

5  
И Н С Т И Т У Т  
Я Д Е Р Н О Й Ф И З И К И С О А Н С С С Р

И Я Ф 7 - 70

В.С.Койдан, А.Г.Пономаренко, А.И.Рогозин

Д.Д.Рютов

И С С Л Е Д О В А Н И Е Т У Р Б У Л Е Н Т Н О С Т И П Л А З М Ы  
С П О М О Щ Ь Ю П У Ч К А З А Р Я Ж Е Н Н Ы Х Ч А С Т И Ц

Новосибирск

1970

ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПЛАЗМЫ  
С ПОМОЩЬЮ ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

А Н Н О Т А Ц И Я

Проведен расчёт взаимодействия пучка заряженных частиц с турбулентными колебаниями плазмы и показано, что при определённых условиях может наблюдаться как пространственное уширение, так и разброс по продольным энергиям частиц пучка после прохождения турбулентной плазмы. Получены формулы, связывающие плотность энергии турбулентных колебаний с величиной уширения пучка и его энергетическим разбросом.

Описан эксперимент по зондированию турбулентной плазмы прямого разряда пучком протонов с энергией  $\sim 50$  кв. Обнаружено радиальное уширение пучка, которое связано с рассеянием ионного пучка на турбулентных колебаниях плазмы. По величине уширения пучка определена плотность энергии колебаний плазмы. Обсуждаются возможности данного метода при изучении турбулентной плазмы.

$$\dot{r} = \dot{v} \quad (1)$$
$$\dot{v} = \frac{Ze}{m} \bar{E}(r, t) \quad (2)$$

$Ze$  и  $m$  соответственно, заряд и масса частиц пучка,  $\bar{E}$  — электрическое поле колебаний, а остальные обозначения стандартные.  $M$  не включен в правую часть уравнения (2) потому что в плазме без магнитного поля частица всегда

## 1. Введение

Одной из важнейших характеристик турбулентной плазмы является спектр возбуждаемых в ней колебаний, т.е. распределение энергии колебаний по волновым векторам и частотам. Однако, число экспериментальных методов, позволяющих получить соответствующую информацию, весьма ограничено. Поэтому в настоящем сообщении предлагается использовать для этой цели новый метод - рассеяние пучка заряженных частиц на турбулентных колебаниях - и приводятся результаты первых экспериментов такого типа.

Принципиальная схема предлагаемого нами опыта состоит в следующем. Через плазму пропускается моноэнергетический хорошо сфокусированный пучок заряженных частиц (настолько слабый, чтобы можно было пренебречь возмущениями, вносимыми им в плазму) и измеряются энергетический спектр и (или) пространственное уширение пучка на выходе из плазмы. Поскольку эти параметры пучка определенным образом связаны со спектром турбулентных колебаний, таким способом можно получить некоторую информацию о свойствах турбулентности.

## 2. Теория

Физические эффекты, возникающие при взаимодействии диагностического пучка с турбулентными колебаниями, наиболее просто выявляются на модели плазмы без внешнего магнитного поля.

Для наглядности мы воспользуемся непосредственно уравнениями движения частиц пучка, хотя те же результаты получаются и из квазилинейных уравнений. Уравнения движения имеют вид:

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v} \quad (1)$$

$$\dot{\vec{v}} = \frac{Ze}{m} \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (2)$$

где  $Ze$  и  $m$ , соответственно, заряд и масса частиц пучка,  $\vec{E}$  - электрическое поле колебаний, а остальные обозначения общеприняты. Мы не включили в правую часть уравнения (2) силу Лоренца, так как в плазме без магнитного поля чаще всего

основную роль играют потенциальные колебания, в которых магнитное поле отсутствует. Электрическое поле  $\vec{E}$  удобно представить в виде интеграла Фурье

$$\vec{E} = (2\pi)^{-2} \int d^3\vec{k} d\omega e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \vec{E}_{\vec{k}\omega}$$

причём для потенциальных колебаний  $\vec{E}_{\vec{k}\omega} = -i\vec{k}\psi_{\vec{k}\omega}$ , где  $\psi_{\vec{k}\omega}$  - Фурье-образ электростатического потенциала.

Для решения уравнений (1) - (2) воспользуемся теорией возмущений: будем считать энергию частиц пучка настолько большой, чтобы влияние поля колебаний на их движение можно было рассматривать как возмущение<sup>x)</sup>. В нулевом приближении частица движется с постоянной скоростью  $\vec{v} = \vec{v}_0$  по прямой

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t, \quad (3)$$

где  $\vec{v}_0$  - начальная скорость частицы. Отсчет времени ведется от момента, когда частица пересекает границу плазмы, а начало координат выбирается в точке пересечения пучка с этой границей. Чтобы найти первое приближение, следует подставить в правую часть уравнения (2) решение нулевого приближения (3). В результате получаем:

$$\begin{aligned} \vec{v}_1(t) &= \frac{ze}{m} \int_0^t \vec{E}(\vec{v}_0 t', t') dt' = \\ &= (2\pi)^{-2} \frac{ze}{m} \int d^3\vec{k} d\omega F(\vec{k}, \omega, t) i\vec{k} \psi_{\vec{k}\omega}, \end{aligned}$$

$$\vec{r}_1(t) = \int_0^t \vec{v}_1(t') dt' = (2\pi)^{-2} \frac{ze}{m} \int d^3\vec{k} d\omega G(\vec{k}, \omega, t) i\vec{k} \psi_{\vec{k}\omega}, \quad (4)$$

x) В противном случае однозначная интерпретация диагностического эксперимента оказывается практически невозможной.

где

$$F(\vec{k}, \omega, t) = \frac{e^{i(\vec{k}\vec{v}_0 - \omega)t} - 1}{i(\vec{k}\vec{v}_0 - \omega)}; \quad G(\vec{k}, \omega, t) = \int_0^t F(\vec{k}, \omega, t') dt' \quad (5)$$

Полагая в формулах (4)  $t = l/v_0$ , где  $l$  - толщина плазмы, можно найти значения  $\vec{v}_1$  и  $\vec{r}_1$  на выходе из плазмы.

Теперь задача состоит в том, чтобы выяснить, какую информацию о колебаниях можно получить, анализируя характеристики пучка на выходе из плазмы. Естественно, при этом следует использовать только те характеристики, которые поддаются измерению в реальных условиях.

