

10
**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

И Я Ф 15 - 70

И.А.Богаченко, А.В.Гуревич, Р.А.Салимов,

Ю.И.Эйдельман

**ОБТЕКАНИЕ ТЕЛ ПОТОКОМ РАЗРЕЖЕННОЙ
ПЛАЗМЫ**

Новосибирск

1970

И.А.Богашенко, А.В.Гуревич, Р.А.Салимов,
Ю.И.Эйдельман

ОБТЕКАНИЕ ТЕЛ ПОТОКОМ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ

А Н Н О Т А Ц И Я

С помощью зондов Ленгмюра детально исследована структура возмущенной зоны в окрестности диска, обтекаемого разреженной плазмой. Поток плазмы создавался в Q-машине. Варьировались плотность, скорость и температура в потоке плазмы, потенциал поверхности и положение обтекаемого тела. Проведенные измерения и сопоставление их с теорией позволили установить наличие ускорения ионов в самосогласованном электрическом поле, возникающем в плазме. Одновременно значительно уменьшается продольная температура ионов. След тела имеет осцилляторную структуру. Исследование затухания осцилляций показало, что имеет место постепенное выравнивание продольной и поперечной температур ионов, вызванное соударениями. Показано, что изменение знака потенциала тела относительно плазмы слабо влияет на структуру возмущенной зоны сзади тела. Изменение знака потенциала другого тела, находящегося в возмущенной зоне первого, сильно меняет структуру этой зоны в области между телами. Результаты измерений находятся в соответствии с теорией.

1. ВВЕДЕНИЕ

Явления, возникающие при обтекании искусственных спутников и ракет потоком разреженной плазмы, вызывают значительный интерес [1,2]. Экспериментальные измерения в ионосфере, магнитосфере и околоземном космическом пространстве достаточно сложны. Поэтому естественен интерес к исследованию обтекания тел в лабораторных условиях, моделирующих реальные условия полетов. Соответствующие измерения, выполненные рядом авторов [3-9], показали наличие важных особенностей в структуре возмущенной телом зоны: возникновение областей разрежения и уплотнения в плазме [3] (Холл, Кемп, Селлен), осцилляторный характер возмущений на больших расстояниях сзади тела [5] (Баррет) и т.д. Однако, в указанных работах отсутствовали какие-либо попытки детального количественного сопоставления результатов эксперимента и теории. Проведение такого исследования и является целью настоящей работы.

Трудность подобной задачи, прежде всего, в том, что необходимо иметь устойчивый стационарный поток разреженной плазмы, обтекающей тело. Необходимо, кроме того, иметь достаточно точное представление о свойствах невозмущенного телом потока плазмы: о плотности плазмы, температурах электронов и ионов, их направленных скоростях, характере функций распределения. С этой точки зрения для исследования эффектов обтекания наиболее целесообразно использовать установку типа Q -машины. В последней плазма образуется при термической ионизации калия на вольфрамовом ионизаторе, нагретом до температуры $\sim 2000^\circ\text{K}$. Плазма удерживается сильным магнитным полем и представляет собой цилиндрический столб, ограниченный с одного торца ионизатором, а с другого - холодным электродом. В такой системе образующаяся на ионизаторе плазма течет к холодному электроду, на котором она гибнет. Параметры плазмы - её плотность, направленные скорости и температуры электронов и ионов существенно меняются в зависимости от потенциалов и температур катода и анода, мощности потока напыления. В широких пределах изменения параметров поток плазмы устойчив. В установке с Q -машиной возможно осуществление различного типа зондовых измерений. Всё это позволяет весьма эффективно использовать Q -машину для исследования обтекания тел разреженной плазмой.

х) На целесообразность использования Q -машины для исследования обтекания тел потоком плазмы указано недавно в работе Корна и др. [10].

2. СВОЙСТВА ПОТОКА ПЛАЗМЫ

Эксперимент проводился на установке, подробно описанной в работе Бучельниковой [11]. Схема её представлена на рис. 1. Измерения производились с помощью цилиндрических зондов длиной 2 мм, диаметром 0,25 мм. Зонды могли перемещаться вдоль оси установки и в радиальном направлении.

Свойства плазмы, образующейся в Q-машине, в значительной степени определяются величиной потоков ионов и электронов, поступающих от ионизатора. В нашем случае эксперименты проводились в режиме электронного слоя, когда поток электронов с ионизатора много больше потока ионов. В этом случае вблизи ионизатора возникает слой отрицательного электрического заряда — электронный слой, который отражает часть электронов и возвращает их назад — на ионизатор. Толщина этого слоя порядка дебаевского радиуса ρ_D , т.е. много меньше размеров установки L ($\rho_D \sim 0,01$ см, $L = 36$ см). За электронным слоем плазма квазинейтральна: здесь концентрации электронов n_e и ионов n_i близки друг к другу: $n_e \approx n_i \approx n$.

Характерное распределение квазинейтральной плазмы по радиусу представлено на рис. 2. Плотность плазмы максимальна на оси системы и спадает к её краям.

Под действием электрического поля в электронном слое ионы ускоряются и приобретают направленную скорость V_0 . Функция распределения ионов — максвелловская, но продольная и поперечная температуры ионов, вообще говоря, не равны друг другу. Поперечная температура $T_{i\perp}$ близка к температуре ионизатора T . Продольная температура ионов $T_{i\parallel}$ может быть значительно меньше. Столкновения между ионами стремятся выровнять $T_{i\perp}$ и $T_{i\parallel}$. Благодаря этому температура $T_{i\parallel}$ растет с увеличением расстояния от ионизатора z : $T_{i\parallel} = T_{i\parallel}(z)$; немного убывает при этом и температура $T_{i\perp}$. Подробный анализ вопроса о виде функции распределения ионов и её деформации за счет соударений проведен в Дополнении.

Функция распределения электронов зависит от потенциала анода. Наши измерения производились при отрицательных потенциалах анода $\varphi_a \approx -7$ в, так что $-e(\varphi_a - \varphi_0)/T \gg 1$. В этом

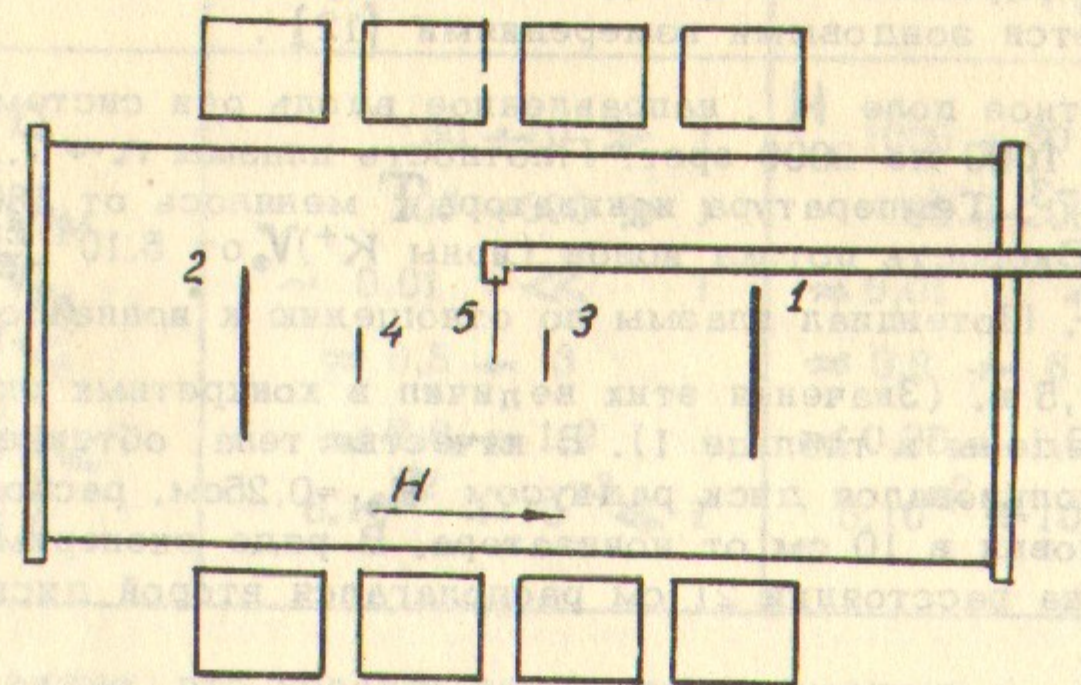


Рис. 1. Схема установки, 1-ионизатор; 2-анод; 3-диск 1; 4-диск 2; 5-зонд.



Рис. 2. Распределение плазмы по радиусу столба.

случае функция распределения электронов — максвелловская с температурой T_e , равной температуре ионизатора T . Это хорошо подтверждается зондовыми измерениями [12].

Магнитное поле H , направленное вдоль оси системы, изменялось от 1000 до 2000 эрст. Плотность плазмы $n \sim 7 \cdot 10^8 + 8 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$. Температура ионизатора T менялась от 1800°K до 2200°K . Скорость потока ионов (ионы K^+) V_0 от $5 \cdot 10^4 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$ до $3 \cdot 10^5 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$. Потенциал плазмы по отношению к ионизатору

$\varphi_0 \sim 0 \pm 1,5 \text{ в.}$ (Значения этих величин в конкретных экспериментах приведены в таблице 1). В качестве тела, обтекаемого плазмой, использовался диск радиусом $R_0 = 0,25 \text{ см}$, расположенный на оси установки в 10 см от ионизатора. В ряде экспериментов сзади него на расстоянии 21 см располагался второй диск радиусом 0,35 см.

Давление нейтрального газа в установке $p \sim 10^{-6}$ торр. Поэтому длина свободного пробега для соударений с нейтралами $l_n \sim D_n^2$; они не существенны. Длины свободного пробега для соударения между заряженными частицами порядка размеров установки:

$l \sim 10 + 200 \text{ см}$. При этом соударения между электронами несущественны, так как они не меняют максвелловской функции распределения электронов. Несущественны и соударения электронов с ионами. Напротив, соударения между ионами значительно деформируют функцию распределения ионов, что уже отмечалось выше. Их роль подробно рассмотрена в Дополнении.

Оценим теперь значения параметров, характеризующих обтекание диска. Дебаевский радиус $D \sim (1 + 2) \cdot 10^{-2} \text{ см}$. Ларморовский радиус ионов $\rho_{ni} = \sqrt{2T/M} / \omega_{ni} \sim 0,4 \text{ см}$ при $H = 1000$ эрст и $\rho_{ne} \sim 0,2 \text{ см}$ при $H = 2000$ эрст. Ларморовский радиус электронов $\rho_{ne} \sim 10^{-3} \text{ см}$. Тепловая скорость ионов $V_T = \sqrt{2T/M} \sim 1 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$, тепловая скорость электронов $V_{Te} = \sqrt{2T_e/m} \sim 3 \cdot 10^7 \text{ см/сек}$.

