1


# И Н С Т И Т У Т
## ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР



ИЯФ 34-71



В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко


# ЭФФЕКТЫ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ: РОЖДЕНИЕ ПАРЫ ЧАСТИЦЕЙ


Новосибирск

1971

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

# ЭФФЕКТЫ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ : РОЖДЕНИЕ ПАРЫ ЧАСТИЦЕЙ

## АННОТАЦИЯ

Вероятность рождения пары частиц релятивистской частицей во внешнем электромагнитном поле вычислена с использованием обобщения предложенного ранее операторного метода. Рассмотрены случаи спинов 0 и $\frac{1}{2}$. При $\chi = \frac{e\hbar}{m^3c^4}\sqrt{|(F_{\mu\nu}p^{\nu})^2|} \ll 1$ вероятность **экспоненциально** мала. При $\chi \gg 1$ вероятность $\propto \alpha^2 \chi \ln \chi$, вероятности же процессов низшего порядка $\propto \alpha \chi^{2/3}$.

# Higher order effects in the external field: pair production by the particle

V.N.Baier, V.M.Katkov, V.M.Strakhovenko

## a b s t r a c t

The probability of the pair production by the high energy particle in the external field has been calculated using generalization of the recently proposed operator method. Spin 0 and 1/2 cases have been considered. At $\chi \ll 1$, $\chi = \frac{e\hbar}{m^3c^4}\sqrt{|(F_{\mu\nu}p^\nu)^2|}$ the probability is exponentially small. At $\chi \gg 1$ the probability $\propto \alpha^2 \chi \ln\chi$ when the probability of the lowest order process is $\propto \alpha\chi^{2/3}$

Для изучения процессов при движении частиц высокой энергии во внешнем поле использование квазиклассического приближения[x)] существенно упрощает рассмотрение и позволило получить ряд важных результатов в низшем (борновском) приближении по электромагнитному взаимодействию с точным учётом внешнего поля. Естественный интерес представляет анализ высших порядков по электромагнитному взаимодействию (с точным учётом поля), позволяющий получить представление об общей структуре квантовой электродинамики во внешних полях. В качестве примера процесса высшего порядка мы, в рамках операторного метода [1,2], рассмотрим процесс рождения пары частицей при движении во внешнем (для определенности магнитном) поле. Этот процесс представляется диаграммой (см.рис.1), на которой двойные линии изображают частицу в поле, цифры обозначают индексы координат в соответствующих вершинах.

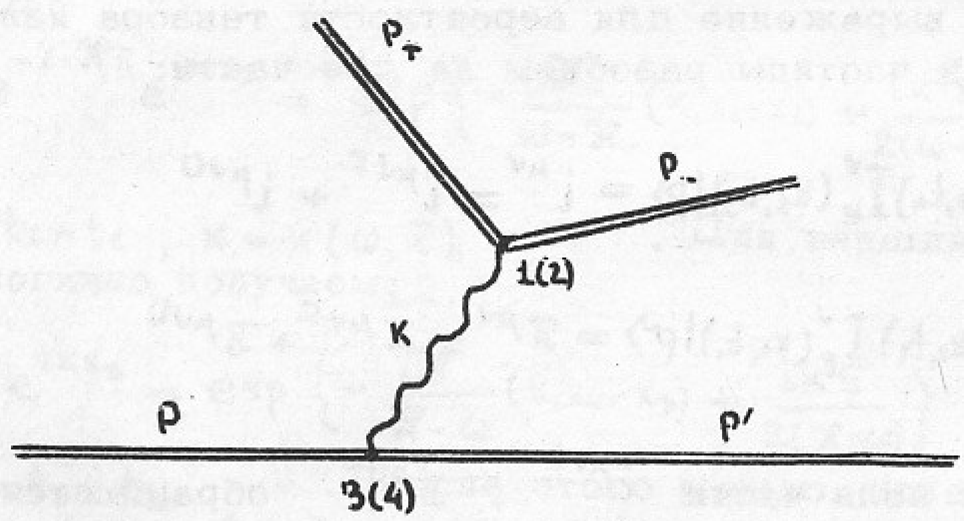


Рис.1.

