

Б.18

25

**И Н С Т И Т У Т  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

И Я Ф 87 - 70

В.Н.Байер, В.С.Фадин

**ОБРАЗОВАНИЕ ПАР ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ  
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ БОЛЬШОЙ ЭНЕРГИИ**

Новосибирск

1970

В.Н.Байер, В.С.Фадин

# ОБРАЗОВАНИЕ ПАР ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ БОЛЬШОЙ ЭНЕРГИИ

## АННОТАЦИЯ

Сечение электророждения пары частиц при столкновении заряженных частиц высокой энергии вычислено в "дваждылогарифмическом" приближении.

БИБЛИОТЕКА  
Института ядерной  
Физики СО АН СССР  
ИНВ. № \_\_\_\_\_

PAIR PRODUCTION AT THE COLLISION OF THE HIGH  
ENERGY CHARGED PARTICLES

V.N.BAIER, V.S.FADIN

A b s t r a c t

The cross section of electroproduction of the particle pair with spin 0 and  $1/2$  at the collision of high-energy charged particles is calculated in double-logarithmic approximation. Main features of the cross section and energy and angular distribution of final particles are discussed.

Сечение электророждения пары при столкновении заряженных частиц растет как куб логарифма энергии, так что этот процесс становится весьма важным при высоких энергиях. В низшем порядке теории возмущений для разных частиц процесс изображается тремя "блочными" диаграммами (см. рис. 1), на которых обозначены импульсы, массы и спины частиц. Сечение процесса в "трижды-логарифмическом" ( $\propto \ln^3 E/m$ ) приближении было впервые найдено Ландау и Лифшицем [1] с помощью метода эквивалентных фотонов. Для выяснения области применимости этого результата и для получения формул, справедливых при относительно меньших энергиях, необходимо также вычислить члены, содержащие меньшие степени логарифмов. В данной работе найдены сечения процесса электророждения в "дваждылогарифмическом" приближении в случае больших энергий:  $\sqrt{s} \equiv (p_1 p_2) \gg m_1 m_2, m_1 \mu, m_2 \mu, \mu^2$

Рассмотрим вклад диаграммы III. В случае, когда  $\mu \gg m_{1,2}$  имеем (логарифм отношения  $\mu/m_{1,2}$  считается "большим")

$$\sigma_{\text{III}}^{(S_f)} = \frac{\alpha^4}{27\pi\mu^2} \left\{ a_1^{(S_f)} [L^3 - 3L(L_1^2 + L_2^2) + 2(L_1^3 + L_2^3)] - \right. \\ \left. - a_2^{(S_f)} L^2 - a_3^{(S_f)} L(L_1 + L_2) + a_4^{(S_f)} (L_1^2 + L_2^2) + \right. \\ \left. + a_5^{(S_f)} \left[ \frac{1 - (-1)^{2S_1}}{4} - 2 \right] L_1(L - L_1) + a_5^{(S_f)} \left[ \frac{1 - (-1)^{2S_2}}{4} - 2 \right] L_2(L - L_2) \right\} \quad (1)$$

где  $L \equiv \ln \frac{2\sqrt{s}}{m_1 m_2}$ ,  $L_1 \equiv \ln \frac{\mu}{m_1}$ ,  $L_2 \equiv \ln \frac{\mu}{m_2}$ ,  $\sqrt{s} \equiv (p_1 p_2)$

$$a_1^{(0)} = 4, a_1^{(1/2)} = 28; a_2^{(0)} = 19, a_2^{(1/2)} = 178; a_3^{(0)} = 14, \quad \text{и} \\ a_3^{(1/2)} = 80; a_4^{(0)} = 33; a_4^{(1/2)} = 258; a_5^{(0)} = 12, a_5^{(1/2)} = 84 \quad (2)$$

В случае, когда  $m_1 \gtrsim \mu, m_2 \gtrsim \mu$  следует в (1) положить  $L_1 = L_2 = 0$ , тогда получим, независимо от спинов  $S_1, S_2$

$$\sigma_{\text{II}}^{(S_f)} = \frac{\alpha^4}{27\pi\mu^2} \left\{ a_1^{(S_f)} L^3 - a_2^{(S_f)} L^2 \right\} \quad (3)$$