В следующей таблице приводятся значения безразмерных параметров, характеризующих обтекание тела в Q -машине и ионосфере на высотах $h \sim 200 + 1000 \text{ км}$ для тел с размером $R_0 \approx 2 \text{ м}$:

	Q - машина	ионосфера
R_0/D	$30 + 10 \gg 1$	$1000 + 50 \gg 1$
R_0/ρ_{ni}	$200 + 300 \gg 1$	$100 + 200 \gg 1$
V_0/V_{Te}	$\sim 0,01 \ll 1$	$\approx 0,01 \ll 1$
V_0/V_T	$\approx 0,5 + 3$	$\approx 0,8 + 6$
R_0/ρ_{ni}	$\approx 0,6 + 1,2$	$\approx 0,25 + 1,0$
R_0/l	$5 \cdot 10^{-2} + 10^{-3} \ll 1$	$5 \cdot 10^{-2} + 10^{-4} \ll 1$

Отсюда видно, что условия наших экспериментов в Q -машине хорошо моделируют реальные условия в ионосфере.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Ближняя зона

Магнитное поле существенно влияет на обтекание тел в плазме на расстояниях Z , больших, чем $\pi \rho_{ni} V_0 / V_T$, т.е. в нашем случае, расстояниях от диска, больших $1 + 2 \text{ см}$. Мы рассмотрим здесь вначале ближнюю зону $Z \leq 1 \text{ см}$, где влияние магнитного поля несущественно. Характерные результаты измерений потока ионов на зонд в ближней зоне представлены на рис. 3, 4. Здесь $V_0 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$, $T = 2150^\circ \text{K}$, $V_T = 1,0 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$, ($V_0/V_T = 2$) $H = 1100$ эрст. Потенциал зонда относительно плазмы $\approx -2 \text{ в.}$ Экспериментальные точки на рисунке 3 дают отношение $j(0, Z) / j_0(0)$, где $j(0, Z)$ — ток ионов на зонд, расположенный на оси сзади тела, $j_0(0)$ — тот же ток ионов впереди тела.

Рис. 3.

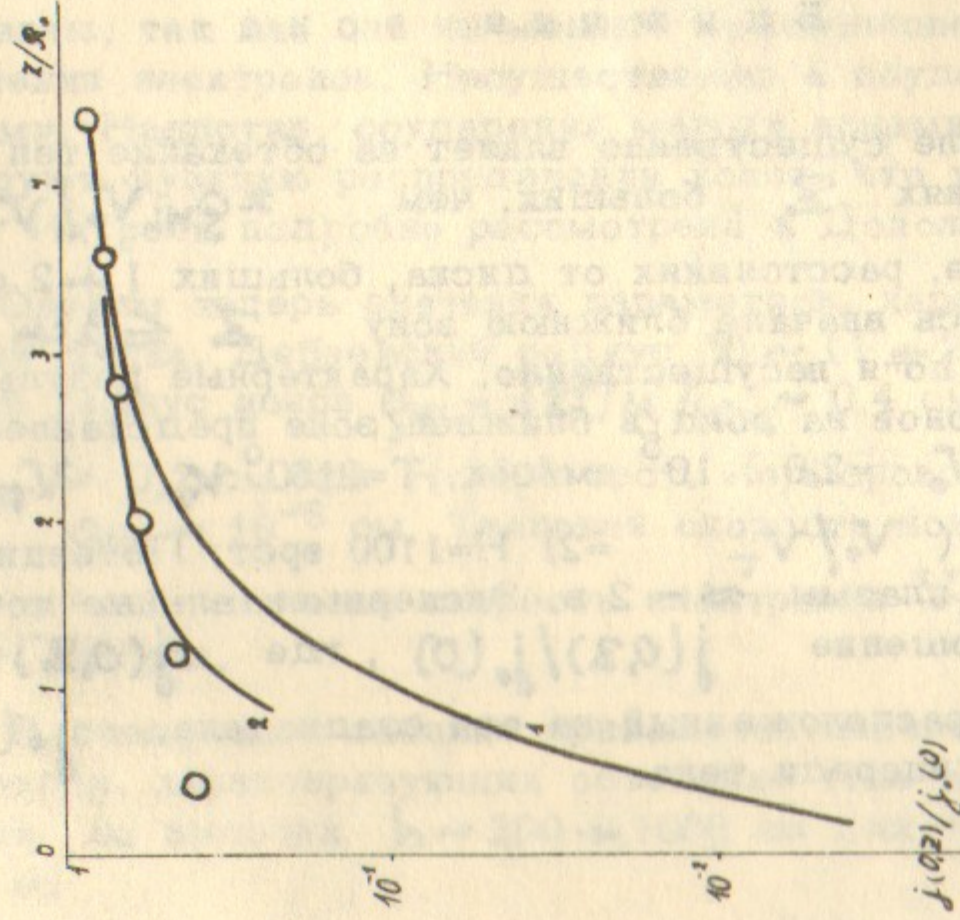


Рис. 4

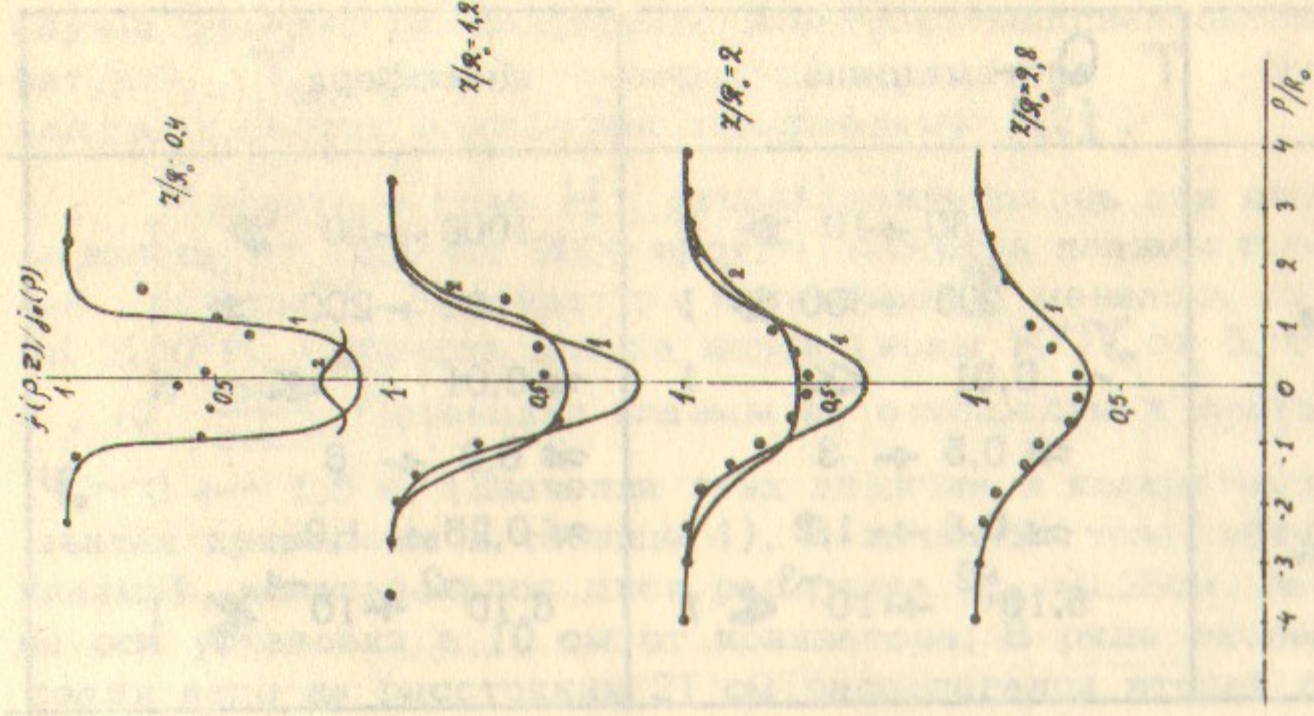


Рис. 3, 4. Распределение плазмы на оси (рис. 3) и по радиусу (рис. 4) в ближней зоне сзади тела. Точки - эксперимент ($N=1100\text{э}$, $T=2150^\circ\text{К}$, $j_{i0}=50 \frac{\text{мкА}}{\text{см}^2}$, $V_0/V_T=2,0$). Теоретические кривые 1 - "нейтральное приближение"; 2 - с учетом влияния электрического поля.

По оси абсцисс отложено отношение z/R_0 , где R_0 - радиус диска. Точки на рис. 4. дают распределение по радиусу $j(r,z)/j_0(r)$ при фиксированных значениях z/R_0 , указанных на рисунке.

Сравним результаты расчета и эксперимента. Приближенное выражение для распределения плазмы в возмущенной зоне за диском получено в [13], [1], § 5. При выводе его не учитывалось влияние на движение ионов электрического поля, возникающего в возмущенной зоне плазмы ("нейтральное приближение"). Расчеты с учетом влияния поля проведены в [14-16]. Было показано, что вдали от тела - на расстояниях $z \gg R_0 V_0/V_T$ влияние поля хотя и заметно, но не является определяющим. Напротив, в ближней к телу области $z \ll R_0 V_0/V_T$ влияние электрического поля очень велико; оно приводит к значительному возрастанию концентрации плазмы. Аналитические выражения для распределения плазмы в ближней к диску области с учетом влияния электрического поля на движение ионов получены в работе [2].

Результаты расчетов отношения $n(r,z)/n_0$ представлены сплошными кривыми на рис. 3, 4. Здесь $n(r,z)$ - концентрация ионов в возмущенной зоне, n_0 - концентрация в невозмущенной плазме. Кривые 1 на рис. 3, 4 построены по формулам (9) работы [13] или (2.24) [1], § 5 ("Нейтральное приближение"). Кривые 2 построены по формулам (69), (73) работы [2], учитывающим влияние электрического поля.

Видно достаточно хорошее согласие теории и эксперимента. Вдали от тела при $z \gg R_0 V_0/V_T$ вполне точным оказывается "нейтральное приближение". Напротив, вблизи тела $z \ll R_0 V_0/V_T$ роль электрического поля существенна. Значительное расхождение между результатами расчета и эксперимента имеются лишь в том случае, когда зонд располагается наиболее близко к телу - находился на расстоянии 1 мм от поверхности диска. Здесь величина потока j/j_0 оказывается на порядок больше расчетного значения n/n_0 . Это следовало ожидать. Дело в том, что в зоне сильного разрежения за телом заметно возрастает дебаевский радиус. Благодаря этому увеличивается эффективная поверхность зонда, собирающая ионы, что приводит к росту потока ионов на зонд. Кроме того, при столь малых расстояниях от диска несомненно сказываются конечные размеры самого зонда: его длина (2 мм) больше, чем расстояние от зонда до диска (1 мм). Учет конечных размеров зонда

также приводит к увеличению потока ионов.

Отметим важный качественный эффект, связанный с влиянием электрического поля на движение ионов: нарастание концентрации (или потока) ионов вблизи оси $\rho = 0$, которое видно как на теоретической, так и на экспериментальной кривой на рис. 4 г. Это увеличение является следствием фокусировки ионов вблизи оси под действием притягивающего их осесимметричного электрического поля.

Д а л ь н а я з о н а

Результаты измерений потока ионов на зонд на больших расстояниях сзади диска представлены на рис. 5-7. Экспериментальные точки на рисунках по-прежнему дают отношение $j(\rho, z)/j_0(\rho)$,

где $j_0(\rho)$ — поток ионов на зонд в невозмущенной плазме.

На рис. 5;6 показано распределение потока ионов на оси $\rho = 0$ сзади тела. Видно, что при относительно больших значениях температуры ионизатора T и малых значениях потока j_{oi} распределение плазмы носит ярко выраженный осцилляционный характер (рис.5). Такие осцилляции плазмы в возмущенной зоне за телом были теоретически предсказаны в [13], [1] (глава III) и наблюдались на опыте Барретом [5]. На рис. 7 представлено распределение плазмы по радиусу ρ ; оно также пульсирует в зависимости от z/R_0 .

На рис.5,6 ясно видно затухание осцилляций. С уменьшением температуры ионизатора T и ростом потока ионов j_{oi} затухание увеличивается и при $T \leq 1800^\circ\text{K}$ распределение плазмы позади тела приобретает почти монотонный характер (рис.6). На больших расстояниях $z/R_0 \approx 20-50$ возмущение плазмы почти однородно по z , т.е. как бы устанавливается цилиндрический след с определенным распределением возмущения плазмы по радиусу.

