

24

**И Н С Т И Т У Т  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР**

И Я Ф 85 - 70

С.Т.Беляев, Б.А.Румянцев

**СИММЕТРИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ПОЛЕЙ  
В ЯДРАХ**

Новосибирск

1970

# СИММЕТРИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ПОЛЕЙ В ЯДРАХ

## АННОТАЦИЯ

Отделены спиновая, скоростная и угловая зависимости в уравнениях для эффективных полей, для центральных и спин-орбитальных двухчастичных сил нулевого радиуса. Обсуждается вклад тензорного взаимодействия и обменных членов.

В работе рассмотрены спиновые, скоростные и угловые зависимости в уравнениях для эффективных полей, для центральных и спин-орбитальных двухчастичных сил нулевого радиуса. Обсуждается вклад тензорного взаимодействия и обменных членов.

### 2. Основные результаты

Рассмотрим систему из двух нуклонов в центральном поле. Пусть  $\psi(\mathbf{r})$  — волновая функция системы. Тогда уравнение Шредингера имеет вид  $H\psi = E\psi$ , где  $H$  — гамильтониан системы. В приближении нулевого радиуса взаимодействия можно записать  $V = V_c + V_{so}$ , где  $V_c$  — центральное взаимодействие, а  $V_{so}$  — спин-орбитальное.

$$V_c = \sum_n \langle n | V_c | n \rangle (a_0^{\dagger} + a_0) \quad (2.1a)$$

$$V_{so} = \sum_n \langle n | V_{so} | n \rangle (a_0^{\dagger} + a_0) \quad (2.1b)$$



## 1. Введение

Большой круг задач ядерной физики сводится к определению реакции ядра на различные внешние воздействия. Ее удобно описывать эффективным полем  $\mathcal{V}$ , возникающим в системе при наложении внешнего поля  $V$ . В символической форме уравнение для  $\mathcal{V}$  имеет вид

$$\mathcal{V} = V + \sum \langle \text{взаимодействие} \rangle \odot \mathcal{V} \quad (1.1)$$

Задачи, решаемые с помощью (1.1), разбиваются на два типа.

Нахождение правил отбора, моментов инерции, вероятностей переходов и т.п., требует решения (1.1) при заданном внешнем поле  $V$ . При этом, интегральный член кроме перенормировки  $V$ , даёт дополнительные члены иной симметрии. Например, при рассмотрении  $\beta$ -переходов в сферических ядрах, он описывает т.н.  $\ell$ -запрещенные переходы.

Другой класс задач связан с проблемой нахождения собственных колебаний ядра. Симметрия решения, при этом, определяется только членом с взаимодействием в (1.1). Экспериментальные данные о структуре коллективных состояний, как правило, не позволяют однозначно параметризовать эффективное взаимодействие. Полезно поэтому исследовать симметрию возможных решений уравнения (1.1) с целью нахождения правил отбора для различных переходов и поиска новых механизмов генерации коллективных колебаний в ядрах.

## 2. Основные уравнения

Рассмотрим систему нуклонов в самосогласованном потенциале. Пусть  $\psi_v(\alpha, \alpha) \equiv \langle \alpha, \alpha | v \rangle$  — одночастичные волновые функции в этом потенциале ( $\alpha$  — спиновая переменная). Взаимодействие системы с внешним полем  $V$  может быть записано в представлении вторичного квантования в виде

$$V^{(\pm)} = - \sum_{\nu \nu'} \langle \nu | V^{(\pm)} | \nu' \rangle (a_{\nu} a_{\nu'}^{\pm} \mp a_{\nu'}^{\pm} a_{\nu}) \quad (2.1a)$$

$$\bar{V}^{(\pm)} = \sum_{\nu \nu'} \langle \nu | \bar{V}^{(\pm)} | \nu' \rangle (a_{\nu} a_{\nu'} \pm a_{\nu'}^{\pm} a_{\nu}^{\pm}) \quad (2.1b)$$



где  $\pm$  означает  $T$ -четность поля, а  $V$  и  $\bar{V}$  -состояния, сопряженные по времени. Мы считаем, что внешнее поле имеет самый общий вид. В частности, поле  $V$  меняет число нуклонов в ядре на два, как например  $\beta(t, \rho)$  - реакции.

Очевидно, что эффективные поля могут быть классифицированы аналогичным образом. Уравнения для них имеют вид

$$\begin{aligned}
 U_{11'}^{(\pm)} &= V_{11'}^{(\pm)} - 2 \sum_{22'} \langle 12' | G^{(\pm)} | 21' \rangle \frac{\eta_{22'}^{(\pm)}}{E_{22'}^2 - \omega^2} \left[ E_{22'} \eta_{22'}^{(\pm)} U_{22'}^{(\pm)} + \omega \eta_{22'}^{(\mp)} U_{22'}^{(\mp)} \right. \\
 &\quad \left. - E_{22'} \xi_{22'}^{(\pm)} \bar{U}_{22'}^{(\pm)} - \omega \xi_{22'}^{(\mp)} \bar{U}_{22'}^{(\mp)} \right], \\
 \bar{U}_{11'}^{(\pm)} &= \bar{V}_{11'}^{(\pm)} - 2 \sum_{22'} \langle 11' | \bar{G}^{(\pm)} | 22' \rangle \frac{\xi_{22'}^{(\pm)}}{E_{22'}^2 - \omega^2} \left[ E_{22'} \xi_{22'}^{(\pm)} \bar{U}_{22'}^{(\pm)} \right. \\
 &\quad \left. + \omega \xi_{22'}^{(\mp)} \bar{U}_{22'}^{(\mp)} - E_{22'} \eta_{22'}^{(\pm)} U_{22'}^{(\pm)} - \omega \eta_{22'}^{(\mp)} U_{22'}^{(\mp)} \right].
 \end{aligned} \quad (2.2)$$

В (2.2) входят матричные элементы взаимодействия трех типов.  $G$  - описывает взаимодействие в канале частица-частица, а  $\langle 12' | G^{(\pm)} | 21' \rangle = 1/2 [\langle 12' | G | 21' \rangle \pm \langle 12' | G | 2'1' \rangle]$  - описывает  $T$ -четное и  $T$ -нечетное (относительно одной из частиц) взаимодействие в канале частица-дырка.

Ниже мы исследуем свойства интегральных членов в правых частях (2.2). Каждый из них имеет структуру (1.1) и представляет собой некоторое индуцированное поле  $V_{in}$ , симметрия которого существенно определяется взаимодействием. Величину  $\bar{U}$ , стоящую в правой части (1.1) естественно при этом рассматривать как затравочное поле.

### 3. Модель эффективного взаимодействия

Нас будет интересовать взаимодействие в канале частица-дырка, которое мы аппроксимируем суммой короткодействующих центральных (вигнеровских и спин-спиновых) и двухчастичных спин-орбитальных сил.

$$G_{12} = -\frac{1}{2} g (G_W + 2 G_S) - \frac{\alpha}{2} G_{LS} \quad (3.1)$$



$$G_W = \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2); \quad G_S = \vec{b}_1 \vec{b}_2 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$G_{LS} = (\vec{b}_1 + \vec{b}_2) \cdot (\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \times \nabla_1 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (3.2)$$

Вигнеровские силы имеют положительную, а спин-спиновые - отрицательную  $T$ -четность, в то время как  $G_{LS}$  можно представить в виде суммы двух членов

$$G_{LS}^{(+)} = (\vec{b}_1 \cdot \vec{p}_1 \times \nabla_1 + \vec{b}_2 \cdot \vec{p}_2 \times \nabla_2) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (3.3)$$

$$G_{LS}^{(-)} = (\vec{b}_2 \cdot \vec{p}_1 \times \nabla_1 + \vec{b}_1 \cdot \vec{p}_2 \times \nabla_2) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

Взаимодействие (3.1) в принципе определяет самосогласованное поле ядра и поэтому входящие в него константы  $g$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  можно считать известными. Мы не будем выписывать явно изотопических индексов, которые могут быть легко восстановлены в конечных формулах.

Матричные элементы от  $G_{12}$  удобно представить через матричные элементы операторов плотности и трех различных токов

$$n_{vv'}(\vec{r}) = \sum_{\alpha} \psi_v^*(\vec{r}, \alpha) \psi_{v'}(\vec{r}, \alpha)$$

$$\vec{n}_{vv'}(\vec{r}) = \sum_{\alpha \alpha'} \psi_v^*(\vec{r}, \alpha) \vec{b}_{\alpha \alpha'} \psi_{v'}(\vec{r}, \alpha')$$

$$\vec{j}_{vv'}(\vec{r}) = 1/2i \sum_{\alpha} \psi_v^*(\vec{r}, \alpha) (\vec{\nabla} - \nabla) \psi_{v'}(\vec{r}, \alpha)$$

$$\vec{J}_{vv'}(\vec{r}) = 1/2i \sum_{\alpha \alpha'} \psi_v^*(\vec{r}, \alpha) [\vec{b}_{\alpha \alpha'} \times (\vec{\nabla} - \nabla)] \psi_{v'}(\vec{r}, \alpha') \quad (3.4)$$



Используя (3.2) и (3.4), находим

$$\langle 12' | G_W | 21' \rangle = \int d\vec{r} n_{11}(\vec{r}) n_{22}(\vec{r})$$

$$\langle 12' | G_S | 21' \rangle = \int d\vec{r} \vec{n}_{11}(\vec{r}) \vec{n}_{22}(\vec{r}) \quad (3.5)$$

$$\langle 12' | G_{LS}^{(+)} | 21' \rangle = \int d\vec{r} \vec{j}_{11} \nabla n_{22} - \int d\vec{r} n_{11} \operatorname{div} \vec{j}_{22}$$

$$\langle 12' | G_{LS}^{(-)} | 21' \rangle = \int d\vec{r} \vec{j}_{11} \operatorname{rot} \vec{n}_{22} - \int d\vec{r} \vec{n}_{11} \operatorname{rot} \vec{j}_{22}$$

В этих формулах не учтены обменные члены. Их величина очень чувствительна к радиусу взаимодействия и вряд ли имеет смысл их формальное вычисление из (3.2). При конечном радиусе  $G_{12}$  роль обменных членов невелика и для качественного анализа пренебрежение ими вполне допустимо.

#### 4. Симметрия индуцированных полей

Не детализируя структуру затравочного поля  $\mathcal{V}$  и величину  $\mathcal{H}$  мы можем считать, что каждый тип взаимодействия  $G_{12}$  определяет в (1.1) соответствующее индуцированное поле  $\mathcal{V}_{in}[G]$ . Подставляя (3.5) в (1.1) и переходя к операторам, получаем

$$\mathcal{V}_{in}[G_W] = f(\vec{r}); \quad \mathcal{V}_{in}[G_S] = \vec{\sigma} \vec{F}(\vec{r})$$

$$\mathcal{V}_{in}[G_{LS}^{(+)}] = (\vec{\sigma} \times \vec{p}) \nabla f(\vec{r}) - \operatorname{div} \vec{\Phi}(\vec{r}) \quad (4.1)$$

$$\mathcal{V}_{in}[G_{LS}^{(-)}] = \vec{p} \operatorname{rot} \vec{F}(\vec{r}) + \vec{\sigma} \operatorname{rot} \vec{\Phi}(\vec{r})$$

где

$$\{f; \vec{F}; \vec{\Phi}; \vec{\Psi}\} = \sum_{vv'} \{n_{vv}; \vec{n}_{vv}; \vec{F}_{vv}, \vec{J}_{vv}\} \Theta_{vv}, \Psi_{vv} \quad (4.2)$$

Зависимость индуцированных полей от спинов и скоростей выделена в (4.1) явно. Зависимость от координат  $\vec{r}$  содержится в четырех функциях (4.2) - одной скалярной  $f$  и трех векторных. Для их вычисления, согласно (4.2) необходимо выбрать определенное представление для одночастичных функций  $\Psi_v(\vec{r}, \alpha)$ . В произвольном случае деформированного ядра запишем  $\Psi_v$  в виде

$$\Psi_v(\vec{r}, \alpha) = \sum_{nljm} \langle nljm|v \rangle \Psi_{nljm} \equiv \sum_{nljm} \langle nljm|v \rangle R_{nl}(n) \times \\ \times i^l Y_{lm}(\theta) \chi_{m_s}(b) \sqrt{2j+1} (-)^{j-m} \begin{pmatrix} j & l & 1/2 \\ -m & m & m_s \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

При выбранных фазах коэффициенты разложения деформированных функций по сферическим обладают следующим свойством при отражении времени

$$\langle nljm|\tilde{v} \rangle = (-)^{j+m} \langle nlj-m|v \rangle \quad (4.4)$$

Теперь можно записать величины (4.2) в виде разложения по сферическим гармоникам. Скалярная функция  $f(\vec{r})$  представлена в виде

$$f(\vec{r}) = \sum_{LM} i^L Y_{LM}(\vec{n}) f_{LM}(n) \quad (4.5)$$



$$f_{LM}(r) = (2L+1) \sum_{(n\ell j)} (n\ell j | f_L(r) | n'\ell' j') \quad (4.5a)$$

$$\times \sum_{mm'} (-1)^{j-m} \begin{pmatrix} j & L & j' \\ -m & M & m' \end{pmatrix} \langle n\ell j m | \Theta \Theta | n'\ell' j' m' \rangle$$

Для векторных функций находим

$$F_{LM}^{(N)}(\vec{r}) = \sum_{LMJN'} i^L Y_{LM}(\Theta) \begin{pmatrix} L & 1 & J \\ M & -\lambda & -M' \end{pmatrix} \sqrt{2J+1} F_{LJM'} \quad (4.6)$$

$$F_{LJM'}(r) = \sqrt{2J+1} \sum_{(n\ell j)} (n\ell j | F_{LJ}(r) | n'\ell' j') \cdot \sum_{mm'} (-1)^{j-m} \begin{pmatrix} j & J & j' \\ -m & M & m' \end{pmatrix} \langle n\ell j m | \Theta \Theta | n'\ell' j' m' \rangle \quad (4.6a)$$

и формально аналогичные выражения для  $\Phi$  и  $\Psi$ .

Для сокращения записи положено

$$\langle n\ell j m | \Theta \Theta | n'\ell' j' m' \rangle \equiv \sum_{vv'} \langle n\ell j m | v \rangle \Theta_{vv'} \langle v | n'\ell' j' m' \rangle \quad (4.7)$$

Зависящие от  $r$  коэффициенты  $(n\ell j | \dots | n'\ell' j')$  выписаны в Приложении. Здесь мы отметим лишь следующее правило отбора

$$(n\ell j | f_L; F_{LJ} | n'\ell' j') \neq 0 \text{ если } \ell + \ell' + L \text{ четно} \quad (4.8)$$

$$(n\ell j | \Psi_{LJ}; \Phi_{LJ} | n'\ell' j') \neq 0 \text{ если } \ell + \ell' + L \text{ нечетно.}$$

Формулы (4.6) для векторных функций можно тождественно переписать через три векторные сферические гармоники (магнитного, продольного и электрического типа).



$$\vec{F}(\vec{r}) = \sum_{JM} \left( F_{JM}^{(\mu)} \vec{Y}_{JM}^{(\mu)} + F_{JM}^{(\varepsilon)} \vec{Y}_{JM}^{(\varepsilon)} + F_{JM}^{(n)} \vec{Y}_{JM}^{(n)} \right) \quad (4.9)$$

где коэффициенты (функции  $r$ ) выражаются через линейные комбинации (4.6a)

$$F_{JM}^{(\mu)} = F_{J,JM} ; F_{JM}^{(\varepsilon)} = \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} F_{J-1,JM} - \sqrt{\frac{J}{2J+1}} F_{J+1,JM} \quad (4.10)$$

$$F_{JM}^{(n)} = \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} F_{J+1,JM} + \sqrt{\frac{J}{2J+1}} F_{J-1,JM}$$

Формулы для  $\vec{\Phi}$  и  $\vec{\Psi}$  аналогичны и мы их не выписываем.

Полученные формулы позволяют установить структуру и правила отбора для индуцированных полей. Рассмотрим отдельно случай сферических и деформированных ядер.

### Сферические ядра

Считая, что затравочное поле  $\mathcal{U}$  имеет определенную тензорную размерность  $\mathcal{U}_{\kappa\mu}^{(\alpha)}$  магнитного ( $\alpha = \mu ; \pi = (-)^{k+1}$ ) или электрического типа ( $\alpha = \varepsilon, n, \pi = (-)^k$ ). Матричный элемент от  $\mathcal{U}_{\kappa\mu}^{(\alpha)}$  по сферическим функциям

$$|v\rangle = |n\ell jm\rangle \quad \text{имеет вид}$$

$$\langle n\ell jm | \mathcal{U}_{\kappa\mu}^{(\alpha)} | n'\ell' j'm' \rangle = (-1)^{j-m} \begin{pmatrix} j & \kappa & j' \\ -m & \mu & m' \end{pmatrix} \langle n\ell j || \mathcal{U}_{\kappa} || n'\ell' j' \rangle$$

поэтому суммирование по  $m m'$  в (4.5a) и (4.6a) приводит к правилам отбора

$$f_{JM}[\mathcal{U}_{\kappa\mu}] = \delta_{\kappa L} \delta_{\mu M} f_{\kappa}$$

$$F_{LM} [U_{KM}] = \delta_{KL} \delta_{LM} F_{LK}$$

(4.11)

и соответственно для (4.10)

$$F_{JM}^{(e)} [U_{KM}] = \delta_{KL} \delta_{LM} F_K^{(e)}$$

(4.11)

Учитывая также правила отбора (4.8) получим для функций (4.5) и (4.9), в зависимости от вида затравочного поля  $U_{KM}^{(e)}$  следующую явную зависимость от угловых переменных.

Для затравочного поля  $U_{KM}^{(m)}$  (магнитного типа)

$$f(\vec{r}) = 0; \quad \vec{F}(\vec{r}) = F_K^{(e)} \vec{Y}_{KM}^{(e)} + F_K^{(m)} \vec{Y}_{KM}^{(m)}$$

(4.12)

$$\vec{\Phi}(\vec{r}) = \Phi_K^{(m)} \vec{Y}_{KM}^{(m)}; \quad \vec{\Psi}(\vec{r}) = \Psi_K^{(m)} \vec{Y}_{KM}^{(m)}$$

Для затравочного поля  $U_{KM}^{(e)}$  (электрического типа)

$$f(\vec{r}) = f_K^{(m)} i^K Y_{KM}(\vec{r})$$

$$\vec{F}(\vec{r}) = F_K^{(m)} \vec{Y}_{KM}^{(m)}(\vec{r})$$

$$\vec{\Phi}(\vec{r}) = \Phi_K^{(e)} \vec{Y}_{KM}^{(e)} + \Phi_K^{(m)} \vec{Y}_{KM}^{(m)}$$

(4.12)

$$\vec{\Psi}(\vec{r}) = \Psi_K^{(e)} \vec{Y}_{KM}^{(e)} + \Psi_K^{(m)} \vec{Y}_{KM}^{(m)}$$

Формулы (4.12) и (4.1) полностью определяют структуру индуцированных полей. Для наглядности результаты удобно представить в виде следующей таблицы, где структура инду -



пированного поля (зависимость от спинов, импульсов и угловых переменных, без коэффициентов зависящих от  $|\vec{n}|$ ) представлена в зависимости от типа взаимодействия и вида затравочного поля.

Т а б л и ц а

затра- воч. поле вза- имо- дей- ствие	$\mathcal{U}_{кн}^{(\varepsilon+)}$	$\mathcal{U}_{кн}^{(\varepsilon-)}$	$\mathcal{U}_{кн}^{(\mu+)}$	$\mathcal{U}_{кн}^{(\mu-)}$
$G_W$	$Y_{кн}(\vec{n})$	—	—	—
$G_S$	—	$\vec{\sigma} \vec{Y}_{кн}^{(\mu)}$	—	$\vec{\sigma} \vec{Y}_{кн}^{(\varepsilon, n)}$
$G_{LS}$	$(\vec{\sigma} \times \vec{p}) \vec{Y}_{кн}^{(\varepsilon, n)} + Y_{кн}$	$\vec{p} \vec{Y}_{кн}^{(\varepsilon, n)} + \vec{\sigma} \vec{Y}_{кн}^{(\mu)}$	—	$\vec{p} \vec{Y}_{кн}^{(\mu)} + \vec{\sigma} \vec{Y}_{кн}^{(\varepsilon, n)}$

Для простоты и наглядности в таблице оставлены только члены с одинаковой временной четностью у затравочного и индуцированного полей, не исчезающие в пределе  $\omega \rightarrow 0$ . Члены той же структуры, но с множителем  $\omega$  следовало бы дополнительно выписать в соседнем столбце (пример:  $G_S$  и  $\mathcal{U}_{кн}^{(\varepsilon+)}$  индуцируют поле  $\sim \omega \vec{\sigma} \vec{Y}_{кн}^{(\mu)}(\vec{n})$ ).



## Деформированные ядра

В этом случае затравочное поле  $\psi_{\mu}^{(\pi)}$  достаточно характеризовать проекцией момента  $\mu$  и четностью  $\pi$ . Формула (4.7) даёт при этом правило отбора  $\mu + m' = m$ , которое вместе с (4.8) исчерпывает общие ограничения на вид функций (4.5) и (4.6). Их можно сформулировать следующим образом

$$f[\psi_{\mu}^{\pi}] = \sum_L \frac{1 + \pi(-1)^L}{2} i^L Y_{L\mu} f_{L\mu}(\eta) \quad (4.13)$$

$$F^{(\lambda)}[\psi_{\mu}^{\pi}] = \sum_{LJ} \frac{1 + (-1)^L \pi}{2} i^L Y_{L, \mu+\lambda}^{(\lambda)} \sqrt{2J+1} \begin{pmatrix} L & 1 & J \\ \mu+\lambda & -\lambda & -\mu \end{pmatrix} F_{LJ\mu}$$

$$\phi^{(\lambda)}[\psi_{\mu}^{\pi}] = \sum_{LJ} \frac{1 - (-1)^L \pi}{2} i^L Y_{L, \mu+\lambda}^{(\lambda)} \sqrt{2J+1} \begin{pmatrix} L & 1 & J \\ \mu+\lambda & -\lambda & -\mu \end{pmatrix} \phi_{LJ\mu}$$

(Формула для  $\psi^{(\lambda)}$  аналогична последней из (4.13)).  
Напомним, что в асимптотических квантовых числах  $N n_z \Lambda \Sigma$  четность волновых функций совпадает с четностью  $(n_z + 1)$ .  
Поэтому правила отбора для  $\psi_{\mu}^{\pi}$  можно записать в виде

$$\Delta \Lambda + \Delta \Sigma = \mu; \quad (-1)^{\Delta \Lambda + \Delta n_z} = \pi \quad (4.14)$$

Формулы (4.12) и (4.1) полностью определяют структуру деформированных полей. Для наглядности результаты удобно представить в виде следующей таблицы. Эта структура явля-



## 5. Эффекты отброшенных членов

Как уже отмечалось выше, нами не учтены обменные члены в эффективном взаимодействии. Кроме того, реальное двухчастичное взаимодействие, в отличие от (3.1), (3.2) имеют хотя и малый, но ненулевой радиус. Не рассматривались также эффекты тензорных сил. Обсудим влияние отброшенных членов на наши результаты.

а) Легко видеть, что при замене (3.3) на функцию с конечным радиусом величины (4.2) преобразуются согласно

$$\delta(\vec{n}_1 - \vec{n}_2) \text{ в (3.1) - } g(|\vec{n}_1 - \vec{n}_2|)$$

$$\{f(\vec{r}); \vec{F}, \vec{\Phi}, \vec{\Psi}\} \rightarrow \int d\vec{r}' g(|\vec{r} - \vec{r}'|) \{f(\vec{r}'); \vec{F}, \vec{\Phi}, \vec{\Psi}\}$$

(5.1)

При этом, естественно, зависимость индуцированных полей от углов остается прежней, а усложняется только зависимость от  $|\vec{r}|$ .

в) Прямые вычисления обменных матричных элементов взаимодействия (3.1) - (3.3) показывают, что их роль сводится, в основном, к аддитивной добавке к (4.1). Исключение составляют лишь некоторые обменные члены спин-орбитального взаимодействия

$$(\vec{\sigma}_1 \vec{\rho}_1)(\vec{\sigma}_2 \vec{\rho}_2) \text{ и } (\vec{\sigma}_1 \vec{\rho}_2)(\vec{\sigma}_2 \vec{\rho}_1) \quad (5.2)$$

Аналогичный вид имеют соответственно  $T$ -четная и  $T$ -нечетная части тензорных сил с импульсом

$$G_{\text{ор}} \sim (\vec{\sigma}_1 \vec{\rho})(\vec{\sigma}_2 \vec{\rho}) \quad (5.3)$$

Поэтому обменные члены в  $G_{\text{ЛЗ}}$  должны учитываться наряду с (5.3). Отметим, что как тензорное взаимодействие  $G_{\text{ор}}$ , так и обменные члены  $G_{\text{ЛЗ}}$  при разумном радиусе невелики, поэтому для большинства приложений ими можно пренебречь.