В случае, когда  $m_{1(2)} \approx \mu$ ,  $\mu \gg m_{2(1)}$  следует в (1) положить  $L_{1(2)} = 0$

Вклад диаграммы I в случае  $\mu \gg m_2$  имеет вид

$$\sigma_{\text{I}}^{(S_2, S_f)} = \frac{\alpha^4}{45\pi\mu^2} \cdot b^{(S_2, S_f)} \ln \left[ \frac{\nu^2 m_2}{2m_1^2 \mu^3} \left( 1 + \frac{\mu^2 m_1}{m_2 \nu} \right) \right] \ln \left[ \frac{4(\mu/m_2)^2}{\left( 1 + \frac{\mu^2 m_1}{m_2 \nu} \right)^2} \right] \quad (4)$$

где

$$b^{(1/2, 1/2)} = 4, \quad b^{(1/2, 0)} = 1/2, \quad b^{(0, 1/2)} = 1, \quad b^{(0, 0)} = 1/8 \quad (5)$$

Сечение  $\sigma_{\text{II}}$  (при  $\mu \gg m_1$ ) есть  $\sigma_{\text{II}} = \sigma_{\text{I}} \left( \begin{matrix} S_2 \rightarrow S_1 \\ m_2 \leftrightarrow m_1 \end{matrix} \right)$

Заметим, что 1) если  $m_{2,1} \gg \mu$ , то сечение  $\sigma_{\text{I,II}} \propto 1/m_{2,1}^2$  и, следовательно, пренебрежимо мало по сравнению с  $\sigma_{\text{II}}$   
2) сечение  $\sigma_{\text{I,II}}$  является дважды логарифмическим, если  $\mu \gg m_{2,1}$ ; при  $\mu \sim m_{2,1}$  оно содержит только первую степень логарифма (так что в принятом приближении вклад диаграмм I и II следует учитывать только если  $\mu \gg m_{2,1}$ ).

Обратим внимание, что старший член в сечении  $\sigma_{\text{II}} (\propto L^3)$  в области реальных энергий в значительной степени компенсируется остальными членами, которые являются отрицательными и имеют большие коэффициенты. Например, в случае рождения пары пионов при электрон-позитронном соударении при энергии в ц.м.с.  $E = 5 \text{ ГэВ}$  ( $L = 20$ ) сечение (1) в 4 раза меньше, чем вклад члена  $\propto L^3$ . Отсюда следует, что для описания опытов на встречных пучках в области реальных энергий необходимы более

точные формулы. Компенсация несколько другого рода имеет место и в сечениях  $\sigma_{I, II}$ . Это видно из следующего ниже сечения рождения пары частиц при столкновении двух фермионов равной массы (при  $\mu \gg m_1 = m_2 = m$ ), вычисленного со степенной точностью (до членов  $\sim \mu^2/\nu$ ,  $m^2/\mu^2$ )

$$\sigma_{I, II}^{(S_f)} = \sigma_{II}^{(S_f)} = \frac{2^4}{45\pi\mu^2} v^{(1/2, S_f)} \left[ \ln \frac{4\mu^2}{m^2} \ln \frac{\nu^2}{2m\mu^3} + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \ln \frac{2\nu m^8}{\mu^{10}} + 4(C_1^{(S_f)} - \ln 2) \ln \frac{2\nu m}{\mu^3} + \frac{\pi^2}{6} + 6 \ln^2 2 + C_2^{(S_f)} \right] \quad (6)$$

где

$$C_1^{(0)} = \frac{23}{15}, \quad C_1^{(1/2)} = \frac{77}{60}; \quad C_2^{(0)} = -\frac{667}{25}, \quad C_2^{(1/2)} = -\frac{3187}{150} \quad (7)$$

Видно, что в сечении (6) однологарифмические члены асимптотически положительны, но в области умеренных энергий они отрицательны.