Эти явления физически вполне понятны. Действительно, часть ионов поглощается на теле, так что вблизи тела, сзади его, концентрация ионов минимальна. С увеличением расстояния от тела возмущение расплывается из-за теплового движения ионов, концентрация в следе растет. Однако, ионы не свободны, в магнитном поле они совершают периодическое движение с циклотронной частотой $\nu_{Hi} =$

$\omega_{Hi}/2\pi = eH/2\pi Mc$. Поэтому, через время $t_H = \nu_{Hi}^{-1}$ или же на расстоянии $\tau = V_0 t_H$ за телом,

$$\tau = 2\pi V_0 / \omega_{Hi} = 2\pi Mc V_0 / eH \quad (1)$$

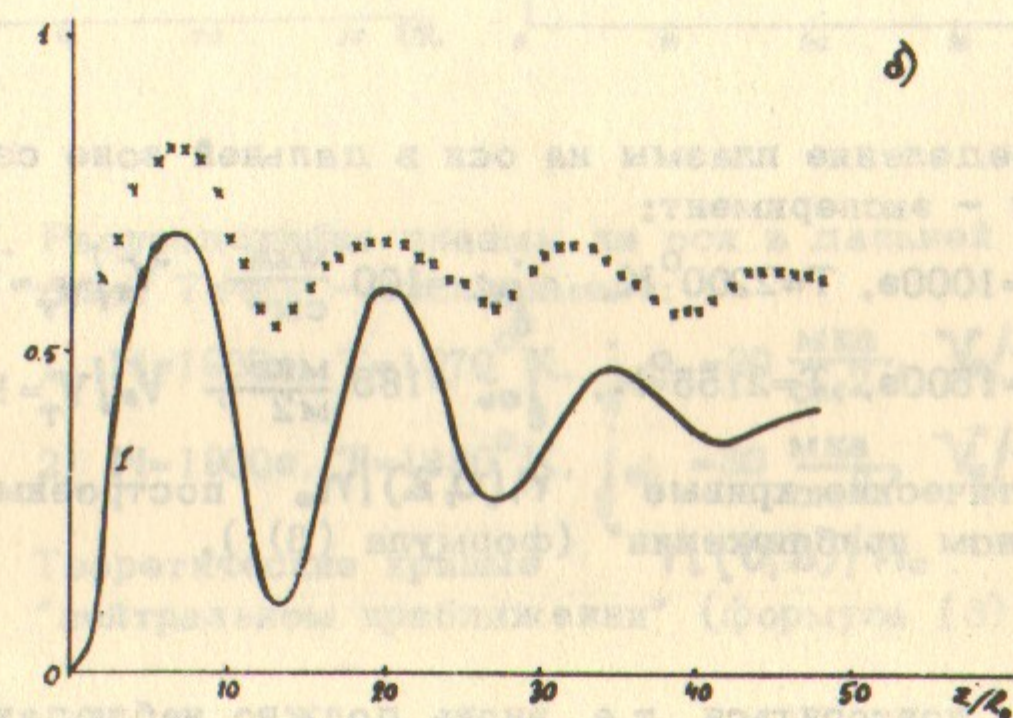
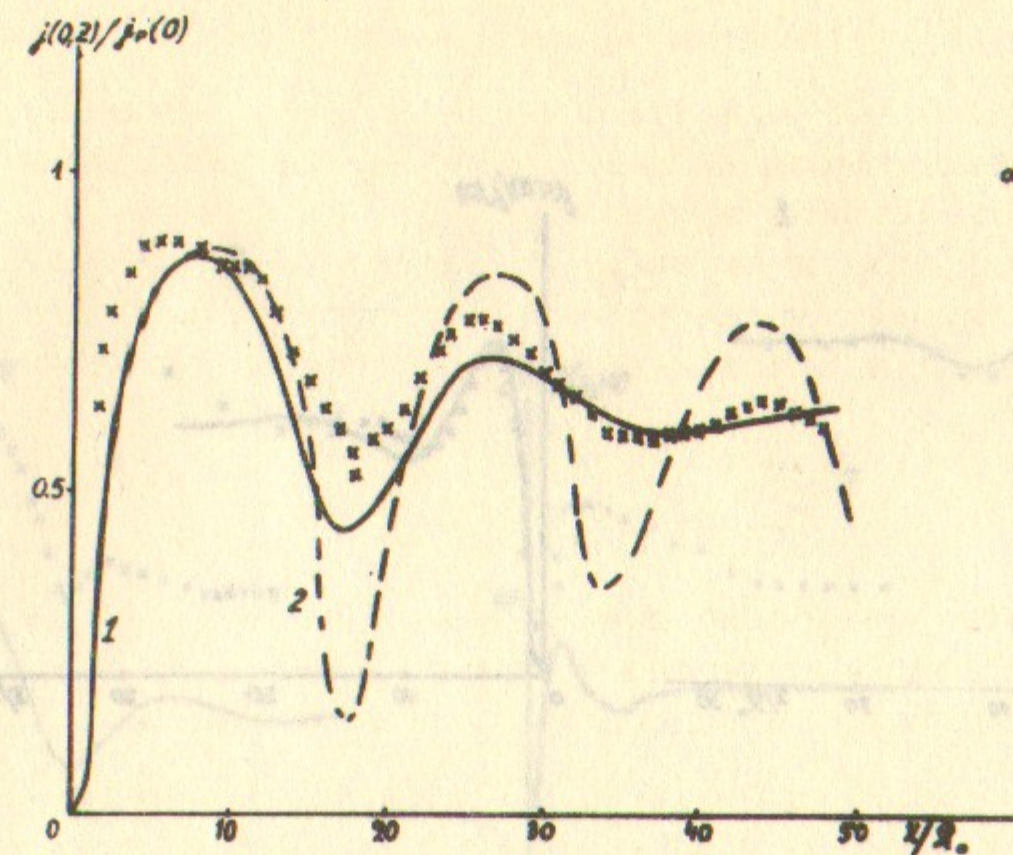


Рис.5. Распределение плазмы на оси в дальней зоне сзади тела. Точки — эксперимент:

а) $H=1100\text{э}$, $T=2200^\circ\text{K}$, $j_{oi} = 30 \frac{\text{мкА}}{\text{см}^2}$, $V_0/V_T = 1,95$;

б) $H=1900\text{э}$, $T=2200^\circ\text{K}$, $j_{oi} = 30 \frac{\text{мкА}}{\text{см}^2}$, $V_0/V_T = 2,6$.

Теоретические кривые $n(0,z)/n_0$: 1 — "нейтральное приближение", (формула (3)); 2 — без учета изменения T_{iu} за счет соударений.

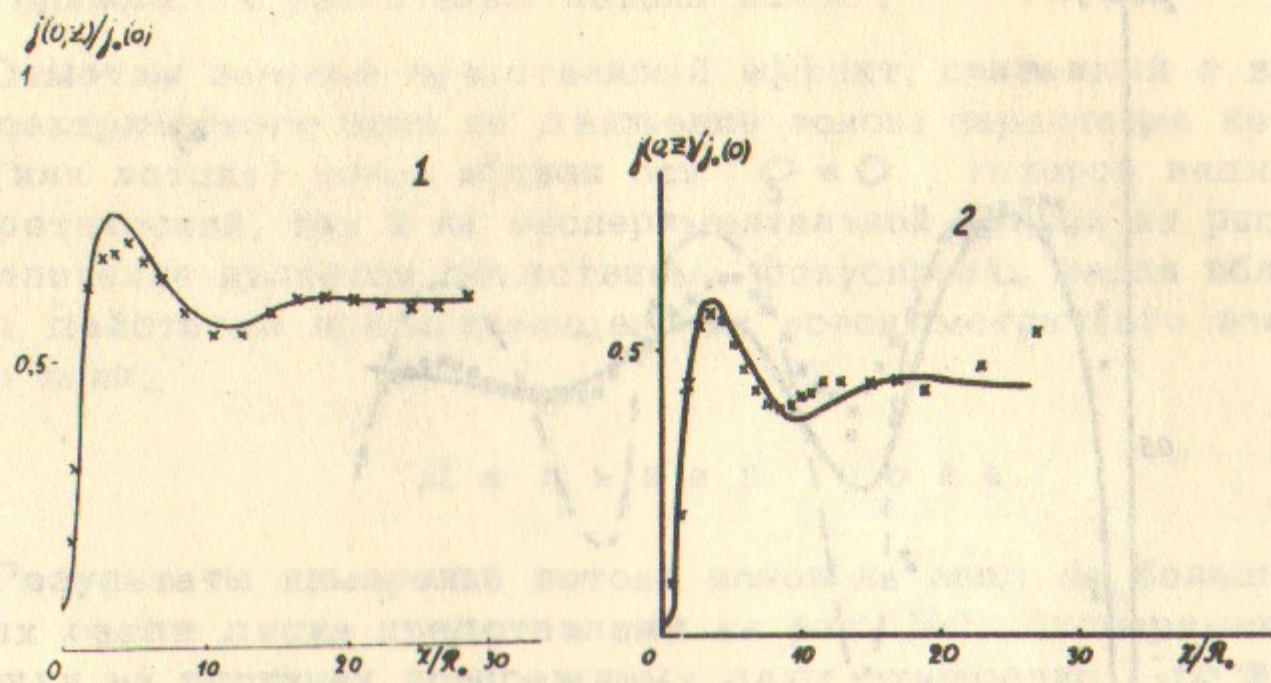


Рис. 6а. Распределение плазмы на оси в дальней зоне сзади тела. Точки - эксперимент:

- 1) $N=1000\text{э}$, $T=2200^\circ\text{К}$, $j_{0i} = 100 \frac{\text{мкА}}{\text{см}^2}$, $V_0/V_T = 1,0$;
- 2) $N=1500\text{э}$, $T=2155^\circ\text{К}$, $j_{0i} = 185 \frac{\text{мкА}}{\text{М}^2}$, $V_0/V_T = 1,2$.

Теоретические кривые $n(z)/n_0$ построены в "нейтральном приближении" (формула (3)).

картина должна повторяться, т.е. вновь должно наблюдаться уменьшение концентрации ионов. Здесь V_0 - средняя скорость движения ионов вдоль магнитного поля. Если $V_0 \gg V_{Ti}$ ($V_{Ti} = \sqrt{2T_{iH}/M}$ - тепловая скорость ионов вдоль \vec{H}), то практически все ионы движутся со скоростью V_0 и след должен осциллировать с периодом (1) [1]. Такие осцилляции и видны на рис. 5.

