнению (4.32), по-

лучаем в первом приближении теории возмущений поправку к \vec{d}_3

$$\delta \vec{d}_3(\infty) = d_1^0 \omega_n \int_{-\infty}^{+\infty} dt \sin \left[\int_0^t \delta dt + \varphi_n \right] \quad (4.41)$$

где

$$\varphi_n = \int_{-\infty}^0 \delta dt + \varphi_f \quad (4.42)$$

Полученное выражение (4.41) является универсальным для быстрого прохождения через резонанс. Для получения конкретных результатов следует задать определенную модель $\delta(t)$. Для простейшего случая $\delta = \Gamma_0 t$, $\Gamma_0 = \text{const}$ имеем

$$\vec{d}_3^{+\infty} = \vec{d}_3^{-\infty} + \delta \vec{d}_3^{+\infty} \quad (4.43)$$

где

$$\delta \vec{d}_3^{+\infty} = d_1^0 \omega_n \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \left(\frac{\Gamma_0 t^2}{2} + \varphi_n \right) dt = d_1^0 \sqrt{\frac{2\pi\omega_n^2}{\Gamma_0}} \sin \left(\varphi_n + \frac{\pi}{4} \right) \quad (4.44)$$

Очевидно, что основной вклад во входящий интеграл даёт область $t \sim 1/\sqrt{\Gamma_0}$, в то время, как время поворота спина (в "медленных" переменных (4.32)) $\sim 1/\omega_n$. Условие применимости использованного приближения есть

$$\frac{1}{\sqrt{\Gamma_0}} \ll \frac{1}{\omega_n} \quad (4.45)$$

Это и есть условие быстрого прохождения через резонанс, в такой ситуации спин не успевает повернуться за время прохождения.

Если прохождение связано с изменением энергии, то $\Gamma_0 = 2\omega_0 \frac{d\delta}{dt}$ (см. (4.19)). Сильная зависимость результата (4.41), (4.43) от фазы имеет прозрачный физический смысл - слабое возмущение $\sim \omega$ накладывается на основное движение (4.40) и смещает \vec{d}_3 в зависимости от фазы основного движения (и набравшей фазы). Для сопоставления полученного результата с (4.19) необходимо найти добавку первого приближения к поперечным компонентам (4.40). Проводя этот расчёт точно так же, как (4.40)-(4.44), по-

лучаем:

$$|\delta \vec{a}_+^\infty| = \vec{a}_0 \sqrt{\frac{2\pi\omega_n^2}{\Gamma_0}} \quad (4.46)$$

что согласуется с (4.19), если учесть, что возмущение поля входит в ω_n , $\vec{a}_0 \sim 1$ и что мы рассматриваем медленные переменные.

г) Медленное прохождение через резонанс. Теперь мы рассмотрим прохождение через резонанс, когда выполняется неравенство, обратное (4.45)

$$\sqrt{\Gamma_0} \ll \omega_n \quad (4.47)$$

В этом случае за время прохождения, спин совершает много поворотов вокруг оси \vec{u} , т.е. можно считать, что спин прецессирует в каждый момент времени вокруг мгновенной оси \vec{u} , но сама ось прецессии поворачивается на угол порядка β . В каждый заданный момент в нулевом приближении можно пользоваться полученными выше выражениями (4.38) - (4.39), полученными в предположении, что $\beta = \text{const}$. При повороте оси \vec{u} на угол β спин адиабатически следует за осью \vec{u} , т.е.

$$\vec{a}_2^{+\infty} = -\vec{a}_2^{-\infty} \quad (4.48)$$

Итак, при медленном прохождении через резонанс спин переворачивается. Можно найти неадиабатические поправки с помощью теории возмущений, примененной к уравнениям (4.37) с решениями нулевого приближения (4.38)-(4.39). Если учесть, что приращение угла прецессии $\cos \beta = \beta/\omega_p$ есть

$$d \cos \beta = \frac{\Gamma_0 \omega_n}{\omega_n^2 + \Gamma_0^2 t^2} \sin \beta dt \quad (4.49)$$

то из (4.37)-(4.39) имеем в первом приближении теории возмущений

$$\delta \vec{a}_2 = -\vec{a}_1^0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma_0 \omega_n}{\omega_n^2 + \Gamma_0^2 t^2} \cos \left[\int_0^t \sqrt{\omega_n^2 + \Gamma_0^2 t^2} dt + \varphi_0 \right] \quad (4.50)$$

где

$$\varphi_r = \int_{-\infty}^0 \omega_p dt + \varphi_0 \quad (4.51)$$

Основной вклад в интеграл в аргументе косинуса в (4.50) даёт интервал t , когда этот аргумент ~ 1 , т.е. $t \sim 1/\omega_n \ll 1/\sqrt{\Gamma_0}$.

Но тогда $\Gamma_0^2 t^2 \ll \Gamma_0 \ll \omega_n^2$ и аргумент косинуса есть $\omega_n t$. Вычисляя интеграл (4.50), получаем (см.рис.3):

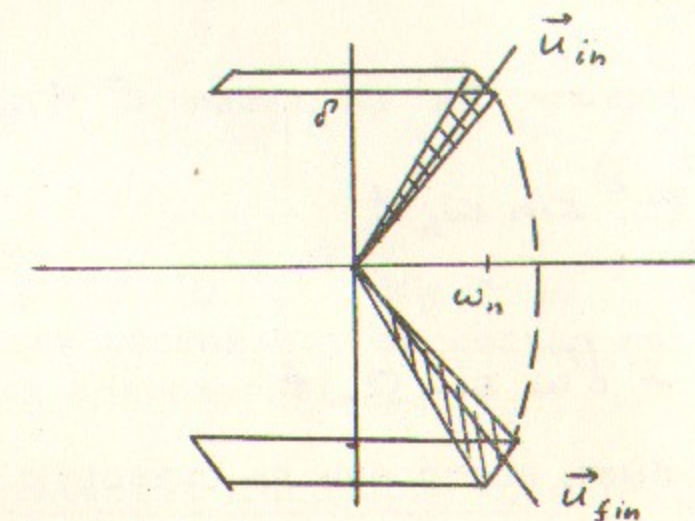


Рис.3.

$$\vec{a}_2^{+\infty} = -\vec{a}_2^{-\infty} - \vec{a}_1^0 \pi e^{-\frac{\omega_n^2}{\Gamma_0}} \cos \varphi_r \quad (4.52)$$

причём $\omega_n^2/\Gamma_0 \gg 1$. Экспоненциальная малость неадиабатических поправок связана с симметричным прохождением (скорости прохождения Γ_0) до и после прохождения одинаковы). В противном случае получим степенную малость.

д) Пример преднамеренной деполаризации пучка. При экспериментальном исследовании степени поляризации пучка, а также при проведении опытов с поляризованными частицами желательно уметь деполаризовать пучок. Из приведенного выше рассмотрения следует, что имеется несколько способов динамической деполаризации:

- 1) установление средней частоты движения спина вблизи резонансной (4.29);
- 2) многократное быстрое прохождение через резонанс (4.43) - (4.44) с размещением по фазе;
- 3) медленное прохождение через резонанс с размещением по фазе (4.52) и времени прохождения.

Можно также искусственно сдвигаться на резонанс введением внешнего электромагнитного поля, или вводить внешнее деполяризующее электромагнитное поле. Мы рассмотрим пример последнего способа.