Вероятность процесса может быть (ср.[1]) представлена в виде:

x) См.работы [1,2] - операторный метод для произвольного внешнего поля, [3], [4] - использование точных решений соответственно в магнитном и скрещенном поле.

$$W = \frac{e^4}{(2\pi)^8} \int \frac{d^4k_1}{k_1^2} \frac{d^4k_2}{k_2^2} \sum_F \langle p| \int dt_3\, dt_4\, I^*_{\mu e}(k_2,t_4)\, I_{\nu e}(k_1,t_3) |p\rangle \times$$

$$\times \langle p^-| \int dt_1\, dt_2\, I^{\mu *}_p(k_2,t_2)\, I^\nu_p(k_1,t_1) |p^-\rangle \qquad (1)$$

где $\sum_F$ означает суммирование по конечным состояниям (по импульсам излучающей частицы и одной из родившихся частиц суммирование уже проведено [1]),

$$I^\mu_e(t) = \sqrt{\frac{m}{\mathcal{H}}}\, \psi^+_{s'}(\vec{\varphi},\mathcal{H}) \left\{ j^\mu(\vec{\varphi},\mathcal{H}),\, e^{ikx} \right\} \psi_s(\vec{\varphi},\mathcal{H}) \sqrt{\frac{m}{\mathcal{H}}}$$

$$(2)$$

$$I^\mu_p(t) = \sqrt{\frac{\mu}{\mathcal{H}}}\, \psi^+_{s_-}(\vec{\varphi},\mathcal{H}) \frac{1}{2} \left[ j^\mu(\vec{\varphi},\mathcal{H}) e^{-ikx} + e^{-ikx} j^\mu(\vec{\varphi},-\mathcal{H}) \right] \psi_{s_+}(\vec{\varphi},-\mathcal{H}) \sqrt{\frac{\mu}{\mathcal{H}}}\, e^{2i\mathcal{H}t}$$

здесь использованы обозначения работы [1].

Входящие в выражение для вероятности тензора излучаю - щей и родившейся частицы разобьем на две части:

$$\langle p| \int dt_3 dt_4\, I^{\mu *}_e(k_2,t_4)\, I^\nu_e(k_1,t_3) |p\rangle = i^{\mu\nu} = i^{\mu\nu F} + i^{\mu\nu 0}$$

$$\langle p^-| \int dt_1 dt_2\, I^{\mu *}_p(k_2,t_2)\, I^\nu_p(k_1,t_1) |p^-\rangle = \pi^{\mu\nu} = \pi^{\mu\nu F} + \pi^{\mu\nu 0}$$

$$(3)$$

где зависящие от поля части $i^{\mu\nu F}$, $\pi^{\mu\nu F}$ обращаются в нуль, когда внешнее поле $F_{\mu\nu} = 0$. Тогда полная вероятность

$$W = W_{FF} + W_{F0} + W_{0F} \qquad (4)$$

При вычислении вероятностей $W_{F0}$ и $W_{0F}$, где одна из вершин рассматривается свободной, основная в нашем подходе операция распутывания производится известным способом (см.[1]).

Новым обстоятельством при проведении распутывания экспоненциальных операторных выражения при вычислении $W_{FF}$ является появление экспоненциальных множителей, зависящих от разных импульсов $e^{-ik_1x_1}\, e^{-2i\mathcal{H}(t_2-t_1)}\, e^{ik_2x_2}$. В формуле для вероятности (1) запишем эту комбинацию в виде:

$$e^{-i(\kappa_1-\kappa_2,x_1)}\cdot e^{-i\kappa_2 x_1}\cdot e^{-2i\mathcal{H}(t_2-t_1)}\cdot e^{i\kappa_2 x_2} \qquad (5)$$