Заметим, что в области больших энергий  $\sigma_{III} \gg \sigma_{II, I}$ . Так для указанного случая образования пары пионов сечение

$\sigma_{I, II} \sim 10^{-2} \sigma_{III}$ . Поэтому вклад диаграмм I и II может быть существенным только в области умеренных энергий.

Обсудим теперь угловое и энергетическое распределение частиц в существенной области для вклада диаграммы III. Поперечные импульсы конечных частиц  $p_{i\perp} \leq \mu$  ( $i = 3 \div 6$ ). Распределение конечных частиц по энергии  $\omega = \epsilon_5 + \epsilon_6$  <sup>есть<sup>x</sup></sup>

$\frac{d\omega}{\omega}$ , а распределение по инвариантной массе родившейся пары  $\Delta^2 = (p_3 + p_6)^2 = \frac{d\Delta^2}{\Delta^4}$ , так что основной вклад дают  $\Delta^2 \sim 4\mu^2$ . Отсюда следует, что при

$\omega \gg \mu$  угол между импульсами родившейся пары мал и пара движется в направлении импульса налетающей быстрой частицы, получая энергию в основном от неё. Характерной особенностью вкладов диаграмм I, II является то, что при рождении пары быстрой <sup>x</sup> Пока скорость пары как целого меньше скорости начальной частицы, вдоль которой движется пара.

$$\sigma_{\text{III}}^{(S_f)} = \frac{a^4}{27\pi\mu^2} \left\{ a_1^{(S_f)} L^3 - a_2^{(S_f)} L^2 \right\} \quad (3)$$

В случае, когда  $m_{1(2)} \approx \mu$ ,  $\mu \gg m_{2(1)}$  следует в (1) положить  $L_{1(2)} = 0$

Вклад диаграммы I в случае  $\mu \gg m_2$  имеет вид

$$\sigma_{\text{I}}^{(S_2, S_f)} = \frac{a^4}{45\pi\mu^2} \cdot b^{(S_2, S_f)} \ln \left[ \frac{\nu^2 m_2}{2m_1^2 \mu^3} \left( 1 + \frac{\mu^2 m_1}{m_2 \nu} \right) \right] \ln \left[ \frac{4(\mu/m_2)^2}{\left( 1 + \frac{\mu^2 m_1}{m_2 \nu} \right)^2} \right] \quad (4)$$

где

$$b^{(1/2, 1/2)} = 4, \quad b^{(1/2, 0)} = 1/2, \quad b^{(0, 1/2)} = 1, \quad b^{(0, 0)} = 1/8 \quad (5)$$

Сечение  $\sigma_{\text{II}}$  (при  $\mu \gg m_1$ ) есть  $\sigma_{\text{II}} = \sigma_{\text{I}} \left( \begin{matrix} S_2 \rightarrow S_1 \\ m_2 \leftrightarrow m_1 \end{matrix} \right)$ .  
Заметим, что 1) если  $m_{2,1} \gg \mu$ , то сечение  $\sigma_{\text{I,II}} \propto 1/m_{2,1}^2$ ,  
и, следовательно, пренебрежимо мало по сравнению с  $\sigma_{\text{III}}$ ,  
2) сечение  $\sigma_{\text{I,II}}$  является дважды логарифмическим,  
если  $\mu \gg m_{2,1}$ ; при  $\mu \sim m_{2,1}$  оно содержит только  
первую степень логарифма (так что в принятом приближении вклад  
диаграмм I и II следует учитывать только если  $\mu \gg m_{2,1}$ ).

Обратим внимание, что старший член в сечении  $\sigma_{\text{III}} (\propto L^3)$  в области реальных энергий в значительной степени компенсируется остальными членами, которые являются отрицательными и имеют большие коэффициенты. Например, в случае рождения пары пионов при электрон-позитронном соударении при энергии в ц.м.с. - системе  $E = 5 \text{ Гэв}$  ( $L = 20$ ) сечение (1) в 4 раза меньше, чем вклад члена  $\propto L^3$ . Отсюда следует, что для описания опытов на встречных пучках в области реальных энергий необходимы более

