ИНСТИТУТ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ИЯФ 70-70

В.Л.Поляченко, А.М.Фридман

О ЗАКОНЕ ПЛАНЕТНЫХ РАССТОЯНИЙ

Новосибирск

1970

В.Л.Поляченко, А.М.Фридман

О ЗАКОНЕ ПЛАНЕТНЫХ РАССТОЯНИЙ

А Н Н О Т А Ц И Я

Исследуется устойчивость модели протопланетного облака Солнечной системы в виде плоского газово-пылевого диска. Найден первоначальный профиль поверхностной плотности диска, в котором нарастающие кольцеобразные возмущения плотности занимают места планетных орбит (рис.2). Оказывается, что в области до $r \approx 14$ а.е. плотность падала $\sim 1/r^2$, а далее $\sim 1/r^3$ (рис.1).

Из полученного критерия гравитационной устойчивости газово-пылевого диска следует, что масса современных планет Солнечной системы составляет не более 3% массы протопланетного облака. Обсуждаются возможные механизмы потери массы.

A ON THE PLANET DISTANCE LAW

V.L.Polyachenko, A.M.Fridman

A B S T R A C T

The stability of the protoplanet cloud model of the Solar system as a flat gas-dusty disk is investigated. The initial profile of the surface disk density, when the growing axi-symmetrical density instabilities take places of the planet orbits, is obtained. It turns out that surface density decreased $\sim 1/r^2$ for $r \lesssim 14$ a.u., and $\sim 1/r^3$ for $r \gtrsim 14$ a.u. The obtained gravitational stability criterion of gas-dusty disk follows that the mass of the Solar system planets is less than 3 % of the protoplanet cloud mass. The possible mechanisms of the mass loss are being discussed.

§ 1. В в е д е н и е

1. Как известно, расстояния планет от Солнца достаточно хорошо описываются с помощью следующего эмпирического правила, установленного еще в 18веке Боде и Тициусом (см., например, /1/)

$$r_n = r_0 + C\cdot 2^n \tag{1}$$

где $r_0 = 0.4$; $C = 0.3$; $n = -\infty$, 0, 1 ..., 6; – расстояния (в астрономических единицах), соответственно до Меркурия, Венеры ...., Плутона.

Для наглядности приведем таблицу показывающую степень согласия правила Тициуса-Боде с данными наблюдений.

Планеты	Расстояния r_n, согласно правилу Тициуса-Боде.	Истинное расстояние
Меркурий	0.4	0,39
Венера	0.7	0,72
Земля	1.0	1.0
Марс	1.6	1.52
Пояс астероидов	2.8	2.9
Юпитер	5.2	5.20
Сатурн	10.0	9.55
Уран	19,6	19,2
Нептун	38.8	30,1
Плутон	77,2	39.5

Из этой таблицы видно, что согласие является действительно весьма хорошим вплоть до Урана (n = 5), а две последние планеты, Нептун и Плутон, уже не удовлетворяют правилу (1); причём, это в особенности относится в Плутону.

Попытки объяснить правило Тициуса-Боде (наряду с отмеченной выше аномалией)предпринимались многократно в рамках различных космогонических теорий /2-7/. В работе О.Ю.Шмидта /5/ для получения расстояний до планет земной группы и до планет-гигантов автору потребовалось по четыре свободных параметра для каждой группы. Однако, даже при такой степени произвола не было получено расстояние до кольца астероидов.

В работах /7,8/ произвол О.Ю.Шмидта в выборе параметров подвергается критике. Стремясь к использованию возможно меньшего числа произвольных параметров[x)], автор /7/ вынужден, однако, вводить другие, не менее произвольные допущения. Так,например, делается малоправдоподобное преположение о монотонном росте масс протопланет земной группы по мере удаления от Солнца, так что масса кольца астероидов оказывается в этой группе наибольшей. Помимо наблюдательных данных, такое предположение противоречит введенному автором /7/ ранее естественному предположению о том, что благодаря излучению Солнца в пространство рассеивается тем большая часть первоначальной массы протопланеты, чем ближе она расположена к Солнцу.

Однако, главным недостатком работы /7/ является несамосогласованность в постановке задачи.