Начнем со случая, когда измеряемой величиной является средне-квадратичный разброс пучка по продольным энергиям  $\Delta E_{||}$ . Легко видеть, что  $\Delta E_{||} = m v_0 \langle v_{1||}^2 \rangle^{1/2}$ , где  $v_{1||}$  - проекция  $\vec{v}_1$  на направление невозмущенной скорости  $\vec{v}_0$ , а угловые скобки означают усреднение по статистическому ансамблю. Представим величину  $v_{1||}^2$  в виде:

$$\begin{aligned} v_{1||}^2 &= v_{1||} v_{1||}^* = (\vec{v}_0 \vec{v}_1) (\vec{v}_0 \vec{v}_1^*) / v_0^2 = \\ &= (2\pi)^{-4} \left( \frac{ze}{m v_0} \right)^2 \iint d^3\vec{k}' d\omega' d^3\vec{k}'' d\omega'' \times \end{aligned}$$

$$\times F(\vec{k}', \omega', l/v_0) F^*(\vec{k}'', \omega'', l/v_0) (\vec{k}' \vec{v}_0) (\vec{k}'' \vec{v}_0) \psi_{\vec{k}'\omega'} \psi_{\vec{k}''\omega''}^*$$

Усреднение произведения  $\psi_{\vec{k}'\omega'} \psi_{\vec{k}''\omega''}^*$  по статистическому ансамблю даёт отличный от нуля результат только при  $\vec{k}' = \vec{k}''$ ,  $\omega' = \omega''$  //:

$$\langle \psi_{\vec{k}'\omega'} \psi_{\vec{k}''\omega''}^* \rangle = (2\pi)^4 |\varphi^2|_{\vec{k}'\omega'} \delta(\vec{k}' - \vec{k}'') \delta(\omega' - \omega'').$$

Величина  $|\psi^2|_{\vec{k}\omega}$  связана со спектральной плотностью электро-статической энергии колебаний  $U_{\vec{k}\omega}$ :  $|\psi^2|_{\vec{k}\omega} = \frac{8\pi}{k^2} U_{\vec{k}\omega}$

Из вышеприведенных формул непосредственно следует, что  $\Delta \mathcal{E}_{||} = 8\pi (zev_0)^2 \int d^3\vec{k} d\omega \left(\frac{\vec{k}\vec{v}_0}{kv_0}\right)^2 |F(\vec{k}, \omega, l/v_0)|^2 U_{\vec{k}\omega}$

Обозначим через  $\Delta k$  характерный масштаб изменения спектральной плотности  $U_{\vec{k}\omega}$  как функции  $\vec{k}$ . Обычно, в экспериментальных условиях бывает выполнено неравенство  $\Delta k \gg 1$ . При этом можно приближенно заменить  $|F(\vec{k}, \omega, l/v_0)|^2$  на

$$2\pi \frac{l}{v_0} \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}_0) \quad [2]:$$

$$\Delta \mathcal{E}_{||} = 16\pi^2 l (ze)^2 v_0 \int d^3\vec{k} d\omega \left(\frac{\vec{k}\vec{v}_0}{kv_0}\right)^2 \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}_0) U_{\vec{k}\omega} \quad (6)$$

Отсюда видно, что  $\Delta \mathcal{E}_{||}$  растёт параллельно  $l$ , то-есть, расплывание пучка по энергиям носит диффузионный характер.

При получении формулы (6) мы не пользовались приближением слабой турбулентности, Предполагалось, только, что турбулентность является однородной и стационарной. В слабо турбулентной плазме частота колебаний связана с волновым вектором дисперсионным соотношением линейного приближения, и функция  $U_{\vec{k}\omega}$  отлична от нуля только при  $\omega = \omega(\vec{k})$  (где  $\omega(\vec{k})$  - решение дисперсионного соотношения):

$$U_{\vec{k}\omega} = U_{\vec{k}} \delta(\omega - \omega(\vec{k}))$$

Это позволяет снять интегрирование по  $d\omega$  в формуле (6):

$$\Delta \mathcal{E}_{||} = 16\pi^2 l (ze)^2 \int d^3\vec{k} \left(\frac{\omega(\vec{k})}{kv_0}\right)^2 U_{\vec{k}} \delta(\omega(\vec{k}) - \vec{k}\vec{v}_0) \quad (7)$$

Подынтегральное выражение отлично от нуля только при таких значениях  $\vec{k}$ , когда  $\omega(\vec{k}) = \vec{k}\vec{v}_0$ . Это же условие можно записать в виде:

$$v_0 \cos \theta = v_\phi(k), \quad (8)$$

где  $v_\phi(\vec{k}) = \frac{\omega(\vec{k})}{k}$  - фазовая скорость колебания с волновым вектором  $\vec{k}$ , а  $\theta$  - угол между векторами  $\vec{k}$  и  $\vec{v}_0$ . Если скорость частиц пучка мала по сравнению с характерной фазовой скоростью колебаний,  $v_0 \ll v_\phi$ , то условие (8) не

может быть удовлетворено, и размытие пучка по энергиям отсутствует. Напротив, в пределе больших скоростей,  $v_0 \gg v_\phi$ , условие (8) можно выполнить всегда, взяв угол  $\theta$  достаточно близким к  $\frac{\pi}{2}$ . Таким образом, "быстрый" пучок взаимодействует с колебаниями, распространяющимися почти перпендикулярно к его оси.

Рассмотрим это взаимодействие более подробно, исходя из формулы (7). В пределе  $v_0 \gg v_\phi$  можно пренебречь величиной  $\omega(\vec{k})$  в аргументе дельта-функции, после чего формула (7) существенно упрощается:

$$\Delta \mathcal{E}_{||} = 16\pi^2 l v_0 (ze)^2 \int dk_{||} d^2\vec{k}_\perp \left(\frac{\omega(\vec{k})}{kv_0}\right)^2 U_{k_{||}, \vec{k}_\perp} \delta(k_{||} v_0) =$$

$$= 16\pi^2 l (ze)^2 v_0^2 \int d^2\vec{k}_\perp \left(\frac{\omega(\vec{k})}{k}\right)^2 U_{0, \vec{k}_\perp} \quad (9)$$

Мы явным образом выделили интегрирование по параллельной и перпендикулярной к  $\vec{v}_0$  составляющим волнового вектора  $\vec{k}$ . Полученный результат показывает, что при  $v_0 \gg v_\phi$  величина  $\Delta \mathcal{E}_{||}$  убывает пропорционально  $v_0^{-1}$ . Существенно, что этот вывод не зависит от конкретной формы спектрального распределения.

Подводя итог, можно утверждать, что при увеличении скорости пучка его энергетический разброс сначала растёт, затем достигает максимума в области, где  $v_0$  порядка характерной фазовой скорости колебаний, после чего спадает по закону

$\Delta \mathcal{E}_{||} \sim v_0^{-1}$ . Измеряя величину  $\Delta \mathcal{E}_{||}$  в функции от  $v_0$ , можно определить характерную фазовую скорость колебаний (по положению максимума) и заодно проверить справедливость использованных выше допущений, которые приводят к зависимости

$\Delta \mathcal{E}_{||} \sim v_0^{-1}$  при больших  $v_0$ . Можно оценить также полную энергию электрического поля колебаний  $U = \int U_{\vec{k}} d^3\vec{k}$ .

Для этого приходится, правда, делать очень грубые оценки:

$$U \sim \frac{4}{3} \pi k_0^3 U_{\vec{k}},$$

$$\Delta \mathcal{E}^2 \sim 16 \pi^2 l (ze)^2 v_0^{-2} \pi k_0^2 v_{\phi}^2 U_{\vec{k}}, \quad (10)$$

где  $k_0$  - характерный волновой вектор колебаний. Отсюда

$$U \sim 6 \cdot 10^{-3} \frac{\Delta \mathcal{E}^2 k_0}{l (ze)^2} \left( \frac{v_0}{v_{\phi}} \right)^2$$

Естественно, что к таким оценкам следует относиться с большой осторожностью - они нарушаются, например, если спектр колебаний является сильно анизотропным.

