

П.54

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

И Я Ф 71 - 70

В.Л.Поляченко, А.М.Фридман

**О "ЛИДИРУЮЩИХ" И "ОТСТАЮЩИХ" СПИРАЛЯХ
В ПЛОСКИХ ГАЛАКТИКАХ**



Новосибирск

1970

V +

В.Л.Поляченко, А.М.Фридман

О "ЛИДИРУЮЩИХ" И "ОТСТАЮЩИХ" СПИРАЛЯХ В ПЛОСКИХ ГАЛАКТИКАХ

Работа посвящена дискутируемому в литературе вопросу о направлении закручивания рукавов спиральных галактик. Имеющиеся до последнего времени результаты теоретических работ находятся в противоречии с данными наблюдений.

В настоящей работе показано, что спиральные волны плотности, образующиеся на границе устойчивости в плоском газопылевом диске, имеют вид "отстающих" спиралей в соответствии с наблюдаемыми данными. Результат оказывается независимым от выбора модели. В качестве примеров рассматриваются случаи твердотельно вращающегося газопылевого диска и пылевого диска с большой центральной массой.



ON THE "LEADING" AND "TRAILING"
SPIRAL ARMS IN THE FLAT
GALACTICS.

V.L.POLYACHENKO, A.M.FRIDMAN.

ABSTRACT

The work is devoted to the discussing question on the direction of twisting of the galactic spiral arms. At present the available results of the theoretic works are at variance with the observed data. It is shown in this paper that spiral density waves, forming at the stability limit in a flat gas-dusty disk, have a "trailing" spiral form, in agreement with the observed data. The result is not dependent on a choice of the spiral galactic model. The uniformly-rotating gas-dusty disk and dusty disk with the large central mass are considered as two examples.

1. В последнее время в связи с возросшей точностью астрономических наблюдений в литературе возобновилась дискуссия по вопросу о направлении закручивания рукавов спиральных галактик /1-7/. Причина дискуссии - в несоответствии результатов теоретических работ с наблюдательными данными. Согласно последним /2,4/, рукава галактик имеют вид "отстающих" спиралей (см. рис.1). Из цитированных выше теоретических работ /1,5-7/ такой результат не следует.

По-видимому, первые теоретические работы о направлении закручивания спиральных рукавов принадлежат Линдбладу /1/. Согласно /1/, образование спиральных рукавов является следствием ротационной неустойчивости, приводящей к срыву вещества с экватора. В результате такого "разматывания" образуется спираль, закрученная в сторону вращения галактики (так называемая "лидирующая" спираль, рис.2). Однако, такой механизм образования спиральных рукавов, как указано в /2-4,8/, противоречит многочисленным данным наблюдений галактик (помимо направления закручивания спиральных рукавов).

Согласно сформулированной Линден-Беллом, Острикером и развитой затем в работе Хантера /5/ так называемой "антиспиральной" теореме, в гравитирующем тонком диске, вращающемся твердотельно, спиральные волны противоположной закрученности имеют одинаковые амплитуды. В случае дифференциального вращения диска, в одной из последних работ Хантера /6/ показано, что "лидирующая" спираль по сравнению с "отстающей" имеет экспоненциально большую амплитуду.

Наконец, из результатов своих работ /7/ Марочник и Сучков делают вывод о справедливости "антиспиральной" теоремы.

Поскольку, как уже упоминалось выше, наблюдаемый вид "отстающих" спиралей из результатов теоретических работ не следует, авторы /1,5-7/ находят различные пути "увязывания" теории с данными наблюдений. Так, авторы /7/ предполагают, что выбор между равноправными возможностями развития спиралей двух направлений определяется начальными условиями, которые, как это следует из наблюдений, более благоприятны для образования "отстающих" спиралей. Линдблад /1/ высказывает сомнение в правильной трактовке наблюдаемых данных.