точные формулы. Компенсация несколько другого рода имеет место и в сечениях  $\sigma_{I, II}$ . Это видно из следующего ниже сечения рождения пары частиц при столкновении двух фермионов равной массы (при  $\mu \gg m_1 = m_2 = m$ ), вычисленного со степенной точностью (до членов  $\sim \mu^2/\nu$ ,  $m^2/\mu^2$ )

$$\sigma_{I, II}^{(S_f)} = \sigma_{II}^{(S_f)} = \frac{\alpha^4}{45\pi\mu^2} \cdot \beta^{(1/2, S_f)} \left[ \ln \frac{4\mu^2}{m^2} \ln \frac{\nu^2}{2m\mu^3} + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \ln \frac{2\nu m^8}{\mu^{10}} + 4(C_1^{(S_f)} - \ln 2) \ln \frac{2\nu m}{\mu^3} + \frac{\pi^2}{6} + 6 \ln^2 2 + C_2^{(S_f)} \right] \quad (6)$$

где

$$C_1^{(0)} = \frac{23}{15}, \quad C_1^{(1/2)} = \frac{77}{60}; \quad C_2^{(0)} = -\frac{667}{25}, \quad C_2^{(1/2)} = -\frac{3187}{150} \quad (7)$$

Видно, что в сечении (6) однологарифмические члены асимптотически положительны, но в области умеренных энергий они отрицательны.

Заметим, что в области больших энергий  $\sigma_{III} \gg \sigma_{II, I}$ . Так для указанного случая образования пары пионов сечение

$\sigma_{I, II} \sim 10^{-2} \sigma_{III}$ . Поэтому вклад диаграмм I и II может быть существенным только в области умеренных энергий.

Обсудим теперь угловое и энергетическое распределение частиц в существенной области для вклада диаграммы III. Поперечные импульсы конечных частиц  $p_{i\perp} \leq \mu$  ( $i = 3 \div 6$ ). Распределение конечных частиц по энергии  $\omega = \epsilon_5 + \epsilon_6$  есть<sup>x)</sup>

$\frac{d\omega}{\omega}$ , а распределение по инвариантной массе родившейся пары  $\Delta^2 = (p_3 + p_6)^2 = \frac{d\Delta^2}{\Delta^4}$ , так что основной вклад дают  $\Delta^2 \sim 4\mu^2$ . Отсюда следует, что при

$\omega \gg \mu$  угол между импульсами родившейся пары мал и пара движется в направлении импульса налетающей быстрой частицы, получая энергию в основном от неё. Характерной особенностью вкладов диаграмм I, II является то, что при рождении пары быстрой х) Пока скорость пары как целого меньше скорости начальной частицы, вдоль которой движется пара.



частицей в основном  $\omega \gg \mu$ , например, при  $\mu \gg m$  ( $m_{1,2} = m$ ) спектр родившихся частиц имеет вид  $\frac{d\omega}{\omega_{\max} - \omega + \frac{m^2 E}{\Delta^2}}$ ,  $\omega_{\max} = E + \frac{\Delta^2}{4E}$  в ц-системе,  $\omega_{\max} = E$  в л-системе, а остальные свойства совпадают с перечисленными выше.

Рассмотрим вопрос об интерференционных членах. Вклады диаграмм III и I и II не интерферируют вследствие разной зарядовой четности состоящей родившейся пары. Вклады диаграмм I и II не интерферируют, поскольку угловые распределения конечных частиц практически не перекрываются. Поэтому интегральное сечение процесса электророждения при высоких энергиях есть

$$\sigma = \sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III} \quad (8)$$

Эта формула остается справедливой, если начальные частицы являются тождественными, поскольку интерференция прямых и обменных диаграмм пренебрежимо мала, вклады прямых и обменных диаграмм одинаковы, а их сумму следует разделить на 2 вследствие тождественности частиц. В случае соударения частицы и античастицы к диаграммам рис. 1 следует добавить аннигиляционные, однако вклад последних при большой энергии является малым вследствие большой величины передачи импульса (более подробно см. [2]).

