И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ИЯФ 2-70

Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко, А.Н.Скринский

О ДВИЖЕНИИ СПИНА ЧАСТИЦ В НАКОПИТЕЛЕ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ПОЛЕМ

Новосибирск

1970

Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко, А.Н.Скринский

О ДВИЖЕНИИ СПИНА ЧАСТИЦ В НАКОПИТЕЛЕ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ПОЛЕМ

АННОТАЦИЯ

В работе излагаются результаты исследования движения спина в накопителях с произвольным электромагнитным полем, при условии существования замкнутой орбиты. Показано, что на этой траектории существует периодическое движение спина, в такой же степени устойчивое, как и поляризация по полю в почти постоянном по направлению магнитном поле. Это открывает широкие возмож - ности управления поляризацией в накопителях.

Ya.S.Derbenev, A.M.Kondratenko, A.N.Skrinsky

SPIN PARTICLES MOVEMENT IN A STORAGE RING WITH AN ARBITRARY FIELD

ABSTRACT

The spin movement in the storage rings with arbitrary electromagnetic field is investigated on condition that the particle's closed orbit does exist. It has been shown that on the closed orbit there is a periodic spin movement as stable as the polarization along the field in the magnetic field with a nearly constant direction. It opens up wide possibilities to control polarization in the storage rings.

В в е д е н и е

При изучении поведения поляризации частиц в ускорителях, обычно /5-8/ ограничиваются случаем почти постоянного по направлению магнитного поля. В данной работе излагаются общие результаты исследования движения спина в накопителях (ускорителях) с произвольным электромагнитным полем, при условии существования замкнутой орбиты.

Работа состоит из двух частей.

В первой части дан простой и физически наглядный вывод уравнений движения спина релятивистских частиц без промежуточного использования 4-вектора поляризации. Во второй части исследован характер движения спина в пренебрежении отклонениями траектории частиц от замкнутой (равновесной) орбиты. Показано, что всегда существует некоторое периодическое движение спина, в такой же степени устойчивое, как поляризация по полю в почти постоянном по направлению магнитном поле.

При этом оказывается практически возможным создавать, в заданном месте орбиты, произвольную ориентацию спина относительно скорости и поля. Это открывает широкие возможности управления поляризацией в накопителях как легких, так и тяжелых частиц.

Детальному изучению поведения спина частицы на истинной траектории и поляризации пучка в целом будут посвящены следующие работы.

1. Уравнения движения спина

§ 1. Общие уравнения

В нерелятивистской теории квантовомеханическое среднее вектора спина $\langle \hat{\vec{\zeta}} \rangle = \vec{\zeta}$ частицы, движущейся по классической траектории, удовлетворяет уравнению:

$$\frac{d\vec{\zeta}}{dt} = [\vec{\mu}\,\vec{\zeta}] \qquad \vec{\mu} = q\vec{\zeta} \tag{1.1}$$

где $\vec{\mu}$ - магнитный момент частицы, q - гиромагнитное отношение.

Состояние поляризации в релятивистском случае также удобно характеризовать вектором спина $\vec{\zeta}$ в системе покоя.

Уравнения для вектора $\vec{\zeta}$ можно получить из известных ковариантных уравнений БМТ для 4-вектора поляризации /1,2/. При этом, однако, оказывается завуалированной физическая наглядность уравнений для $\vec{\zeta}$. В действительности существует очень простой вывод уравнений без промежуточного использования 4-вектора поляризации.

Определим собственную систему как систему, получаемую преобразованием Лоренца из лабораторной. По смыслу преобразования, ориентация скорости $\vec{v}$ относительно пространственных осей собственной системы в каждый момент времени совпадает с ориентацией в лабораторной. Уравнение для $\vec{\zeta}$ можно получить, непосредственно используя нерелятивистское уравнение (1.1).

Перейдем в инерциальную систему, совпадающую с собственной в момент времени t (u - система). Изменение вектора спина $\vec{\zeta}$ в этой системе за интервал собственного времени $d\tau = dt/\gamma$ будет определяться уравнением (1.1):

$$d\vec{\zeta}_u = q\left[\vec{\zeta}\vec{H}_c\right]d\tau$$

где $\vec{H}_c$ - магнитное поле в собственной системе.

Однако $d\vec{\zeta}_u$ не будет совпадать с искомым приращением $d\vec{\zeta}$, так как при изменении направления скорости частицы пространственные оси собственной системы (получаемые из лабораторных преобразованием Лоренца) оказываются повернутыми относительно u -системы. Пусть $d\vec{\varphi}$ - угол поворота собственной системы относительно u -системы. Тогда можно написать:

$$d\vec{\zeta} = d\vec{\zeta}_u - \left[d\vec{\varphi}\,\vec{\zeta}\right] \tag{1.2}$$

Угол $d\vec{\varphi}$ можно найти из простых соображений.

Пусть $d\vec{\alpha}$ - вектор угла поворота скорости в лабораторной системе:

$$d\vec{\alpha} = \frac{1}{v^2}\left[\vec{v}\,d\vec{v}\right]$$

Тогда собственная система координат, в соответствии с её определением, повернется относительно нового направления скорости $\vec{v}+d\vec{v}$ на угол $-d\vec{\alpha}$. В то же время направление $(\vec{v}+d\vec{v})_u$ в u-системе составит с направлением $\vec{v}$ угол $\gamma d\vec{\alpha}$. Действительно, эти направления в u-системе получаются, согласно преобразованиям Лоренца, проектированием соответствующих направлений лабораторной системы на плоскость $\tau = const$. Такая процедура как раз и соответствует определению угла в u-системе между двумя "стержнями", покоящимися в лабораторной.

Таким образом, угол поворота $d\vec{\varphi}$ равен:

$$d\vec{\varphi} = \gamma d\vec{\alpha} - d\vec{\alpha} = \frac{\gamma-1}{v^2}\left[\vec{v}\, d\vec{v}\right]$$

Подставляя это выражение в (1.2), получаем искомое уравнение:

$$\dot{\vec{\zeta}} = \frac{d\vec{\zeta}}{dt} = \frac{q}{\gamma}\left[\vec{\zeta}\vec{H}_c\right] + \frac{\gamma-1}{v^2}\left[\vec{\zeta}\left[\vec{v}\dot{\vec{v}}\right]\right] \qquad (1.3)$$

Первый член в правой части уравнения непосредственно обязан магнитному моменту частицы, а второй является следствием релятивистской кинематики вращения.