Здесь мы разбили экспоненциальный оператор в силу коммутативности компонент $x_1$. Для достаточно больших времен интегрирования по $t_1$ и $t_1-t_2$ можно выполнять независимо. Проводя интегрирование по $t_1$ ( $t_1$ - с - число), убеждаемся, что $\omega_1=\omega_2$. Основной вклад даёт область, где $\kappa^2_{1(2)}\sim m^2$ вектора $\vec{\kappa}_{1(2)}$ лежат в узком конусе вдоль направления $\vec{p}$, так что $|\vec{\kappa}_1-\vec{\kappa}_2|\lesssim m$. По этой причине оператор $e^{-i(\kappa_1-\kappa_2,x_1)}$ с точностью до членов $\sim m/\varepsilon$ коммутирует со всеми операторными комбинациями, входящими в выражение для вероятности. Распутывание комбинации $e^{-i\kappa_2 x_1}\cdot e^{-2i\mathcal{H}(t_2-t_1)}e^{i\kappa_2 x_2}$ проводится также, как в задаче магнитотормозного излучения [1], но с учётом того, что $\kappa^2\neq 0$, в результате получаем для вершины рождения пары:

$$e^{-i\kappa x_1}e^{-2i\mathcal{H}\tau}e^{i\kappa x_2}=\exp\left\{-\frac{i\mathcal{H}_-}{\omega-\mathcal{H}_-}(\kappa,x_2-x_1)+\frac{i\kappa^2\tau}{2(\omega-\mathcal{H}_-)}\right\} \qquad (6)$$

где $\tau=t_2-t_1$, $\kappa=\kappa(\omega,\vec{\kappa})$. Для вершины излучения фотона аналогично получаем:

$$e^{-i\kappa x_4}\cdot e^{i\kappa x_3}=\exp\left\{-\frac{i\mathcal{H}}{\mathcal{H}-\omega}(\kappa,x_4-x_3)+\frac{i\kappa^2\sigma}{2(\mathcal{H}-\omega)}\right\} \qquad (7)$$

где $\sigma=t_4-t_3$. После этого можно, используя те же аргументы, что в [1], перейти от операторов к классическим средним.

При суммировании по конечным состояниям необходимо проинтегрировать по всем возможным траекториям родившейся частицы (по её фазовому объёму), т.е. взять интеграл

$$\sum_F \to \sum_{\text{спин}}\int\frac{d^3x_1\,d^3p_-}{(2\pi)^3} \qquad (8)$$

причём предполагается, что на пространственно-временных интервалах существенных для процесса поле можно считать однородным (ср. [1]). Тогда имеем

$$\int d^4x_1\, e^{i(k_1-k_2,x_1)} = (2\pi)^4\,\delta(k_1-k_2) \tag{9}$$

Блок родившихся частиц в $W_{FF}$ (4) связан с зависящей от поля частью поляризационного оператора $\Pi^{\mu\nu F}$:

$$2\,\mathrm{Im}\,\Pi^{\mu\nu F}(k) = ie^2\int\frac{d^3p_-}{(2\pi)^3}\sum_{s_+,s_-}\langle p^-|\int_{-\infty}^{\infty}d\tau\, I_p^{*\mu}(k)\,I_p^{\nu}(k)|p^-\rangle \tag{10}$$

где мы в соответствии с (3) представили поляризационный оператор в виде

$$\Pi_{\mu\nu}(k) = \Pi_{\mu\nu}^{OR} + \Pi_{\mu\nu}^{F} \tag{11}$$

Здесь $\Pi_{\mu\nu}^{OR}(k)$ – перенормированный поляризационный оператор в отсутствие поля в $e^2$ –порядке. Вероятность рождения пары фотоном во внешнем поле в единицу времени есть

$$W_{ph.} = -\frac{g^{\mu\nu}\,\mathrm{Im}\,\Pi_{\mu\nu}^{F}(k)}{\omega} \tag{12}$$