Введем внешнее поле $H_{||}$ на длине l (длина орбиты L)

$$H_{||} = H_{||}^0 \sin \omega_h t \quad (4.53)$$

где

$$\omega_h = \omega_h^0 + \delta\omega \sin \Omega_m t \quad (4.54)$$

Частота ω_h^0 может быть настроена на спиновую частоту (ср. (4.29))

$$\omega_h^0 = \bar{\Omega} - n\omega_0 \quad (4.55)$$

причём $\delta\omega \sin \Omega_m t$ - расстройка, изменяющая свой знак с частотой Ω_m . Модуляция частоты обеспечивает многократное прохождение резонанса.

Частота ω (Б.17) есть

$$\omega = \frac{g}{2} \omega_0 \frac{H_{||}^0}{H_z} \sin \omega_h t \quad (4.56)$$

Частота ω_n вычисляется по формулам (4.34), (4.35)

$$\omega_n = \frac{g}{2} \omega_0 \frac{H_{||}^0}{H_z} \frac{\sin(n\pi \frac{l}{L})}{2\pi n} \approx \frac{g}{2} \omega_0 \frac{H_{||}^0}{H_z} \frac{l}{2L} \quad (4.57)$$

Для быстрого прохождения необходимо, чтобы (4.45)

$$\dot{\delta}(t=0) = \delta\omega \Omega_m \gg \omega_n^2 \quad (4.58)$$

При однократном прохождении, если начальные фазы спина некоррелированы, имеем (см. (4.44))

$$\overline{\delta^2} = \delta_0^2 \frac{\pi \omega_n^2}{\Gamma_0} \quad (4.59)$$

Учитывая, что время однократного прохождения резонанса есть

$T_r = \pi/\Omega_m$, и что отклонения складываются квадратично (что означает, что средний по ансамблю спин $\langle \vec{\sigma} \rangle$ диффундирует), получаем из (4.59) для времени деполяризации

$$\tau_{dep} = T_r \frac{\Gamma_0}{\pi \omega_n^2} = \frac{\dot{\delta}(0)}{\Omega_m \omega_n^2} = \frac{1}{\omega_0} \frac{\delta\omega}{\omega_0} \frac{1}{\left(\frac{H_{||}^0}{H_z} \frac{l}{2L}\right)^2} \quad (4.60)$$

если выбрать $\frac{\delta\omega}{\omega_0} \sim 10^{-4}$, $H_{||}^0/H_z \sim 10^{-3}$, $l/2L \sim 10^{-3}$, то время деполяризации составляет несколько секунд в типичных условиях электронных накопителей.

4.3. Стохастическая деполяризация / 15 /. Наряду с об-

суждавшимися выше механизмами деполяризации, существует еще специфический механизм, связанный со стохастическим характером процесса излучения. Этот механизм также действует только в неоднородных полях, но выполнение резонансных условий (4.13) теперь не обязательно. Эффект вызывается тем, что скачки энергии (углов и т.д.), связанные с квантовым характером процесса излучения (либо любым другим стохастическим процессом, например, рассеянием на газе), будучи разложенными в интеграл Фурье, содержат, в частности, гармоники, дающие резонанс (4.13). Поэтому в основе явления и здесь лежит резонанс с той неприятной особенностью, что его нельзя избежать с помощью выбора энергии ϵ .

Мы рассмотрим процесс стохастической деполяризации вдали от динамических резонансов (4.13). Тогда движение спина описывается в первом порядке по ω/Ω формулами (4.26). Построим

$$\begin{aligned} \varphi_1^2 &= \varphi_1^{\circ 2} + \varphi_2^{\circ 2} = \varphi_1^{\circ 2} + 2\varphi_1^{\circ} \varphi_3^{\circ} \psi_s \\ \varphi_3^2 &= \varphi_3^{\circ 2} - 2\varphi_1^{\circ} \varphi_3^{\circ} \psi_s \end{aligned} \quad (4.61)$$

величины φ_3° , φ_1° постоянны при постоянной энергии. Величины φ_3 , φ_1 - мгновенные проекции спина на ось 3 и на перпендикулярную ей плоскость, φ_3° , φ_1° - средние, около которых происходят колебания φ_3 , φ_1 (см. раздел 4.2).

При излучении фотона энергия электрона испытывает скачок ΔE , в то же время относительная вероятность переворота спина в радиационном переходе имеет порядок χ^2 (см. раздел 11) и ничтожно мала по сравнению с вероятностью радиационного перехода без переворота спина. Поэтому величины φ_3 , φ_1 не меняются в момент излучения. Однако в момент излучения происходит скачкообразное изменение величины ψ_s в (4.61), пропорциональное скачку энергии ΔE . Так как величины φ_3 , φ_1 не меняются, это означает скачкообразное изменение средних φ_3° , φ_1° . Компенсация потерь на излучение возвращает ψ_s (точнее амплитуды в (4.61)) к первоначальным значениям. Однако совокупность таких скачков приводит к стохастической раскачке ("диффузии спина") φ_3° , φ_1° , а значит и φ_3 , φ_1 .

Такие же рассуждения можно применить к скачкам углов при излучении, а также к любому другому стохастическому механизму (например, многократному рассеянию на газе), в котором в индивидуальных актах относительная вероятность перехода с переворотом спина мала.

Приведенные выше рассуждения позволяют получить общие формулы, характеризующие стохастическую (квантовую) деполяризацию. Пусть скачкообразное изменение испытывает параметр (энергия, угол и т.д.), тогда

$$\Delta \psi_s = \frac{d\psi_s}{d\xi} \Delta \xi = \left(\frac{d}{d\xi} \int \omega \sin \varphi_0 dt \right) \Delta \xi \quad (4.62)$$

при этом скачки испытывают величины φ_3° , φ_1° , т.е. угол наклона вектора спина ($\tan \theta = \varphi_1^{\circ} / \varphi_3^{\circ}$), причём из (4.61) следует, что

$$\Delta \psi_s = \Delta \theta \quad (4.63)$$

Тогда время деполяризации (время диффузии спина на угол по порядку единицы) есть

$$\frac{1}{\tau_{dep}} \approx \frac{d(\overline{\Delta \theta})^2}{dt} = \left(\frac{d\psi_s}{d\xi} \right)^2 \frac{(\overline{\Delta \xi})^2}{dt} = \left(\frac{d\psi_s}{d\xi} \right)^2 \frac{1}{2} \int (\overline{\Delta \xi})^2 dW(\Delta \xi) \quad (4.64)$$

где $dW(\Delta \xi)$ - вероятность перехода в единицу времени с данным скачком параметра $\Delta \xi$.

В качестве примера рассмотрим стохастическую деполяризацию вследствие скачков энергии ΔE в магнитотормозном излучении при вынужденных колебаниях вдоль оси 3 во время движения электрона в аксиально-симметричном магнитном поле. В этом случае ψ_s (4.25) имеет вид:

$$\psi_{sk} = - \frac{\chi_{3k}^{\circ}}{2R} k^2 \varrho \gamma \frac{\sin [\omega_0(k-\varrho\gamma)t]}{k-\varrho\gamma} + \text{нерезонансные члены} \quad (4.65)$$

где взят член с k - гармоникой возмущений, χ_{3k}° - амплитуда колебаний, в формуле (4.65) мы выписали явно только дающий основной вклад резонансный член. Подставляя в (4.62) - (4.64) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{dep}} &= \frac{1}{8} \sum_k \left(\frac{\chi_{3k}^{\circ}}{R} \right)^2 \left[\frac{k\varrho\gamma}{k-\varrho\gamma} \right]^4 \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{d(\overline{\Delta E})^2}{dt} = \\ &= \frac{55}{192\sqrt{3}} \frac{\hbar \omega_0}{m R^3} \gamma^5 \sum_k \left[\frac{k\varrho\gamma}{k-\varrho\gamma} \right]^4 \left(\frac{\chi_{3k}^{\circ}}{R} \right)^2 \end{aligned} \quad (4.66)$$

где $r_0 = \frac{e^2}{4\pi k m} = 2,8 \cdot 10^{-13}$ см - классический радиус электрона.