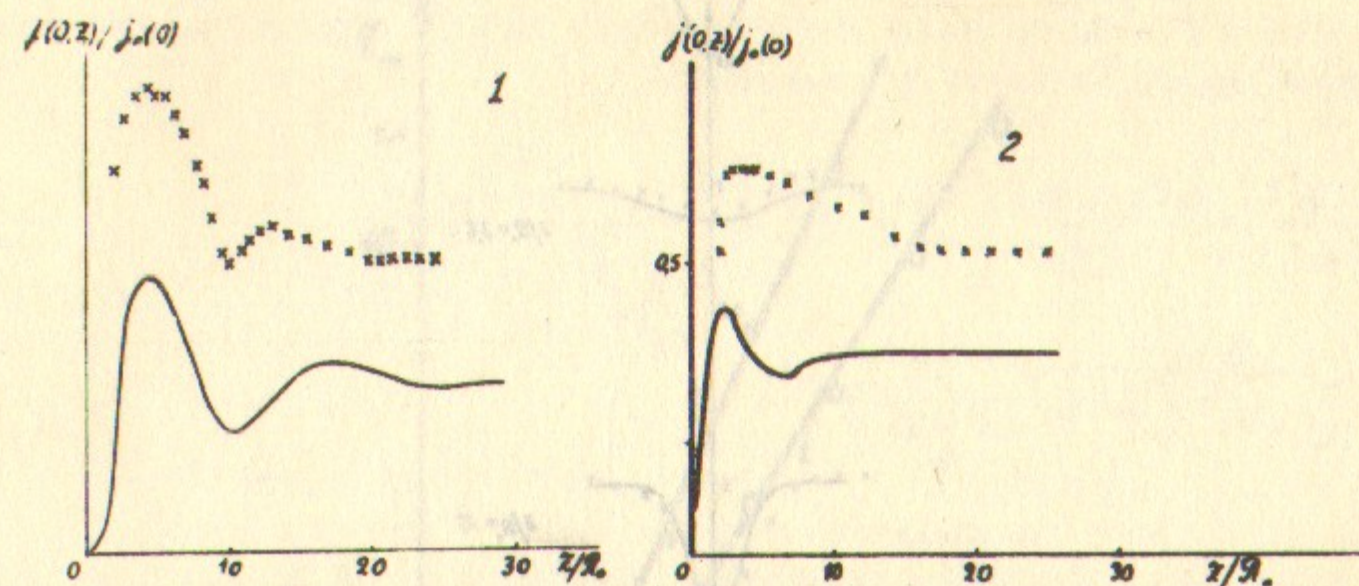


Рис. 6б. Распределение плазмы на оси в дальней зоне сзади тела. Точки - эксперимент:

- 1) $N=1900\text{э}$, $T=1970^\circ\text{К}$, $j_{0i} = 30 \frac{\text{мкА}}{\text{см}^2}$, $V_0/V_T = 1,9$;
- 2) $N=1900\text{э}$, $T=1880^\circ\text{К}$, $j_{0i} = 30 \frac{\text{мкА}}{\text{см}^2}$, $V_0/V_T = 0,8$.

Теоретические кривые $n(z)/n_0$ построены в "нейтральном приближении" (формула (3)).

На рис. 8 показано для этого случая расположение максимумов и минимумов тока на зонд на оси за диском. Видно, что картина действительно близка к периодической. Измерение периода осцилляций (1) может служить хорошим методом для измерения направленной скорости ионов [12].

Тепловой разброс по продольным скоростям V_{Ti} приводит к затуханию осцилляций. Затухание увеличивается с увеличением продольной температуры T_{iH} , т.е. с уменьшением отно-

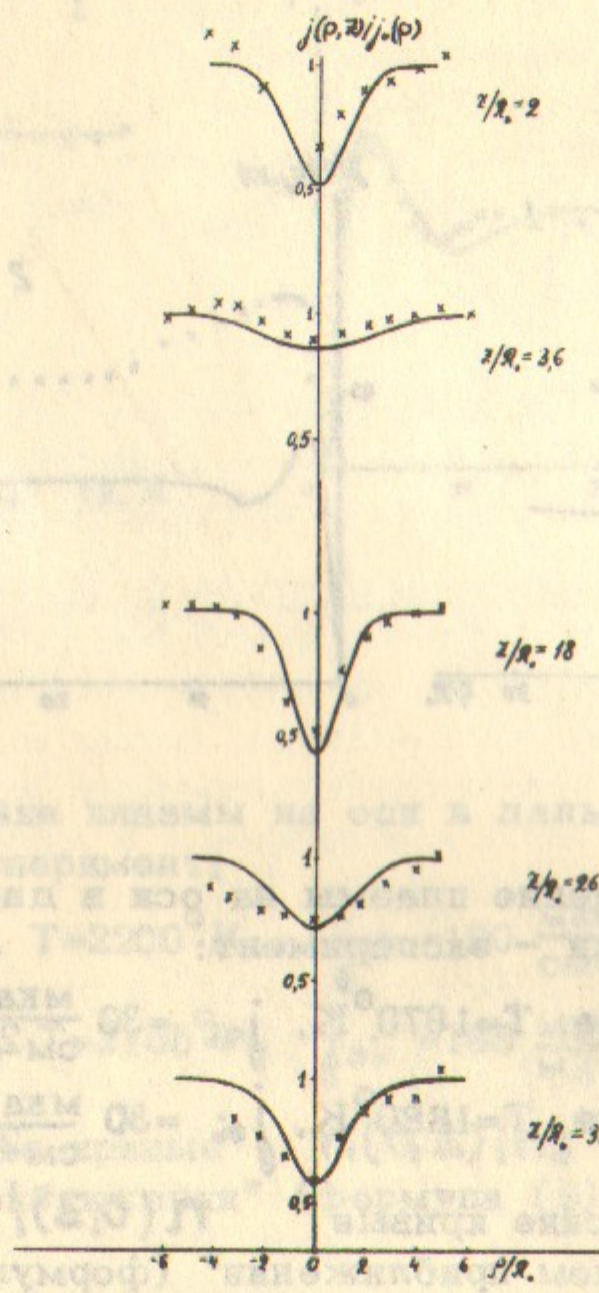


Рис.7. Распределение плазмы по радиусу в дальней зоне сзади тела. Точки - эксперимент ($N=1100$ э, $T=2200^\circ\text{K}$, $j_{oi} = 30 \frac{\text{мкА}}{\text{см}^2}$, $V_0/V_T=1,95$) теоретические кривые $n(r, z)/n_0$ построены в "нейтральном приближении" (формула (2)).

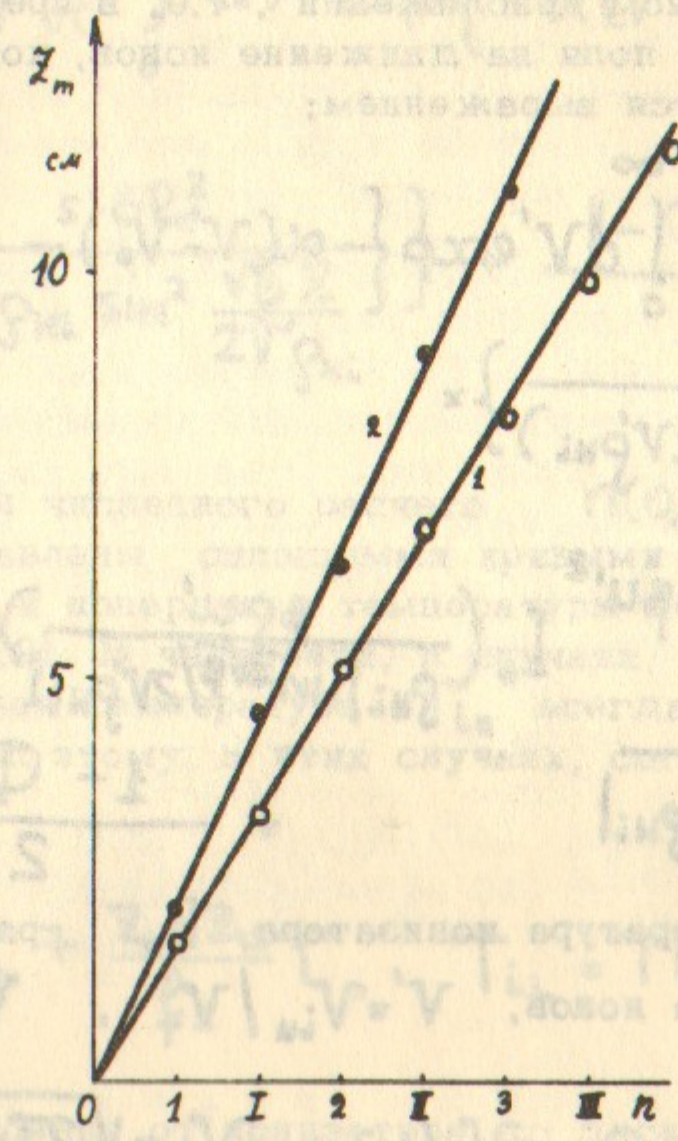


Рис.8. Распределение максимумов (1, 2, 3 ...) и минимумов (1, П, Ш ...) концентрации плазмы на оси сзади тела в зависимости от магнитного поля:

1. $N=1800$ э, $T=2200^\circ\text{K}$, $j_{oi} = 30 \frac{\text{мкА}}{\text{см}^2}$, $V_0/V_T=2,6$;
2. $N=1100$ э, $T=2200^\circ\text{K}$, $j_{oi} = 30 \frac{\text{мкА}}{\text{см}^2}$, $V_0/V_T=1,95$.

z_m - расстояние от ионизатора.

шения V_0/V_{Tn} . При $V_0/V_{Tn} \approx 1$ осцилляции, фактически, исчезают. После затухания осцилляций образуется цилиндрический след, который расплывается уже только за счет диффузионных процессов.

Сравним теперь результаты теоретического расчета и эксперимента. В "нейтральном приближении", т.е. в пренебрежении влиянием электрического поля на движение ионов, концентрация ионов за диском определяется выражением:

$$\frac{n(\rho, z)}{n_0} = \frac{2\sqrt{\alpha}\beta}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty dv' \exp\{-\alpha(v'-v_0')^2 - \frac{\beta\rho^2}{4\rho_{ni}^2 \sin^2(z\sqrt{\beta}/2v'\rho_{ni})}\} \times$$

$$\times \int_0^\infty u' e^{-\beta u'^2} I_0\left(\frac{\beta\rho u'}{\rho_{ni} \sin(z\sqrt{\beta}/2v'\rho_{ni})}\right) du' + \frac{1 - \Phi(\sqrt{\alpha}v_0')}{2}$$

Здесь T — температура ионизатора, R_0 — радиус диска, V_0 — скорость потока ионов, $v' = v_{i||}/V_T$, $v_0' = v_0/V_T$,

$$u' = v_{i\perp}/V_T, \quad \rho_{ni} = V_T/\omega_{ni}, \quad v_{i||} = \sqrt{2T_{i||}/M},$$

$$\alpha = \frac{T}{T_{i||}}, \quad \beta = \frac{T}{T_{i\perp}}, \quad I_0(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{-t \cos\theta} d\theta, \quad \Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-x^2} dx.$$

Вывод формулы (2) совершенно аналогичен выводу, приведенному в [1], § 10. Дополнительно учитывается лишь то, что функция распределения ионов — максвелловская с различными продольной $T_{i||}$ и поперечной $T_{i\perp}$ температурами ионов (см. раздел 2). На оси за диском ($\rho=0$) формула (2) существен-

но упрощается и принимает вид:

$$\frac{n(\rho, z)}{n_0} = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \int_0^\infty dv' \exp\{-\alpha(v'-v_0')^2 - \frac{\beta R_0^2}{4\rho_{ni}^2 \sin^2 \frac{\sqrt{\beta} z}{2v'\rho_{ni}}}\} + \frac{1 - \Phi(\sqrt{\alpha}v_0')}{2}$$

Результаты численного расчета $n(\rho, z)/n_0$ по формуле (3) представлены сплошными кривыми на рис. 5, 6. При этом продольная и поперечная температуры ионов определялись выражениями (Д.9). В частности, в случаях, представленных на рис. 5, 7 продольная температура $T_{i||}$ всегда существенно меньше поперечной; поэтому, в этих случаях, согласно (Д.10):

$$T_{i||} = T_{i||0} + \frac{z+z_1}{l_1} T, \quad T_{i\perp} = T \left(1 - \frac{z+z_1}{2l_1}\right),$$

где z_1 — расстояние от ионизатора до диска. Температура $T_{i||0}$ и длина l_1 , определенные формулами Д.2, Д.10, приведены в таблице 1. В случаях, представленных на рис. 6 (кроме 661), длина l_1 меньше z_1 и поэтому: $T_{i||} = T_{i||0} = \frac{1}{3} T_{i||0} + \frac{2}{3} T$. В случае 661 $l_1 \sim z+z_1$ и для расчета $T_{i||}$, $T_{i\perp}$ использовались общие формулы (Д.9).