Рассмотрим теперь опыт, в котором измеряется пространственное уширение пучка. Эту величину можно определять, например, с помощью люминесцентного экрана, помещаемого на пути пучка. Отклонение частицы от невозмущенной траектории в момент столкновения с экраном равно

$$\vec{\rho} = \vec{r}_{\perp} + \vec{v}_{\perp} \frac{L}{v_0}, \quad (11)$$

где  $L$  - расстояние от плазмы до экрана,  $\vec{r}_{\perp}$  и  $\vec{v}_{\perp}$  - возмущения радиус-вектора и вектора скорости частицы на выходе из плазмы, а индекс  $\perp$  обозначает перпендикулярные к  $v_0$  составляющие векторов.

Точка попадания частицы в экран случайным образом блуждает по нему, вследствие чего на экране возникает световое пятно. Эффективная ширина пятна равна  $\langle \rho^2 \rangle^{1/2}$ , где угловые скобки означают усреднение по статистическому ансамблю. Чтобы найти  $\langle \rho^2 \rangle$ , следует воспользоваться формулами (4) и (11). В результате получается, что для потенциальных колебаний

$$\langle \rho^2 \rangle = \frac{16}{3} \pi^2 \frac{z^2 e^2}{m^2 v_0^3} [(L+l)^3 - l^3] \int d^3 \vec{k} d\omega \frac{k_{\perp}^2}{k^2} U_{\vec{k} \omega} \delta(\omega - \vec{k} \vec{v}_0), \quad (12)$$

где  $k_{\perp} = \vec{k} - \frac{\vec{k} \vec{v}_0}{v_0}$  - перпендикулярная к  $\vec{v}_0$  составляющая

волнового вектора  $\vec{k}$ . Мы видим, что при  $L \ll l$  размер пятна  $\langle \rho^2 \rangle^{1/2}$  не зависит от  $L$ ; при  $L \gg l$  он пропорционален  $L$ . Эти выводы можно было сделать и непосредственно из формулы (11): при малых  $L$  размер пятна определяется уширением пучка на выходе из плазмы  $\langle \rho^2 \rangle^{1/2} = \langle v_{\perp}^2 \rangle^{1/2}$ , а при больших  $L$  - разбросом поперечных скоростей в пучке:

$$\langle \rho^2 \rangle^{1/2} = \langle v_{\perp}^2 \rangle^{1/2} \frac{L}{v_0} = \langle \Delta \theta^2 \rangle^{1/2} L, \quad \text{где мы обозначили}$$

через  $\Delta \theta = \frac{|\vec{v}_{\perp}|}{v_0}$  отклонение скорости частицы от первоначального направления. Таким образом, увеличивая расстояние  $L$  от экрана до плазмы можно, в принципе, увеличить размер пятна до необходимого значения даже при низком уровне турбулентности.

Размер пятна  $\langle \rho^2 \rangle^{1/2}$  зависит также от скорости пучка. При  $v_0 < v_{\phi}$  размер пятна возрастает с ростом  $v_0$ , а при  $v_0 > v_{\phi}$  - убывает по закону  $\langle \rho^2 \rangle^{1/2} \sim v_0^{-2}$ . Изменяя размер пятна при больших скоростях пучка /  $v_0 \gg v_{\phi}$  / , можно получить информацию о плотности энергии электрического поля  $U$ . Для этого следует воспользоваться оценками, подобными (10):

$$\langle \rho^2 \rangle \sim 40 \frac{z^2 e^2}{m^2 v_0^4} [(L+l)^3 - l^3] \frac{U}{k_0} \quad (13)$$

Итак, измерения пространственного уширения пучка позволяют определить те же параметры турбулентности, что и измерения  $\Delta \mathcal{E}_{\parallel}$ , а именно,  $v_{\phi}$  и  $U$ . Но можно получить и некоторую дополнительную информацию: форма пятна позволяет судить о степени анизотропии колебаний в плоскости, перпендикулярной к  $v_0$ .

Рассмотрим теперь случай, когда диагностический пучок инжектируется в плазму перпендикулярно внешнему магнитному полю. При этом энергия частиц пучка должна быть такой, чтобы их ларморовский радиус  $r_H$  превышал поперечный размер установки  $a$ , иначе пучок не сможет проникнуть в глубину плазмы. Если выполнено условие  $r_H \gg a$ , то влияние постоянного магнитного поля на движение частиц пучка несущественно - оно приводит только к небольшому систематическому отклонению пучка

от прямой. Тем не менее, результаты предыдущего параграфа непосредственно к рассматриваемому случаю неприменимы, так как в плазме с внешним магнитным полем могут играть важную роль непотенциальные колебания. К счастью, оказывается, что модификация соответствующих формул производится очень просто. Чтобы убедиться в этом, запишем еще раз уравнения движения частиц пучка:

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v}, \quad \dot{\vec{v}} = \frac{ze}{m} (\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \vec{H}])$$

Здесь  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  - электрическое и магнитное поля колебаний<sup>x)</sup>. Представляя  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в виде интегралов Фурье, можно получить соотношение, единственное отличие которого от (4) состоит в том, что  $\vec{E}_{\vec{k}\omega}$  заменяется на  $\vec{E}_{\vec{k}\omega} + \frac{1}{c} [\vec{v}_0 \vec{H}_{\vec{k}\omega}]$ .

С помощью уравнений Максвелла магнитное поле может быть выражено через электрическое:

$$\vec{H}_{\vec{k}\omega} = \frac{c}{\omega} [\vec{k} \vec{E}_{\vec{k}\omega}].$$

Окончательно получаем, что

$$\vec{v}_1(t) = (2\pi)^{-2} \frac{ze}{m} \int d^3\vec{k} d\omega F(\omega, \vec{k}, t) \left\{ \vec{E}_{\vec{k}\omega} \left(1 - \frac{\vec{k} \vec{v}_0}{\omega}\right) + \frac{\vec{k}}{\omega} (\vec{v}_0 \vec{E}_{\vec{k}\omega}) \right\} \quad (14)$$

где  $F(\omega, \vec{k}, t)$  определяется формулой (5). Выражение для  $\vec{r}_1(t)$  записывается аналогично, только  $\Gamma(\vec{k}, \omega, t)$  заменяется на  $G(\vec{k}, \omega, t)$ . При статистическом усреднении квадратичных комбинаций, составленных из  $\vec{v}_1$  и  $\vec{r}_1$ , в подынте-

x) Мы удерживаем в уравнении движения  $\vec{H}$  и опускаем  $\vec{H}_0$ , хотя  $H \ll H_0$ . Дело в том, что постоянное магнитное поле даёт только систематическое отклонение пучка и не может привести к появлению "разброса" пучка по направлениям и по энергиям, а экспериментально определяются именно эти величины.