Величина средней квадратичной флуктуации энергии вычисляется следующим образом:

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \frac{d(\Delta\varepsilon)^2}{dt} = \frac{1}{2\varepsilon^2} \int (h\omega)^2 dW(\vartheta, \omega) = \frac{55}{48\sqrt{3}} \frac{r_0 t}{mR^3} \gamma^5 \quad (4.67)$$

где $dW(\vartheta, \omega)$ - вероятность излучения фотона в единицу времени / 1,2 /.

Из (4.66) видно, что эффект стохастической деполяризации сильнейшим образом зависит от энергии, сильно зависит от номера ближайшей резонансной гармоники, от расстояния до резонанса ($K - 2\gamma$) и от амплитуды X_{3K}^0 . Оценим эффект при определенных значениях параметров: энергия $\varepsilon = 6$ Гэв, $R = 3 \cdot 10^3$ см, $K - 2\gamma = 1/2$, $K = 14, 15$ и $X_{3K}^0 = 0,1$ см. Тогда $\tau_{dep} = 25$ сек (при этих же условиях время поляризации $\tau_{pol} = 190$ сек).

Таким образом в рассмотренной ситуации надо применить специальные меры для сохранения поляризации (подавлять резонансные вынужденные колебания).

4.4. Другие деполяризационные эффекты. Помимо рассмотренных выше необходимо учитывать деполяризацию при рассеянии на атомах остаточного газа, тормозом излучения на атомах остаточного газа, рассеянии частиц внутри пучка и т.п. Однако элементарные оценки показывают, что все указанные эффекты пренебрежимо малы. Это связано с тем, что вероятность переворота спина, например, при рассеянии или тормозном излучении на малый угол подавлена в γ^2 раз.

В качестве иллюстрации приведем время деполяризации за счёт внутреннего рассеяния электронов внутри пучка / 19 /:

$$\frac{1}{\tau_{dep}} = \frac{c\pi r_0^2}{V\gamma^2} N_0 \rho_n \frac{1}{\vartheta_0} \quad (4.68)$$

V - объём пучка, ϑ_0 - минимальный угол рассеяния, N_0 - число частиц в пучке. Для установки ВЭПП-2 $\tau_{dep} \sim 10^8$ сек (ср. таблицу 1).

У. Измерение поляризации электронов

Возникшая в результате длительного движения в магнитном поле поляризация^{х)} должна измеряться и контролироваться экспериментально. Ниже мы обсудим методы измерения поперечной поляризации электронов и позитронов большой энергии, движущихся в накопителе, которые, как это будет видно ниже, обладают рядом специфических особенностей.

5.1. Измерение поляризации в экспериментах по взаимодействию частиц высокой энергии. Сечения двухчастичных реакций весьма чувствительны к поляризациям электрона и позитрона. Ниже мы приведем сечения этих реакций для поперечно (и антипараллельно) поляризованных электронов и позитронов в системе центра инерции.

Сечение образования пары псевдоскалярных частиц ($\pi^+\pi^-$, K^+K^- , $K_L^0K_S^0$) при аннигиляции поперечно (и антипараллельно) поляризованных электрона и позитрона имеет вид / 16 / (хх).

$$d\sigma_{ep} = d\sigma_{ep}^0 [1 + |\vec{d}_1||\vec{d}_2|(2\sin^2\varphi - 1)] \quad (5.1)$$

где $|\vec{d}_1|$, $|\vec{d}_2|$ - степень поляризации позитронов и электронов, φ - угол между плоскостью рождения (плоскость, проходящая через импульсы начальной частицы \vec{p} и конечной частицы \vec{q}) и плоскости, перпендикулярной направлению спина (плоскость орбиты), $d\sigma_{ep}^0$ - сечение для неполяризованных частиц:

х) Имеется предложение (А.Н.Скринский, частное сообщение) создать систему, в которой в точке взаимодействия частиц поляризацию можно будет произвольно поворачивать, что позволит ставить опыты не только с поперечно, но и с продольно поляризованными частицами. Само преобразование поперечной поляризации в продольную провести просто, например за счёт поворота вектора спина в магнитном поле, перпендикулярном \vec{p} и \vec{q} (см. (5.22)). Основная проблема состоит в устойчивости поляризации в такой системе.

хх) Во всех сечениях мы будем отбрасывать члены $\sim 1/\gamma^2$.

$$d\sigma_{2p}^0 = \frac{r_0^2}{32\gamma^2} \frac{q^3}{\epsilon^3} \sin^2\vartheta |F(4\epsilon^2)|^2 d\Omega \quad (5.2)$$

где $q = \sqrt{\epsilon^2 - m_p^2}$, $F(s)$ - формфактор, $r_0 = \frac{\alpha}{m}$ - классический радиус электрона ($r_0 = 2,82 \cdot 10^{-13}$ см), ϑ - угол между \vec{p}, \vec{q} . Если начальные частицы полностью поляризованы

$|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1$, то $d\sigma_{2p}(\varphi=0) = 0$ (плоскость рождения совпадает с плоскостью орбиты) и $d\sigma_{2p}(\varphi=\pi/2) = 2d\sigma_{2p}^0$

(плоскость рождения перпендикулярна плоскости орбиты, так что вектор спина лежит в плоскости рождения). Запрет при $\varphi = 0$ является следствием сохранения четности при аннигиляции поперечно поляризованных частиц. Из соображений связанных с сохранением четности, сохранением спиральности в электромагнитных взаимодействиях при высоких энергиях (с точностью $\sim 1/\gamma$) и однофотонностью канала при аннигиляции поперечно поляризованных электрона и позитрона вытекает ряд других запретов / 17,18 /.

В частности три псевдоскалярных мезона ($\bar{3}\pi, K^+K^-\pi^0$) не могут рождаться в плоскости, в которой лежит вектор спина. В реальной ситуации поляризация является частичной, для времени $t \gg T$ (3.17) $d\sigma_{2p}(\varphi=0) = 0,14 d\sigma_{2p}^0$, $d\sigma_{2p}(\varphi=\pi/2) = 1,86 d\sigma_{2p}^0$ (ср. (3.26)).

Сечение образования псевдоскалярного мезона и фотона ($\pi^0(\gamma) + \gamma$) имеет вид / 18 /:

$$d\sigma_{p\gamma} = d\sigma_{p\gamma}^0 \left[1 + |\vec{e}_1||\vec{e}_2| (1 - 2\sin^2\varphi) \frac{\sin^2\vartheta}{1 + \cos^2\vartheta} \right] \quad (5.3)$$

Здесь $d\sigma_{p\gamma}^0$ - сечение для неполяризованных частиц

$$d\sigma_{p\gamma}^0 = \frac{\alpha}{2\tau m_0} \frac{q^3}{\epsilon^3} (1 + \cos^2\vartheta) \left| \frac{g(4\epsilon^2)}{g(0)} \right|^2 d\Omega \quad (5.4)$$

где τ - время жизни для распада мезона на два фотона, m_0 - масса мезона, $q/\epsilon = 1 - m_0^2/4\epsilon^2$, ϑ - угол вылета конечных частиц. Для полностью поляризованных частиц

$d\sigma_{p\gamma}(\vartheta=\pi/2, \varphi=\pi/2) = 0$ (импульс конечных частиц направлен по направлению спина), $d\sigma_{p\gamma}(\vartheta=\pi/2, \varphi=0) = 2d\sigma_{p\gamma}^0$ (импульс конечных частиц перпендикулярен направлению спина).