Из рисунков видно достаточно согласие результатов расчета и эксперимента. Имеется хорошее соответствие в общем характере хода кривых, периоде осцилляций, затухании осцилляций. Важное значение для затухания осцилляций имеет деформация функции распределения и изменение продольной температуры ионов за счет соударений, указанные в Дополнении. Для сравнения на рис. 5а пунктиром приведено распределение концентрации ионов в

следе в отсутствие соударений, когда функция распределения определена формулой (Д1). Видно, что на период осцилляций, определяющийся средней направленной скоростью ионов (1), соударения не влияют; затухание же осцилляций определяется продольной температурой ионов $T_{i||}$, которая существенно зависит от соударений.

Следует отметить некоторое количественное расхождение между рассматриваемым здесь "нейтральным" приближением теории и экспериментом. На оси за диском экспериментальные значения $j(0,z)/j_0$ выше расчетных значений $n(0,z)/n_0$.

Расхождение увеличивается с ростом величины магнитного поля, точнее с увеличением отношения размера тела R_0 к ларморовскому радиусу ионов ρ_{ni} . То же видно и из рис. 9, на котором изображена зависимость возмущений концентрации на оси $\rho=0$ на больших расстояниях сзади тела (там, где уже затухли осцилляции), от величины магнитного поля, точнее, от величины отношения $\sqrt{\beta} R_0 / 2 \rho_{ni}$. Дело в том, что из формулы (3) следует, что на больших расстояниях $z > \sqrt{\alpha} \tau v_0'$ (при $\sqrt{\alpha} v_0' > 1$):

$$\frac{n(0,z)}{n_0} \approx 1 - \Phi\left(\frac{\sqrt{\beta} R_0}{2 \rho_{ni}}\right). \quad (5)$$

Эта величина и дана сплошной кривой на рис. 9. Точки - измеренное на опыте отношение $j(0,z)/j_0$. Видно, что расхождение между экспериментальными значениями и теоретической кривой (5) нарастает с увеличением отношения $\sqrt{\beta} R_0 / 2 \rho_{ni}$. Можно предполагать, что отмеченное расхождение является следствием возрастания концентрации ионов на оси $\rho=0$ под воздействием электрического поля, которое не учитывалось при выводе формул (2) - (5). В приближении теории возмущений это влияние электрического поля на движение ионов учтено Питаевским [17], [1], § 5. В [17], [18] показано, что под воздействием поля концентрация ионов на оси за телом, движущимся в магнитном поле, действительно возрастает. С увеличением отношения R_0/ρ_{ni} разрежение плазмы в следе тела увеличивается; роль поля при этом усиливается.

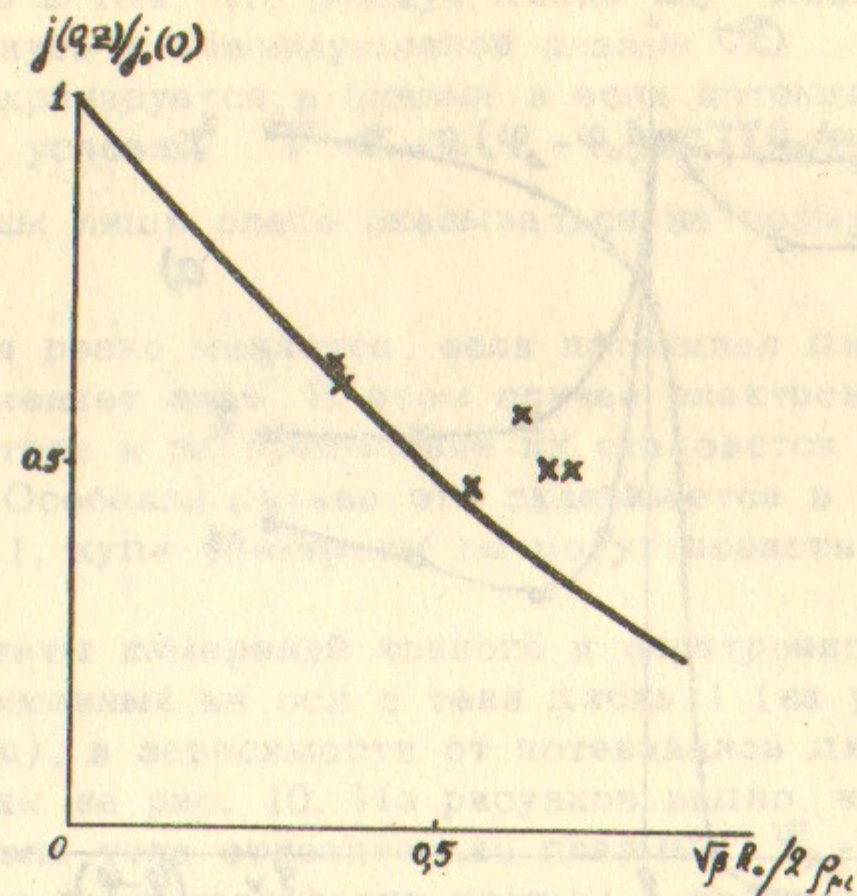


Рис. 9. Распределение плазмы на оси вдали от тела в зависимости от магнитного поля; точки - эксперимент. Теоретическая кривая $n(0,z)/n_0$ построена в "нейтральном приближении" (формула (5)).

Изменение потенциала диска. Захваченные электроны

Все измерения, изложенные выше, проводились при достаточно высоком отрицательном по отношению к плазме потенциале диска 1 (см. рис. 1): обычно $\varphi_1 - \varphi_0 \approx -2 \text{ в}$. Благодаря этому распределение электронов носило всюду равновесный характер - распределение Максвелла-Больцмана. Изменение потенциала диска 1 (φ_1), обтекаемого потоком плазмы, приводило лишь к незначительным изменениям в структуре возмущенной зоны: при изменении $\varphi_1 - \varphi_0$ от -5 в до -1 в поток ионов на зонд в возмущенной зоне менялся менее, чем на 10% (см. рис. 10).

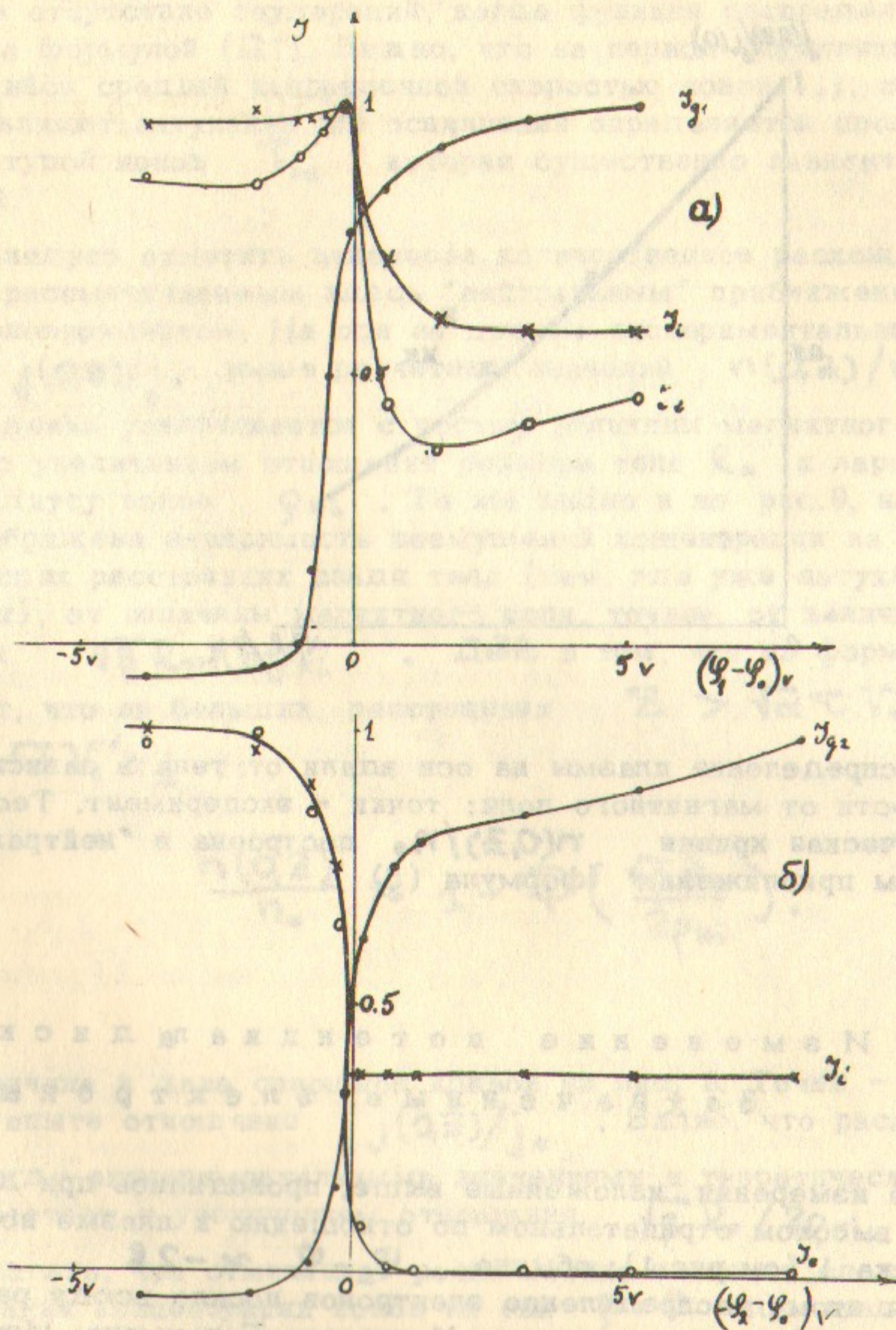


Рис.10. Ток на диск (J_g), ионный (J_i) и электронный (J_e) токи на зонд, расположенный на оси сзади диска:
 а) в зависимости от потенциала диска 1;
 б) в зависимости от потенциала диска 2.

Причина этого в том, что радиус диска R_0 много больше дебаевского радиуса в невозмущенной плазме D . Поле диска в этом случае экранируется в плазме и если потенциал диска ϕ_2 удовлетворяет условию $T \ll -e(\phi_2 - \phi_0) \ll T(R_0/D)^{3/2}$, то изменения его должны лишь слабо сказываться на возмущении плазмы [1, 2].

Картина резко меняется, если потенциал диска относительно плазмы изменяет знак. В этом случае электроны свободно поглощаются на теле и распределение их становится существенно неравновесным. Особенно сильно это сказывается в области захвата в тени диска 1, куда электроны не могут попасть без столкновений.

Результаты измерений ионного и электронного токов на зонд, расположенный на оси в тени диска 1 (на расстоянии 1 см от поверхности), в зависимости от потенциалов диска 1 и диска 2 представлены на рис. 10. Из рисунков видно, что изменение знака потенциала тела относительно плазмы $\phi_2 - \phi_0$ существенно сказывается на концентрации плазмы в возмущенной зоне. При этом особенно сильно меняется концентрация электронов в случае положительных потенциалов диска 2: ток на зонд падает тогда на два порядка, в то время как при положительном потенциале диска 1 он уменьшается лишь вдвое. Причина этого в следующем. Теоретическое рассмотрение показывает, что в зоне тени диска 1 должна образоваться отрицательно заряженная область, причем минимум потенциала достигается сзади диска вблизи его поверхности [13], [1] / § 14. В силу этого изменение знака потенциала диска 1 не должно очень сильно сказываться на концентрации захваченных частиц: большинство их не может преодолеть потенциальный барьер и поглотиться, достигнув поверхности тела. Перед диском 2 нет отрицательно заряженной зоны. Поэтому, при изменении знака потенциала диска 2 электроны на нем свободно поглощаются, и область между дисками оказывается почти полностью лишенной электронов. Это хорошо видно из рис. 11.