В п.2 настоящей работы показано, что результаты предыдущих

душих авторов ("антиспиральная" теорема, "лидирующая" спирали) получаются в простейшем случае твердотельно вращающегося диска, когда инкремент неустойчивости не слишком мал по сравнению с действительной частью частоты. Так, например, необходимое условие, при котором рост противоположно направленных спиралей происходит одинаковым образом ("антиспиральная" теорема), требует, чтобы инкремент неустойчивости γ был много больше действительной части частоты $\omega_0 \approx \Omega_0$ - частоты вращения диска. Понятно, что в этом случае исследование устойчивости стационарного состояния относительно малых возмущений, вообще говоря, некорректно, поскольку за время одного оборота диска возмущенные величины могут значительно превысить стационарные параметры.

Исходя из современных представлений об образовании плоских подсистем в галактиках (см., например, /4/), следует, по-видимому, проследить процесс зарождения спиральных ветвей на границе неустойчивости, $\gamma \approx 0$. В этом случае, как показано в п.3 для твердотельно вращающегося диска, образуются только "отстающие" спирали. Аналогичный результат имеет место и в том случае, когда в центре системы сосредоточена большая центральная масса (см. п.4).

2. Покажем, что при не слишком малой величине инкремента гравитационная неустойчивость тонкого твердотельно вращающегося газопылевого диска приводит к появлению "лидирующих" спиралей плотности, аналогично /6/.

Исходная система линеаризованных уравнений в цилиндрических координатах имеет вид:

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + \frac{V_{\varphi 0}}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} - 2 \frac{V_{\varphi 0} V_{z0}}{r} = - \frac{\partial \Psi_1}{\partial z} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_1}{\partial z} + \frac{\dot{\rho}_1}{\rho_0^2} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} \quad (1)$$

$$\frac{\partial V_{\varphi 1}}{\partial t} + \frac{V_{\varphi 0}}{r} \frac{\partial V_{\varphi 1}}{\partial \varphi} + \left(\frac{\partial V_{\varphi 0}}{\partial z} + \frac{V_{\varphi 0}}{r} \right) V_{z1} = - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_1}{\partial \varphi} - \frac{1}{\rho_0 r} \frac{\partial P_1}{\partial \varphi} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \Omega_0 \frac{\partial \delta}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} (z \delta_0 V_z) + \frac{\delta_0}{r} \frac{\partial V_{\varphi 1}}{\partial \varphi} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \varphi^2} = 4\pi G \delta_0(z) \delta(z) \quad (4)$$

Здесь невозмущенные величины отличаются от возмущенных индексом "0", V, ρ, δ - соответственно, скорость элементарного объема, его объемная и поверхностная плотности, Ψ - гравитационный потенциал, $\Omega_0 = V_{\varphi 0}/r$, $\delta(z)$ - дельта-функция Дирака.

Как показано в /8/, система уравнений (1)-(4) в случае твердотельного вращения, $\Omega_0 = \text{const}$, может быть сведена к системе следующих двух уравнений:

$$\Delta \Psi_1 - \frac{z}{r^2} \Psi_1' + \left\{ \frac{K^2 [4\Omega_0^2 - (\omega - m\Omega_0)^2]}{2\pi G \delta_0 K - K^2 \mathcal{D}^2} + \frac{2m}{r^2} \frac{\Omega_0}{\omega - m\Omega_0} \right\} \Psi_1 = 0 \quad (5)$$

$$\Delta \Psi_1 + K^2 \Psi_1 = 0 \quad (6)$$

При выводе (5), (6) зависимость возмущенных величин от координат и времени использовалась в виде:

$$\Psi_1(r, \varphi, z, t) = \Psi_1(z) \exp[-K|z| + i(m\varphi - \omega t)] \quad (7)$$

$\mathcal{D}^2 = \partial^2 \rho_0 / \partial \rho_0$ - квадрат скорости звука, K - константа разделения в уравнении Пуассона (4), причём здесь и в дальнейшем предполагаем $Kz \gg 1$. Согласно /10/ для твердотельно вращающегося диска $\delta_0(r) = \delta_0(0) \sqrt{1 - r^2/R^2}$, где R - радиус диска. При получении (5) использовалось разложение плотности δ_0 вблизи центра системы. Тогда при условии

$$|\Psi_1'| \ll \left| \frac{2m}{r} \frac{\Omega_0}{\omega - m\Omega_0} \Psi_1 \right| \quad (8)$$

которое, как будет показано ниже, выполняется, если

$$\left| \frac{\gamma}{\omega_c} \right| \ll \frac{1}{kz} \quad (9)$$

($\gamma \equiv \gamma_m \omega$; $\omega_c \equiv k_c \omega$), решением системы уравнений (5), (6) являются функции Бесселя $J_m(kz)$, где K определяется из следующего уравнения:

$$K^2 = \frac{K^2 [4\Omega_c^2 - (\omega - m\Omega_c)^2]}{2\pi G \sigma_c K - K^2 \mathcal{D}^2} + \frac{2m}{R^2} \cdot \frac{\Omega_c}{\omega - m\Omega_c} \quad (10)$$

Пусть $K = K_0 + K_1$, где $K_1 \ll K_0$. Предполагая второе слагаемое в правой части (10) много меньше первого слагаемого, или

$$\left| \frac{\gamma}{\omega_c} \right| \gg \frac{1}{k^2 R^2} \quad (11)$$

после отделения действительной и мнимой частей, получим:

$$\omega_c - m\Omega_c = 0 \quad (12)$$

$$\gamma^2 = 2\pi G \sigma_c K_0 - K_0^2 \mathcal{D}^2 - 4\Omega_c^2 \quad (13)$$

Уравнение (12) есть условие вращательного резонанса. Заметим, что поскольку $\gamma^2 > 0$, то $K_0 > 0$.

Из условия равновесия тонкого пылевого твердотельно-вращающегося диска [10] имеем:

$$\Omega_c^2(z) = \frac{3\bar{\sigma}^2}{4R} \cdot G \sigma_c(z) \left(1 - \frac{3}{2} \frac{z^2}{R^2} \right) \quad (14)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{2\pi G \sigma_c K_0}{4\Omega_c^2} \sim K_0 R \gg 1 \quad (15)$$

и условие (11) может быть выполнено, если

$$4\Omega_c^2 \approx |2\pi G \sigma_c K_0 - K_0^2 \mathcal{D}^2| \ll K_0^2 \mathcal{D}^2 \quad (16)$$

В первом порядке теории возмущений из (10) имеем:

$$K_1 = -i \frac{2\pi G \sigma_c K_0 - K_0^2 \mathcal{D}^2}{2\pi G \sigma_c K_0 - 2K_0^2 \mathcal{D}^2} \cdot \frac{2m}{K_0 R^2} \cdot \frac{\Omega_c}{\gamma} \quad (17)$$

Интересуясь случаем не слишком больших m , т.е.

$$kz \gg m \gg 2$$

воспользуемся известным асимптотическим представлением функции Бесселя [31]:

$$J_m(kz) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi kz}} \cos(kz - m\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}) \quad (18)$$

Подставляя (18) в качестве решения в уравнение (5), видим, что неравенство (8) действительно выполняется при условии (9). Представив $\cos Z$ в известном виде (через сумму экспонент) и воспользовавшись (17) при условии (16), окончательно получим:

$$\Psi_1(z, \varphi) = \frac{1}{2} \left[e^{-m \cdot \frac{2\Omega_c^2}{K_0^2 \mathcal{D}^2} \cdot \frac{\Omega_c}{\gamma} \cdot z + i(K_0 z + m\varphi - m\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4})} + e^{m \cdot \frac{2\Omega_c^2}{K_0^2 \mathcal{D}^2} \cdot \frac{\Omega_c}{\gamma} \cdot z + i(-K_0 z + m\varphi + m\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4})} \right] \quad (19)$$

При $m > 0$ экспоненциально растущим оказывается второе слагаемое, описывающее "лидирующую" спираль, при $m < 0$ экспоненциально растущим оказывается первое слагаемое, также описывающее при $m < 0$ "лидирующую" спираль.

В случае [5] $\mathcal{D}^2 = 0$, и условие (9) уже не может быть выполнено, поскольку $\gamma \gg \omega_c$. Тогда в старшем порядке теории возмущений получаем одинаковую степень роста "отстающей" и "лидирующей" спиралей ("антиспиральную" теорему).

3. Рассмотрим процесс образования спиральных ветвей на границе неустойчивости, $\gamma = 0$. В этом случае имеет место условие, обратное неравенству (11). Условие (9) при этом автоматически выполняется.

Предполагаем, что равенство (12), описывающее вращательный резонанс, полученное в предыдущем пункте, а также в /9,10, 12/, выполняется и в этом случае. Тогда из (10) имеем:

$$K_0^2 = -i \frac{2m}{R^2} \cdot \frac{\Omega}{\gamma} \quad (20)$$

Подставляя $K_0 = K_0^I + iK_0^{II}$, где K_0^I, K_0^{II} - суть действительные числа, замечаем, что условие вращательного резонанса соответствует тому, что $K_0^{I2} = K_0^{II2}$, а из (20) дополнительно имеем:

$$\frac{K_0^I}{K_0^{II}} = \begin{cases} -1 & \text{при } m > 0 \\ +1 & \text{при } m < 0 \end{cases} \quad (21)$$

где

$$K_0^I = \pm \frac{2}{R} \sqrt{m \frac{\Omega}{\gamma}} \quad (22)$$

Тогда вместо (19) получаем:

$$\Psi_{\pm}(z, \psi) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[e^{\frac{2}{R} \sqrt{m \frac{\Omega}{\gamma}} + i \left(\frac{2}{R} \sqrt{m \frac{\Omega}{\gamma}} + m\psi \right)} + e^{-\frac{2}{R} \sqrt{m \frac{\Omega}{\gamma}} + i \left(-\frac{2}{R} \sqrt{m \frac{\Omega}{\gamma}} + m\psi \right)} \right], m > 0 \\ \frac{1}{2} \left[e^{-\frac{2}{R} \sqrt{|m| \frac{\Omega}{\gamma}} + i \left(\frac{2}{R} \sqrt{m \frac{\Omega}{\gamma}} + |m|\psi \right)} + e^{\frac{2}{R} \sqrt{|m| \frac{\Omega}{\gamma}} + i \left(-\frac{2}{R} \sqrt{|m| \frac{\Omega}{\gamma}} - |m|\psi \right)} \right], m < 0 \end{cases} \quad (23)$$

откуда следует, что экспоненциально растущее слагаемое в двух случаях ($m > 0$ и $m < 0$) описывает "отстающую" спираль.

В следующем порядке теории возмущений вычисляем

$$K_{\pm}^I = \left(1 - \frac{2\pi G \sigma_0 K_0^I}{K_0^{I2} \gamma^2} \right) K_0^I \quad (24)$$

где K_0^{II} находится из следующего соотношения:

$$\gamma^2 = -2 \frac{K_0^{II}}{K_0^I} \left[\frac{2\pi G \sigma_0 K_0^I - K_0^{I2} \gamma^2}{K_0^{I2} \gamma^2} + K_0^{I2} \gamma^2 \right] - 4\Omega^2 > 0 \quad (25)$$

Из (25), в частности следует, что $K_0^{II}/K_0^I < 0$, и, разумеется, $|K_0^{II}/K_0^I| \ll 1$.

4. Рассмотрим теперь модель галактики, состоящую из массивного центрального тела (масса M) и окружающего его в экваториальной плоскости тонкого пылевого кольца ($z=0$). Как и в предыдущих примерах (см. разделы 2, 3), нам нужно найти решение системы уравнений (1-4). Теперь, однако, вращение кольца уже не является твердотельным, причём локальная угловая скорость $\Omega_0(z) \approx (\pm M/z^3)$. Интересуясь, как и прежде, коротковолновыми возмущениями системы, которые в рассматриваемом случае $z=0$ являются наиболее неустойчивыми /12/, будем искать решение в виде:

$$\Psi(z) = e^{ia \left[\xi_0(z) + \frac{\xi_{\pm}(z)}{ia} \right]} \quad (26)$$

$$K(z) = K_0(z) + \frac{K_{\pm}(z)}{ia} \quad (27)$$

где a - большой параметр, имеющий смысл отношения массы центрального ядра M к массе газового кольца. Тогда уравнение (6) в старшем порядке предлагаемой теории возмущений даёт:

$$a \xi_0^I = \pm K_0 \quad (28)$$

а в следующем порядке:

$$\frac{K_{\pm}}{a} = \frac{\xi_0^{II}}{2\xi_0^I} + \xi_{\pm}^I + \frac{1}{2z} \quad (29)$$