Сечение рождения пары фермионов со спином 1/2 при аннигиляции поперечно (антипараллельно) поляризованных электрона и позитрона / 16 /

$$d\sigma_{2f} = \frac{r_0^2}{16\gamma^2} \frac{q}{\epsilon} \left\{ 2|\mathcal{F}_1 + \mu\mathcal{F}_2|^2 - \left(\frac{q}{\epsilon}\right)^2 \sin^2\vartheta \left[|\mathcal{F}_1|^2 - \frac{\epsilon^2\mu^2}{m^2} |\mathcal{F}_2|^2 \right] \left[1 + |\vec{e}_1||\vec{e}_2| (2\sin^2\varphi - 1) \right] \right\} d\Omega \quad (5.5)$$

где $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2$ - электромагнитные формфакторы, μ - аномальный магнитный момент. Для рождения пары мюонов ($\mathcal{F}_1 = 1, \mathcal{F}_2 = 0$) имеем

$$d\sigma_{2\mu} = \frac{r_0^2}{16\gamma^2} \frac{q}{\epsilon} \left\{ 2 - \frac{q^2}{\epsilon^2} \sin^2\vartheta \left[1 + |\vec{e}_1||\vec{e}_2| (2\sin^2\varphi - 1) \right] \right\} d\Omega \quad (5.6)$$

Для релятивистских мюонов $q/\epsilon \approx 1$ и мы имеем для полностью поляризованных частиц $d\sigma_{2\mu}(\vartheta=\pi/2, \varphi=\pi/2) = 0$ (импульс мюона направлен по спину) и $d\sigma_{2\mu}(\vartheta=\pi/2, \varphi=0) = 2d\sigma_{2\mu}^0$ (импульс мюона перпендикулярен спину). При рождении пары барионов поляризационные эффекты деформируются формфакторами.

Сечение двухквантовой аннигиляции имеет вид

$$d\sigma_{2\gamma} = \frac{r_0^2}{4\gamma^2(1 - \beta^2 \cos^2\vartheta)} \left\{ 1 + \cos^2\vartheta + |\vec{e}_1||\vec{e}_2| \sin^2\vartheta (1 - 2\sin^2\varphi) \right\} d\Omega \quad (5.7)$$

где β - скорость начальных частиц. Имеем для полностью поляризованных частиц $d\sigma_{2\gamma}(\vartheta=\pi/2, \varphi=\pi/2) = 0$, $d\sigma_{2\gamma}(\vartheta=\pi/2, \varphi=0) = 2d\sigma_{2\gamma}^0$.

Следует иметь в виду, что для случая рождения пары псевдоскалярных мезонов запреты имеют место для плоскостей (не за-

висят от угла рождения конечных частиц), в то время для всех остальных реакций они имеют место только, если импульс конечных частиц перпендикулярен импульсу начальных / 17 /.

Приведем для справок сечение упругого рассеяния поперечно (антипараллельно) поляризованных электрона и позитрона:

$$d\sigma_{e^+e^-} = \frac{r_0^2}{16\gamma^2} \left(\frac{3 + \cos^2\theta}{1 - \cos\theta} \right)^2 \left[1 + \frac{|\vec{e}_1||\vec{e}_2| \sin^4\theta}{(3 + \cos^2\theta)^2} (1 - 2\sin^2\varphi) \right] d\Omega \quad (5.8)$$

Для этого процесса азимутальная асимметрия также максимальна при $\theta = \pi/2$, но степень асимметрии заметно меньше, чем у процессов, рассмотренных выше, т.к. зависящий от ориентации спинов член входит с дополнительным множителем $1/8$.

5.2. Эффекты внутреннего рассеяния и измерение поляризации / 19 /. Мы рассмотрели способы измерения поляризации, основанные на измерении сечения взаимодействия при высоких энергиях. Следует однако иметь в виду, что при этом:

а) спин электронов находится в дополнительном поле встречного пучка и должны быть исследованы (методами, изложенными в предыдущей главе) связанные с этим деполяризующие эффекты;

б) в той или иной форме может возникнуть вопрос о происхождении наблюдаемых эффектов, которые приписываются поляризации. Поэтому желательно иметь независимые способы измерения поляризации каждого из пучков.

Ниже мы рассмотрим такие способы.

Мы начнем с метода, использующего взаимодействие частиц внутри пучка. Как известно, важной причиной потерь частиц в накопителях с высокой интенсивностью является упругое рассеяние электронов внутри сгустков / 20 /. Если такое рассеяние происходит на достаточно большой угол и причём так, что частицы, обладающие большим поперечным и малым продольным импульсом (в системе покоя пучка (с.п.)) приобретают большой продольный импульс, то при пересчете в лабораторную систему (л.с.) продольный импульс подвергается релятивистскому преобразованию и может оказаться больше допустимого. В результате частицы теря-

ются. При некоторых условиях именно этим эффектом, который называют иногда "Тушек-эффектом" или "Ада-эффектом", определяется время жизни пучка в накопителе. Эффекты внутреннего рассеяния (ЭВР) зависят от поляризации частиц, поскольку сечение электрон-электронного рассеяния на большие углы, определяющее ЭВР, существенно зависит от поляризации электронов, в частности сечение рассеяния одинаково и полностью поляризованных электронов на угол $\pi/2$ обращается в нуль в нерелятивистском пределе. Эта зависимость ЭВР от поляризации может быть, в принципе, использована для измерения поляризации электронов в накопителе:

а) по анализу зависимости времени жизни (при условии, что оно определяется ЭВР) от поляризации;

б) по анализу зависимости выбывающих из пучка частиц от поляризации.

Найдем время жизни пучка поляризованных частиц по отношению к ЭВР. Здесь мы как обычно / 20-22 / будем считать, что:

1) все частицы в пучке имеют одинаковую энергию (разброс по энергиям значительно меньше допустимого);

2) $\delta q_z \ll \delta q$ ($\delta q_z, \delta q$ - средне-квадратичный импульс вертикальных и радиальных колебаний соответственно).

Рассматривая общий случай, когда энергия поперечных колебаний является релятивистской, при вычислениях нельзя пользоваться т.н. приближением малых углов (в котором сохраняются только члены $\sin^{-4}\theta$), поскольку оно имеет недостаточную точность (10-30%), а зависящие от поляризации члены имеют структуру, которая не может быть определена в этом приближении.

Ниже приводятся результаты вычислений, проводящихся известным образом / 21,22 /, для коэффициента α , определяющего время жизни пучка τ (τ - время, за которое число частиц уменьшается в 2 раза).

$$1/\tau = \alpha N_0 \quad (5.9)$$

где N_0 - начальное число частиц в пучке.

Для прямоугольного распределения радиальных импульсов электронов в пучке имеем:

$$\alpha = \frac{2\pi r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \sqrt{3} \delta q} \left\{ 2\sqrt{1+(\delta p)^2} - \frac{23}{4} + \ln \frac{2}{\eta} + \ln \frac{\delta p}{1+\sqrt{1+(\delta p)^2}} + \right. \\ \left. + \frac{2}{\delta p} \ln(\delta p + \sqrt{1+(\delta p)^2}) - \frac{\vec{\epsilon}_1 \vec{\epsilon}_2}{4} + \frac{1}{y} (3 + \vec{\epsilon}_1 \vec{\epsilon}_2) \right\} \quad (5.10)$$

где: V - объём пучка в л.с.; Δp - максимальное допустимое отклонение импульса от равновесного в л.с.; δp - максимальный импульс распределения, связанный со средне-квадратичным

$\delta q = \delta p / \sqrt{3}$, $\eta = \Delta p / \epsilon$; ϵ - энергия электронов в л.с., $y = \frac{\delta p}{\eta}$, использована система единиц $m = 1$.