с) Значительно больший вклад вносят  $T$ -нечетные тензорные силы

$$G_{5n} = (\vec{b}_1, \vec{r}) (\vec{b}_2, \vec{r}) g(|\vec{r}_1, -\vec{r}_2|) \quad (5.4)$$

исчезающие в пределе нулевого радиуса взаимодействия. Простые, но громоздкие вычисления приводят к следующему вкладу в индуцированное поле от  $G_{5n}$

$$V_{in} [G_{5n}] = \vec{b} \vec{F}'(\vec{r}) \quad (5.5)$$

где функция координат  $\vec{F}'(\vec{r})$  отличается от (4.6) только радиальной зависимостью. Таким образом симметрия эффективных полей при учёте (5.4) остается прежней.



$$(n l_j | f_L | n' l'_j) = \frac{\sqrt{(2j+1)(2j'+1)(2l+1)(2l'+1)}}{\sqrt{4N}(2L+1)} \left( \begin{matrix} l & l' & L \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left\{ \begin{matrix} l & l' & L \\ j & j' & 1/2 \end{matrix} \right\}^*$$

$$R_{ne} R_{n'e'} \Theta^{l+j+1/2} \Theta^{-\frac{L+l+l'}{2}}; (n l_j | F_{LJ} | n' l'_j) =$$

$$= \sqrt{3/2} \sqrt{\frac{2L+1}{4N}} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)(2l+1)(2l'+1)} \left( \begin{matrix} l & l' & L \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left\{ \begin{matrix} 1 & J & L \\ 1/2 & l' & j' \\ 1/2 & l & j \end{matrix} \right\}^*$$

$$R_{ne} R_{n'e'} \Theta^{j+j'+1} \Theta^{-\frac{l+l'-L}{2}}; (n l_j | \psi_{LJ} | n' l'_j) = \frac{1}{\sqrt{4N}(2J+1)}^*$$

$$\sqrt{(2j+1)(2j'+1)(2l+1)(2l'+1)} \sqrt{2L+1} \frac{R'_{ne} R'_{n'e'} - R_{ne} R_{n'e'}}{2} \left( \begin{matrix} J & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right)^*$$

$$\left( \begin{matrix} l & l' & J \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left\{ \begin{matrix} l & l' & J \\ j & j' & 1/2 \end{matrix} \right\} + \sum_{\lambda} \sqrt{\frac{(2L+1)(2\lambda+1)}{4N(2J+1)^2}} \frac{R_{ne} R_{n'e'}}{2N} \sqrt{2j+1}$$

$$\sqrt{2j'+1} \left\{ \begin{matrix} l & l' & J \\ j & j' & 1/2 \end{matrix} \right\} \left[ \sqrt{2l'+1} \langle \lambda || \nabla || l' \rangle \left\{ \begin{matrix} J & 1 & L \\ \lambda & e' & e \end{matrix} \right\} \left( \begin{matrix} J & \lambda & L \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \Theta^{-}$$

$$\sqrt{2l+1} \langle \lambda || \nabla || l \rangle \left\{ \begin{matrix} J & 1 & L \\ \lambda & e & e' \end{matrix} \right\} \left( \begin{matrix} l & \lambda & L \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \Theta^{l+e'} \Theta^{j+1/2} \Theta^{\frac{l-e'+L+1}{2}}$$

$$(n l_j | \phi_{LJ} | n' l'_j) = -\frac{3}{2} \frac{R'_{ne} R'_{n'e'} - R_{ne} R_{n'e'}}{\sqrt{4N}} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)}^*$$



---

Ответственный за выпуск Б.А.Румянцев  
Подписано к печати 16.10.70.

Усл. 0,7 печ.л., тираж 200 экз.

Заказ № 85 , бесплатно. ПРЕПРИНТ

---

Отпечатано на ротапинтере в ИЯФ СО АН СССР, нв.