ральному выражению возникает дельта-функция  $\delta(\omega - \vec{k} \vec{v}_0)$  и, следовательно, первое слагаемое в интеграле (14) не вносит вклада в окончательный результат (оно обращается в нуль при  $\omega = \vec{k} \vec{v}_0$ ). Учитывая это замечание и сравнивая формулы (14) и (4), можно сразу же записать выражения, обобщающие (6) и (12) на случай непотенциальных колебаний. Для этого надлежит заменить  $(\psi^2)_{\vec{k}\omega}$  на  $\frac{v_0^2}{\omega^2} (E_{\parallel}^2)_{\vec{k}\omega}$  (или, что то же самое,  $U_{\vec{k}\omega}$  на  $\frac{K^2 v_0^2}{8\pi \omega^2} (E_{\parallel}^2)_{\vec{k}\omega}$ ). Приведем результат:

$$\Delta \mathcal{E}_{\parallel}^2 = 2\pi L (ze)^2 v_0 \int d^3\vec{k} d\omega (E_{\parallel}^2)_{\vec{k}\omega} \delta(\omega - \vec{k} \vec{v}_0)$$

$$\langle \vec{p}^2 \rangle = \frac{2}{3} \pi \left(\frac{ze}{m}\right)^2 \frac{[(L+l)^3 - L^3]}{v_0} \int d^3\vec{k} d\omega \frac{K_{\perp}^2}{\omega^2} (E_{\parallel}^2)_{\vec{k}\omega} \delta(\omega - \vec{k} \vec{v}_0) \quad (15)$$

Приведенные выше выводы относительно асимптотического поведения  $\Delta \mathcal{E}_{\parallel}$  и  $\langle \vec{p}^2 \rangle^{1/2}$  при больших  $v_0$  справедливы, строго говоря, только для потенциальных колебаний. Исследуем, например, асимптотику  $\Delta \mathcal{E}_{\parallel}$ . Вводя обозначение  $\tilde{U}_{\vec{k}\omega} = (E_{\parallel}^2)_{\vec{k}\omega} / 8\pi$  и учитывая, что в слабо турбулентной плазме  $\tilde{U}_{\vec{k}\omega} = \tilde{U}_{\vec{k}} \delta(\omega - \omega(\vec{k}))$ , получим:

$$\Delta \mathcal{E}_{\parallel}^2 = 16\pi^2 L (ze)^2 v_0 \int d\kappa_{\parallel} d^2\vec{k}_{\perp} \tilde{U}_{\kappa_{\parallel} \vec{k}_{\perp}} \delta(\omega(\vec{k}) - \vec{k} \vec{v}_0)$$

(мы разделили интегрирование по параллельным и перпендикулярным к  $\vec{v}_0$  составляющим волнового вектора). Дельта-функция показывает, что мы должны положить  $\kappa_{\parallel} = \frac{\omega}{v_0}$ . При

$v_0 \gg v_{\phi}$  это значение  $\kappa_{\parallel}$  мало по сравнению с  $\kappa_0$  - характерным волновым вектором колебаний. Поэтому мы можем в подынтегральном выражении разложить функцию  $\tilde{U}_{\kappa_{\parallel} \vec{k}_{\perp}}$  в ряд по степеням  $\kappa_{\parallel} = \frac{\omega}{v_0}$ :

$$\tilde{U}_{k_{\parallel} \vec{k}_{\perp}} = \tilde{U}_{0 \vec{k}_{\perp}} + \frac{\omega}{v_0} \left( \frac{\partial \tilde{U}_{k_{\parallel} \vec{k}_{\perp}}}{\partial k_{\parallel}} \right)_{k_{\parallel}=0} + \dots$$

и удержать первый исчезающий член в этом разложении. В случае потенциальных колебаний справедливо соотношение

$$\tilde{U}_{k_{\parallel} \vec{k}_{\perp}} = \left( \frac{k_{\parallel}}{k} \right)^2 \tilde{U}_{\vec{k}} \quad \text{т.е. первый исчезающий член пропорционален } v_0^{-2}, \text{ и } \Delta \mathcal{E}_{\parallel} \text{ пропорционально } v_0^{-1}.$$

1. Для непотенциальных колебаний отличен от нуля, вообще говоря, уже первый член разложения, т.е.

$\Delta \mathcal{E}_{\parallel} = \text{const}$  при  $v_0 \gg v_{\phi}$ . Аналогично можно показать, что для непотенциальных колебаний  $\langle \vec{p}^2 \rangle^{1/2} \sim v_0^{-1}$  при

$v_0 \gg v_{\phi}$ . Если в системе возбуждены одновременно и потенциальные, и непотенциальные колебания, то форма зависимости  $\Delta \mathcal{E}_{\parallel}$  и  $\langle \vec{p}^2 \rangle^{1/2}$  от  $v_0$  определяется относительной интенсивностью этих колебаний.

Упомянем теперь о некоторых побочных эффектах, возникающих из-за присутствия в системе внешнего магнитного поля. Поскольку отклонение частицы магнитным полем зависит от её скорости  $v$ , то появление разброса частиц пучка по скоростям

$\sim \langle v_{z\parallel}^2 \rangle^{1/2}$  немедленно приводит к пространственному уширению пучка. В условиях, когда ларморовский радиус частиц пучка велик по сравнению с поперечным размером установки  $a$ , это уширение примерно равно  $\frac{a}{r_H} \frac{a}{v_0} \langle v_{z\parallel}^2 \rangle^{1/2}$ . С другой стороны, уширение пучка, связанное с разбросом поперечных скоростей частиц

оценивается как  $\langle \vec{p}^2 \rangle^{1/2} \sim \frac{a}{v_0} \langle \vec{v}_{z\perp}^2 \rangle^{1/2}$ . Сравнивая эти оценки, мы

видим, что при условии  $\langle v_{z\parallel}^2 \rangle \leq \langle \vec{v}_{z\perp}^2 \rangle$  влияние магнитного поля на уширение несущественно. Если же по какой-то причине (например, из-за сильной анизотропии колебаний) оказывается, что  $\langle \vec{v}_{z\perp}^2 \rangle \ll \langle v_{z\parallel}^2 \rangle$ , то указанный эффект необходимо учитывать. Аналогичным образом можно показать, что, наоборот, разброс частиц по поперечным скоростям  $\langle \vec{v}_{z\perp}^2 \rangle^{1/2}$  приводит к появлению разброса по продольным скоростям порядка  $\langle \vec{v}_{z\perp}^2 \rangle^{1/2} \frac{a}{r_H}$ .

Этот эффект также следует иметь в виду при интерпретации опытов по пучковой диагностике.

Наконец, рассмотрим случай, когда диагностический пучок инжектируется строго вдоль внешнего магнитного поля  $\vec{H}_0$ , которое будет считаться однородным. Ниже мы обсудим условия, при которых эти допущения оправданы.