При выводе этой формулы мы систематически разлагали все величины по степеням $1/\epsilon^2$, η^2 , $1/y^2$ и оставляли только старшие члены разложения. В реальных условиях $\eta \sim 10^{-2}$, y меняется в интервале 10^{-10^3} , когда энергия электронов составляет $10^2 - 10^3$. В нерелятивистском приближении $\delta p \ll 1$ получаем:

$$\alpha_N = \frac{2\pi r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \sqrt{3} \delta q} \left[\ln y - \frac{7}{4} - \frac{\vec{\epsilon}_1 \vec{\epsilon}_2}{4} + \frac{1}{y} (3 + \vec{\epsilon}_1 \vec{\epsilon}_2) \right] \quad (5.11)$$

в ультрарелятивистском пределе

$$\alpha_R = \frac{2\pi r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \sqrt{3} \delta q} \left[2\sqrt{3} \delta q - \frac{23}{4} + \ln \frac{2}{\eta} - \frac{\vec{\epsilon}_1 \vec{\epsilon}_2}{4} \right] \quad (5.12)$$

Для гауссова распределения радиальных импульсов электронов имеем:

$$\alpha = \frac{2\sqrt{\pi} r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \delta q} \left\{ \ln \frac{2}{\eta} - \frac{7}{4} - \frac{\vec{\epsilon}_1 \vec{\epsilon}_2}{4} + 2\sqrt{\pi} \delta q e^{\frac{1}{2}(\delta q)^2} \left(1 + \frac{1}{2(\delta q)^2} \right) \left(1 - \Phi\left(\frac{1}{\delta q}\right) \right) - \sqrt{\pi} \int_0^{\frac{1}{\delta q}} e^{-x^2} (1 - \Phi(x)) dx \right\} \quad (5.13)$$

где $\Phi(x)$ - интеграл вероятности. В нерелятивистском приближении $\delta q \ll 1$ имеем:

$$\alpha_N = \frac{2\sqrt{\pi} r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \delta q} \left(\ln y - \frac{3+2C}{4} - \frac{\vec{\epsilon}_1 \vec{\epsilon}_2}{4} \right) \quad (5.14)$$

C - постоянная Эйлера, $C = 0,577 \dots$
в ультрарелятивистском пределе

$$\alpha_R = \frac{2\sqrt{\pi} r_0^2 c}{V(\Delta p)^2 \delta q} \left\{ 2\sqrt{\pi} \delta q - \frac{23}{4} + \ln \frac{2}{\eta} - \frac{\vec{\epsilon}_1 \vec{\epsilon}_2}{4} \right\} \quad (5.15)$$

Величина α слабо зависит от вида распределения по импульсам, особенно в ультрарелятивистском пределе (а также в промежуточной области / 22 /), по этой причине можно пользоваться для оценок более простыми формулами для прямоугольного распределения. Указанный факт связан с тем, что основной вклад в ЭВР дают малые углы рассеяния и область малых скоростей в распределении. Из этого же обстоятельства следует, что относительный вклад констант в α (в том числе и зависящих от поляризации) остается заметным вплоть до $\delta q \approx 1$ и только тогда, когда импульс большинства электронов становится релятивистским $\delta q \gg 1$ этот вклад существенно падает.

Проведем оценку относительного вклада членов, зависящих от поляризации, для установки ВЭПП-2 в Новосибирске при энергии $\epsilon = 700$ Мэв, при которой характерное время радиационной поляризации составляет около 30 мин. (см. главу III), $\eta \approx 10^{-2}$, $\delta q = 1$ ($\delta p = \sqrt{3}$). Тогда относительный вклад зависящих от поляризации членов, при полной поляризации электронов, в α (формула (5.13)) составляет около 6%.

5.3. Измерение поляризации по комптоновскому рассеянию / 23 /. При комптоновском рассеянии циркулярно поляризованных фотонов на поперечно-поляризованных электронах большой энергии в сечении процесса возникают члены, зависящие от вектора поляризации электрона. При лобовом столкновении лазерных фотонов (с энергией ω_1) с электронами большой энергии конечные фотоны вылетают в основном в узкий конус с углом $\sim 1/\gamma$ относительно направления начального электрона и имеют энергию

$$\omega_2 = \frac{2\epsilon\lambda}{1+n^2+2\lambda} \quad (5.16)$$

где $\lambda = 2\omega_1 \epsilon / m^2$, угол вылета фотона $\vartheta = \eta/\gamma \ll 1$.

Сечение процесса в низшем по e^2 порядке имеет вид (ср. /24/ / 25 /):

$$d\sigma = d\sigma_0 + d\sigma_2 \xi_2 |\vec{\epsilon}_2| \sin \varphi \quad (5.17)$$

где $d\sigma_0$ - сечение для неполяризованных частиц, ξ_2 - степень циркулярной поляризации фотонов, φ - угол между плоскостью, перпендикулярной вектору $\vec{\epsilon}_2$, и плоскостью рассеяния. Заметим, что входящий в (5.17) корреляционный член вида

$\xi_2 (\vec{\epsilon}_2 \vec{k}_2)$ является единственно возможным из соображений P и T инвариантности. Коэффициент азимутальной асимметрии

$$P = \frac{d\sigma_2}{d\sigma_0} = - \frac{2\lambda n(1+n^2)}{2\lambda^2(1+n^2) + (1+n^2+2\lambda)(1+n^4)} \quad (5.18)$$

P - достигает экстремума $P_{ex} \sim -1/3$ при $\lambda \approx 1, n \approx 1$. Для существующих в настоящее время накопителей и лазеров $\lambda \ll 1$, тогда

$$d\sigma_0 = \frac{4r_e^2(1+n^4)ndnd\varphi}{(1+n^2)^4}, \quad d\sigma_2 = - \frac{8r_e^2\lambda n^2 dnd\varphi}{(1+n^2)} \quad (5.19)$$

Максимальное значение коэффициента асимметрии P_{max} достигается при $n = 0,76$ и равно $P_{max} = -1,14\lambda$. Коэффициент асимметрии для проинтегрированных по углу рассеяния сечений

$0 \leq \vartheta \leq \vartheta_0 = \eta/\gamma$ составляет для $n = 2$, $P_0 = -0,8\lambda$ и для

$n_0 \gg 1$, $P_0 = -0,6\lambda$. Поэтому следует использовать максимально коротковолновые источники фотонов. Эффект асимметрии в формуле (5.17) максимален при $\varphi = \pm \pi/2$, т.е. когда вектор $\vec{\epsilon}_2$ лежит в плоскости рассеяния, так что при

$\xi_2 (\vec{k}_2 \vec{\epsilon}_2) < 0$ сечение максимально и при $\xi_2 (\vec{k}_2 \vec{\epsilon}_2) > 0$

сечение минимально.

Если использовать криптоновый лазер (энергия фотона $\omega_1 = 3,5$ эв / 26 /) в качестве источника фотонов, то $\lambda \approx 0,09$

для $\epsilon = 3,5$ Гэв так что полная асимметрия "вверх-вниз" при $n_0 = 2$ достигает $\sim 14\%$. При мощности лазера 1 Вт, числе электронов в накопителе $N_e = 10^{11}$, площади сечения пучка $S = 10^{-2}$ см² и $\Delta\varphi \sim 0,1$ число конечных фотонов составляет $\sim 10^4$ сек⁻¹.