Прямое вычисление даёт следующий явный вид $\Pi_{\mu\nu}^{F}$:

$$\Pi_{\mu\nu}^{F} = \mathcal{G}_1\left(g_{\mu\nu}-\frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right) + \mathcal{G}_2\,\frac{\tilde{k}_\mu\tilde{k}_\nu}{\tilde{k}^2} + \tag{13}$$

$$+\,\mathcal{G}_3\,\frac{k^2e^2F^{\sigma\rho}F_\rho^{\ \tau}}{\tilde{k}^2}\left(g_{\mu\sigma}-\frac{k_\mu k_\sigma}{k^2}\right)\left(g_{\tau\nu}-\frac{k_\tau k_\nu}{k^2}\right)$$

Мы используем обозначения $\tilde{k}^\mu = eF^{\mu\rho}k_\rho$, $\varkappa^2(\mu) = -\dfrac{\tilde{k}^2}{\mu^6}$

$\mu$ – масса частиц пары,

$$\mathcal{G}_i^{(s)} = -\frac{\alpha\mu^2}{4\pi}\int_0^\infty d\tau\int_0^\infty\frac{d\xi}{ch^2\xi}\,B_\tau\, g_i^{(s)}\,\frac{1}{\tau}\exp\left\{-i\frac{4ch^2\xi}{\varkappa(\mu)}\left(\tau+\frac{\tau^3}{3}\right)+\frac{ik^2\tau}{\mu^2\varkappa(\mu)}\right\} \tag{14}$$

Здесь функции $g_i^{(s)}$ для частиц со спином 0 и $\frac{1}{2}$ имеют вид:

$$g_1^{(\frac{1}{2})} = \frac{2k^2}{\mu^2}\frac{1}{ch^2\xi} - \frac{16}{3}\tau^2(2ch^2\xi+1);\quad g_2^{(\frac{1}{2})} = 8\tau^2;\quad g_3^{(\frac{1}{2})} = \frac{16}{3}(2ch^2\xi+1);$$

$$g_1^{(0)} = sh^2\xi\left(\frac{k^2}{\mu^2}\frac{1}{ch^2\xi} - \frac{8}{3}\tau^2\right); \quad g_2^{(0)} = -4\tau^2; \quad g_3^{(0)} = \frac{8}{3}\tau^2 sh^2\xi \tag{15}$$

В формуле (14) введен оператор $B_\tau$, определенный следующим образом

$$B_\tau \, \tau^n e^{a\tau^3} = \begin{cases} \tau^n e^{a\tau^3}, & n \geq 0 \\ \tau^n (e^{a\tau^3} - 1), & n = -1 \end{cases} \tag{16}$$

и позволяющий существенно упростить запись результатов. Поляризационный оператор $\Pi^F_{\mu\nu}$ для спина $s = \frac{1}{2}$ совпадает с полученным в работе [5].

Вероятность процесса в единицу времени представим в виде

$$W = \frac{dw}{dt} = \int \frac{d^4k}{k^4} J^{\mu\nu} 2\Im m\, \Pi_{\mu\nu} = W_{FF} + W_{C0} + W_{0F} \tag{17}$$

где тензор $J^{\mu\nu}$, описывающий излучение (в единицу времени) начальной частицей поляризованного фотона с массой $k^2$ разбит в соответствии с (3).

Приступим к рассмотрению $W_{FF}$

$$W_{FF}^{(s_i, s_f)} = \frac{i\alpha m^2}{(2\pi)^2 \varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk^2}{k^4} \int_0^{\infty} \frac{du}{(1+u)^2} \sum_i \left( F_i^{(s_i)}\, 2\Im m\, g_i^{(s_f)} \right) \tag{18}$$

Здесь $m$ - масса начальной частицы,

$$F_i^{(s)} = \int_{-\infty}^{\infty} d\sigma B_\sigma \frac{f_i^{(s)}}{\sigma} \exp\left\{ -\frac{iu}{\chi}\left(\sigma + \frac{\sigma^3}{3}\right) - \frac{ik^2\sigma}{m^2 \varkappa(m)} \right\} \tag{19}$$

и

$$f_1^{(\frac{1}{2})} = 1 + \frac{k^2}{m^2} + 2\sigma^2\left(1 + \frac{u^2}{2(1+u)}\right); \quad f_1^{(0)} = 1 - \frac{k^2}{4m^2} + 2\sigma^2;$$

$$f_2^{(\frac{1}{2})} = \frac{1}{2}\left[\left(3 + \frac{u^2}{1+u}\right)\sigma^2 + \frac{k^2}{m^2}\left(\frac{2(1+u)}{u^2} + 1\right)\right]; \quad f_2^{(0)} = \frac{1}{2}\left[1 + 3\sigma^2 + \frac{k^2}{m^2}\frac{1+u}{u^2}\right];$$

$$f_3^{(\frac{1}{2})} = -\frac{\kappa^2}{m^2}\frac{1+u}{u^2}\,; \qquad f_3^{(0)} = -\frac{\kappa^2}{m^2}\frac{(2+u)^2}{4u^2} \tag{20}$$

Интеграл по $\kappa^2$ в (18) математически не определен. Учитывая фейнмановские правила обхода имеем

$$\frac{1}{\kappa^4} \Rightarrow \frac{1}{\kappa^2+i\varepsilon}\cdot\frac{1}{\kappa^2-i\varepsilon} = \left[\frac{\mathcal{P}}{\kappa^2} - i\pi\delta(\kappa^2)\right]\left[\frac{\mathcal{P}}{\kappa^2} + i\pi\delta(\kappa^2)\right] = \frac{\mathcal{P}}{\kappa^2}\cdot\frac{\mathcal{P}}{\kappa^2} + \pi^2\delta^2(\kappa^2) \tag{21}$$

Члены в правой части этой формулы имеют разный физический смысл.

Член $\pi^2\delta^2(\kappa^2)$ приводит к линейно расходящейся по времени величине $dw/dt$. Это связано с тем, что излученный во внешнем поле реальный фотон является нестабильным и в поле достаточной протяженности обязательно образует пару. Для рассмотрения этого вопроса нельзя пользоваться теорией возмущений. Эта ситуация аналогична случаю прохождения электрона большой энергии через материальную среду (для расстояний много больших радиационной длины) и хорошо описывается в терминах каскадной теории при известных вероятностях излучения фотона и рождения фотоном пары. Поэтому мы ограничимся здесь рассмотрением вклада первого члена в (21), для которого величина $dw/dt$ конечна. Мы будем вычислять его согласно правилу

$$\int d\kappa^2 \frac{\mathcal{P}}{\kappa^2}\frac{\mathcal{P}}{\kappa^2} f(\kappa^2) = \lim_{a^2\to 0}\int d\kappa^2 \frac{\mathcal{P}}{\kappa^2+a^2}\cdot\frac{\mathcal{P}}{\kappa^2} f(\kappa^2) = \int d\kappa^2 \frac{\mathcal{P}}{\kappa^4}\left[f(\kappa^2) - f(0)\right] \tag{22}$$

которое основывается на том, что появление $\delta(\kappa_1 - \kappa_2)$ в (9) является следствием однородности внешнего поля. Для реальных полей всегда имеются неоднородности "размазывающие" $\delta$-функцию, что эквивалентно правилу (22).

Взяв интеграл по $\kappa^2$ в (18) согласно правилу (22) получаем вероятность рождения $W_{FF}$ пары частицей во внешнем поле в единицу времени:

$$W_{FF}^{(s_i,s_f)} = -\frac{\alpha^2\mu^2}{8\pi^2\varepsilon}\int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^2}\int_0^\infty \frac{d\xi}{ch^2\xi}\int_{-\infty}^{\infty} d\sigma\int_{-\infty}^{\infty} d\tau\, B_\sigma B_\tau \frac{1}{2\sigma}\left[a_1^{(s_i,s_f)}\,\delta\!\left(\sigma - \frac{\mu}{m}\tau\right) + \right.$$

$$+ a_2^{(s_i,s_f)}\,\epsilon\!\left(\sigma - \tfrac{\mu}{m}\tau\right)\Big]\cdot\exp\left\{-i\beta\left(\sigma+\frac{\sigma^3}{3}\right)-i\gamma\left(\tau+\frac{\tau^3}{3}\right)\right\} \tag{23}$$

где $\varepsilon$ – энергия начальной частицы, $u = \dfrac{\omega}{\varepsilon-\omega}$, $ch^2\xi = \dfrac{\omega^2}{4\varepsilon_+\varepsilon_-}$,

$$\epsilon(x) = \vartheta(x) - \vartheta(-x);\ \beta = \frac{u}{\chi};\ \gamma = \left(\frac{\mu}{m}\right)^3 \frac{4ch^2\xi\,(1+u)}{u\chi};\ \chi^2 = -\frac{\tilde p^2}{m^6};\ \tilde p^\mu = eF^{\mu\nu}p_\nu$$

$$a_1^{(\frac12,\frac12)} = \frac{2}{sh^2\xi}\,a^{(\frac12,0)} = -2a^{(0,\frac12)} = -\frac{4}{sh^2\xi}\,a^{(0,0)} = \frac{u\chi}{(1+u)ch^2\xi}\,\frac{m^2}{\mu^2}$$

$$a_2^{(s_i,s_f)} = (1+2s_f)\left\{\frac{i}{2}\left[\frac{\tau^2}{3}\frac{1}{u^2}\,b^{(s_f)}\cdot d^{(s_i)} - \frac{m^2}{\mu^2 ch^2\xi}\left(1+\frac{\sigma^2 d^{(s_i)}}{1+u}\right)\right] + \right. \tag{24}$$

$$\left. + \frac{\left(\sigma - \frac{\mu}{m}\tau\right)}{3u\chi}\left[\left(\frac{b^{(s_f)}d^{(s_i)}}{1+u} + 3(-1)^{2s_f}\right)\sigma^2\tau^2 + b^{(s_f)}\tau^2\right]\right\}$$

$$b^{(\frac12)} = 8ch^2\xi + 1;\ b^{(0)} = 4ch^2\xi - 1;\ d^{(\frac12)} = 2(1+u)+u^2;\ d^{(0)} = 2(1+u);$$

Входящий в выражение $W_{F0}$ поляризационный оператор $\Pi^{0R}_{\mu\nu}$ является хорошо известным. Подставляя его в (17) получаем:

$$W_{F0}^{(s_i,s_f)} = \frac{\alpha^2 m^2}{6\sqrt{3}\pi^2\varepsilon}\int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^2}\int_1^\infty \frac{dz}{z^2}\sqrt{1-\frac{1}{z}}\cdot h^{(s_f)}\left[\tau_1^{(s_i)}\left(1+\frac{4\mu^2 z(1+u)}{m^2u^2}\right)K_{2/3}(\eta) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\tau_2^{(s_i)}\int_\eta^\infty K_{1/3}(x)\,dx\right] \tag{25}$$

где $K_\nu(x)$ – функции Макдональда,

$$h^{(\frac{1}{2})} = 2(1+2z)\,;\quad h^{(0)} = z-1\,;\quad \tau_1^{(0)} = 1$$

$$\tau_1^{(\frac{1}{2})} = 1 + \frac{u^2}{1+u}\,;\quad \tau_2^{(0)} = 1 - \left(\frac{\mu}{m}\right)^2 z\,;\quad \tau_2^{(\frac{1}{2})} = 1 + 2\left(\frac{\mu}{m}\right)^2 z \tag{26}$$

$$\eta = \frac{2u}{3\chi}\left[1 + \frac{4\mu^2(1+u)z}{m^2u^2}\right]^{3/2}$$

Подставляя в (17) известное выражение для токового тензора получим для вероятности $W_{0F}$

$$W_{0F}^{(s_i, s_f)} = \frac{2\alpha^2 m^2}{\sqrt{3}\pi^2\varepsilon}\int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^2}\int_0^\infty \frac{d\xi}{ch^2\xi}\int_{u^2/1+u}^\infty \frac{dy}{y^2}\Big[c_1^{(s_i, s_f)}\left(\frac{\mu^2}{m^2} + \frac{y}{4ch^2\xi}\right)K_{2/3}(\lambda) -$$

$$- c_2^{(s_i, s_f)}\cdot y\cdot\int_\lambda^\infty K_{1/3}(x)\,dx\Big] \tag{27}$$

где $\lambda = \dfrac{8\,ch^2\xi\,(1+u)}{3u\chi}\left(\dfrac{\mu^2}{m^2} + \dfrac{y}{4ch^2\xi}\right)^{3/2}$; $c_1^{(s_i, s_f)} = \dfrac{1+2s_f}{12}\,b^{(s_f)}\left(y\dfrac{d^{(s_i)}}{u^2} - 2\right)$

$$c_2^{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})} = \frac{2c_2^{(\frac{1}{2}, 0)}}{sh^2\xi} = \frac{1}{4ch^2\xi}(y-2)\,;\quad c_2^{(0, \frac{1}{2})} = \frac{2}{sh^2\xi}c_2^{(0,0)} = -\frac{(y+4)}{8ch^2\xi} \tag{28}$$

а $b^{(s_f)}$, $d^{(s_i)}$ даются формулой (24). Полное выражение для вероятности даётся формулой (17).

Рассмотрим асимптотические значения вероятности $W$ при $\chi \ll 1$. В этом случае интеграл по $\sigma$, $\tau$ может быть взят с помощью метода перевала (по существу мы имеем дело с туннельным эффектом), а оставшиеся интегралы вычисляются методом Лапласа. При достаточном различии между массами $\mu$ и $m$ основной вклад дают вероятности $W_{F0}$ или $W_{0F}$ (17), когда в поле берется блок для легких частиц, а в случае равных масс основной вклад даёт вероятность $W_{FF}$. Это связано с тем, что импульс полю передаётся в основном легкими частицами. При $\mu = m$ в экстремальной точке $u = 2$; $\xi = 0$ .

что означает, что энергия делится поровну между тремя конечными частицами. При $\mu \ll m$, $u \sim \mu/m$, $\xi = 0$ (энергия конечных частиц много меньше начальной энергии), а при $\mu \gg m$ $u \sim \mu/m$; $\xi = 0$ (родившаяся пара уносит почти всю энергию). В случае $\mu = m$ имеем

$$W^{(s_1 s_4)} = W_{FF}^{(s_1 s_4)}; \quad W_{FF}^{(\frac{1}{2},\frac{1}{2})} = 6 W_{FF}^{(0,0)} = \frac{\alpha^2 m^2 \chi^{3/2}}{16\sqrt{6\pi}\,\varepsilon} e^{-\frac{16}{3\chi}} \tag{29}$$

в случае $\mu \gg m$

$$W^{(s_1 s_4)} = W_{F0}^{(s_1 s_4)}; \quad W_{F0}^{(\frac{1}{2},\frac{1}{2})} = 4 W_{F0}^{(0,\frac{1}{2})} = \frac{16\sqrt{3}}{\chi}\left(\frac{\mu}{m}\right)^2 W_{F0}^{(\frac{1}{2},0)} = \tag{30}$$

$$= \frac{64\sqrt{3}}{\chi}\left(\frac{\mu}{m}\right)^2 W_{F0}^{(0,0)} = \frac{\alpha^2 m^2 \chi^{5/2}}{2^6 3^{5/4}\sqrt{\pi}\,\varepsilon}\left(\frac{m}{\mu}\right)^5 e^{-\frac{4\sqrt{3}}{\chi}\left(\frac{\mu}{m}\right)^2}$$

При $\chi \gg 1$, $\chi \frac{m^3}{\mu^3} \gg 1$ основной вклад дают вероятности $W_{FF}$ и $W_{0F}$, что обусловлено тем, что существенны только малые передачи импульса. По этой причине для вычисления $W_{0F}$ можно воспользоваться методом эквивалентных фотонов x). Основной вклад даёт область xx) $u \sim \frac{1}{\chi}\left(\frac{\mu}{m}\right)^3 \ll 1$, причём для $W_{FF}$ $\beta \sim \frac{1}{\chi^2}\left(\frac{\mu}{m}\right)^3$; $\gamma \sim 1$, т.е. $\sigma \sim \frac{\mu^2}{m^2}\chi^{2/3}$; $\tau \sim 1$, так что в квадратных скобках в формуле (23) вклад дают только члены с $\epsilon\left(\sigma - \frac{\mu}{m}\tau\right) \to \epsilon(\sigma)$. Проводя с учётом этого вычисления, получаем для $\chi \gg 1$, $\chi\left(\frac{m}{\mu}\right)^3 \gg 1$ при любом соотношении между массами $\mu, m$:

$$W^{(s_1 s_4)} = W_{FF}^{(s_1 s_4)} + W_{0F}^{(s_1 s_4)}; \quad W_{FF(0F)}^{(\frac{1}{2}, s_4)} = W_{FF(0F)}^{(0, s_4)}$$

---

x) Такого рода оценки делались в работе [6].

xx) Поскольку $u \ll 1$, то интерференционные эффекты в случае тождественных частиц с принятой точностью несущественны.

$$W_{FF}^{(\frac{1}{2},\frac{1}{2})} = \frac{26}{5} W_{FF}^{(\frac{1}{2},0)} = \frac{13\alpha^2 m^2}{9\sqrt{3}\pi\varepsilon} \chi \frac{m}{\mu} \ln\left[\chi\left(\frac{m}{\mu}\right)^{3/2}\right]$$

$$W_{OF}^{(\frac{1}{2},\frac{1}{2})} = \frac{26}{5} W_{OF}^{(\frac{1}{2},0)} = \frac{13}{3\sqrt{3}} \frac{\alpha^2 m^2}{\pi\varepsilon} \chi \frac{m}{\mu} \ln\left[\chi\left(\frac{m}{\mu}\right)^{2}\right] \qquad (31)$$

Зная вероятность $W$ можно вычислить вклад диаграммы рис.2, причём для восстановления её вещественной части нужно использовать дисперсионные соотношения x).

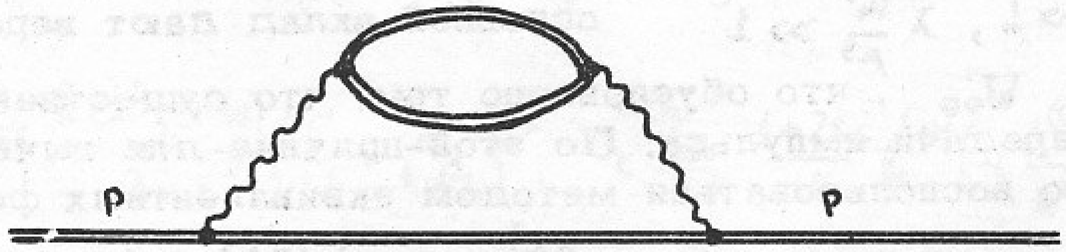


Рис.2.

Заметим, также, что полученные результаты позволяют решить задачу о деградации энергии частицы высокой энергии,попавшей в сильное внешнее поле.

Авторы благодарны В.С.Фадину за полезные обсуждения.

---

x) Такая процедура использована, например, в работе авторов [7] при вычислении показателя преломления во внешнем поле, там же массовый оператор во внешнем поле получен с помощью операторной техники [1].

## Литература


1. В.Н.Байер, В.М.Катков. ЖЭТФ 53 , 1478, 1967.
2. В.Н.Байер, В.М.Катков. ЖЭТФ 55 , 1542, 1968.
3. "Синхротронное излучение" под редакцией Соколова А.А., Тернова И.М., Москва, 1966.
4. А.И.Никишов, В.И.Ритус. ЖЭТФ 46 , 776, 1768, 1964.
5. Н.Б.Нарожный. ЖЭТФ 55 , 714, 1968.
6. T.Erber.Rev.Mod.Phys. 38 , 626, 1966.
7. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. ДАН СССР 197, 66, 1971.

Ответственный за выпуск Страховенко В.М.
Подписано к печати 25.IV.71
Усл. 0,7 печ.л., тираж 250 экз. Бесплатно.
Заказ № 34
Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, нв.