Переходя к количественному исследованию вопроса, введем систему координат с осью  $\vec{z}$ , параллельной  $\vec{H}_0$ , и воспользуемся теорией возмущений. В нулевом приближении частицы пучка движутся прямолинейно вдоль оси  $\vec{z}$  с постоянной скоростью  $v_0$ . Поправка первого порядка к скорости определяется из уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dv_{1x}}{dt} &= \omega_H v_{1y} + f_x \\ \frac{dv_{1y}}{dt} &= -\omega_H v_{1x} + f_y \\ \frac{dv_{1z}}{dt} &= f_z \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь введены обозначения:  $\omega_H = \frac{ZeH_0}{mc}$ ,  $\vec{f} = \frac{Ze}{m} (\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_0 \vec{H}])$ , причём  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  - возмущения электрического и магнитного полей в колебаниях; значение  $\vec{f}$  берется в точке  $\vec{r}$ , определяемой из решений нулевого приближения:  $\vec{r}(0, 0, v_0 t)$ .

Так как  $f_z = \frac{Ze}{m} E_z$ , то уравнение для  $z$  - составляющей скорости такое же, как и в плазме без магнитного поля. Поэтому выражение (6) для  $\Delta \mathcal{E}_{\parallel} = m v_0 \langle v_{z\parallel}^2 \rangle^{1/2}$  остается справедливым и в рассматриваемом случае<sup>x)</sup>; соответственно, остаются справедливыми сделанные ранее выводы о принципиальных возможностях эксперимента, основанного на измерении  $\Delta \mathcal{E}_{\parallel}$ .

Исследуем теперь задачу об определении средней поперечной энергии пучка, проходящего через плазму,  $\mathcal{E}_{\perp} = \frac{m}{2} \langle v_{1x}^2 + v_{1y}^2 \rangle$ .

Схема вычислений остается, по существу, прежней: мы находим решение уравнений (16), удовлетворяющее начальным условиям

$v_{1x} = v_{1y} = 0$ , затем с помощью найденного решения выражаем интересующую нас квадратичную комбинацию  $v_{1x}^2 + v_{1y}^2$  через компоненты Фурье электромагнитного поля колебаний и про-

x) Следует только заменить  $U_{\vec{k}} \omega$  на  $\frac{k_{\parallel}}{k} \tilde{U}_{\vec{k}} \omega$ , чтобы охватить случай непотенциальных колебаний.



водим статистическое усреднение. Не останавливаясь на промежуточных выкладках, укажем сразу результат:

$$\varepsilon_{\perp} = \pi \frac{l}{v_0} m \int d^3 \vec{k} d\omega \left\{ (|f_x + i f_y|^2)_{\vec{k}\omega} \delta(\omega + \omega_H - \vec{k} \cdot \vec{v}_0) + (|f_x - i f_y|^2)_{\vec{k}\omega} \delta(\omega - \omega_H - \kappa_{\parallel} v_0) \right\}, \quad (17)$$

где  $l$  - длина пути пучка в плазме. Дельта-функция показывает, что увеличение поперечной энергии частицы происходит в результате циклотронного резонанса (сдвинутого из-за эффекта Доплера):  $\omega - \kappa_{\parallel} v_0 = \pm \omega_H$ . Во избежание недоразумений, отметим, что  $\varepsilon_{\perp}$  растет пропорционально  $l$  - длине пути пучка в плазме, тогда как  $\Delta \varepsilon_{\parallel}$  пропорционально  $l^{1/2}$ .

Если турбулентность связана с потенциальными колебаниями, то

$$\begin{aligned} (|f_x + i f_y|^2)_{\vec{k}\omega} &= (|f_x - i f_y|^2)_{\vec{k}\omega} = \left(\frac{ze}{m}\right)^2 k_{\perp}^2 (\varphi^2)_{\vec{k}\omega} = \\ &= 8\pi \left(\frac{ze}{m}\right)^2 \frac{k_{\perp}^2}{k^2} U_{\vec{k}\omega} \end{aligned}$$

Предполагая к тому же, что турбулентность является слабой,

$U_{\vec{k}\omega} = U_{\vec{k}} \delta(\omega - \omega(\vec{k}))$ , мы можем записать:

$$\varepsilon_{\perp} = 8\pi (ze)^2 \frac{l}{v_0 m} \int d^3 \vec{k} \frac{k_{\perp}^2}{k^2} U_{\vec{k}} \left[ \delta(\omega(\vec{k}) + \omega_H - \kappa_{\parallel} v_0) + \delta(\omega(\vec{k}) - \omega_H + \kappa_{\parallel} v_0) \right]$$

В случае, когда характерная частота колебаний велика по сравнению с  $\omega_H$ , эффект не зависит от магнитного поля<sup>x)</sup>. При этом

<sup>x)</sup> Подчеркнем, что  $\omega_H$  - это циклотронная частота частиц пучка.

$\varepsilon_{\perp}$  как функция от  $v_0$  ведет себя следующим образом: возрастает при  $v_0 \leq v_{\Phi}$ , достигает максимума при  $v_0 \sim v_{\Phi}$  и убывает по закону  $\varepsilon_{\perp} \sim v_0^{-2}$  при  $v_0 > v_{\Phi}$ . В обратном предельном случае,  $\omega \ll \omega_H$ , влияние магнитного поля становится существенным: максимум достигается при  $v_0 \sim \frac{\omega_H}{k_0}$ , где

$k_0$  - характерный волновой вектор. Закон убывания  $\varepsilon_{\perp}$  при больших  $v_0$  ( $v_0 \gg \frac{\omega_H}{k_0}$ ) остается прежним:  $\varepsilon_{\perp} \sim v_0^{-2}$ .

Пространственное уширение пучка мы изучим в предположении, что  $\frac{v_0}{\omega_H} \ll l$  (хх). Вычисления здесь не содержат ничего нового; поэтому мы приведем сразу результат:

$$\begin{aligned} \langle \vec{p}^2 \rangle &= \frac{\pi}{\omega_H^2} \frac{l}{v_0} \int d^3 \vec{k} d\omega \left\{ (|f_x + i f_y|^2)_{\vec{k}\omega} \delta(\omega + \omega_H - \kappa_{\parallel} v_0) + \right. \\ &\left. + (|f_x - i f_y|^2)_{\vec{k}\omega} \delta(\omega - \omega_H - \kappa_{\parallel} v_0) + 2 [(f_x^2)_{\vec{k}\omega} + (f_y^2)_{\vec{k}\omega}] \delta(\omega - \kappa_{\parallel} v_0) \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

Поясним смысл отдельных членов в формуле (18). Первые два слагаемых описывают увеличение ларморовского радиуса частиц при циклотронном резонансе ( $\omega - \kappa_{\parallel} v_0 = \pm \omega_H$ ). Последнее слагаемое соответствует черенковскому резонансу. При черенковском резонансе поле колебаний в системе координат, связанной с частицей, является статическим ( $\omega - \kappa_{\parallel} v_0 = 0$ ). Под действием этого поля частицы пучка дрейфуют перпендикулярно к  $\vec{H}_0$ , вследствие чего возникает дополнительное уширение пучка, которое и описывается последним слагаемым.

В реальных условиях магнитное поле обычно является неоднородным, а силовые линии его имеют отличную от нуля кривизну. Это может привести к появлению некоторых побочных эф-

хх) Если это неравенство не выполнено, то магнитное поле не влияет на движение частиц пучка, и  $\langle \vec{p}^2 \rangle$  определяется по формуле (12).