5.4. Рассеяние на поляризованной электронной мишени и измерение поляризации. Азимутальная асимметрия имеется также в сечении рассеяния поперечно-поляризованных быстрых электронов на поляризованной электронной мишени / 27 /.

$$d\sigma = d\sigma_0 + d\sigma_2 |\vec{\epsilon}_2| |\vec{\epsilon}_2| \cos(2\varphi + \varphi_2), \quad d\sigma_2 = \frac{r_e^2}{2\gamma} d\Omega_c \quad (5.20)$$

где $d\sigma_0$ - меллеровское сечение, $|\vec{\epsilon}_2|$ - степень поляризации электронов мишени, угол φ определен, как в (5.17). Вектор $\vec{\epsilon}_2$ выбран в плоскости, перпендикулярной вектору импульса начального электрона (тогда асимметрия максимальна), φ_2 - угол между векторами $\vec{\epsilon}_2$ и $\vec{\epsilon}_2$, $d\Omega_c$ - элемент телесного угла в с.д.и. Наибольшая асимметрия имеет место при $2\varphi + \varphi_2 = 0$ или π . Например, при $\vec{\epsilon}_2 \parallel \vec{\epsilon}_2$ ($\varphi_2 = 0$) это соответствует $\varphi = 0$ (плоскость рассеяния перпендикулярна вектору $\vec{\epsilon}_2$) и $\varphi = \pi/2$ (вектор $\vec{\epsilon}_2$ лежит в плоскости рассеяния). Коэффициент асимметрии $P = d\sigma_2/d\sigma_0$ максимален при угле рассеяния $\vartheta = \sqrt{2/\gamma}$ (что соответствует углу рассеяния в с.д.и. $\vartheta_c = \pi/2$) и равен $P_{max} = 0,11$. Для проинтегрированных по углу рассеяния сечений

$$\sqrt{2/\gamma} \operatorname{tg} \vartheta_{c/2} \leq \vartheta \leq \sqrt{2/\gamma} \operatorname{ctg} \vartheta_{c/2}$$

коэффициент асимметрии

$$P_0 = \frac{\sin^2 \vartheta_c}{8 + \sin^2 \vartheta_c} \quad (5.21)$$

Для $\vartheta_c = 75^\circ$, $P_0 = 0,1$. Малость коэффициента асимметрии не позволяет использовать в качестве мишени намагниченный ферромагнетик, где $|\vec{\epsilon}_2| < 0,09$, так, что полная асимметрия "вверх-вниз" $< 2\%$. По-видимому, целесообразно использовать в

качестве мишени атомные пучки, где поляризация электронов может быть доведена до $|\frac{1}{2}| \sim 1$ и полная асимметрия при $\vartheta_c = 75^\circ$ достигает 20%. Для известных плотностей поляризованных атомных пучков ($n \sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$) при $\mathcal{E} = 700 \text{ Мэв}$, $N_e \sim 10^{11}$, размере области взаимодействия $\sim 1 \text{ см}$, $\vartheta_c = 75^\circ$, $\Delta\varphi \sim 0.1$ число рассеянных электронов $\leq 10 \text{ сек}^{-1}$.

Указанные выше методы являются с нашей точки зрения наиболее перспективными для определения поперечной поляризации электронов большой энергии в накопителе. Следует отметить, что относительный вклад членов, зависящих от поляризации электронов, для комптоновского рассеяния лазерных фотонов растёт с энергией (так, что метод удобен при энергии в несколько Гэв); для ЭВР — падает с энергией (так что метод удобен при энергии в несколько сот Мэв); и для рассеяния на электронной мишени не зависит от энергии (т.е. этот метод применим для любой энергии при достаточности числа события).

5.5. Другие методы. Обсудим другие методы определения поперечной поляризации электронов большой энергии:

а) сечение рассеяния поперечно-поляризованных электронов на поляризованной ядерной мишени с точностью до членов не зависит от поляризации электрона, что является следствием сохранения спиральности (см., например, / 28 /);

б) степень циркулярной поляризации тормозного кванта при рассеянии электронов в кулоновском поле зависит от поляризации электронов. Для проинтегрированного по углам вылета конечного электрона сечения степень циркулярной поляризации кванта для поперечно-поляризованных начальных быстрых электронов при оптимальных условиях не превышает 10% / 29 /. Кроме того, необходимое в этом методе измерение поляризации кванта представляет само по себе достаточно сложную задачу. Просуммированное по поляризациям конечных частиц сечение тормозного излучения с учётом всех кулоновских поправок с точностью до членов $\sim 1/\gamma$ имеет такую же структуру, как борновское сечение и, следовательно, не зависит от поляризации электрона / 29 /;

в) квантовые поправки к интенсивности синхротронного излучения, зависящие от поляризации электрона, имеют порядок

$\chi = \frac{h}{m_0 c \lambda}$ и весьма малы. Таким образом, перечисленные в этом разделе способы являются мало пригодными для определения поперечной поляризации электронов.

Для определения поперечной поляризации электронов перспективным является также метод с преобразованием поперечной поляризации в продольную^{х)}. Этого можно достигнуть, например, за счёт прецессии спина электрона относительно скорости в магнитном поле, перпендикулярном вектору спина и импульсу. Угол поворота электрона в таком магнитном поле, при котором поперечная поляризация переходит в продольную, может быть найден из уравнения (Б.6), он равен

$$\delta\varphi = \frac{\pi}{2\gamma^2} \quad (5.22)$$

Такой же результат получится, если вместо магнитного использовать электрическое поле, направленное вдоль вектора спина при условии, что $2\gamma^2 \gg 1$. Измерение полученной продольной поляризации может быть легко проведено, например, в опытах по рассеянию на поляризованной электронной мишени (вклад членов, зависящих от поляризации ~ 1) или в опытах по рассеянию на поляризованной протонной мишени.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить глубокую благодарность В.М.Каткову и А.Н.Скринскому за многочисленные обсуждения по проблеме радиационной поляризации и ценные замечания. Автор благодарен В.М.Страховенко за дискуссии, Я.С.Дербеневу, А.М.Кондратенко, А.Н.Скринскому за ознакомление с их работой до опубликования.

х) См. также примечание на стр. 49.

Приложение А.

Вычисление $\langle t_0 | Re T_2 | t_0 \rangle$

В представлении взаимодействия в картине Фарри матрица $U(t, t_0)$ (3.2) формально имеет тот же вид, что и в квантовой электродинамике свободных частиц:

$$U(t, t_0) = T \exp \left\{ -ie \int_{t_0}^t dt \int d^3x \bar{\Psi}_F \gamma^\mu \Psi A_\mu(x) \right\} \quad (A.1)$$

где $\Psi_F(x)$ — оператор электрон-позитронного поля в заданном внешнем поле. По-прежнему имеет место теорема Вика для разложения на сумму нормальных произведений, однако свертка фермионных операторов будет функцией Грина в заданном поле. Поскольку мы вычисляем среднее $Re T_2$ между одноэлектронными состояниями, то ясно, что фотонные операторы должны быть свернуты, т.е. мы имеем дело с диаграммой собственной энергии. Выпишем среднее от $U_2(t, t_0)$ по одноэлектронным состояниям. Из сказанного выше следует:

$$\langle p | U_2(t, t_0) | p \rangle = ie^2 \int d^4x \int d^4x' \Phi_p^+(x) \bar{u}_s(p) \gamma^\mu \mathcal{G}(x, x') \gamma_\mu \times \mathcal{D}_F(x-x') u_s(p) \Phi_p(x') \quad (A.2)$$

Здесь $\mathcal{G}(x, x')$ — функция Грина электрона в магнитном поле,

$\mathcal{D}_F(x-x')$ — пропагатор фотона.

В формуле (A.2) мы воспользовались также квазиклассическим представлением (2.4).