Происхождение последнего члена можно продемонстрировать на следующей модели. Пусть центр массы стержня малой длины движется по окружности радиуса R со скоростью v, а момент сил, действующих на стержень, равен нулю. Для простоты расположим стержень в плоскости вращения. В нерелятивистской механике в лабораторной системе стержень движется поступательно, а в системе покоя центра стержня, поворачивающейся вместе со скоростью (с – система), стержень вращается с угловой скоростью $-v/R$. В релятивистском случае вращение стержня в с–системе будет выглядеть так же, как и в нерелятивистском: угол поворота $d\varphi_c$ стержня в с – системе для двух последовательных положений центра, отделенных расстоянием dl_c (измеренном в с–системе), будет равен:

$$d\varphi_c = -\frac{dl_c}{R}$$

За период вращения скорости стержень повернётся на угол

$$\varphi_c = -\oint \frac{dl_c}{R} = -\oint \frac{\gamma\, dl}{R} = -2\pi\gamma$$

Таким образом, относительно лабораторной системы стер - жень повернется через оборот на угол - $2\pi(\gamma - 1)$.

Рассмотренный эффект феноменологически родственен из - вестному "парадоксу близнецов". Идея данного вывода содержит-ся в давних работах Томаса /4/.

Используя выражение $\vec{H}_c$ через электромагнитное поле лабораторной системы

$$\vec{H}_c = \gamma\left(\vec{H}_{tr} + [\vec{E}\vec{v}]\right) + \vec{H}_v$$

($\vec{H}_{tr}$, $\vec{H}_v$ - поперечная и продольная к скорости компоненты магнитного поля) и уравнения движения частицы

$$\dot{\vec{v}}_{tr} = \frac{e}{\gamma m}\left\{\vec{E}_{tr} + [\vec{v}\vec{H}]\right\}$$

можно преобразовать (1.3) к известному виду /2/:

$$\dot{\vec{\zeta}} = [\vec{W}_n \vec{\zeta}]$$

$$-\vec{W}_n = \left(\frac{q_c}{\gamma} + q'\right)\vec{H}_{tr} + \frac{q}{\gamma}\vec{H}_v + \left(\frac{q_c}{\gamma+1} + q'\right)[\vec{E}\vec{v}]$$

где $q' = q - \frac{e}{m} \equiv q - q_o$ - аномальная часть гиромагнитного отношения ($c = 1$). Вектор $\vec{W}_n$ имеет смысл угловой скорости вращения спина относительно направлений, неподвижных в лабораторной системе. Как видно, нормальная q_c и аномальная q' части гиромагнитного отношения входят в уравнение движения спина не аддитивно. Непосредственное объяснение этого обстоятельства даёт уравнение (1.3), из которого следует,что этот факт связан с искривлением траектории частицы.

Угловая скорость вращения спина будет пропорциональна полному магнитному моменту, если частица движется по прямой (что возможно при $e=0$, либо при $\vec{E}_{t\tau} + [\vec{v}\vec{H}] = 0$).

Удобно записать $\vec{W}_n$ в виде:

$$\vec{W}_n = \left(1 + \gamma \frac{q'}{q_0}\right) \frac{[\vec{v}\dot{\vec{v}}]}{v^2} - \frac{q}{\gamma}\vec{H}_\tau + \frac{q}{\gamma^2 v^2}[\vec{E}\vec{v}] \quad (1.4)$$

При условии

$$\gamma^2 q' \gg q \quad (1.5)$$

последним членом в (1.4) можно пренебречь ($[\vec{v}\dot{\vec{v}}] \neq 0$). При этом $\vec{W}_n$ выражается непосредственно через параметры траектории и продольное магнитное поле, не изменяющее ускорения частицы.

Для еще больших энергий ($\gamma q' \gg q_0$), $\vec{W}_n$ определяется аномальным моментом и при движении в заданных полях не зависит от энергии:

$$\vec{W}_n \to \gamma \frac{q'}{q_0}[\vec{v}\dot{\vec{v}}] \simeq - q'\left(\vec{H}_{t\tau} + [\vec{E}\vec{v}]\right)$$

Это объясняется тем, что нормальная часть первого члена в (1.3) сокращается (с точностью $\sim 1/\gamma$) с кинематическим членом. Если же $q'=0$, то

$$\vec{W}_n = -\frac{q_0}{\gamma}\vec{H} - \frac{q_0}{\gamma+1}[\vec{v}\vec{E}] ;$$

при $\vec{E}=0$, $\vec{W}_n$ совпадает с ларморовой частотой $-\frac{e\vec{H}}{\gamma m}$.

Рассмотрим еще вопрос о преобразовании спиновых уравнений при переходе к какой-либо другой системе ортов $\vec{e}_\alpha(t)$ ($\alpha = 1, 2, 3$). Пусть $\vec{W}_b$ - угловая скорость вращения базиса относительно исходной системы:

$$\dot{\vec{e}}_\alpha = [\vec{W}_b \vec{e}_\alpha] \quad (1.6)$$

Уравнения движения спина в новой системе, очевидно, будут:

$$\dot{\vec{\zeta}} = [\vec{W}_n - \vec{W}_b, \vec{\zeta}] = [\vec{W}\vec{\zeta}] \quad (1.7)$$

Из (1.6) непосредственно следует выражение для $\vec{W}_b$, если заданы $\vec{e}_\alpha(t)$:

$$\vec{W}_b = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{3}\left[\vec{e}_\alpha \dot{\vec{e}}_\alpha\right] \tag{1.8}$$

Спиновые уравнения, как и всякие уравнения типа (1.7), могут быть записаны в канонической форме:

$$\dot{\vec{\zeta}} = \left\{\vec{\zeta}\,;\,\mathcal{H}\right\}$$

где $\left\{\,;\,\right\}$ – скобки Пуассона, классические либо квантовые, а

$$\mathcal{H} = \vec{W}\vec{\zeta} \tag{1.9}$$

– гамильтониан.

Во многих отношениях оказывается удобным описывать движение спина в гамильтоновых переменных ζ_z и ψ, где ζ_z – проекция на выбранную ось, а ψ – фаза вращения спина вокруг этой оси. В этих переменных гамильтониан

$$\mathcal{H} = W_z\zeta_z + W_\perp\zeta_\perp\cos(\psi - \delta) \tag{1.10}$$

где

$$W_\perp e^{i\delta} = W_x + iW_y$$

$$\zeta_\perp e^{i\psi} = \zeta_x + i\zeta_y$$

Гамильтоновы уравнения имеют вид:

$$\dot{\zeta}_z = -\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\psi} = W_\perp\zeta_\perp\sin(\psi-\delta)$$
$$\dot{\psi} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\zeta_z} = W_z - W_\perp\frac{\zeta_z}{\zeta_\perp}\cos(\psi-\delta) \tag{1.11}$$

§ 2. Уравнения в "натуральном" репере

Для некоторых применений удобно использовать подвижную систему ортов, связанную с траекторией частицы:

$$\vec{e}_r = -\frac{\dot{\vec{v}}_{tr}}{|\dot{\vec{v}}_{tr}|}, \quad \vec{e}_v = \frac{\vec{v}}{v}, \quad \vec{e}_z = [\vec{e}_r \vec{e}_v] \tag{1.12}$$

Выражение для $\vec{W}_b$ получается из (1.8):

$$\vec{W}_b = (\vec{e}_r \dot{\vec{e}}_z)\vec{e}_v + \frac{1}{v^2}[\vec{v}\dot{\vec{v}}]$$

Таким образом, спиновые уравнения в этой системе:

$$\dot{\vec{\zeta}} = [\vec{W}\vec{\zeta}], \quad \vec{W} = (W_r, W_v, W_z)$$

$$W_r = -\frac{q}{\gamma^2 v}E_z$$

$$W_v = -(\vec{e}_r \dot{\vec{e}}_z) - \frac{q}{\gamma}H_v \tag{1.13}$$

$$W_z = \gamma\frac{q'}{q_0}\frac{|\dot{\vec{v}}_{tr}|}{v} + \frac{q}{\gamma^2 v}E_r$$

Если выполняется условие (1.5) $\gamma^2 q' \gg q$, то $\vec{W}$ имеет простой вид:

$$W_r = 0$$

$$W_v = -(\vec{e}_r \dot{\vec{e}}_z) - \frac{q}{\gamma}H_v$$

$$W_z = \gamma\frac{q'}{q_0}\frac{|\dot{\vec{v}}_{tr}|}{v}$$

Рассмотрим некоторые частные случаи, в которых уравнения (1.13) допускают точные решения.

При $q' = 0$ и $E_{tr} = 0$ сохраняется поляризация в направ -

лении скорости /2/. При этом из (1.11):

$$\zeta_v = const$$

$$\Psi_v = \int W_v dt$$

т.е. спин движется в перпендикулярной к скорости плоскости и за время $\pi/\overline{W}_v$ ζ_z и ζ_z меняют знак. Если же среднее значение $\overline{W}_v = 0$, то спин колеблется в этой плоскости возле некоторого среднего положения.

. При движении в магнитном поле, $W_z = W_v = 0$ (см. 1.13), если траектория частицы остается в одной плоскости и продольное магнитное поле на орбите отсутствует. То же самое имеет место и в присутствии электрического поля, если выполнено (1.5). В этом случае сохраняется поляризация ζ_z. Угловая скорость вращения вокруг направления $\vec{e}_z$

$$\dot{\psi} = W_z = \gamma \frac{q'}{q_0} \frac{|\dot{\vec{v}}_{tr}|}{v}$$

полностью обязана аномальному магнитному моменту.

Аналогичным образом спин движется и в произвольном электромагнитном поле в пределе больших энергий, когда поля на траектории частицы изменяются адиабатически медленно по сравнению с вращением спина:

$$\left|\frac{d}{dt} W_{z,v}\right| / |W_{z,v}| \ll \gamma \frac{q'}{q_0} |\dot{\vec{v}}_{tr}| \tag{1.14}$$

В лабораторной системе в этом случае решение имеет вид:

$$\vec{\zeta}(t) = \zeta_z \frac{[\vec{v}\dot{\vec{v}}]}{|\dot{\vec{v}}_{tr}|} + \sqrt{s^2 - \zeta_z^2}\left(\vec{v}\sin\psi - \frac{\dot{\vec{v}}_{tr}}{|\dot{\vec{v}}_{tr}|}\cos\psi\right) \tag{1.15}$$

где $\psi = \frac{q'}{q_0}\int \gamma |\dot{\vec{v}}_{tr}| dt$, $\zeta_z = const$, т.е. спин сохраняет проекцию на направление, перпендикулярное к плоскости $(\vec{v}, \dot{\vec{v}})$

II. Движение спина в накопителе

§ 1. Постановка задачи

Обратимся теперь к исследованию динамики движения спина, учитывая специфику движения частиц в накопителях и ускорителях. Главным свойством орбитального движения частиц в этих системах является существование замкнутой (равновесной, периодической) орбиты, возле которой все частицы движутся с малыми отклонениями координат и импульсов от равновесных значений. Поэтому разумно представить $\vec{W}_\Lambda$ в виде

$$\vec{W}_\Lambda = \vec{W}_s(\gamma_s, \theta) + \vec{w} \tag{II.1}$$

где $\vec{W}_s$ – значение $\vec{W}_\Lambda$ на равновесной траектории, $\theta = \int \omega_s dt$ – обобщенный азимут частицы, ω_s – равновесная частота обращения. $\vec{W}_S$ является периодической функцией азимута:

$$\vec{W}_s(\gamma_s, \theta) = \vec{W}_s(\gamma_s, \theta + 2\pi)$$

Если малые отклонения траектории частицы от равновесной приводят к малым же изменениям электромагнитного поля на траектории, влияние $\vec{w}$ может рассматриваться как малое возмущение по отношению к движению в равновесном поле. Поэтому при исследовании движения спина можно поступать обычным образом: сначала находятся интегралы движения спина на равновесной траектории, а затем изучается влияние добавки $\vec{w}$ на идеальное движение спина.

Обычно предполагается /5-8/, что реальные условия на замкнутой орбите таковы, что в течение одного оборота поляризация в направлении, поперечном к средней плоскости орбиты, изменяется мало:

$$|\zeta_z(\theta + \theta') - \zeta_z(\theta)| << S \tag{II.2}$$

$$0 \le \theta' \le 2\pi$$

Это условие практически означает близость замкнутой орбиты к плоской и малость продольного магнитного поля. Значительное изменение начальной поляризации ζ_z при этом может накапливаться только за достаточно большое число оборотов частицы, вблизи спиновых резонансов.

Мы будем изучать движение спина, не накладывая никаких условий на электромагнитное поле накопителя, кроме существования замкнутой траектории частицы. Для эксперимента важно, чтобы в заданном месте орбиты существовало устойчивое направление поляризации, повторяющееся через оборот. (В почти постоянном по направлению магнитном поле этим направлением является направление по полю). В связи с этим можно сформулировать следующий подход к задаче. Прежде всего, нужно выяснить, существует ли на данной равновесной траектории периодическое движение спина. Если такое движение существует, нужно исследовать его устойчивость.

§ 2. Движение спина на равновесной траектории

Спин равновесной частицы удовлетворяет уравнению

$$\dot{\vec{\zeta}} = [\vec{W}_s \vec{\zeta}] \qquad (II.3)$$

Равновесную энергию будем считать постоянной. Тогда

$$\theta = \omega_s t , \quad \omega_s = const$$

$$\vec{W}_s(t) = \vec{W}_s\left(t + \frac{2\pi}{\omega_s}\right)$$

В соответствии с поставленной целью выясним, существует ли периодическое решение

$$\vec{n}(\theta) = \vec{n}(\theta + 2\pi) \qquad \vec{n}^2 = 1$$

$$\dot{\vec{n}} = [\vec{W}_s \vec{n}] \qquad (II.4)$$

Докажем, что такое решение существует при любом $\vec{W}_s(\theta)$. Общее решение уравнения (II.3) можно представить в виде комбинации трех линейно-независимых решений $\vec{X}_\alpha(\theta)$

(α = 1,2,3). Так как скалярное произведение двух любых решений (II.3) сохраняется

$$\frac{d}{dt}(\vec{\xi}_a \vec{\xi}_b) = 0 \tag{II.5}$$

то эти три решения всегда можно выбрать постоянно ортогональными:

$$\vec{X}_\alpha(\theta)\vec{X}_\beta(\theta) = \delta_{\alpha\beta}$$

Периодическое решение будем искать в виде

$$\vec{n}(\theta) = \sum_{\alpha=1}^{3} n_\alpha \vec{X}_\alpha(\theta)$$

где

$$n_\alpha = \vec{n}\vec{X}_\alpha = const$$

По условию периодичности (II.4)

$$\sum_\alpha n_\alpha \vec{X}_\alpha(\theta) = \sum_\alpha n_\alpha \vec{X}_\alpha(\theta + 2\pi)$$

или

$$\sum_{\beta=1}^{3} (\delta_{\alpha\beta} - \Lambda_{\alpha\beta}) n_\beta = 0$$

где

$$\Lambda_{\alpha\beta} = \vec{X}_\alpha(\theta)\vec{X}_\beta(\theta + 2\pi)$$

Матрица Λ не зависит от времени, так как $\vec{X}_\beta(\theta + 2\pi)$ есть снова решение (II.3) в силу периодичности $\vec{W}_s(\theta)$.

Нетривиальное решение n_α существует, если определитель системы равен нулю:

$$|I - \Lambda| = 0$$

Так как матрица Λ по существу является матрицей вращения, она обладает следующими свойствами:

$$\Lambda\Lambda^T = I\ ; \quad |\Lambda| = 1$$

Отсюда

$$|I-\Lambda| = |I-\Lambda^T| = |\Lambda^T||\Lambda - I| = |\Lambda - I| = (-1)^3|I-\Lambda| = 0$$

Таким образом, при любом периодическом $\vec{W}_S(\theta)$ существует периодическое решение $\vec{n}(\theta)$.

Данное доказательство содержит в себе и возможный способ нахождения периодического решения.

Из существования периодического решения вытекает общий характер движения спина в периодическом поле. Пусть $\vec{\zeta}(\theta)$ - решение (П.3) при произвольном начальном условии $\vec{\zeta}(0) \neq S\vec{n}(0)$. Так как

$$\frac{d}{dt}\vec{\zeta}\vec{n} = 0 \tag{П.5а}$$

то движение спина происходит следующим образом. Существует некоторое периодическое направление $\vec{n}(\theta)$, имеющее смысл направления поляризации периодического решения, вокруг которого спин вращается, сохраняя проекцию на это направление. Тем самым решен и вопрос об устойчивости периодического решения при движении по равновесной орбите.

Свойство (П.5а) подсказывает способ построения общего решения, если известно $\vec{n}(\theta)$. Введем следующую систему ортов:

$$\vec{e}_1(\theta)\ , \quad \vec{e}_2(\theta)\ , \quad \vec{n}$$

где $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ - какие-либо два ортогональные периодические направления в плоскости, поперечной к $\vec{n}(\theta)$. Поляризацию будем задавать проекцией на $\vec{n}$ и фазой ψ вращения вокруг $\vec{n}$:

$$\vec{\zeta} = \zeta_n \vec{n} + \zeta_\perp Re(\vec{e}\, e^{-i\psi}) \tag{П.6}$$

Здесь $\quad \vec{e} = \vec{e}_1 + i\vec{e}_2$

Для угловой скорости $\vec{W}_b$ (см.1.8) получаем, учитывая (П.4):

$$\vec{W}_b = [\vec{n}\dot{\vec{n}}] + (\dot{\vec{e}}_1\vec{e}_2)\vec{n} = (\vec{W}_s)_\perp + \frac{i}{2}(\dot{\vec{e}}\vec{e}^*)\vec{n} \tag{II.7}$$

Следовательно, гамильтониан в этой системе равен:

$$\mathcal{H} = (\vec{W}_s - \vec{W}_b, \vec{\zeta}) = (\vec{W}_s\vec{n} - \frac{i}{2}\dot{\vec{e}}\vec{e}^*)\zeta_n$$

Как и должно быть, $\dot{\zeta}_n = 0$; вокруг $\vec{n}$ спин вращается с угловой скоростью

$$\dot{\psi} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\zeta_n} = \vec{W}_s\vec{n} - \frac{i}{2}\dot{\vec{e}}\vec{e}^* \tag{II.8}$$

Неоднозначность выбора поперечных ортов $\vec{e}_1$ и $\vec{e}_2$, разумеется, не приводит к неоднозначности решения (II.6) в "лабораторной" системе. В этом легко убедиться, проверив инвариантность решения (II.6) относительно замены

$$\vec{e} \longrightarrow \vec{e}\, e^{-i\alpha(\theta)}$$

Удобство использования именно периодических систем $\vec{e}(\theta) = \vec{e}(\theta+2\pi)$ заключается в том, что, при наблюдении спина в определенном месте орбиты, изменение поляризации через оборот относительно выбранной периодической системы совпадает с изменением относительно неподвижной системы. Особый смысл при этом приобретает дробная часть среднего за период значения приведенной угловой скорости $\nu = \langle\dot{\psi}\rangle/\omega_s - K$ (K - ближайшее целое число), задающая изменение ориентации спина через оборот. Эта физическая величина не зависит от выбора периодической системы. Действительно, пусть $\vec{e}$ и $\vec{e}\,'$ - две периодические системы:

$$\vec{e}\,' = \vec{e}\cdot e^{-i\alpha(\theta)}$$

причём, по условию периодичности,

$$\langle\dot{\alpha}(\theta)\rangle = K'\omega_s$$

Тогда из (II.8) получаем:

$$\langle \dot\psi' \rangle = \langle \dot\psi \rangle - \langle \dot\alpha \rangle = \langle \dot\psi \rangle - k\omega_s$$

т.е. дробная часть сохраняется.

Теперь легко ответить на вопрос о единственности перио- дического решения. Так как все решения вращаются вокруг $\vec{n}$ с одной угловой частотой $\dot\psi$, то при условии

$$\langle \dot\psi \rangle = \langle \vec{W}_s \vec{n} - \frac{i}{2} \dot{\vec{e}} \vec{e}^{\,*} \rangle \neq k\omega_s$$

периодическое решение $\vec{n}$, очевидно, единственно. В случае точного резонанса $\langle \dot\psi \rangle = k\omega_s$ любое решение является периодическим, т.е. $\vec{n}$ становится полностью неопределенным.

Частоту ν можно выразить также через базисные решения $\vec{X}_\alpha$. По определению, $2\pi\nu$ есть угол, на который оказывается повернутым через оборот поперечное к $\vec{n}$ решение уравнения (II.3). В комплексной форме:

$$\vec{\eta}(\theta + 2\pi) = e^{-2\pi i \nu}\, \vec{\eta}(\theta)$$

Разлагая η по базису (II.5a)

$$\vec{\eta} = \sum_{\alpha=1}^{3} \eta_\alpha \vec{X}_\alpha(\theta)$$

получаем уравнение:

$$\sum_{\beta=1}^{3} \left(e^{-2\pi i \nu} \delta_{\alpha\beta} - \Lambda_{\alpha\beta} \right) \eta_\beta = 0$$

Таким образом, мы пришли к задаче отыскания собственных значений матрицы Λ :

$$|\lambda I - \Lambda| = 0 \qquad \lambda \equiv e^{-2\pi i \nu}$$

Это уравнение имеет три корня $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

Уже доказано, что $\lambda = 1$ является собственным значением, соответствующим периодическому решению $\vec{n}(\theta)$. Два других можно найти, используя следующие очевидные соотношения:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \sum_{\alpha=1}^{3} \Lambda_{\alpha\alpha} = Sp\Lambda$$

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = |\Lambda| = 1$$

Отсюда

$$\lambda_2 = \lambda_3^* = e^{-2\pi i \nu}$$

$$\cos 2\pi\nu = \frac{1}{2}(Sp\Lambda - 1) \tag{II.9}$$

Из (II.5) следует, что $\cos 2\pi\nu$, как и должно быть, не зависит от выбора базиса $\vec{X}_\alpha$. Вещественность ν следует из неравенств:

$$-1 \le Sp\Lambda = \sum_{\alpha=1}^{3} X_\alpha(\theta) X_\alpha(\theta + 2\pi) \le 3$$

которые легко проверяются в системе, где один из базисных векторов направлен по $\vec{n}$. Собственные решения $\vec{n}$, $\vec{\eta}$, $\vec{\eta}^*$, соответствующие собственным значениям 1, $e^{-2\pi i\nu}$, $e^{2\pi i\nu}$ ортогональны, если $\cos 2\pi\nu \neq 1$:

$$\vec{\eta}^2 = \vec{\eta}\vec{n} = 0 \quad ; \quad \vec{\eta}\vec{\eta}^* = 2$$

При этом периодическое решение $\vec{n}$ единственно. В случае резонанса

$$\cos 2\pi\nu = 1$$

имеет место вырождение

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$$

и любое решение является периодическим.

Из двух комплексных решений можно построить пару действительных ортогональных решений $\vec{\eta}_\perp$, $\vec{\eta}_2$: $\vec{\eta}_1 + i\vec{\eta}_2 = \vec{\eta}$, которые, однако, не являются собственными.

Для дальнейшего удобно использовать периодический базис

$$\{\vec{e}_\alpha\} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{n}\}; \quad \vec{e}_1 + i\vec{e}_2 = \vec{\eta} e^{i\nu\theta} \equiv \vec{e} \qquad (\text{П}.10)$$

Общее решение (П.3) запишется в виде:

$$\vec{\zeta} = \zeta_n \vec{n} + \frac{1}{2}(c\eta + c^*\eta^*) = \zeta_n \vec{n} + \zeta_\perp \operatorname{Re}(\vec{e} e^{-i\Psi}) \qquad (\text{П}.11)$$

$$\Psi = \nu\omega_s, \quad \zeta_n = const, \quad c = const, \quad |c| = \zeta_\perp = \sqrt{S^2 - \zeta_n^2}$$

Простейшие примеры движения спина частиц на равновесной орбите приводятся в Приложении.

Рассмотрим вопрос об устойчивости периодического решения $\vec{n}$ при малом варьировании $\vec{W}_s$. Вариация $\delta\vec{W}_s$ может быть связана как с отклонением реального поля и замкнутой орбиты от идеальных (расчётных), так и с изменением параметров (например, энергии), определяющих $\vec{W}_s$. В линейном приближении $\delta\vec{n}$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d}{dt}\delta\vec{n} = [\vec{W}_s \, \delta\vec{n}] + [\delta\vec{W}_s \cdot \vec{n}]$$

В этом приближении $\delta\vec{n}$ поперечно к $\vec{n}$, т.е. можно написать:

$$\delta\vec{n} = \operatorname{Re} C(\theta)\vec{\eta}$$

Для $C(\theta)$ получаем уравнение:

$$\dot{c} = i\,\delta\vec{W}\vec{\eta}^*$$

Отсюда

$$c = i\int \delta\vec{W}_s \vec{e}^* e^{i\nu\theta} dt + const$$

Разлагая $\delta\vec{W}_s\vec{e}^*$ в ряд Фурье

$$\delta\vec{W}_s\vec{e}^* = \sum_k (\delta\vec{W}_s\vec{e}^*)_k e^{-ik\theta}$$

получаем

$$\delta\vec{n} = Re\,\vec{e}\sum_{k}\frac{(\delta\vec{W}_s\vec{e}^{\,*})_k}{(\nu-k)\omega_s}e^{-ik\theta} \qquad (II.12)$$

($const = 0$ из требования периодичности $\delta\vec{n}$).