эффектов. Например, если пучок пропускается вдоль оси пробкотрона, то поперечная энергия  $\Delta \epsilon_{\perp}$  набирается в центральной части ловушки, где поле  $H_0$  мало, а измерительные приборы располагаются в районе пробок, где  $H_0$  возрастает. Из-за сохранения адиабатического инварианта значение  $\epsilon_{\perp}$  в точке измерения будет отличаться от соответствующего значения в плазме.

Конечная кривизна силовых линий может вызывать дополнительное (по сравнению с формулой (18)) уширение пучка при наличии разброса  $\Delta \epsilon_{\parallel}$  (из-за того, что скорость центробежного дрейфа зависит от энергии частиц).

### 3. Требования, предъявляемые к параметрам пучка

В этом разделе речь пойдет об ограничениях, налагаемых на допустимые значения следующих величин: начального радиуса пучка  $r_0$ , начального углового расхождения  $\theta_0$ , начального энергетического разброса  $\Delta \epsilon_0$  и т.д. Остановимся сначала на случае, когда пучок инжектируется перпендикулярно к магнитному полю, а измеряемой величиной является пространственное уширение пучка. Легко видеть, что такая постановка опыта осуществима только при выполнении условий

$$r_0 \ll \langle \vec{p}^2 \rangle^{1/2},$$

$$(L+l)\theta_0 \ll \langle \vec{p}^2 \rangle^{1/2},$$

$$\alpha \frac{r_H}{a} \frac{\Delta \epsilon_0}{\epsilon_0} \ll \langle \vec{p}^2 \rangle^{1/2}$$

(обозначения те же, что и в разделе 2). Первые два неравенства определяют условия, при которых уширение пучка в плазме можно будет выделить на фоне паразитных эффектов, вызванных конечностью  $r_0$  и  $\theta_0$ . Ограничение  $\Delta \epsilon_0$  вызвано тем, что немоноэнергетичность пучка приводит к его дополнительному пространственному размытию в магнитном поле.

Если пучок инжектируется вдоль магнитного поля, а измеряемой величиной является разброс по продольным энергиям, то должны быть выполнены два условия. Первое тривиально:

$$\Delta \epsilon_0 \ll \Delta \epsilon_{\parallel}$$

Второе менее очевидно и вызвано следующей причиной. Для интерпретации результатов диагностического эксперимента необходимо иметь формулы, которые бы связывали измеряемую величину  $\Delta \epsilon_{\parallel}$  с параметрами турбулентности. При получении таких формул в разделе 2 мы были вынуждены для простоты предполагать, что ларморский радиус частиц пучка, рассчитанный по их поперечной энергии, мал по сравнению с характерным масштабом турбулентных пульсаций  $K_0^{-1}$  (иными словами, что поперечная составляющая скорости удовлетворяет неравенству  $k_0 v_{\perp} \ll \omega_H$ ). Отсюда возникает следующее ограничение  $\theta_0$ :  $\theta_0 \ll v_0 k / \omega_H$

Ясно, что такому же соотношению должен удовлетворять и угол между осью пучка и направлением магнитного поля.

Для всех вариантов диагностических опытов общим является условие малости времени пролета частиц пучка через плазму по сравнению с характерным временем изменения параметров турбулентности. Необходимо также, чтобы пучок слабо влиял на параметры турбулентности.

### 4. Эксперимент

С экспериментальной точки зрения более простым представляется опыт, в котором измеряется пространственное уширение пучка, поэтому прежде всего и был поставлен эксперимент, целью которого было обнаружить эффект рассеяния ионного пучка на турбулентных колебаниях плазмы и оценить из величины уширения пучка плотность энергии колебаний плазмы.

Эксперимент проводился на турбулентной плазме высоковольтного прямого разряда. Как показано в работах [3,4], форма тока прямого разряда в начальной стадии может существенно отличаться от синусоидальной, в плазме возникает аномальное сопротивление, наблюдается нагрев плазмы, обусловленный взаимодействием частиц с плазменными колебаниями; в этой стадии тока наблюдается СВЧ излучение из плазмы, а также НЧ колебания тока разряда.

Схема опыта представлена на рис.1. Стеклокамера  $\varnothing$  5,5 см находилась в статическом однородном магнитном по-

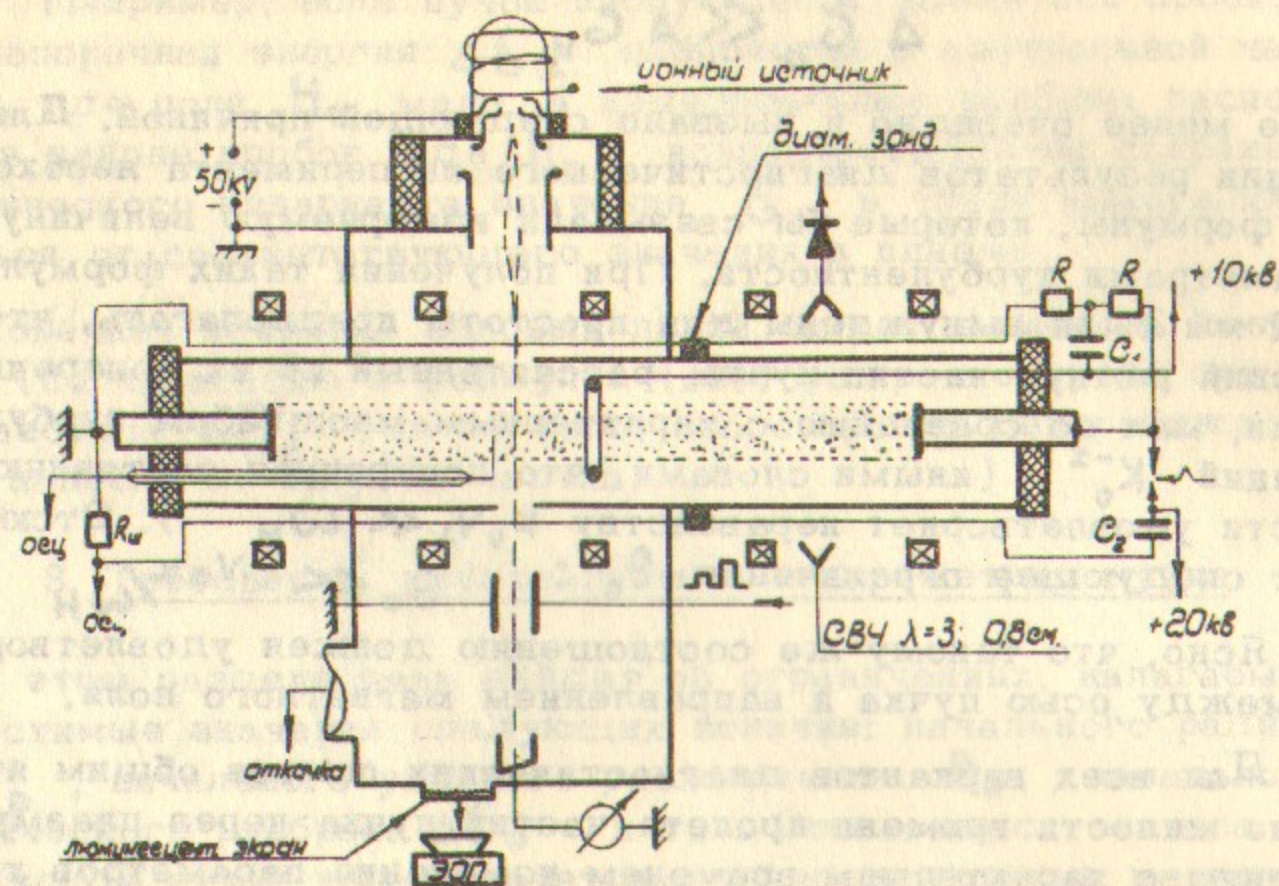


Рис.1. Схема эксперимента.