Явный вид функции Грина $\mathcal{G}(x, x')$ найден в / 8 / (формулы (B.11)–(B.13) в линейном по полю приближении (члены $\sim k^0(x^0)$). Подставляя эту функцию Грина в (A.2) имеем:

$$\langle p | U_2(t, t_0) | p \rangle = \frac{e^2}{(4\pi)^2} \int_{t_0}^t dt \int d^3x \Phi_p^+(x) \bar{u}_s(p) \left\{ \int_0^\infty \frac{ds}{s^2} \int_0^s d\omega \times \right. \\ \left. \times e^{im^2(\omega-s)} \left[2m(2 - \omega/s) - 2\omega m(1 - \omega/s) \frac{i}{2} e^{\sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu}} \right] \right\} \times \\ \times u_s(p) \Phi_p(x) \quad (A.3)$$

Воспользовавшись явным видом $u_s(p)$ (2.11) можно переписать это выражение в двухкомпонентном виде. Тогда с учётом того, что

$$\int d^3x (\Phi_p^+(x) \dots \Phi_p(x)) = \langle i | \dots | i \rangle \\ | t_0 \rangle = \varphi | i \rangle \quad (A.4)$$

имеем (3.18)

$$\langle p | U_2(t, t_0) | p \rangle = \langle t_0 | T_2 | t_0 \rangle = \\ = \int_{t_0}^t dt \langle t_0 | \left[a - \frac{\mu'}{\gamma} (\vec{H} \vec{R} \vec{\sigma}) \right] | t_0 \rangle \quad (A.5)$$

где / 8 /:

$$a = \frac{2}{2\pi} \frac{m^2}{\varepsilon} \int_0^\infty \frac{ds}{s} \int_0^1 du (1+u) e^{-m^2 u s} \quad (A.6)$$

$$\mu' = \frac{ie^2}{4\pi^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s^2} \int_0^s e^{im^2(\omega-s)} 2m\omega(1 - \omega/s) = \frac{2}{2\pi} \frac{e}{2m} \quad (A.7)$$

$$\vec{H}_R = \gamma \left[\vec{H} - \frac{\vec{v}(\vec{v}\vec{H})}{1+\gamma} - [\vec{v}\vec{E}] \right] \quad (A.8)$$

\vec{H}_R - магнитное поле в системе покоя электрона, если \vec{H}, \vec{E} - поля в лабораторной системе. Полученная матрица является эрмитовой.

Приложение Б.

Уравнение для движения спина во внешнем поле.

В разделе III в рамках квантовой электродинамики было получено уравнение движения спина электрона (среднего значения оператора спина в системе покоя). Если сохранить в нем члены порядка $\hbar^0 (\chi^0)$ (т.е. опустить члены затухания), то это уравнение переходит в уравнение БМТ. Последнее не содержит постоянной Планка \hbar и может быть получено на основе чисто классических соображений, как прямое релятивистское обобщение уравнений движения механического (спинового) момента (при заданном гиромагнитном отношении $\vec{\mu} = g \frac{e}{2m} \cdot \vec{s} \hbar/2$) в магнитном поле в системе покоя частицы:

$$\dot{\vec{J}} = [\vec{H}\vec{H}] \quad (B.1)$$

Если положить $\vec{J} = \vec{s} \hbar/2$, то

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{eg}{2m} [\vec{s}\vec{H}] \quad (B.2)$$

Если ввести 4-вектор S^μ , такой, что в системе покоя электрона $S = S(0, \vec{s})$. Очевидно, если u^μ - 4-вектор скорости $u = (\gamma, \gamma\vec{v})$, то $(Su) = 0$. Отсюда следует $S_c = (s\vec{c})$

и в системе покоя

$$\frac{ds_0}{dt} = (s\vec{c}) \quad (B.3)$$

Релятивистским обобщением (B.2), (B.3) является уравнение БМТ / 7 /:

$$\frac{ds^\mu}{d\tau} = \frac{e}{m} \left\{ \frac{g}{2} F^{\mu\nu} s_\nu + \left(\frac{g-2}{2} \right) u^\mu (F^{\lambda\nu} s_\lambda u_\nu) \right\} \quad (B.4)$$

Здесь τ - собственное время. Учитывая, что

$$\vec{s} = \vec{s} + \frac{\vec{p}(\vec{p}\vec{s})}{m(\epsilon+m)}, \quad s_0 = \frac{(\vec{p}\vec{s})}{m} \quad (B.5)$$

можно от уравнения для S^H (Б.4) перейти к уравнению для $\vec{\mathcal{M}}$.
В итоге получаем (3.23) без членов затухания (см. (3.19), (3.22)).

$$\frac{d\vec{\mathcal{M}}}{dt} = [\vec{\mathcal{M}} \vec{F}], \quad \vec{F} = \frac{e}{\varepsilon} \left[\left(\frac{g-2}{2} \right) \vec{H}_R + \vec{H}_E \right] \quad (\text{Б.6})$$

Обсудим правую часть уравнения БМТ в форме (Б.6). На магнитный момент действует магнитное поле \vec{H}_R в системе покоя частиц, если в л.с. поля \vec{H} и \vec{E} . Следует однако иметь в виду, что приращение вектора спина $\Delta \vec{\mathcal{M}} = d\vec{\mathcal{M}}/dt \Delta t$ состоит из частей, одна из которых обязана вращению в поле \vec{H}_R , а вторая является кинематической и связана с "поворотом" спина из-за того, что движение электрона во внешнем поле является ускоренным (иначе говоря, вследствие того, что системы покоя в моменты времени t и $t + \Delta t$ различны и повернуты одна относительно другой^х). Последнее приращение нетрудно вычислить, используя формулы для преобразований Лоренца

$$\Delta \vec{\mathcal{M}}_{kin} = \frac{[\vec{\mathcal{M}} [\vec{v} \Delta \vec{v}]]}{1+\gamma} \quad (\text{Б.7})$$

Полное изменение $\vec{\mathcal{M}}$ есть (ср. (Б.6)).

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\mathcal{M}}}{dt} &= \frac{e}{\varepsilon} \frac{g}{2} [\vec{\mathcal{M}} \vec{H}_R] + \frac{[\vec{\mathcal{M}} [\vec{v} \dot{\vec{v}}]]}{1+\gamma} = \\ &= \frac{e}{\varepsilon} \left[\vec{\mathcal{M}} \left[\left(\frac{g}{2} - 1 \right) \vec{H}_R + \vec{H}_E + \frac{1}{1+\gamma} \left([\vec{v} [\vec{v} \dot{\vec{H}}]] + [\vec{v} \dot{\vec{E}}] \right) \right] \right] = [\vec{\mathcal{M}} \vec{F}] \quad (\text{Б.8}) \end{aligned}$$

Отсюда видно, что фактически поле \vec{H}_R воздействует только на аномальную часть момента, в то время как эффективное поле \vec{H}_E (Б.6), (3.22), которое можно считать действующим на "врожденный" момент спиновой частицы, оказывается сильно ослабленным по сравнению с \vec{H}_R при больших энергиях ($\gamma \gg 1$). Именно поэтому, хотя аномальный магнитный момент электрона (в единицах $e\hbar/2mc$) весьма мал - $(g-2)/2 = 1/2\pi + \dots$, члены с ним весьма

х) Этот факт называют иногда прецессией Томаса.

существенны, поскольку содержат дополнительную степень γ .