Как видно, периодическое решение $\vec{n}$ становится очень чувствительным к малому изменению $\vec{W}_s$ вблизи резонансов $\nu = k$. В этом заключается физический смысл отмеченной выше неопределенности $\vec{n}$ при точном резонансе.

§ 3. Уравнения движения спина неравновесных частиц

Перейдем к изучению динамики движения спина частиц, движущихся вблизи замкнутой орбиты.

Будем рассматривать движение спина относительно периодической системы ортов (II.10).

Для угловой скорости $\vec{W}_b$ (см.1.8) получаем

$$\vec{W}_b = \vec{W}_s - \nu\omega_s\vec{n}$$

Следовательно, гамильтониан в этой системе равен

$$\mathcal{H} = (\vec{W}_n - \vec{W}_b, \vec{\zeta}) = (\nu\omega_s\vec{n} + \vec{w}, \vec{\zeta}) = (\nu\omega_s + \vec{w}\vec{n})\zeta_n + \zeta_\perp w_\perp\cos(\psi-\delta) \qquad (II.13)$$

где $w_\perp e^{i\delta} = \vec{w}\vec{e}$ (см.II.6 ; 1.10).

Уравнения движения спина в векторной форме и в гамильтоновых переменных имеют вид:

$$\dot{\vec{\zeta}} = [\nu\omega_s\vec{n} + \vec{w}, \vec{\zeta}] \qquad (II.14)$$

$$\dot{\zeta}_n = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \psi} = w_\perp \zeta_\perp \sin(\psi - \delta)$$

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \zeta_n} = \nu w_s + \vec{w}\vec{n} - w_\perp \frac{\zeta_n}{\zeta_\perp} \cos(\psi - \delta) \tag{II.15}$$

При $\vec{w} = 0$ решения (II.14, 15) совпадают с (II.11) и описывают движение спина на равновесной траектории частицы. Отклонение спинового движения от (II.11) полностью обязано отклонению частицы от равновесной орбиты.

При исследовании динамики движения спина полезно,как с методической, так и с физической точек зрения, проводить сравнение свойств спинового и орбитального движения. При этом во многих отношениях обнаруживается качественная и количественная аналогия основных особенностей динамики этих степеней свободы. Уже сейчас в общих чертах можно провести такое сравнение.

Главной характеристикой орбитального движения является равновесная траектория. Ей в соответствие можно поставить периодическую траекторию спина $\vec{n}(\theta)$. Эти траектории осуществляются при специальных начальных условиях. При этом практически очень важным является факт существования периодической траектории $\vec{n}$ на любой замкнутой орбите частицы. Колебаниям частицы около равновесной орбиты отвечает движение спина возле периодического решения. При этом невозмущенному движению спина (вращению вокруг $\vec{n}$) соответствуют "свободные колебания" частицы возле замкнутой орбиты, получаемые в линейном приближении. В этом смысле $\zeta_\perp$ и частота ν играют ту же роль, что амплитуды и частоты нормальных линейных колебаний орбитального движения. В частности, при резонансе $\nu = k$,периодическое решение $\vec{n}$ становится неопределенным точно так же, как при резонансе бетатронных частот с гармониками частоты обращения теряет определенность равновесная орбита.

Если идеальное движение нам известно, остается задача об его устойчивости при включении возмущения $\vec{w}$.

Методы исследования движения спина неравновесных частиц существенно зависят от порядка величины $\vec{w}$. Как видно из (1.4), относительный порядок возмущения почти всегда определяется относительным разбросом импульсов в пучке:

$$|\vec{w}|/|\vec{W}_s| \sim |\Delta \vec{p}|/p_s \tag{II.16}$$

При этом выполняется общее условие "медленности" возмущения спинового движения при отклонении частицы от равновесной траектории:

$$\left|\zeta_n(\theta+\theta') - \zeta_n(\theta)\right| \ll S \qquad (\text{ср.II.2}) \qquad \text{(II.17)}$$
$$0 \le \theta' \le 2\pi$$

и уравнения (II.14, 15) можно решать приближенно, используя в общем те же методы, что и при изучении действия малых возмущений на бетатронные и синхротронные колебания частиц.

Как известно, определяющую роль в решении вопроса об устойчивости орбитального движения играют резонансы между частотами идеального движения и частотами возмущения. Точно также устойчивость спинового движения должна определяться силой и плотностью резонансов между частотой прецессии ν и спектральными частотами возмущения. В основном критерии устойчивости спинового движения должны быть те же, что и орбитального. Нужно, однако, иметь в виду и существенное отличие динамических свойств орбитального и спинового движения. Так как гамильтониан спинового движения линеен по спину, то резонансы типа

$$\ell\nu = \nu_{\{k\}}$$

($\nu_{\{k\}}$ - какая либо частота из спектра $\vec{w}$) с $\ell > 1$ невозможны, т.е. спектр возмущения не зависит от спина (в пренебрежении влиянием спина на орбитальное движение).

При больших энергиях оценка (II.16) может нарушаться в местах, где кривизна равновесной орбиты равна нулю (см.1.4), а градиент поперечного к орбите поля отличен от нуля. При этом, благодаря аномальной части q', условие (II.17) не будет выполняться в пределе $\gamma \to \infty$, либо при достаточной длине такого участка. Это явление связано с нарушением подобия спиновых траекторий в магнитном поле, имеющего место в орбитальном движении: в отличие от орбитального движения, где при $\gamma \to \infty$ частоты движения по фиксированной траектории не меняются ($H, E \sim \gamma$), аномальная часть частоты прецессии спина возрастает пропорционально энергии.

При невыполнении условия (II.17) теория возмущений к уравнениям (II.14, 15) неприменима, и их нужно решать дру -

гими методами. При этом "быстрое" движение спина для разных частиц пучка будет сильно отличаться (см.1.4).

§ 4. Радиационная поляризация

Согласно работам /9-12/, излучение при ультрарелятивистском движении в однородном магнитном поле приводит к поляризации электронов и позитронов вдоль магнитного поля за время T_{cen}

$$T_{cen}^{-1} = \frac{15\sqrt{3}}{16}\gamma^2 \frac{\lambda}{R}\delta_{рад} = \frac{5\sqrt{3}}{8}\frac{\lambda}{R}\frac{r_e}{R}\gamma^5\omega_s \qquad (II.18)$$

где λ и r_e - комптоновская длина волны и классический радиус электрона, R - радиус орбиты, $\delta_{рад} = -\frac{1}{\mathcal{E}}\frac{d\mathcal{E}}{dt}$ - декремент радиационных потерь.

Степень равновесной поляризации

$$\frac{\zeta_n}{S} = 2\zeta_n = \frac{8}{5\sqrt{3}} \qquad \left(\vec{n} = \frac{\vec{H}}{H}\right)$$

Представляет интерес выяснить, как будут поляризоваться частицы при движении в произвольном периодическом поле. Для этого воспользуемся уравнением для средней по ансамблю поляризации при движении в произвольном внешнем поле с учетом излучения, полученным в /12/:

$$\frac{d\vec{\zeta}}{dt} = [\vec{W}_s\vec{\zeta}] - \frac{1}{T}\left\{\vec{\zeta} - \frac{2}{9}\vec{v}(\vec{\zeta}\vec{v}) + \frac{4}{5\sqrt{3}}\frac{[\vec{v}\dot{\vec{v}}]}{|\dot{\vec{v}}|}\right\} \qquad (II.19)$$

где

$$\frac{1}{T} = \frac{5\sqrt{3}}{8}\alpha\frac{\hbar^2}{m^2}\gamma^5|\dot{\vec{v}}|^3, \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar} = 1/137$$

(отклонениями частицы от равновесной орбиты можно пренебречь, если не имеет место какой-либо спиновый резонанс).

Представим $\vec{\zeta}$ в виде (II.11), считая ζ_n и ζ зависящими от времени. После получения уравнений для ζ_n и ζ, они могут быть усреднены по времени ввиду малости радиационного члена. При $\nu \neq K$ эта операция сводится к независимым усреднениям по фазе ψ вращения спина вокруг $\vec{n}$ и по периоду движения частицы.

После этого получаем следующие уравнения:

$$\frac{d\zeta_n}{dt} = -\zeta_n \left\langle \frac{1}{T}\left(1-\frac{2}{9}n_v^2\right)\right\rangle + \frac{4}{5\sqrt{3}}\left\langle \frac{n_z}{T}\right\rangle \tag{II.20}$$

$$\frac{dc}{dt} = -c\left\langle \frac{1}{9T}\left(8+n_v^2\right)\right\rangle$$

где

$$n_v = \vec{n}\dot{\vec{v}}\,, \quad n_z = \vec{n}\,\frac{[\vec{v}\dot{\vec{v}}]}{|\dot{\vec{v}}|}$$

Для равновесной поляризации получаем:

$$2\vec{\zeta} = 2\zeta_n\vec{n} = \frac{8}{5\sqrt{3}}\,\frac{\langle |\dot{\vec{v}}|^3 n_z\rangle}{\left\langle |\dot{\vec{v}}|^3\left(1-\frac{2}{9}n_v^2\right)\right\rangle}\,\vec{n}(\theta) \tag{II.21}$$

Как и следовало ожидать, средняя по пучку частиц поляризация направлена по периодическому решению $\vec{n}(\theta)$. Степень равновесной поляризации уменьшается, при этом конкретное её значение существенно зависит от $\vec{n}(\theta)$.

Авторы благодарны В.Н.Байеру и С.Т.Беляеву за обсуждение работы и дискуссию.

Приложение

Рассмотрим два модельных примера, когда нужную ориентацию спина относительно скорости и поля можно создавать при незначительном искажении орбиты.

1. При больших энергиях ($\gamma q' \gg q_0$) можно предложить следующий способ. Пусть на плоской равновесной орбите имеются промежутки без полей. Если ввести в промежуток радиальное магнитное поле H_r (либо вертикальное электрическое E_z), то можно поворачивать спин вокруг радиального направления на угол ~ 1 при малом искажении орбиты частицы ($\delta p_\perp / p \sim q_0/\gamma q' \ll 1$). Перейдем в систему ортов, связанную с неискаженной равновесной орбитой ($\vec{e}_r$, $\vec{e}_v$, $\vec{e}_z$). В этой системе угловая скорость вращения спина имеет вид:

$$\vec{W}(\theta) = -q'\vec{H} = \begin{cases} -q' H_z \vec{e}_z & 0 < \theta < \theta_0 \\ -q' H_r \vec{e}_r & \theta_0 < \theta < 2\pi \end{cases} \tag{1}$$

Общее решение $\vec{\zeta}(\theta)$ с начальным условием $\vec{\zeta}(0) = \vec{\zeta}^0$ имеет вид ($0 \le \theta \le 2\pi$):

$$\begin{aligned} \zeta_r &= \zeta_r^0 \cos\Phi_\theta - \zeta_v^0 \sin\Phi_\theta \\ \zeta_v &= (\zeta_r^0 \sin\Phi_\theta + \zeta_v^0 \cos\Phi_\theta)\cos\psi_\theta - \zeta_z^0 \sin\psi_\theta \\ \zeta_z &= (\zeta_r^0 \sin\Phi_\theta + \zeta_v^0 \cos\Phi_\theta)\sin\psi_\theta + \zeta_z^0 \cos\psi_\theta \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\Phi_\theta = \int_0^\theta \vec{W}\vec{e}_z \frac{d\theta}{\omega_s} \; ; \quad \psi_\theta = \int_0^\theta \vec{W}\vec{e}_r \frac{d\theta}{\omega_s}$$

Из требования периодичности $\vec{\zeta}(2\pi) = \vec{\zeta}^0$, получаем начальные условия для периодического решения $\vec{n}(\theta)$:

$$\frac{\zeta_z^c}{\zeta_c^c} = -\operatorname{ctg}\frac{\Phi}{2}\,, \qquad \frac{\zeta_z^c}{\zeta_c^c} = -\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2}$$

где

$$\Phi \equiv \Phi_{2\pi}\,, \quad \varphi \equiv \varphi_{2\pi}$$

Таким образом, периодическое решение $\vec{n}$:

$$\vec{n}_{0,\theta_0} = A\left\{\left[\vec{e}_z\cos\left(\Phi_\theta - \frac{\Phi}{2}\right) + \vec{e}_z\sin\left(\Phi_\theta - \frac{\Phi}{2}\right)\right]\sin\frac{\varphi}{2} + \vec{e}_z\sin\frac{\Phi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}\right\} \qquad (3)$$

$$\vec{n}_{\theta_0,2\pi} = A\left\{\left[\vec{e}_z\cos\left(\varphi_\theta - \frac{\varphi}{2}\right) - \vec{e}_c\sin\left(\varphi_\theta - \frac{\varphi}{2}\right)\right]\sin\frac{\Phi}{2} + \vec{e}_c\cos\frac{\Phi}{2}\sin\frac{\varphi}{2}\right\}$$

$$A = \left(1 - \cos^2\frac{\Phi}{2}\cos^2\frac{\varphi}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Для определения частоты ν построим поперечное к $\vec{n}$ нормированное решение $\vec{\eta}$:

$$\vec{\eta}_{0,\theta_0} = \frac{\dot{\vec{n}}}{|\dot{\vec{n}}|} = \vec{e}_z\sin\left(\Phi_\theta - \frac{\Phi}{2}\right) - \vec{e}_c\cos\left(\Phi_\theta - \frac{\Phi}{2}\right)$$

$$\vec{\eta}_{\theta_0,2\pi} = \alpha\dot{\vec{n}} + \beta[\vec{n}\dot{\vec{n}}] = \vec{e}_z\sin\frac{\Phi}{2} - \left(\vec{e}_c\cos\varphi_\theta + \vec{e}_z\sin\varphi_\theta\right)\cos\frac{\Phi}{2}$$

Постоянные α и β находятся из условия непрерывности $\vec{\eta}$ при $\theta = \theta_c$.

По определению:

$$\cos 2\pi\nu = \vec{\eta}(0)\vec{\eta}(2\pi) = 2\cos^2\frac{\Phi}{2}\cos^2\frac{\varphi}{2} - 1 \qquad (4)$$

Отсюда видно, что резонансы $\nu = K$ возможны лишь когда

$$\Phi = 2K_1\pi\,, \qquad \varphi = 2K_2\pi$$

т.е. при условии периодичности движения спина в отдельности на каждом из двух участков.

Из (3) видно, что варьированием Φ и φ можно осуществить в нужном месте орбиты любое направление поляризации.

Простейшим примером является случай, когда на участке ведущего поля $0 < \theta < \theta_0$ равновесная поляризация направлена по полю. Как видно из (3), для этого необходимо $\varphi = 0$, т.е. среднее радиальное поле в промежутке равно нулю. Тогда, меняя величину $H_r(\theta)$, можно в данном месте осуществить равновесную поляризацию под любым углом к скорости (в том числе продольную). Степень равновесной радиационной поляризации электронов и позитронов уменьшается при этом незначительно, если $2\pi - \theta_c \ll 2\pi$.

2. Рассмотрим случай, когда в промежутке магнитное поле направлено по $\vec{e}_v$:

$$\vec{W}(\theta) = \begin{cases} -q' H_z \vec{e}_z & 0 < \theta < \theta_c \\ -\dfrac{q}{\gamma} H_v \vec{e}_v & \theta_c < \theta < 2\pi \end{cases} \qquad (5)$$

При этом равновесная орбита не искажается.

Периодическое решение в этом случае получается из (3) заменой $\vec{e}_r \to \vec{e}_v$, $\vec{e}_v \to -\vec{e}_r$:

$$\vec{n}_{0,\theta_c} = A\left\{\left[\vec{e}_v \cos\left(\varphi_\theta - \frac{\varphi}{2}\right) - \vec{e}_r \sin\left(\varphi_\theta - \frac{\varphi}{2}\right)\right]\sin\frac{\varphi}{2} + \vec{e}_z \sin\frac{\Phi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}\right\} \qquad (6)$$

$$\vec{n}_{\theta_0,2\pi} = A\left\{\left[\vec{e}_z \cos\left(\varphi_\theta - \frac{\varphi}{2}\right) + \vec{e}_z \sin\left(\varphi_\theta - \frac{\varphi}{2}\right)\right]\sin\frac{\Phi}{2} + \vec{e}_v \cos\frac{\Phi}{2}\sin\frac{\varphi}{2}\right\}$$

Здесь

$$\varphi_\theta = \int_0^\theta \vec{W}\vec{e}_v \frac{d\theta}{\omega_s}; \qquad \varphi = \varphi_{2\pi} = -\frac{q}{\gamma}\int_{\theta_c}^{2\pi} H_v \frac{d\theta}{\omega_s}$$

Особенностью этого примера является то, что при

$$\Phi = 2k\pi \tag{7}$$

поляризация по скорости (для периодического решения) осуществляется на всей длине промежутка. При энергиях $\gamma \lesssim q_c/q'$ условию (7) практически можно удовлетворить лишь при определенных значениях энергии. Для больших энергий под условие (7) всегда можно "подстроиться" введением на основном участке дополнительного магнитного поля по $\vec{e}_z$. Заметим, что без продольного поля в промежутке, (7) означало бы резонанс, и такое движение спина было бы неустойчивым. Включение продольного поля отодвигает резонанс, как видно из (4). Для устойчивости необходимо лишь:

$$|\omega_s \varphi| = \left|\frac{q}{\gamma}\int_{\theta_0}^{2\pi} H_v \, d\theta\right| >> |\vec{w}_k|$$

где $|\vec{w}_k|$ - величина резонансной Фурье-гармоники возмущения $\vec{w}_\perp$ (см. II.12 - II.15).

Как видно из (II.20), для электронов и позитронов излучение в данном случае приводит к исчезновению начальной поляризации за время $\sim T$ (II.18).

Литература

1. V.Bargmann, L.Michel, V.Telegdi. Phys. Rev. Lett. 2, 435 (1959).
2. В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Релятивистская квантовая теория ч.1 Ф.М. (1968).
3. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика Ф.-М. (1963).
4. L.H.Thomas. Nature 117, 514, (1926) Phil. Mag 3, 1 (1927).
5. Х.А.Симонян, Ю.Ф.Орлов. ЖЭТФ 45, № 2, 173 (1963).
6. Ю.Ф.Орлов, С.А.Хейфец. Изв. АН Арм.ССР XIII № 1, 169 (1960).
7. Х.А.Симонян Тр.IУ Междун.конф.по ускорителям, Дубна(1963).
8. Х.А.Симонян. Диссертация. Ереван (1969).
9. А.А.Соколов, И.М.Тернов ДАН СССР 153, 1052 (1963).
10. V.N.Baier, V.M.Katkov Phys. Lett. 24A, 327 (1967).
11. В.Н.Байер,В.М.Катков ЖЭТФ 52, 1422 (1967).
12. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. Препринт ИЯФ СО АН СССР № 333; V.N.Baier, V.M.Katkov, V.M.Strakhovenko. Phys. Lett. 31A, N 4 (1970).