ле напряженностью 100 - 250э и наполнялась воздухом до давления  $\approx 10^{-4}$  мм рт.ст. Начальная ионизация газа производилась с помощью разряда Пеннинга ( $C_1 = 0,5$  мкф,  $R = 200$  ом). Основной разряд возникал между медными электродами, имеющими  $\phi$  3 см и расположенными на расстоянии 50 см, при включении через управляемый разрядник ёмкости  $C_2 = 0,1$  мкф, заряженной до напряжения  $U_0 = 10 - 20$  кв.

Стационарный параллельный пучок протонов с энергией 50кэв, током  $\sim 20$  мка и диаметром  $\approx 2$  мм создавался в ч.источнике с электростатической фокусирующей линзой и удовлетворял требованиям, отмеченным в разделе 3. Пучок пересекал плазму на расстоянии  $\sim 15$  см от катода (рис.1). Выходя из плазмы, он попадал в отклоняющие пластины, на которые от специального генератора подавались два прямоугольных импульса длительностью  $\tau \approx 300$  нсек с управляемым запуском и регулируемым временным

интервалом между ними. Контроль за размером пучка осуществлялся с помощью первого импульса, который отклонял пучок на люминофор только перед включением тока прямого разряда. В эксперименте было установлено, что уширение пучка на предварительной плазме пренебрежимо мало. Второй импульс отклонял пучок на люминофор в заранее выбранной фазе тока, а затем оба пятна (контрольное и возмущенное) фотографировались с люминесцентного экрана с помощью ЭОП. В ходе эксперимента, кроме того, измерялся ток прямого разряда с помощью безындуктивного шунта ( $R_{ш} = 0,1$  ом), плотность плазмы СВЧ-методами на длинах волн  $\lambda = 3$  и 0,8 см, диамагнитный сигнал с помощью одновиткового зонда с интегрирующей петличкой, распределение потенциала в разряде с помощью ленгмюровских зондов, а также регистрировалось СВЧ излучение из плазмы в 3см диапазоне.

Результаты экспериментов представлены на рис.2. Так же,

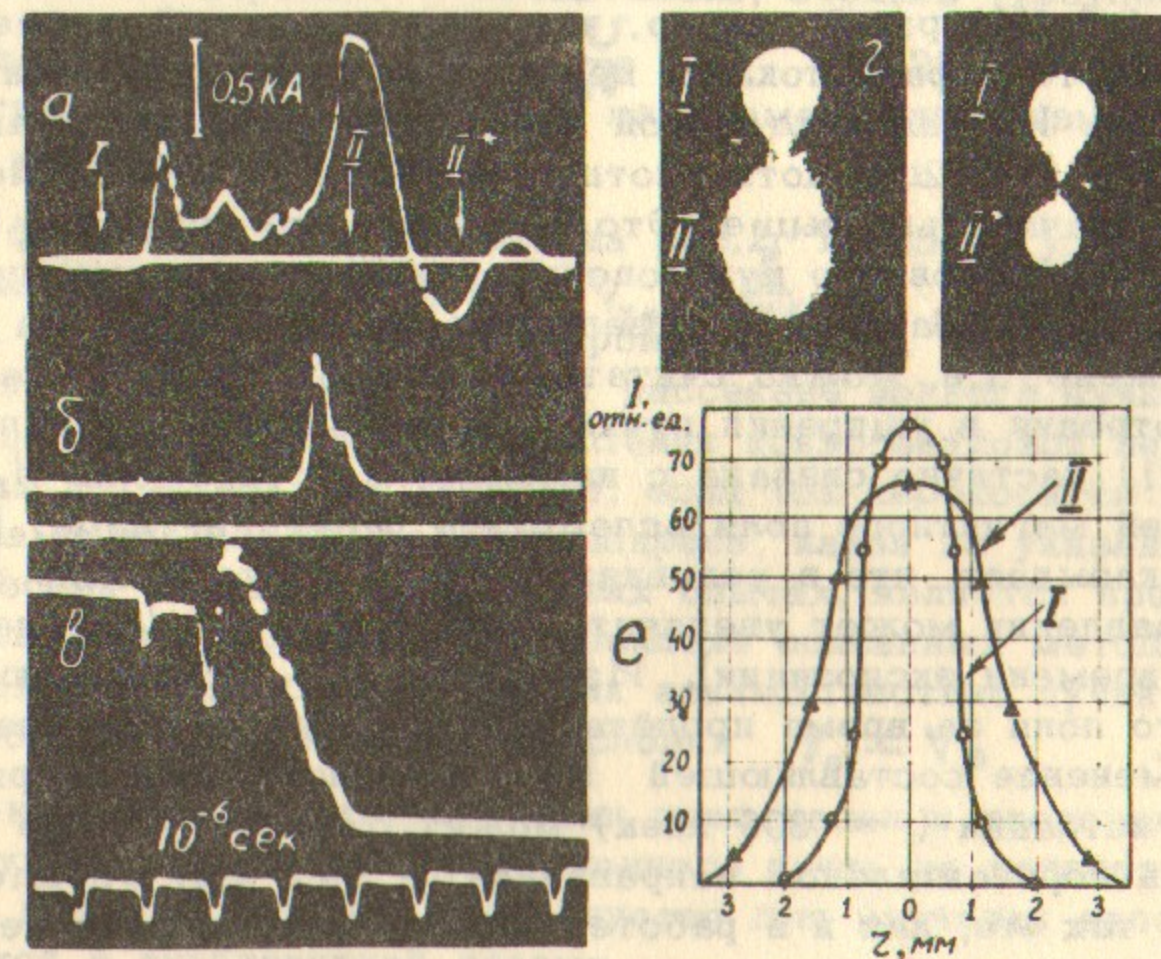


Рис.2. Экспериментальные результаты.

как и в предыдущих опытах /4/, характер турбулентного режима, существенно зависит от концентрации  $n_0$  и температуры электронов  $T_{e0}$  предварительной плазмы. На рис.2а приведена типичная осциллограмма тока разряда, которая получена при следующих начальных условиях:  $U_0 = 12$  кв,  $N_0 = 200$ э,  $n_0 \approx 5 \cdot 10^{11}$  см<sup>3</sup>,  $T_{e0} \sim 2 - 5$  эв. Начальная стадия тока носит ярко выраженный аperiодический характер, сопротивление разрядного промежутка на этой стадии меняется в пределах 50 - 1 ом, всегда оставаясь выше сопротивления, обусловленного парными столкновениями; наблюдается СВЧ-излучение из плазмы в районе электронной плазменной частоты  $\omega_{oe}$  (рис.2б). СВЧ-зондирование плазмы на длине волны  $\lambda = 3$  см показывает (рис.2в), что с переходом разряда в колебательный режим плотность плазмы возрастает и становится выше  $2 \cdot 10^{12}$  см<sup>-3</sup>.

Результаты зондирования плазмы ионным пучком показывают, что наиболее заметное рассеяние пучок испытывает в момент первого броска тока и особенно на подъеме основного максимума тока (рис.2а). Из рис.2г видно, что если начальный диаметр пучка  $\approx 2$  мм, то в фазе тока II происходит уширение пучка примерно вдвое. На синусоидальной части тока уширения пучка не наблюдается (рис.2д), хотя плотность плазмы в этот момент времени уже значительно выше. Это означает, что уширение пучка не может быть обусловлено кулоновским рассеянием частиц пучка на частицах плазмы. Зависимости величины уширения от тока пучка не обнаружено, т.е. можно считать, что пучок не возмущает плазму. Анизотропия в уширении пучка в вертикальном направлении (рис.2г, II) частично связана с изменением во времени  $H_z$ -составляющей магнитного поля вследствие парамагнетизма. Простой расчёт показывает, что в условиях данного опыта размер пятна в этом направлении может увеличиться на  $\leq 0,7$  мм (за счет конечности времени экспозиции). Изменение  $H_y$ -составляющей магнитного поля за время пролёта частиц пучка сквозь плазму, а также изменение составляющей  $E_z$  основного поля разряда за время регистрации ( $\sim 300$  нсек) может дать увеличение размера пучка в горизонтальном направлении  $\leq 0,3$  мм. Определение поля  $E_z$  так же, как и в работе /4/, производилось путем измерения распределения потенциала в разрядном промежутке с помощью ленгмюровских зондов. Для отмеченного выше момента времени большая часть напряжения  $\sim 1,4$  кв сосредоточена у анода разряда, катодное падение  $\sim 300$ в, а напряженность поля  $E_z$  в основном столбе составляет 10 - 50 в/см.

Фотометрическая обработка (рис.2е) ЭО-люгрaмм в горизонтальном направлении позволила определить эффективное уширение пучка  $\langle \rho^2 \rangle^{1/2}$ , которое оказалось  $\approx 0,8$  мм. Как видно из рис.2г, уширение пучка носит диффузный характер и может быть объяснено рассеянием пучка на колебаниях с периодом гораздо меньшим времени регистрации, т.е. с частотами от нескольких десятков Мгц и выше. Считая, что колебания, возбуждаемые током в плазме являются потенциальными, что соответствует нынешним теоретическим представлениям о природе токовой неустойчивости /5, 6/, можно оценить плотность энергии колебаний, используя формулу (13), справедливую при  $v_0 \gg v_{Te}$ . Для наших опытов ( $v_0 = 3,6 \cdot 10^8$  см/сек,  $L = 46$  см,  $l = 4$  см,  $n \approx 10^{12}$  см<sup>-3</sup>,  $T_e \approx 100$  эв,  $Z = 1$ ,  $m = 1,67 \cdot 10^{-24}$  г) находим, что  $U \approx 1,25 \cdot 10^{11}$  эв/см<sup>3</sup>, в предположении, что  $K_0 = \frac{\omega_{oe}}{v_{Te}}$ , где  $\omega_{oe}$  - электронная плазменная частота, а  $v_{Te}$  - тепловая скорость электронов. Следовательно, степень турбулентности плазмы в данном разряде  $\xi = \frac{U}{nT} \approx 1,25 \cdot 10^{-3}$ . Данные о температуре электронов получены из диамагнитных измерений и времени ионизации (рис.2в).

В фазе тока, для которой на рис.2г показано уширение пучка, токовая скорость электронов  $v_{ток} = \frac{I}{enS} \approx 8 \cdot 10^8$  см/сек близка к тепловой скорости электронов плазмы. В этих условиях колебания, на которых происходит рассеяние ионного пучка, могут возникать как вследствие возбуждения ионно-звуковой неустойчивости, так и токовой или пучковой, если ток переносится не всеми электронами плазмы. Выяснение вопроса, какая из указанных неустойчивостей реализуется в данных опытах, является предметом последующих экспериментов. В принципе описанный метод позволяет решить эту проблему, так как взаимодействие пучка должно быть наиболее интенсивным при условии  $v_0 = v_{Te}$ .

Таким образом, теоретически предсказан и экспериментально обнаружен эффект рассеяния ионного пучка на коллективных колебаниях плазмы, который используется для изучения явлений, развивающихся в турбулентной плазме.

Авторы искренне признательны Р.З.Сагдееву и Р.И.Солоухину за интерес к работе, Б.П.Заеву за помощь в эксперименте.

Л и т е р а т у р а

1. С.М.Рытов. Введение в статистическую радиофизику, изд. "Наука", М., 1966, стр.178.
2. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика, М., 1963, стр.181.
3. Е.К.Завойский, Л.И.Рудаков. Атомная энергия, 23, 417, 1967.
4. Н.К.Бергер, В.С.Койдан, А.Н.Папырин, А.Г.Пономаренко, В.Н.Стибунов, Б.А.Яблочников. ЖЭТФ, 56, 1463, 1969.
5. *R. Z. Sagdeev, A. A. Galeev. Lectures on the non-linear theory of plasma, Trieste, 1966.*
6. Л.И.Рудаков, Л.В.Кораблев. ЖЭТФ, 50, 220, 1966.

Отпечатано на территории ИИФ СО АН СССР, г.  
Железнодорожная, 100  
Уч. 0.9 пер.а., тираж 300 экз.  
Печеньба к печати 8.11.1970 г.  
Отвественный за выпуск А.Н.Розова

Литература

1. С.А.Рытов, Введение в статистическую радиофизику. М., "Наука", М., 1960, стр.178.
2. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая механика. М., 1963, стр.181.
3. В.К.Заволов, Л.И.Рудakov, Атомная энергия, 23, 117, 1967.
4. Н.К.Варчук, В.С.Козлов, А.И.Полынин, А.Г.Полосинин, В.М.Светлана, Б.А.Александров, АЭФ, 69, 1463, 1969.
5. K. Z. Sagdeev, A. A. Galeev, Lectures on the non-linear theory of plasmas, Trieste, 1966.
6. Л.И.Рудakov, Л.В.Коробков, АЭФ, 71, 210, 1969.

---

Ответственный за выпуск А.И.Рогозин  
Подписано к печати 5.11.1970 г.  
Усл. 0,9 печ.л., тираж 300 экз.  
Заказ № 7, бесплатно, ПРЕПРИНТ

---

Отпечатано на ротапринтере в ИЯФ СО АН СССР, нв.