Отсюда следует также, что изменение знака потенциала на задней поверхности тела, движущегося в магнитном поле, сравнительно слабо сказывается на структуре возмущенной зоны. Изменение же знака потенциала тела, находящегося в следе другого, приводит к сильному изменению структуры возмущенной зоны: возникает новая возмущенная область (обедненная электронами), вытянутая вдоль силовых линий магнитного поля, пересекающих оба тела.

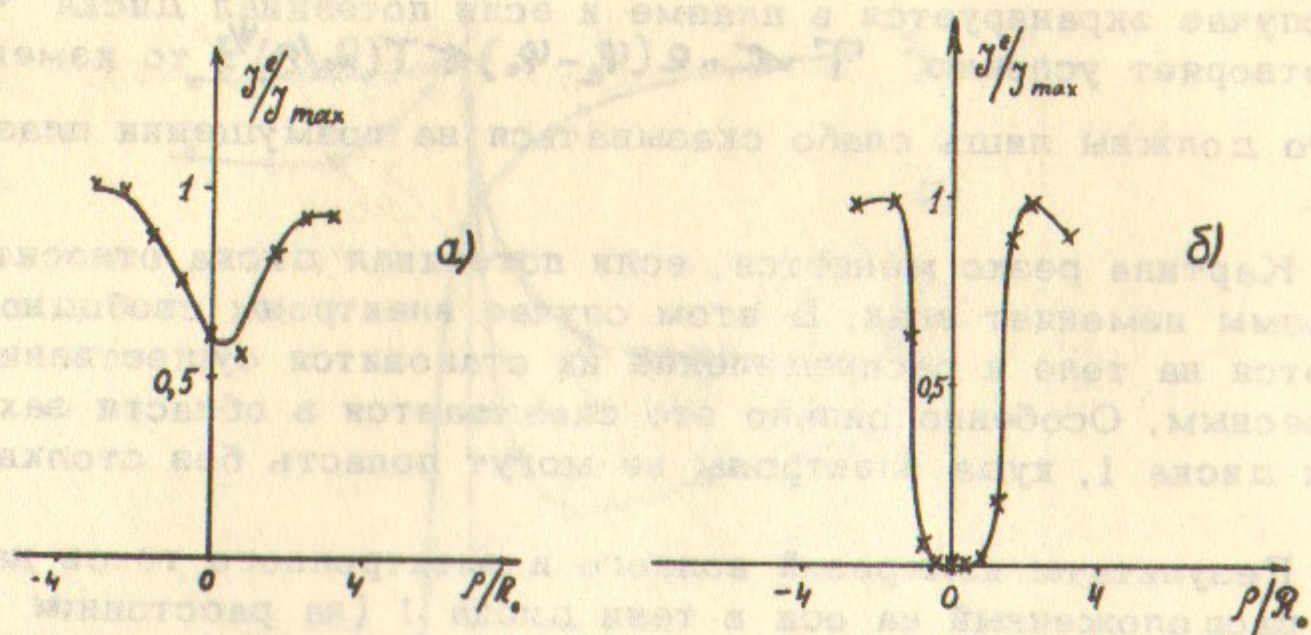


Рис.11. Распределение электронного тока на зонд по радиусу в $Z = 1$ см сзади диска 1 :

- а) при положительном потенциале диска 1;
- б) при положительном потенциале диска 2.

Изменение положения диска

Выше всегда рассматривался случай, когда плоскость диска ортогональна набегающему потоку плазмы. Измерения проводились и при изменении угла θ между нормалью к поверхности диска и направлением набегающего потока. На рис. 12 приведены результаты измерений потока ионов J на диск в зависимости от угла θ

($j_{oi} = 33 \frac{\text{мкА}}{\text{см}^2}$, $T = 2150^\circ \text{К}$, $N = 1100 \text{ э}$, $V_0/V_T = 1,9$). Пунктиром на рисунке приведен результат расчета для условий эксперимента отношения $J_n(\theta)/J_0$ в "нейтральном приближении" [1]

(Формула (10.8)). Сплошная кривая 1 - то же с учетом влияния электрического поля на движение ионов в квазинейтральной области плазмы: $J_i(\theta)/J_0$ ([2], формула (47)); кривая 2 - с учетом конечной толщины двойного слоя у поверхности диска ($J_0(\theta) =$

$J_i(\theta) + \delta J$, добавка δJ определена формулой (97) [2], потенциал диска относительно плазмы был равен $\varphi = -2,6 \text{ в}$;

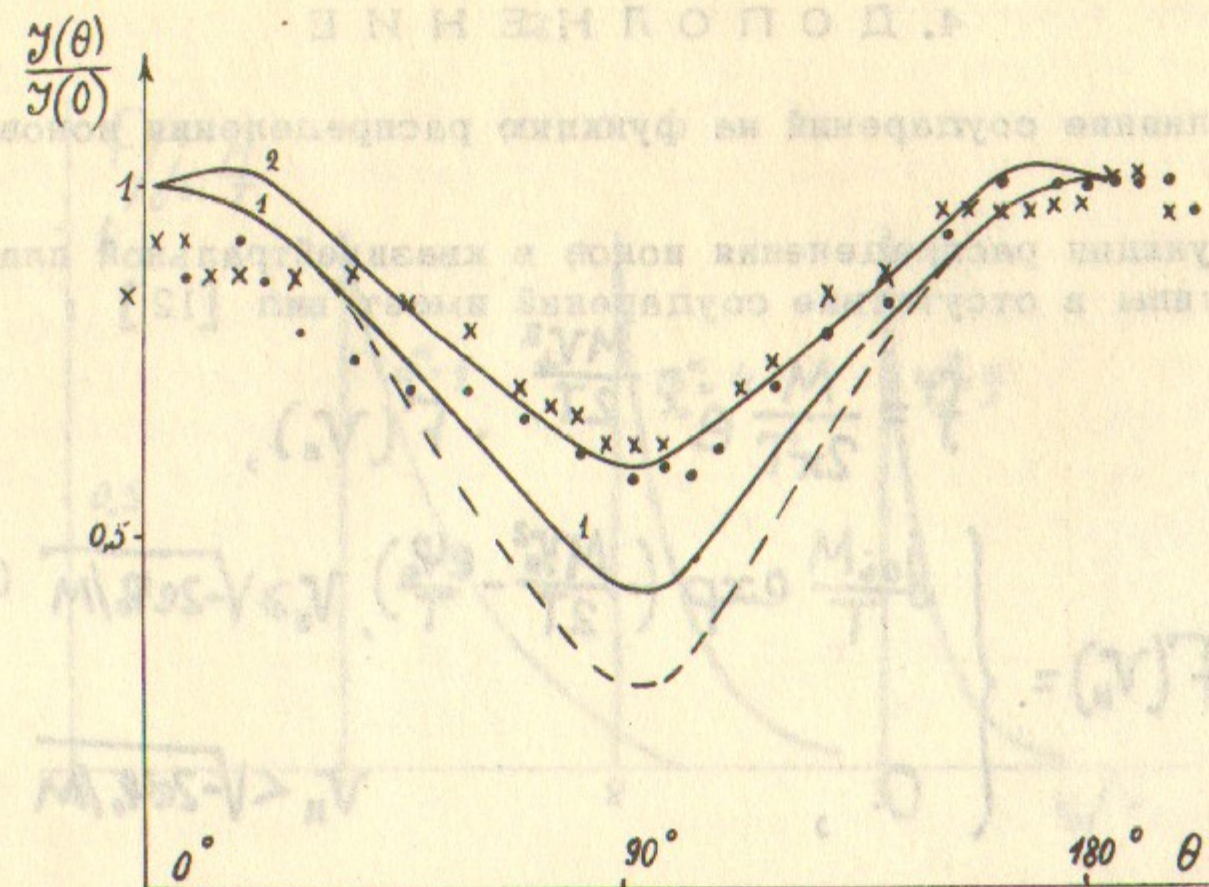


Рис.12. Ток ионов на диск в зависимости от угла θ между нормалью к плоскости диска и направлением набегающего потока.

плотность плазмы $n \approx 10^9 \text{ см}^{-3}$ т.е. $-e\varphi/T = 13$, $Z_0/D = \sqrt{\pi} R_0/D = 40$). Видно, что при $\theta \sim 90^\circ$ электрическое поле оказывает значительное влияние на поток ионов.

Поток электронов на диск (при $\varphi > 0$) оказывается пропорциональным $\cos \theta$ вплоть до значений θ , близких к 90° . Это вполне понятно: ларморовский радиус электронов очень мал ($r_{He} \sim 2 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$) так, что величина потока определяется только площадью сечения тела в плоскости, ортогональной магнитному полю.

4. ДОПОЛНЕНИЕ

Влияние соударений на функцию распределения ионов.

Функция распределения ионов в квазинейтральной плазме Q-машины в отсутствие соударений имеет вид [12]:

$$f = \frac{M}{2\pi T} e^{-\frac{Mv_{\parallel}^2}{2T}} \cdot F(v_{\parallel}),$$

$$F(v_{\parallel}) = \begin{cases} \frac{j_{oi}M}{T} \exp\left(-\frac{Mv_{\parallel}^2}{2T} - \frac{e\varphi_0}{T}\right), & v_{\parallel} \geq \sqrt{-2e\varphi_0/M} \quad (Д.1) \\ 0, & v_{\parallel} < \sqrt{-2e\varphi_0/M} \end{cases}$$

Здесь j_{oi} — плотность потока ионов с ионизатора, T — температура ионизатора, M — масса ионов, v_{\parallel} — их скорость вдоль оси системы, v_{\perp} — скорость в плоскости, ортогональной к оси, φ_0 — разность потенциалов между квазинейтральной плазмой и ионизатором (в рассматриваемом здесь случае электронного слоя $\varphi_0 < 0$). Функция распределения $F(v_{\parallel})$ представлена на рис. 13а.

Средняя скорость направленного движения ионов

$$v_0 = \frac{\sqrt{2T/\pi M} e^{-\varphi_0^*}}{1 - \Phi(\sqrt{\varphi_0^*})}, \quad \varphi_0^* = -\frac{e\varphi_0}{T}, \quad \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

При $\varphi_0^* \gg 1$ скорость направленного движения ионов $v_0 \approx \sqrt{-2e\varphi_0/M}$ много больше их тепловой скорости. Поперечная температура ионов, как видно из (Д.1), равна температуре ионизатора. В направлении вдоль оси системы функция распределения (Д.1) не максвелловская. В этом случае можно говорить лишь об эффективной продольной температуре ионов $T_{i\parallel} =$

а.