Автор /7/ полагает, что закон планетных расстояний отражает действие приливных сил в протопланетном газово-пылевом облаке. Все планеты, согласно /7/, образуются в строго определенной последовательности, причём каждая последующая образуется в области приливной устойчивости предыдущих. Для определения критерия приливной устойчивости некоторого сгущения в газово-пылевой туманности автор /7/ выбирает отдельную частицу в сгущении и исследует её движение под действием двух сил,действующих на нее со стороны сгущения и туманности. Такое рассмотрение, однако, некорректно, поскольку при этом взаимодействие частиц посредством самосогласованного поля заменяется трехчастичным взаимодействием. Не удивительно поэтому, что критерий приливной устойчивости, полученный автором в /7/, по его же собственному признанию, совпадает с известным критерием Роша, полученным для спутника планеты (см., например, /10/).

x) Формально решение в /7/ зависит от одного параметра, не имеющего какого-либо ясного физического смысла.

Ошибочность критерия устойчивости /7/ для системы многих частиц наиболее наглядно проявляется в определении критических масс шаровых скоплений. Согласно /7/, любым образом устроенное шаровое скопление, вообще говоря, неустойчиво, что противоречит результату, полученному в работах /11-15/, где аналогичная задача решалась методом самосогласованного поля (кинетическое уравнение Больцмана плюс уравнение Пуассона).

В настоящей работе мы исследуем возможность получения закона планетных расстояний, основанную на идее гравитационной неустойчивости в достаточно плоских системах, которая в последнее время привела к многообещающим результатам в проблеме происхождения спиральной структуры галактик /16-19/.

Впервые идея о существенной роли гравитационной неустойчивости газово-пылевого диска /16/ в процессе образования планетной системы была высказана, по-видимому, в /20/. Там же был получен критерий неустойчивости для твердотельно вращающегося диска:

$$4\pi \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{h} > 1 \tag{2}$$

где m, M - массы диска и центрального тела соответственно; R, h -радиус и толщина диска.

§ 2. Постановка задачи

В согласии с предшествующими авторами будем считать,что планетная система образовалась из газово-пылевого диска, вращающегося в поле центральной массы. Предположим, что условие неустойчивости такого диска выполнено. Тогда, если диск неоднороден по плотности σ_0, то длина волны возмущения есть функция радиуса-вектора r. Таким образом, задача сводится к тому, чтобы по заданной из (1) функции $\lambda = \lambda(r)$ определить функцию $\sigma_0 = \sigma_0(r)$.

Прежде всего заметим, что закон Тициуса-Боде (1) может быть записан в следующей форме:

$$a \ln \frac{r_n - r_0}{c} = 2\pi n \tag{3}$$

где

$$a = \frac{2\pi}{\ln 2} \approx 9{,}1 \tag{4}$$

Величину плотности σ представим в виде суммы $\sigma_0(r) + \sigma_1(r)$: здесь и в дальнейшем невозмущенные величины от возмущенных будем отличать индексом "О". Пусть

$$\sigma_1(r) = \tilde{\sigma}_1(r) \cdot \exp\left[ia \ln \frac{r-r_0}{c}\right] \tag{5}$$

где $\tilde{\sigma}_1(r)$ —медленно меняющаяся с радиусом амплитуда возмущенной плотности, $a \ln \frac{r-r_0}{c}$ —фаза. Из равенства (3) и условия на начальную фазу:

$$\sigma_1(r_n) = \tilde{\sigma}_1(r_n) > 0 \tag{6}$$

следует, что максимумы величины возмущенной плотности совпадают с положением всех планет, за исключением последних двух: Нептуна и Плутона.

Из таблицы, приведенной в § 1, видно, что четыре последние планеты удалены друг от друга примерно на равное расстояние $\approx$ 10 а.е. Это означает, что если образование планет явилось следствием развития гравитационной неустойчивости газово-пылевого диска, то длины волн возмущения экспоненциально росли с расстоянием примерно до Урана, а далее их длина остается постоянной.

В § 4 вычислена функция $\sigma_0(r)$, отвечающая такой зависимости длины волны возмущения от радиуса. Оказывается, что до $r \approx$ 14 а.е. $\sigma_0(r) \sim 1/r^2$, а далее $\sigma_0(r) \sim 1/r^3$. Аналогичная зависимость плотности от радиуса имеет место в плоских подсистемах спиральных галактик /21/.

Итак, рассмотрим устойчивость плоского газово-пылевого диска относительно малых возмущений.

§ 3. Основные уравнения

Линеаризованная система исходных уравнений в цилиндрических координатах имеет вид /17-20/:

$$\frac{\partial V_{r1}}{\partial t} + \frac{V_{\varphi 0}}{r} \cdot \frac{\partial V_{r1}}{\partial \varphi} - 2\frac{V_{\varphi 0} V_{\varphi 1}}{r} = -\frac{\partial \Psi_1}{\partial r} - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P_1}{\partial r} + \frac{\rho_1}{\rho_0^2} \cdot \frac{\partial P_0}{\partial r} \tag{7}$$

$$\frac{\partial V_{\varphi 1}}{\partial t} + \frac{V_{\varphi 0}}{r} \cdot \frac{\partial V_{\varphi 1}}{\partial \varphi} + \left(\frac{\partial V_{\varphi 0}}{\partial r} + \frac{V_{\varphi 0}}{r}\right) V_{r1} = -\frac{1}{r}\frac{\partial \Psi_1}{\partial \varphi} - \frac{1}{\rho_0 r} \cdot \frac{\partial P_1}{\partial \varphi} \tag{8}$$

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial t} + \frac{V_{\varphi 0}}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_1}{\partial \varphi} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r \sigma_0 V_{r1}) + \frac{\sigma_0}{r}\frac{\partial V_{\varphi 1}}{\partial \varphi} = 0 \tag{9}$$

$$\Delta \Psi_1 + \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial z^2} = 4\pi G \sigma_1(r) \delta(z) \tag{10}$$

V — вектор скорости элемента объёма, ρ — объёмная плотность, σ — поверхностная плотность, Ψ — гравитационный потенциал, P — давление среды, $\delta(z)$ — дельта-функция Дирака.

Рассмотрим случай, когда в окрестности точки r = 0 сосредоточена настолько большая масса M , что невозмущенный потенциал $\Psi_0 \approx -GM/r$. Тогда для радиальных возмущений из (7) - (9) получим[x)]:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0}{\Omega^2 - \omega^2}\left[\Delta \chi_1 + \left(\frac{\sigma_0'}{\sigma_0} - \frac{\Omega^{2\prime}}{\Omega^2 - \omega^2}\right)\chi_1'\right] \tag{11}$$

где $\chi_1 = \Psi_1 + \mathcal{D}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_0}$, $\mathcal{D}^2 = \frac{\partial P_0}{\partial \rho_0}$ —квадрат скорости звука. Из (10) зависимость потенциала диска от координаты z имеет вид /16,19/:

$$\Psi_1(r, z) = e^{-k(r)|z|}\, \Psi_1(r) \tag{12}$$

При таком виде потенциала уравнение (10) "расщепляется"

---

x) Зависимость возмущенных величин от времени предполагалась $\sim \exp(-i\omega t)$.

на два независимых уравнения:

$$\Delta \Psi_1(r) + K^2 \Psi_1(r) = 0 \tag{13}$$

$$-2K\Psi_1(r) = 4\pi G \sigma_1(r) \tag{14}$$

Итак, имеем систему трех уравнений (11), (13), (14) относительно трех неизвестных функций σ_1, Ψ_1, K. Зависимость между $\sigma_1(r)$ и $\Psi_1(r)$ сразу находится из (14):

$$\sigma_1 = -\frac{K\Psi_1(r)}{2\pi G} \tag{15}$$

Решение $\Psi_1(r)$ будем искать в виде:

$$\Psi_1(r) = e^{ia\xi(r)} \tag{16}$$

где a – большой параметр, так что $\xi(r)$ и $K(r)$ можно представить в виде следующих рядов:

$$\xi(r) = \xi_0(r) + \frac{\xi_1(r)}{ia} + \frac{\xi_2(r)}{(ia)^2} + \cdots \tag{17}$$

$$K(r) = K_0(r) + \frac{K_1(r)}{ia} + \frac{K_2(r)}{(ia)^2} + \cdots \tag{18}$$

Пользуясь разложениями (17), (18), найдем $\Psi_1(r)$ методом теории возмущений.

Уравнения (13), (11) с учётом (15), (16) с точностью до членов первого порядка малости имеют вид:

$$-a^2\xi_0'^2 + ia\xi_0'' + 2ia\xi_0'\xi_1' + \frac{ia}{r}\xi_0' + K_0^2 + \frac{2K_0K_1}{ia} = 0 \tag{19}$$

$$-\frac{K_0 + \frac{K_1}{ia}}{2\pi G}\Psi_1 = \frac{\sigma_0}{\Omega^2-\omega^2}\Big[-a^2\xi_0'^2 + ia\xi_0'' + 2ia\xi_0'\xi_1' + \frac{ia}{r}\xi_0' +$$

$$+\left(\frac{\sigma_0'}{\sigma_0} - \frac{\Omega^{2\prime}}{\Omega^2-\omega^2}\right)\Big]\cdot\left[1 - \frac{\left(K_0 + \frac{K_1}{ia}\right)\mathcal{D}^2}{2\pi G\sigma_0}\right]\Psi_1' + \frac{\sigma_0}{\Omega^2-\omega^2}\times$$

$$\times\left[-\frac{1}{2\pi G}\Delta\left(\frac{K_0\mathcal{D}^2}{\sigma_0}\right) + \left(\frac{\sigma_0'}{\sigma_0} - \frac{\Omega^{2\prime}}{\Omega^2-\omega^2}\right)\left(\frac{\mathcal{D}^2}{\sigma_0}\right)'\right]\Psi_1' \tag{20}$$

В старшем порядке по a из (19), (20), соответственно, имеем:

$$K_0 = a\,\xi_0' \tag{21}$$

$$\frac{K_0}{2\pi G} = \frac{\sigma_0}{\Omega^2-\omega^2}\cdot a^2\xi_0'^2\left(1 - \frac{K_0\mathcal{D}^2}{2\pi G\sigma_0}\right) \tag{22}$$

Из (21), (22) получаем известное дисперсионное уравнение /20/:

$$\omega^2 = \Omega^2 - 2\pi G\sigma_0 K_0 + K_0^2\mathcal{D}^2 \tag{23}$$

§ 4. Модель газово-пылевого диска

а) $\mathcal{D} = 0$, пылевой диск

Рассмотрим сначала случай пылевого диска, $\mathcal{D} = 0$. Найдем $\sigma_0(r)$ из условия

$$\xi_0(r) = \ln\frac{r-r_0}{c} \tag{24}$$

Согласно (21):

$$K_0 = \frac{a}{r-r_0} \tag{25}$$

и, следовательно,

$$\sigma_0(r) = \frac{(\Omega^2-\omega^2)}{2\pi G a}(r-r_0) \tag{26}$$

Если предположить, что рассматриваемый нами диск вращается в поле большого центрального тела массой M, то

$$\Omega^2(r) = \frac{GM}{r^3} \qquad (27)$$

Подстановка (27) в (26) определяет функциональную зависимость $\sigma_0 = \sigma_0(r)$. Определяя массу n-ой протопланеты из формулы $m_n = 2\pi\int_{r_n}^{r_{n+1}} \sigma_0(r)\, r\, dr$, получаем, что массы протопланет в области, где $\sigma_0(r)$ определяется формулой (26), одного порядка.

Поскольку плотность диска не может быть отрицательной, допустимо рассматривать область пространства $r > r_0$. По той же причине $\omega^2 < 0$. Последнее условие определяет апериодическую неустойчивость диска. На границе устойчивости $\omega^2 = 0$, и из (26) имеем (с учётом того, что $a = 9{,}1$; $C = 0{,}3$):

$$\frac{M}{m_n} \approx 28 \qquad (28)$$

Если отношение масс M/m_n больше 28, то гравитационная неустойчивость пылевого диска с вышеуказанными параметрами отсутствует, – волны плотности не нарастают.

б) $\delta \neq 0$, газово-пылевой диск

Определим из дисперсионного уравнения (23) значение K_0, соответствующее минимуму функции $\omega^2 = \omega^2(K_0)$ (наибольшая неустойчивость):

$$K_0 = \frac{\pi G \sigma_0}{\delta^2} \qquad (29)$$

Подставляя это значение K_0 вновь в дисперсионное уравнение (23), находим связь между стационарными параметрами системы на границе устойчивости ($\omega^2 = 0$):

$$\Omega = \frac{\pi G \sigma_0}{\delta} \qquad (30)$$

Подставляя (30) в (29) и воспользовавшись равенством (25), находим:

$$\delta(r) = \frac{\sqrt{GM}(r - r_0)}{a\, r^{3/2}} \qquad (31)$$

Тогда

$$\sigma_0(r) = \frac{M(r - r_0)}{\pi a\, r^3} \qquad (32)$$

Сравнивая полученную плотность стационарного состояния газово-пылевого диска с аналогичным выражением (26) для пылевого диска видим, что различие всего в два раза.

Таким образом, в случае, когда плотность диска зависит от радиуса по закону (32) (или (26)), нарастающие со временем кольцеобразные возмущения плотности диска располагаются в нём согласно закону Тициуса-Боде (1).

Как уже отмечалось в § 2, расстояние между последними тремя планетами остается постоянным (равным примерно 10 а.е.), и потому положение двух последних планет отклоняется от закона Тициуса-Боде (1).

Заметим в связи с этим, что если не предполагать какой-либо определенной зависимости $\sigma_0(r)$, условие "квантования" планетных орбит будет выглядеть следующим образом (на границе устойчивости $\omega^2 \approx 0$):

$$\Phi(r_n) \equiv \frac{M}{2\pi}\int^{r_n} \frac{dr}{r^3 \sigma_0(r)} = 2\pi n \qquad (33)$$

Как уже отмечалось, правило Тициуса-Боде получается отсюда при $\sigma_0(r) = [M\ln 2/4\pi^2]\cdot[(r - r_0)/r^3]$. Очевидно, что при $\sigma_0 = C/r^3$ ($C = const$) мы получим из (33) одинаковые расстояния между отдельными орбитами. Константу C можно выразить через расстояние Δr между этими планетами ($\Delta r \approx 10$ а.е.): $C = M\Delta r/4\pi^2$. Из условия непрерывности поверхностной плотности имеем:

$$\sigma_0(r) = \begin{cases} \dfrac{M\ln 2}{4\pi^2}\cdot\dfrac{r - r_0}{r^3}, & r \leq 14 \text{ а.е.} \\[2ex] \dfrac{M\Delta r}{4\pi^2}\cdot\dfrac{1}{r^3}, & r > 14 \text{ а.е.} \end{cases} \qquad (34)$$

Из (34) следует, что закон Тициуса–Боде справедлив до 14 а.е. Далее (согласно наблюдениям) расстояния между орбитами остаются неизменными.

Закон плотности (34) газово-пылевого диска определяет нарастающие гравитационные возмущения в местах положения планетных орбит Солнечной системы.

§ 5. Зависимость амплитуды возмущенной плотности от радиуса

Как видно из результатов предыдущего параграфа, функциональная зависимость невозмущенной плотности от радиуса в двух случаях: пылевой и газово-пылевой моделей остается неизменной. Поэтому, не ограничивая общности, вычислим предэкспоненту возмущенных величин в случае $\mathcal{E} = 0$.

В первом порядке теории возмущений уравнения (19) и (20) имеют вид:

$$i\omega\xi_0'' + 2i\omega\xi_0'\xi_1' + \frac{i\omega}{r}\xi_0' + \frac{2k_0k_1}{i\omega} = 0 \qquad (35)$$

$$-\frac{k_1}{2i\omega\pi G} = \frac{\sigma_0}{\Omega^2-\omega^2}\left[-\frac{2k_0k_1}{i\omega} + i\omega\xi_0'\left(\frac{\sigma_0'}{\sigma_0} - \frac{\Omega^{2\prime}}{\Omega^2-\omega^2}\right)\right] \qquad (36)$$

или, после простых преобразований, соответственно:

$$\frac{k_1}{\omega} = \frac{1}{2}\ln'\xi_0' + \xi_1' + \frac{1}{2r} \qquad (37)$$

$$\frac{k_1}{\omega} = -\frac{1}{r-r_0} \qquad (38)$$

Приравнивая правые части двух последних равенств, находим:

$$\xi_1 = \ln[r(r-r_0)]^{-1/2} + \ln\eta_0 \qquad (39)$$

и, следовательно,

$$\Psi_1 = \frac{\eta_0}{r^{1/2}(r-r_0)^{1/2}} \cdot e^{i\omega\ln\frac{r-r_0}{r}} \qquad (40)$$

Здесь η_0 –константа интегрирования, причем $\left|\frac{\eta_0}{r^{1/2}(r-r_0)^{1/2}}\right| \ll |\Psi_0|$. Подставляя это значение Ψ_1 в выражение (15), определяем величину возмущенной плотности:

$$\sigma_1 = -\frac{\omega\eta_0}{2\pi G r^{1/2}(r-r_0)^{3/2}} \cdot e^{i\omega\ln\frac{r-r_0}{r}} \qquad (41)$$

Чтобы удовлетворить условию (6), экспоненту в (41) следует понимать как синус (см.рис.2).

§ 6. Обсуждение результатов

Итак, найден закон зависимости поверхностной плотности от радиуса газово-пылевого диска, вращающегося в поле центральной массы M, при котором нарастающие кольцеобразные возмущения находятся в местах расположения планет Солнечной системы (рис.1). Как уже отмечалось, этот закон плотности аналогичен распределению плотности в плоских подсистемах галактик /21/.

Получен критерий гравитационной устойчивости такой системы, зависящий от отношения массы центрального тела M к массе протопланеты m_*. Оказывается, что в модели пылевого диска для развития неустойчивости необходимо, чтобы $M/m_* \lesssim 28$, а в модели газово-пылевого диска $M/m_* \lesssim 14$[x]. Это означает, что в настоящих планетах содержится не более чем $\approx 3\%$ ($\approx 1{,}5\%$) массы протопланетного облака.

Заметим, что согласно гипотезе Койпера /3/ масса современных планет составляет 1 – 10% протопланетного облака, а Хойл постулирует, что остаточная масса составляет 8% /23/.

x) Как указано в /20/, причина устойчивости колец Сатурна состоит в том, что отношение $M/m \sim 10^7$, что намного превышает критерий устойчивости колец (здесь m –масса всех колец Сатурна).

Предполагается, что большая часть первоначальной массы протопланет была сдута интенсивным корпускулярным излучением Солнца. Различие же между массами больших планет и планет земной группы приписывается действию теплового излучения Солнца, которое выжгло из последних почти все легкие элементы.

Такая точка зрения, согласно /7/, не является неестественной, т.к. планеты земного типа состоят, как известно, преимущественно из элементов с высокой температурой плавления и почти лишены легких элементов таких, как, например, водород, являющийся основным материалом, из которого построены звезды и даже большие планеты.

Прибавляя к современным массам планет земной группы то количество легких газов, которое необходимо для восстановления химического состава больших планет, получаем массы в сотни раз большие, т.е. совпадающие по порядку величины с массами больших планет /7/. Поэтому весьма естественно предположить, что первоначальная диффузная среда, послужившая для образования планет, имела тот же состав, что и Солнце.

Из рис.1 видно, что приблизительно с 0,6 а.е. до 14 а.е. поверхностная плотность $\sigma_0(r)$ падает $\sim 1/r^2$. В этом интервале массы протопланет оказываются одного порядка (см.§ 4). Начиная с 14 а.е. $\sigma_0(r) \sim 1/r^3$, поэтому массы последних двух протопланет должны уменьшаться с расстоянием.

Литература

1. К.У.Аллен, Астрофизические величины, изд.ИЛ, М., 1960 г.
2. C.F. von Weizsäcker; Z. f. Astrophys., 22, 319, (1944). Naturwissenschaft., 33, 6, (1946)
3. G.P. Kuiper, On the origin of the Solar system, Astrophysics, ed. J.A. Hynek, N.Y., 357, (1951).
4. H.P. Berlage, Proc. Kon. Ned. Ac. Wetensch. Amsterdam, 43, 532, 557, (1940); 51, 796, 965, (1948)
5. О.Ю.Шмидт, Четыре лекции о теории происхождения Земли, изд. АН СССР, 1950.
6. Л.Э.Гуревич, А.И.Лебединский, изв.АН СССР, серия физич., 14, № 6, 1950.
7. В.Г.Фесенков, АЖ, 28, 492 (1951).
8. Г.М.Идлис, АЖ, 29, 694 (1952).
9. Труды Первого совещания по вопросам космогонии 16-19 апреля, 1951 г., изд.АН СССР (1951).
10. М.Ф.Субботин, Курс небесной механики, Гостехиздат, М., 1949г.
11. А.Б.Михайловский, А.М.Фридман, Я.Г.Эпельбаум, ЖЭТФ, 59, № 10 (1970).
12. А.М.Фридман, Астрофизика (1970).
13. В.С.Сынах, А.М.Фридман, И.Г.Шухман, Астрофизика (1970).
14. А.М.Фридман, И.Г.Шухман, ДАН СССР (1970).
15. А.М.Фридман, АЖ (1970).
16. A. Toomre, Ap. J., 139, 1217, (1964)
17. В.Л.Поляченко, А.М.Фридман, АЖ (1970).

18. В.Л.Поляченко, В.С.Сынах, А.М.Фридман, АЖ (1970).
19. В.Л.Поляченко, А.М.Фридман, АЖ (1970).
20. И.Ф.Гинзбург, В.Л.Поляченко, А.М.Фридман, АЖ (1970).
21. de Vaucouleurs G., Handbuch der Physik, B. LIII, Astrophysik IV ; Sternsysteme, Berlin, (1959).
22. В.Л.Поляченко, А.М.Фридман, АЖ (1970).
23. F.Hoyle, Frantiers of Astronomy, N.Y., (1960)

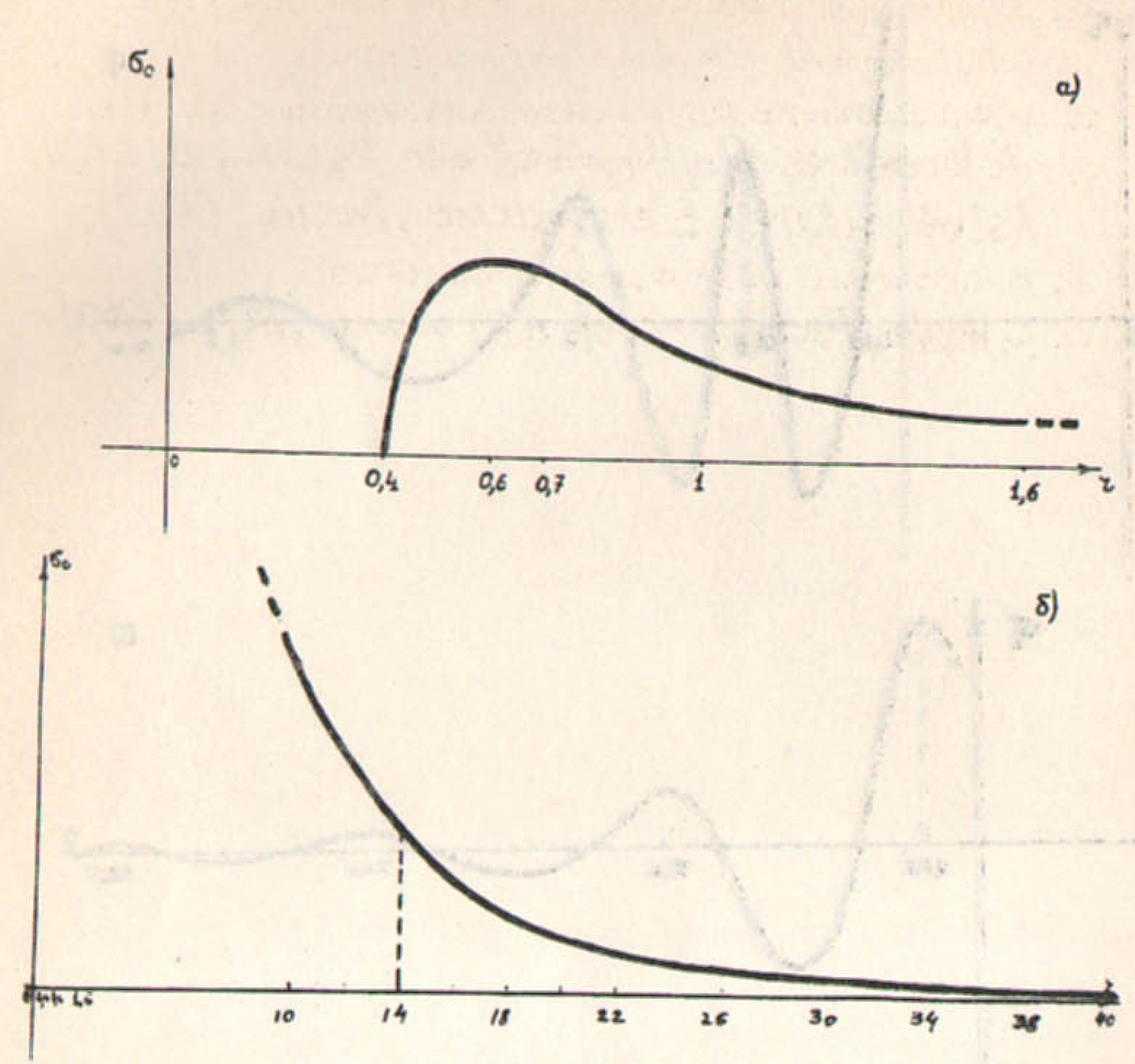

Рис.1. Зависимость величины невозмущенной плотности $\sigma_0(r)$ газово-пылевого протопланетного облака от радиуса r (в астрономических единицах).
Рис.б) является продолжением рис.а) в измененных по осям масштабах. В области $0{,}6 \leq r \leq 14$ $\sigma_0 \sim 1/r^2$, в области $r \geq 14$ $\sigma \sim 1/r^3$. В соответствии с длиной волны возмущения (см.рис.2) массы протопланет, находящиеся в области от 0,6 а.е. до 14 а.е. должны быть одного порядка и убывать в области $r > 14$ а.е.

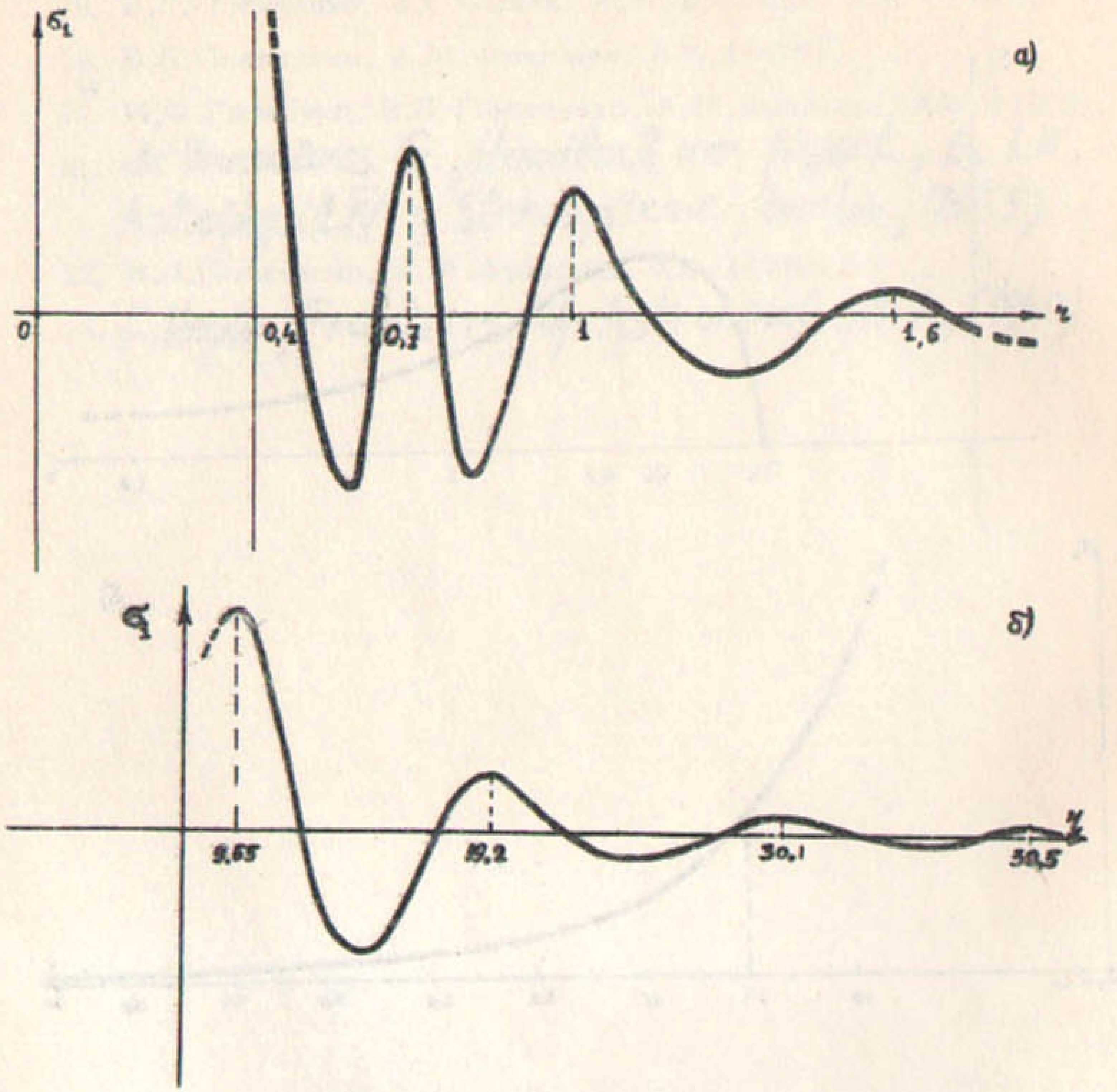

Рис.2. Зависимость величины возмущенной плотности $\sigma_1(r)$ газово-пылевого протопланетного облака от радиуса r (в астрономических единицах).
Рис.б) является продолжением рис.а) в измененных по осям масштабах. Видно, что максимумы величины $\sigma(r)$ приходятся на местоположения планет Солнечной системы.

Ответственный за выпуск В.Л.Поляченко
Подписано к печати 2.УII-1970г.
Усл. 1 печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно.
Заказ № 70. ПРЕПРИНТ
Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР. нв.