Предполагая, как и раньше, что система находится на границе неустойчивости, $0 \leq \gamma \ll \Omega$, получаем из уравнений Эйлера (1-3) в старшем порядке теории возмущений:

$$K_0 \approx \frac{\Omega^2(z)}{2\pi G \sigma_0} \quad (30)$$

Примем для определенности^{х)}, что $b_0 \sim 1/z^2$ (это соответствует, как видно из (30), логарифмической форме спиральных ветвей). Тогда из уравнений Эйлера в следующем порядке теории возмущений получаем (используя также (28), (29)):

$$\xi_L^1 = -\frac{1}{z} \pm \frac{m \Omega}{\gamma z^2 K_0^2} \quad (31)$$

причём, два решения в (31) соответствуют двум разным знакам в (28). Отсюда сразу следует, аналогично предыдущему разделу, "отстающий" характер спиралей в рассматриваемой модели, так как их амплитуда оказывается много большей, чем амплитуда "лидирующих" спиралей.

х) Это предположение не является необходимым для основного вывода настоящего раздела. В рассматриваемом случае массивного центрального ядра равновесное состояние существует для любой зависимости $b_0(z)$. Конкретный вид последней определяет только вид первого члена в (31), не зависящего от m .

Л и т е р а т у р а

1. Lindblad B., *Handbuch der Physik*, Band III, *Astrophysik IV: Sternsysteme*, Berlin, 1959.
2. de Vaucouleurs G., там же.
3. Чандрасекар С., "Принципы звездной динамики", ГИИЛ, М., 1948.
4. Агемян Т.А. "Звезды, галактики, метagalaktika", "Наука", М., 1966.
5. Hunter C. *Month. Not. R.A.S.*, 126, 299, (1963).
6. Hunter C. *Ap. J.*, 157, 123, (1969).
7. Марочник Л.С., Сучков А.А., АЖ, 46, №№ 2,3 (1969).
8. Lin C.C., Shi F., Yuen, *Ap. J.*, 155, 721, (1969).
9. Поляченко В.Л., Фридман А.М., АЖ. (1970), в печати.
10. Поляченко В.Л., Фридман А.М., АЖ (1970), в печати.
11. Градштейн И.С., Рыжик И.М., *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, ГИФМЛ, М., 1962.
12. Toomre A., *Ap. J.*, 134, 1217, (1964).

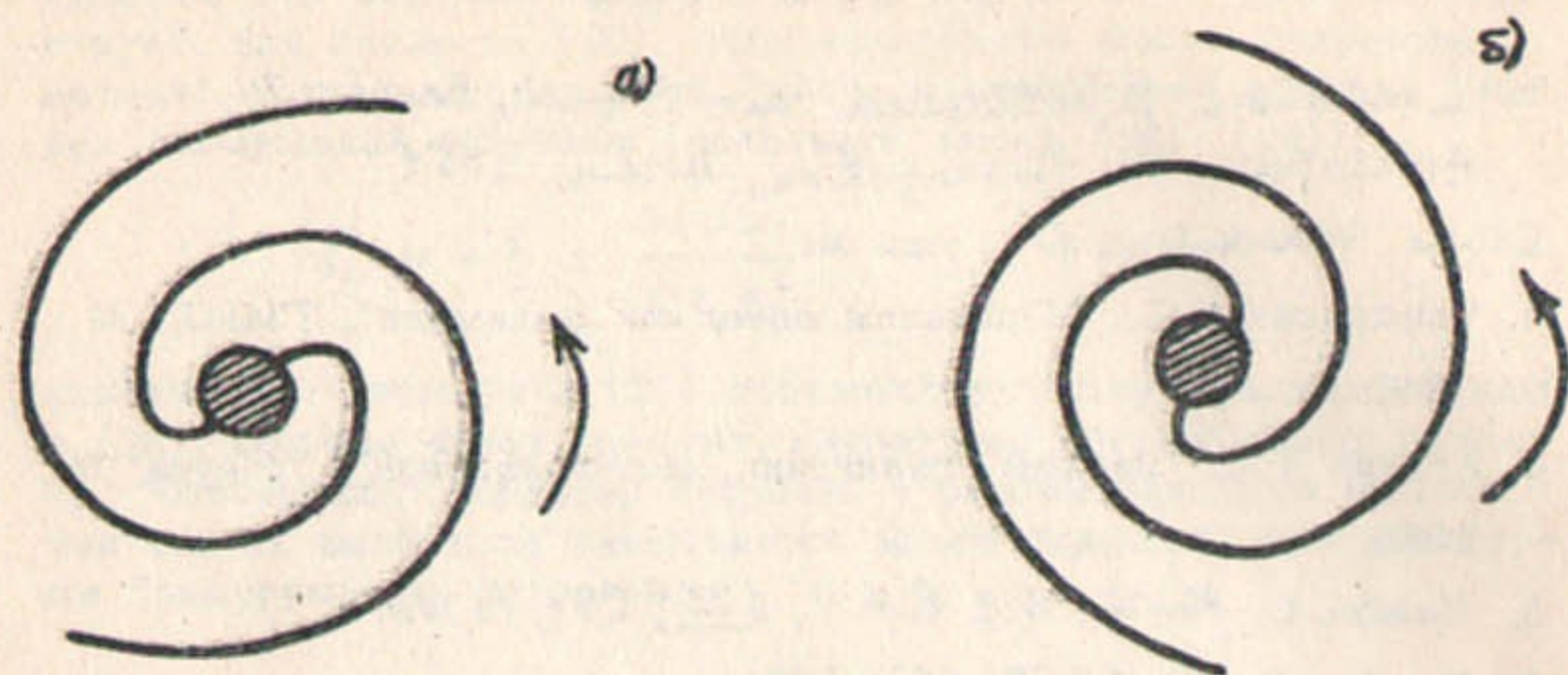


Рис. 1.

"Отстающая" (а) и "лидирующая" (б) спирали. Стрелками указано направление вращения галактики. Возмущенные величины (например, поверхностная плотность $\delta_1(r)$) получаются в виде: $\delta_1^{(z)} = \tilde{\delta}_1(z) \cdot e^{i[\pm\Phi(z) + m\psi]}$, где монотонно-возрастающая положительная функция $\Phi(z)$ - фаза, $\tilde{\delta}_1$ - амплитуда, m - номер азимутальной моды, направление возрастания полярного угла ψ совпадает с направлением вращения диска. Форма спиралей определяется уравнениями: $\pm\Phi(z) + m\psi = \omega n z$. Отсюда следует, что при выборе верхнего (нижнего) знака спираль будет "отставать" при условии $m > 0$ ($m < 0$) и "лидировать" в противоположном случае. В общем решении исследуемых уравнений: $\delta_1 = C_1 \delta_1^{(+)} + C_2 \delta_1^{(-)}$ дают вклад, вообще говоря, спиральные возмущения обоих типов. В работе показывается (разделы 3, 4), что на границе устойчивости (при $\gamma^2 = 0$) амплитуда "отстающих" спиральных возмущений плотности велика по сравнению с амплитудой "лидирующих" спиральных возмущений.

Ответственный за выпуск В.Л. Поляченко
 Подписано к печати 2.УП-1870г.
 Усл. 0,6 печ.л. тираж 100 экз. Бесплатно.
 Заказ 71 . ПРЕПРИНТ
 Отпечатано на ротационной в ИЯФ СО АН СССР, н.в.