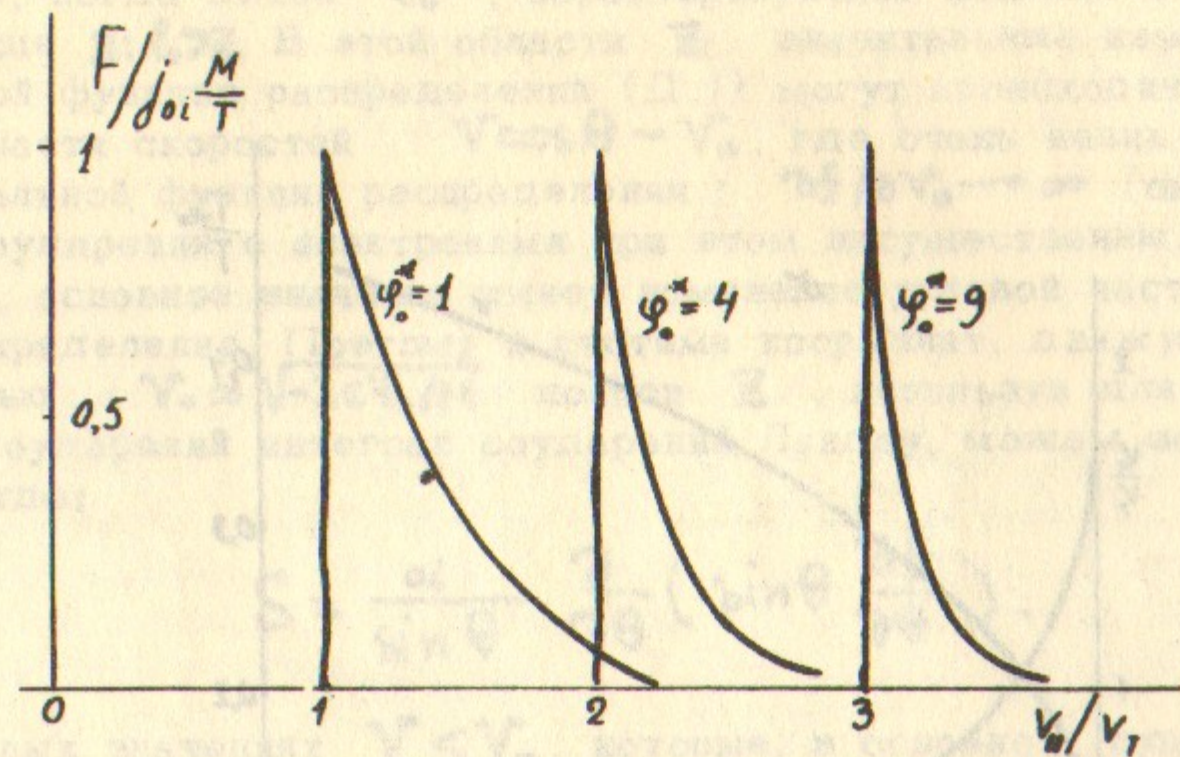


Рис. 13а. Функция распределения ионов по продольным скоростям в квазинейтральной плазме.

$M(\bar{v}_{\parallel}^2 - v_0^2)$, которая равна:

$$\frac{T_{i\parallel}}{T} = 1 + \frac{2\sqrt{\varphi_0^*} e^{-\varphi_0^*}}{\sqrt{\pi} [1 - \Phi(\sqrt{\varphi_0^*})]} - \frac{2}{\pi} \frac{e^{-2\varphi_0^*}}{[1 - \Phi(\sqrt{\varphi_0^*})]^2}. \quad (Д.2)$$

Температура $T_{i\parallel}$ меньше, чем T . Она убывает с ростом φ_0^* , т.е. с ростом направленной скорости v_0 : при $\varphi_0^* \gg 1$, $T_{i\parallel} = T^2/Mv_0^2$. Зависимость направленной скорости v_0 и эффективной температуры ионов $T_{i\parallel}$ от потенциала квазинейтральной плазмы φ_0^* представлена на рис. 13б^{х)}. Значения $T_{i\parallel}$, v_0 и φ_0^* для конкретных условий, в которых осуществлялись эксперименты, приведены в табл. 1.

х) Потенциал φ_0^* определяется температурой ионизатора и потоками электронов и ионов [12].

сперименты, приведены в таблице 1.

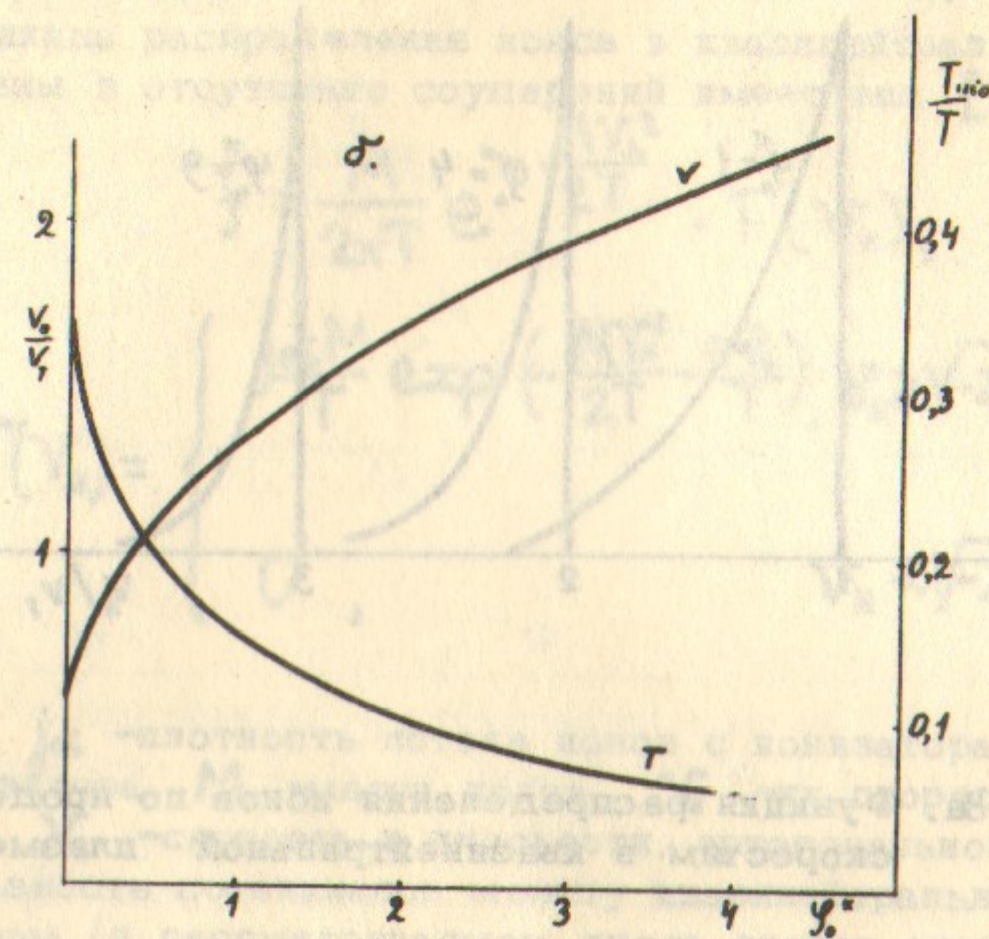


Рис. 136. Зависимость средней направленной скорости v_0/v_T и продольной температуры $T_{||}/T$ ионов от потенциала квазинейтральной плазмы.

Искажение функции распределения ионов за счет соударений описывается кинетическим уравнением:

$$v \cos \theta \frac{\partial f}{\partial z} = S(f). \quad (Д.3)$$

Здесь S - интеграл ион-ионных и ион-электронных соударений, $f = f(z, v, \theta)$, где z - расстояние от ионизатора, v - модуль скорости, θ - угол с осью прибора.

Рассмотрим вначале область Z , достаточно близкую к ионизатору, когда длина l_0 , характеризующая влияние соударений больше $z: l_0 \gg z$. В этой области Z значительные изменения начальной функции распределения (Д.1) могут происходить только в области скоростей $v \cos \theta \sim v_0$, где очень велик градиент начальной функции распределения: $\partial f / \partial v_{||} \rightarrow \infty$ (см. рис. 13а). Соударения с электронами при этом несущественны, и, кроме того, основное значение имеет изменение угловой части функции распределения. Поэтому в системе координат, движущейся со скоростью $v_0 \approx \sqrt{-2e\phi_0/m}$ по оси Z , используя для ион-ионных соударений интеграл соударений Ландау, можем записать S в виде:

$$S = \frac{\alpha}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right). \quad (Д.4а)$$

При малых значениях $v < v_T$, которые, в основном, существенны

$$\alpha = \frac{v_i(v)}{2} H(v/v_T) = \frac{8\pi e^4 j_{oi} \ln \Lambda}{3mT v^2} = \frac{\alpha_0}{v^2}, \quad (Д.4б)$$

$$\alpha_0 = 8\pi e^4 j_{oi} \ln \Lambda / 3mT.$$

Здесь $\ln \Lambda$ - кулоновский логарифм. Учтено, что при малых v интеграл соударений Ландау носит линейный характер и определен выражениями, приведенными, например, в [19, 20]. Концентрация ионов в плазме выражена при этом с помощью формулы (Д.1) через поток ионов j_{oi} и температуру ионизатора T .

На границе Z в той же системе координат функция распределения (Д.1) записывается в виде:

$$f(v, \theta, 0) = \frac{M^2 j_{oi}}{2\pi T^2} e^{-\frac{Mv^2}{2T} - Mv_0 v \cos \theta / T} \cdot \varphi(\cos \theta, 0),$$

$$\varphi(x, 0) = \begin{cases} 1, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (Д.5)$$

Уравнение (Д.3) с учетом выражений (Д.4), принимает вид:

$$V_0 \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\alpha_0}{V^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[(1-x^2) \frac{\partial f}{\partial x} \right], \quad x = \cos \theta$$

В это уравнение скорость V входит лишь как параметр. Его решение при граничных условиях (Д.5) дается выражением:

$$f(V, \theta, z) = \frac{M^2 j_{oi}}{4\pi^{3/2} T^2 \sqrt{t}} e^{-\frac{MV^2}{2T}} \int_0^\infty e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4t} - \frac{MV_0 V}{T}} dx_0,$$

$$t = z \frac{\alpha}{V_0 V^2}, \quad x = \cos \theta.$$

(Д.6)

Здесь учтено, что фактически интересны лишь небольшие значения x ($x^2 \ll 1$).

Функция распределения по скорости $V_{||} = V \cos \theta$ определится в результате интегрирования f по поперечным скоростям:

$$F(V_{||}, z) = 2\pi \int f(z, V, \theta) \cos \theta = \frac{V_{||}}{V} V dV. \quad (Д.7)$$

Учитывая конкретный вид функции f (Д.6) можно показать, что функция распределения (Д.7) достаточно хорошо аппроксимируется простым выражением:

$$F(V_{||}, z) = \frac{M j_{oi}}{2T} \left[1 + \Phi\left(\frac{u}{\beta}\right) \right] \cdot \begin{cases} e^{-u}, & u \geq 0; \\ 1, & u < 0, \end{cases}$$

$$u = \frac{V_{||}}{T/MV_0}, \quad \beta = \frac{2MV\alpha_0 V_0 z}{T} = \sqrt{\frac{z}{l_0}},$$

(Д.8)

$$l_0 = 3T^3 / 32\pi e^4 j_{oi} M V_0 \ln \Lambda.$$

По условию размер $z < l_0$ так, что параметр β меньше единицы. При $\beta \rightarrow 0$ функция распределения (Д.8) совпадает с (Д.1) при $V_{||} < V_0$ (напоминаем, что функция (Д.8) записана в системе координат, движущейся со скоростью $V_0 \approx \sqrt{2e\phi_0/M}$). Однако, уже при небольших значениях $\beta \sim 0,1$ размывание функции распределения в окрестности ее резкой начальной границы оказывается существенным. Это видно из рисунка 14, где представлена функция $F(u)$ для различных значений параметра β (Д.8). При $\beta \sim 0,5 \div 1$ функция распределения по скорости $V_{||}$ уже близка к максвелловской с продольной температурой $T_{||} \approx T_{||0}$, где температура $T_{||0}$ определена формулой (Д.2). Значения длины l_0 для характерных условий наших экспериментов указаны в таблице 1. Видно, что l_0 всегда меньше расстояния от ионизатора до диска, так что к моменту начала обтекания функции распределения (Д.1) всегда успевает трансформироваться в максвелловскую с $T_{||} \neq T_{||}$.