В случае рождения пары адронов следует учитывать сильное взаимодействие в конечном состоянии. Для диаграмм I, II в соответствии с известными экспериментальными данными это  $\rho$ -резонанс для рождения пары пионов и  $\varphi$ -резонанс для рождения пары каонов. Сечения  $\frac{d\sigma_{I,II}}{d\Delta^2}$  имеют в точке резонанса

$$m_{\rho}^2 = \Delta^2 \quad \varphi\text{-пике сечение } \frac{d\sigma_{I,II}}{d\Delta^2} \text{ значительно превышает полное сечение } \frac{d\sigma}{d\Delta^2} \text{ (8) без учёта резонанса.}^x$$

Учёт резонансов заметно меняет также интегральные сечения  $\sigma_{I,II}$ , которые приобретают дополнительный фактор  $360 \mu^2 \cdot \Gamma(V \rightarrow e^+e^-) \cdot \Gamma(V \rightarrow \text{charg. part.}) \cdot \frac{1}{\Delta^2 m_V^3 \Gamma_V}$  равный 6 для  $\rho$ -мезона и 3 для  $\varphi$ -мезона. Поскольку при больших энергиях  $\sigma_{III} \gg \sigma_I, \sigma_{II}$ , то это обстоятельство не меняет существенно полное интегральное сечение электророж-

x) При достижимых значениях энергии.

дения (8). Подобным образом могут быть учтены и возможные резонансные состояния для диаграмм III.

В случае рождения лептонной пары в столкновении с участием адронов, результат кардинально зависит от соотношения между существенной областью передач импульсов  $\frac{m_1^2 \Delta^4}{(p_1 q_2)^2} \leq |q_1^2| \leq \Delta^2$ ,  $\frac{m_2^2 (p_1 q_2)^2}{\sqrt{2}} \leq |q_2|^2 \leq \Delta^2$ ,  $\sqrt{\Delta^2} (m_1 + \frac{\sqrt{\Delta^2}}{2}) \leq (p_1 q_2) \leq \sqrt{\Delta^2} / m_2 + \sqrt{\Delta^2}$  (при  $m_1 \gg m_2$ ) и характерным импульсом электромагнитного формфактора.

Л и т е р а т у р а

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Sov. Phys.* , 6, 244, 1934.
2. Байер В.Н., Фадин В.С., Хозе В.А. *ЖЭТФ* 50, 156, 1966.

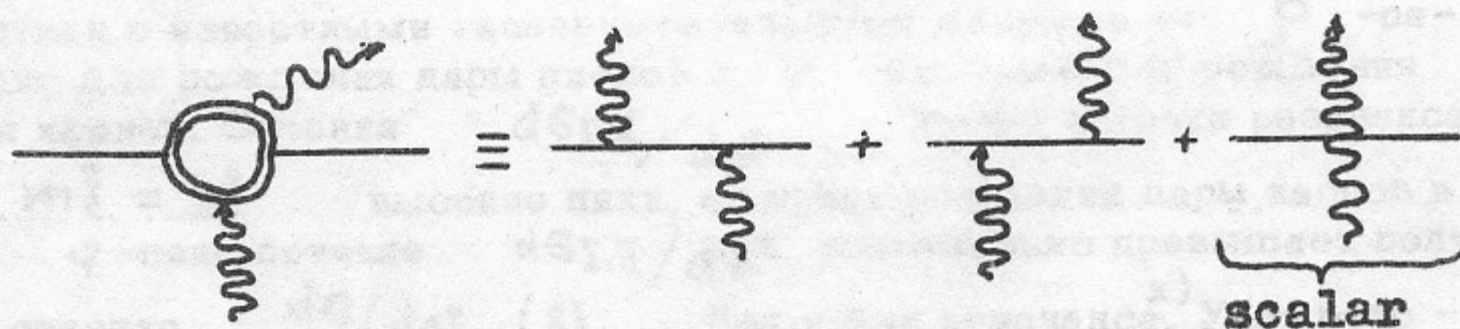
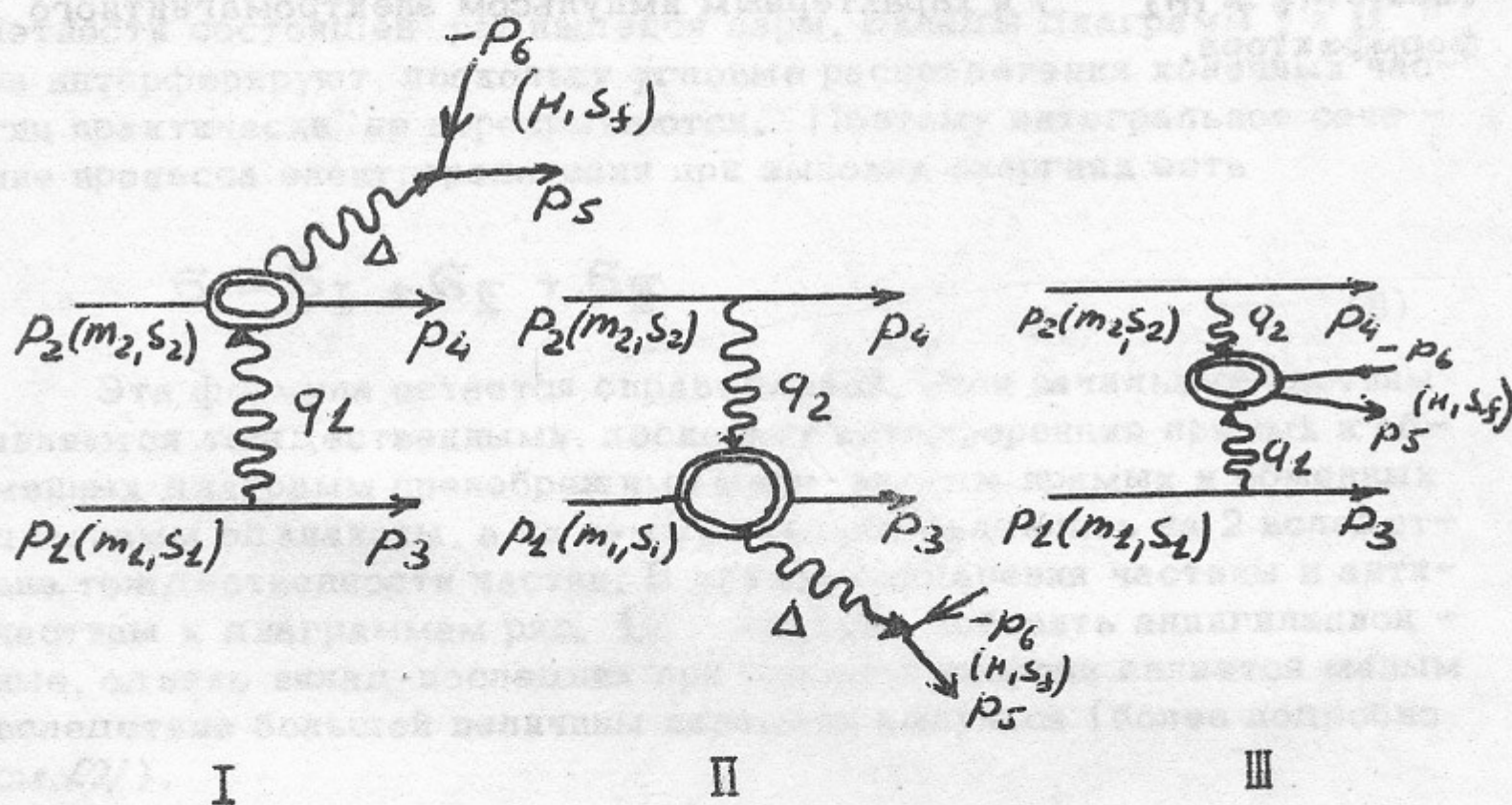


рис. I

---

Ответственный за выпуск В.Н. Байер

Подписано к печати 26.10.70

Усл. 0,4 печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно.

Заказ № 87 . ПРЕПРИНТ.

---

Отпечатано на ротапринтере в ИЯФ СО АН СССР, нв.