В уравнение (Б.6) (см. (3.10), (3.22)) входят поля \vec{H} и \vec{E} и скорость частицы, которая определяется этими же полями. Поэтому форма (Б.6) не всегда удобна. Оказывается полезным записать уравнение (Б.6) так, чтобы в качестве коэффициентов в правой части были только независимые переменные. Наборов независимых величин несколько, мы выберем набор $\vec{v}, \vec{v}, \vec{H}_\parallel, \vec{E}_\perp$ (\vec{H}_\parallel и \vec{E}_\perp компоненты полей по скорости и перпендикулярно скорости). Учитывая, что

$$\vec{H}_\perp = \frac{1}{v^2} \left\{ [\vec{v} \vec{E}] - \frac{\varepsilon}{e} [\vec{v} \dot{\vec{v}}] \right\} \quad (\text{Б.9})$$

получаем для уравнения БМТ (Б.6)

$$F = -(1+\eta\gamma) \frac{[\vec{v} \dot{\vec{v}}]}{v^2} + \frac{2\mu}{\gamma^2 v^2} [\vec{v} \vec{E}] + \frac{2\mu}{\gamma} \frac{(\vec{H}_\parallel \vec{v}) \vec{v}}{v^2} \quad (\text{Б.10})$$

где $\mu = \frac{g}{2} \frac{e}{2m}$, $\eta = \left(\frac{g}{2} - 1 \right)$. Если ввести орты

$$\vec{e}_1 = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}, \quad \vec{e}_2 = \frac{\eta\gamma \vec{v}_\perp - \frac{2\mu}{\gamma^2} \vec{E}_\perp}{|\eta\gamma \vec{v}_\perp - \frac{2\mu}{\gamma^2} \vec{E}_\perp|}, \quad \vec{e}_3 = [\vec{e}_1, \vec{e}_2] \quad (\text{Б.11})$$

и разложить вектор $\vec{\mathcal{M}}$ по этим ортам

$$\vec{\mathcal{M}} = \mathcal{M}_1 \vec{e}_1 + \mathcal{M}_2 \vec{e}_2 + \mathcal{M}_3 \vec{e}_3 \quad (\text{Б.12})$$

то из (Б.10) следует следующая система уравнений / 13 /

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{M}_1}{dt} &= -\Omega \mathcal{M}_2 \\ \frac{d\mathcal{M}_2}{dt} &= \Omega \mathcal{M}_1 + \omega \mathcal{M}_3 \\ \frac{d\mathcal{M}_3}{dt} &= -\omega \mathcal{M}_2 \end{aligned} \quad (\text{Б.13})$$

где частоты

$$\Omega = \frac{1}{|\vec{v}|} \left| \eta \gamma \dot{v}_\perp - \frac{2M}{\gamma^2} \vec{E}_\perp \right|, \quad \omega = (\vec{e}_2 \vec{e}_3) + \frac{2M}{\gamma} H_{||} \quad (\text{Б.14})$$

или

$$\frac{d\vec{e}}{dt} = [\vec{e} \vec{u}] \quad (\text{Б.15})$$

где частота \vec{u} имеет компоненты

$$\vec{u} = (\omega, 0, -\Omega) \quad (\text{Б.16})$$

Итак, в выбранной системе единичных векторов вектор спина движется вокруг оси \vec{e}_3 с частотой Ω и вокруг оси \vec{e}_2 (направления скорости) с частотой ω .

Если электрическое поле $\vec{E} = 0$, то $\dot{\vec{v}} = \dot{v}_\perp$ и выражения для частот приобретают вид:

$$\Omega = \eta \gamma \frac{|\dot{\vec{v}}|}{|\vec{v}|}, \quad \omega = \frac{(\vec{e}_3 \dot{\vec{v}})}{|\dot{\vec{v}}|} + \frac{2M}{\gamma} H_{||} = \eta \frac{e H_{||}}{E} + \frac{(\dot{\vec{v}} \vec{H})}{|\dot{\vec{v}}| |\vec{H}|} \quad (\text{Б.17})$$

причем для независимых от времени полей $\vec{H} = (\vec{v} \vec{v}) \vec{H}$, а в качестве ортов выбираются вектора

$$\vec{e}_1 = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}, \quad \vec{e}_2 = \frac{\dot{\vec{v}}}{|\dot{\vec{v}}|}, \quad \vec{e}_3 = \frac{[\vec{v} \dot{\vec{v}}]}{|\dot{\vec{v}}| |\vec{v}|} \quad (\text{Б.18})$$

Первый член в ω (Б.17) весьма мал по сравнению с Ω (их отношение $\sim H_{||}/\gamma H_\perp$, причем обычно $H_{||} < H_\perp$). Поэтому в неоднородных полях основную роль играет второй член, явно зависящий от неоднородностей поля. В типичных условиях накопителей частицы совершают малые колебания с частотой ω_s и амплитудой a . Тогда

$$\frac{\omega}{\Omega} \approx \frac{(\vec{v} \vec{v}) H}{\eta \gamma \omega_0 H_\perp} \sim \frac{\omega_s a}{\eta \gamma \omega_0 R} \ll 1 \quad (\text{Б.19})$$

Это обстоятельство систематически использовано в работе.

Уравнения движения (Б.13) определяют движение вектора спина относительно подвижной системы, но именно эта система является выделенной физически.

Л и т е р а т у р а

1. V.N.Baier, V.M.Katkov. *Phys.Lett.* 25A, 492, 1967.
2. В.Н.Байер, В.М.Катков. *ЖЭТФ*, 53, 1478, 1967.
3. В.Н.Байер, В.М.Катков. *ЖЭТФ*, 55, 1542, 1968.
4. V.N.Baier, V.M.Katkov. *Phys.Lett.* 24A, 327, 1967.
5. В.Н.Байер, В.М.Катков. *ЖЭТФ*, 52, 1422, 1967.
6. А.А.Соколов, И.М.Тернов. *ДАН СССР* 153, 1052, 1963.
7. V.Bargman, L.Michel, V.Telegdi. *Phys.Rev.Lett.* 2, 435
1959
8. J.Schwinger. *Phys.Rev.* 82, 664, 1951.
9. D.Fradkin, R.Good. *Rev.Mod.Phys.* 33, 343, 1961.
10. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. *ЖЭТФ* (в печати).
11. V.N.Baier, V.M.Katkov, V.M.Strachovenko. *Phys.Lett.*
12. F.Lobcowics, E.Thorndike. *Rev.Sci.Instr.* 33, 454, 1962
13. Л.С.Дербенев, А.М.Кондратенко, А.Н.Скринский (в печати).
14. Н.Н.Боголюбов, Ю.М.Митропольский. *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*. Москва, 1958.
15. В.Н.Байер, Ю.Ф.Орлов. *ДАН СССР*, 165, 783, 1965.
16. В.Н.Байер, В.С.Фадин. *ДАН СССР*, 161, 74, 1965.
17. И.Б.Хриплович. *ЯФ* 3, 762, 1966.
18. В.Н.Байер, В.А.Хозе. *ЯФ* 5, 1257, 1967.
19. В.Н.Байер, В.А.Хозе. *Атомная энергия* 25, 440, 1968.
20. C.Bernardini, G.Corazza, G Di Guigno et all. *Phys. Rev.Lett.* 10, 407, 1963.
21. B.Gittelmann, D.Ritson. *Preprint HELP-291, Stanford*,
1963
22. U.Völkel. *Preprint DESY, 67/5*, 1967.
23. В.Н.Байер, В.А.Хозе. *ЯФ* 9, 409, 1969.

24. Х.А.Тольхук. *УФН* 63, 761, 1957.
25. В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. *Релятивистская квантовая теория 1*. Москва, 1968.
26. R.Paananen. *Appl.Phys.Lett.* 9, 34, 1966.
27. А.А.Креснин, Л.Н.Розенцвейг. *ЖЭТФ* 32, 353, 1957.
28. В.А.Хозе. *ЯФ* 7, 1994, 1968.
29. H.Olesen, L.Maximan. *Phys.Rev.* 114, 887, 1959.

Ответственный за выпуск В.Н.Байер
Подписано к печати 30.X.69
Усл. 3,5 печ.л., тираж 250 экз.
Заказ № 347 . Бесплатно.

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, нв.