Дальнейшая трансформация функции распределения ионов за счет соударений сводится просто к постепенному выравниванию продольной $T_{||}$ и поперечной T_{\perp} температур ионов. Воспользовавшись результатами В.И. Когана /21/ (переходя в них вместо времени t к z/V_0) находим, что температуры $T_{||}$ и T_{\perp} в любой точке z определены уравнениями:

$$\frac{dT_{||}}{dz} = \frac{4\sqrt{\pi} e^4 j_{oi} \ln \Lambda}{\sqrt{M} V_0^2} \frac{\sqrt{T_{||}}}{T_{\perp} - T_{||}} \left[-3 + \left(3\sqrt{\frac{T_{||}}{T_{\perp} - T_{||}}} + \sqrt{\frac{T_{\perp} - T_{||}}{T_{||}}} \right) \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{T_{\perp} - T_{||}}{T_{||}}} \right], \quad T_{\perp} = T - \frac{T_{||} - T_{||0}}{2}. \quad (Д.9)$$

Если $T_{||} \ll T$ (точнее $T_{||} < 0,5T$), то изменением поперечной температуры в первом приближении можно пренебречь и формулы (Д.9) принимают простой вид:

$$T_{||} = T_{||0} + \frac{z}{l_1} T, \quad T_{\perp} = T \left(1 - \frac{z}{2l_1} \right), \\ l_1 = T^{5/2} \left(\frac{V_0}{V_T} \right)^2 / \pi^{3/2} \sqrt{M} e^4 j_{oi} \ln \Lambda, \\ V_T = \sqrt{2T/M}, \quad l_1/l_0 = \frac{32\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \left(\frac{V_0}{V_T} \right)^3. \quad (Д.10)$$

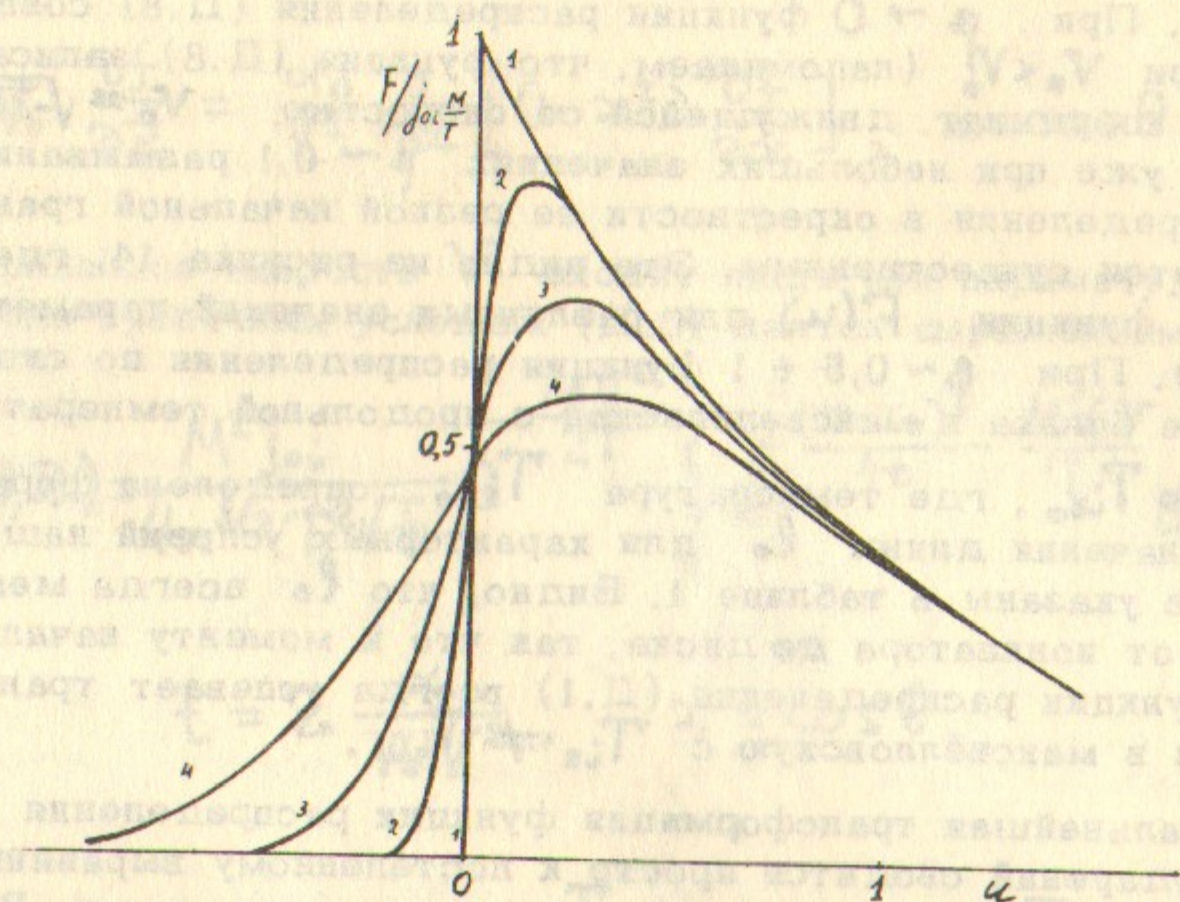


Рис.14. Функция распределения ионов по скорости

$$u = \frac{v_u}{\sqrt{\frac{T}{M}}} \quad \text{для различных } z/l_0 :$$

1- $z/l_0 = 0$; 2- $z/l_0 = 0,01$; 3 - $z/l_0 = 0,1$;
4- $z/l_0 = 0,35$.

Величина l_2 значительно больше l_0 . Её характерные значения также приведены в таблице 1. Если $z \gg l_2$, то как ясно из (Д.9) $T_{iH} = T_{iL} = \frac{1}{3}T_{iH_0} + \frac{2}{3}T$.

Авторы признательны Н.С.Бучельниковой и Л.П.Питаевскому за полезное обсуждение, Л.В.Парийской за проведение численных расчетов.

Физический институт им.П.Н.Лебедева АН СССР.
Институт ядерной физики СО АН СССР.

ТАБЛИЦА 1

j_{oi}	T	H	n_0	z_{H_1}	v_0/v_T	φ_0^*	T_{iH_0}	l_0	l_2	№ рисунка
$\frac{мкА}{см^2}$	°К	эрсг.	$см^3$	см	$v_T \sqrt{\frac{2T}{M}}$	$\varphi_0^* = \frac{e\phi_0}{T}$	°К	см	см	
50	2150	1100	$1,5 \cdot 10^9$	0,35	2,0	3,2	160	0,2	67	рис. 3,4
30	2200	1100	$9 \cdot 10^8$	0,36	1,95	2,9	170	0,2	64	рис. 5а, 7
30	2200	1900	$7 \cdot 10^8$	0,21	2,6	6,0	195	0,1	110	рис. 5б
100	2200	1000	$6 \cdot 10^9$	0,39	1,0	0,4	500	0,1	6	рис. 6а,1
185	2155	1500	$8 \cdot 10^9$	0,26	1,2	0,7	390	0,1	4	рис. 6а,2
30	1970	1900	$9 \cdot 10^8$	0,20	1,9	2,7	160	0,1	46	рис. 6б,1
30	1880	1900	$3 \cdot 10^9$	0,19	0,8	0,15	520	0,2	5	рис. 6б,2

The structure of perturbed region in the neighbourhood of disk which is streamlined by the flow of rarefied plasma was studied in details by the Langmuire probe. The plasma flow (ions of potassium) is formed in Q-machine. The density, velocity, temperature of plasma flow, the surface potential and the position of disk were varied. The data of typical plasma parameters in our experiments are shown in Table I.

The results of measuring the ratio $j(\rho, z)/j_0(\rho)$ are shown in Fig.3-7; here $j(\rho, z)$ is the ions current on the probe in the region perturbed by disk, $j_0(\rho)$ is the same current in quiescent plasma, z is the distance along the axis behind disk. The curves in Figs. are the results of theoretical calculation by formulas (1)-(5) and formulas from /1/, /2/ and others. One can see rather good agreement of the theory and the experiment. The comparison of experimental and theoretical data allows to establish the presence of ion acceleration in selfconsistent plasma electric field. Simultaneously the longitudinal ion temperature decreases sufficiently. The disk trace has oscillational structure (Fig.5-8). The studying of

oscillations damping shows that gradual equalizing of longitudinal and transversal ion temperature has place. This equalizing is induced by ions collision (Fig.5a and Supplement). The variation of ion and electron current on the probe is shown in Figs. 10,11 when the potentials of the 1st and the 2nd disks change (the probe was situated into perturbed region). One can see that changing of the sign of disk 2 potential relative to plasma causes the most strong variations of perturbed region structure. In other words the prolonged disturbed region poor with electrons appears in the trace of the 1st disk on force lines of the magnetic field which cross both disks.

The changing ion current on streamlining disk as a function of angle between the perpendicular to disk surface and the direction of plasma flow is shown in Fig.12. The results of measurements correspond to calculation.

In Supplement one can find that the ion collision causes an important influence on distribution function of ions in Q-machine.

Л и т е р а т у р а

1. Я.Л.Альперт, А.В.Гуревич, Л.П.Питаевский "Искусственные спутники в разреженной плазме", Наука, М.1964.
2. А.В.Гуревич, Л.П.Питаевский, В.В.Смирнова УФН, 99, 3, 1969.
3. P.F. Hall, R.F. Kemp, J.M. Sellen. AIAA Journ 2, 1032, 1964.
4. E.D. Knechtell, W.G. Pitts. AIAA Journ 2, 1148, 1964
5. P.J. Barret. Phys. Rev. Lett. 13, 742, 1964.
6. F.J.F. Osborne, M.P. Bachynski, M.A. Kasha. URSI Spring meeting, Washington, 1965, Preprint 6-26.
7. W. A. Glayden, C.V. Hurdle. Rarefied Gas Dynamics (G.L. Brundin, ed.), Academic Press, 1966, p. 1717.
8. N. Kawashima, S. Mori. Phys. Fluids 9, 700, 1966; AIAA Journ. 6, 110, 1966.
9. В.В.Скворцов, Л.В.Носачев. Космические исследования, 6, 228, 855, 1968.
10. P. Korn, T. C. Marshall, S.P. Schlesinger. Preprint 47, Columbia Univers, N.Y. 1969
11. Н.С.Бучельникова ТВТ 2, 309, 1964.
12. А.В.Гуревич, Р.А.Салимов, Н.С.Бучельникова ТВТ, 7, 852, 1969.
13. А.В.Гуревич, Сб. "Искусственные спутники Земли", № 7, 101, 1961.
14. Л.П.Питаевский, В.З.Красин ЖЭТФ, 40, 271, 1961.
15. Ю.М.Панченко, Л.П.Питаевский. "Геомагнетизм и Аэронавтика", 4, 256, 1964.

16. Н.И.Будкер. Геомагнетизм и Аэронавтика, 6, 1008, 1966.
17. Л.П.Питаевский. Геомагнетизм и Аэронавтика, 1, 194, 1961.
18. В.В.Васьков. ЖЭТФ, 50, 1124, 1966.
19. А.В.Гуревич, ЖЭТФ, 40, 1825, 1961.
20. Д.В.Сивухин. Сб. "Вопросы теории плазмы" под редакц. М.А.Леонтовича, в.4, стр.81, 1964.
21. В.И.Коган. "Физика плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций", т.1, стр.130, 1958.

15. M.N. Buzko, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

16. D.P. Pavlovskiy, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

17. B.B. Buzko, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

18. A.B. Lyubimov, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

19. M.A. Leontovskiy, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

20. D.B. Gurevich, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

21. M.A. Leontovskiy, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

22. A.B. Gurevich, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

23. A.B. Gurevich, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

24. A.B. Gurevich, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

25. A.B. Gurevich, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

26. A.B. Gurevich, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

27. A.B. Gurevich, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

28. A.B. Gurevich, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

29. A.B. Gurevich, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

30. A.B. Gurevich, *Teoriya klyustrov*, 1968, 1969.

Ответственный за выпуск Ю.И.ЭЙДЕЛЬМАН
 Подписано к печати 26.11.1970 года
 Усл. 1,5 печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно. вг
 Заказ №15 . ПРЕПРИНТ

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР.