

518

**И Н С Т И Т У Т  
Я Д Е Р Н О Й Ф И З И К И С О А Н С С С Р**

И Я Ф 52 - 72

В.Н.Байер

**И С С Л Е Д О В А Н И Е К В А Н Т О В О Й Э Л Е К Т Р О Д И Н А М И К И  
И В Е К Т О Р Н Ы Х М Е З О Н О В В Э К С П Е Р И М Е Н Т А Х Н А  
В С Т Р Е Ч Н Ы Х Э Л Е К Т Р О Н - П О З И Т Р О Н Н Ы Х П У Ч К А Х**



Новосибирск

1972

V



# ИССЛЕДОВАНИЕ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ И ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ НА ВСТРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОН - ПОЗИТРОННЫХ ПУЧКАХ

## 1. В В Е Д Е Н И Е

К настоящему времени в основном закончены опыты первого поколения по взаимодействию электронов с электронами и позитронами в установках со встречными пучками. Проводившиеся в течение нескольких последних лет работы на установках со встречными электрон-позитронными пучками в Новосибирске (СССР), Орсе (Франция), Фраскати (Италия), а также завершённые к 1968 году опыты на установках со встречными электрон-электронными пучками в Новосибирске (СССР) и Стэнфорде (США) не только показали большие возможности нового метода экспериментальных исследований, но и позволили получить большое количество чрезвычайно важной информации о взаимодействии элементарных частиц при высоких энергиях.

Выполненные работы можно разбить на следующие основные разделы.

1. Проверка применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях в опытах по упругому рассеянию электронов на электронах и позитронах; рождению пары мюонов и пары фотонов при аннигиляции электрон-позитронной пары.

2. Исследование электродинамических процессов высшего порядка - тормозного излучения, двойного тормозного излучения и электророждения пар частиц.

3. Изучение нейтральных векторных мезонов в реакциях  $e^+e^- \rightarrow \rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ ;  
 $e^+e^- \rightarrow \omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0, \pi^0\gamma$ ;  $e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow K^+K^-, K_S^0K_L^0, \pi^+\pi^-\pi^0, \pi^0\gamma, \eta\gamma$ .

4. Измерение электромагнитных формфакторов пиона, каона, протона вне резонансной области.

5. Множественное рождение адронов при энергии  $2\varepsilon > 1$  Гэв (имеется в виду рождение  $3\pi$ ,  $4\pi$  и т.д. при нерезонансных энергиях).

В данной лекции изложены разделы 1)-3), разделы 4)-5) содержатся в лекции профессора М.Грилли.

## II. ОБЗОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ АППАРАТУРЫ

В установках со встречными пучками электроны и позитроны движутся и сталкиваются в накопительном кольце. Для установки ВЭПП-2 (Новосибирск) начальный ток электронов  $I_e = 60$  ма, начальный ток позитронов  $I_p = 40$  ма, эффективное время жизни пучков  $\tau_b \approx 5$  часов; для установки *Adone* (Фраскати)  $I_e = 60$  ма,  $I_p = 40$  ма,  $\tau_b \approx 10$  часов; для установки АСО (Орсе)  $I_e = 25$  ма,  $I_p = 25$  ма,  $\tau_b \approx 12$  часов. Основной характеристикой установки со встречными пучками является светимость  $\mathcal{L}$ , по определению число наблюдаемых событий в 1 сек есть

$$N = \mathcal{L} \sigma \quad (1)$$

где  $\sigma$  - полное сечение исследуемого процесса.



В накопителях первого поколения светимость составляет  $L \approx 10^{28} \div 10^{29} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$ , в накопителях второго поколения планируется светимость на два порядка выше (см. Таблицу 1).

Таблица 1.

Установки со встречными электрон-электронными и электрон-позитронными пучками

№№ пп	Установка, лаборатория	Тип	Максимальная энергия (ГэВ)	Светимость в $\text{см}^{-2} \text{сек}^{-2}$	Дата начала экспериментов
1	2	3	4	5	6
1.	ВЭП-1 (Новосибирск, СССР)	$e^-e^-$	2 x 0,16		1965
2.	Стэнфорд (США)	$e^-e^-$	2 x 0,55		1965
3.	ВЭПП-2 (Новосибирск, СССР)	$e^+e^-$	2 x 0,7	$10^{28}$	1966
4.	АСО (Орсэ, Франция)	$e^+e^-$	2 x 0,5	$6 \times 10^{28}$	1967
5.	<i>Adone</i> (Фраскати, Италия) <sup>х)</sup>	$e^+e^-$	2 x 1,5 (до 1972г. 2 x 1,2)	$3 \times 10^{29}$	1969
6.	ВЭПП-3 (Новосибирск, СССР)	$e^+e^-$	2 x 3,5	$10^{31}$ (проект)	1972 (план)
7.	ВЭПП-2М (Новосибирск, СССР)	$e^+e^-$	2 x 0,7	$10^{32}$ (проект)	1972 (план)
8.	ВЭПП-4 (Новосибирск, СССР)	$e^+e^-$	2 x 5,0	$10^{31}$ (проект)	1974 (план)
9.	<i>CEA Bypass</i> (Кэмбридж; США)	$e^+e^-$	2 x 3,5	$10^{31}$ (проект)	1972
10.	<i>SPEAR</i> (Стэнфорд, США)	$e^+e^-$	2 x 2,0	$10^{32}$ (проект)	1972
11.	<i>DORIS</i> (Гамбург, ФРГ, <i>DESY</i> )	$e^+e^-$	2 x 3,0	$10^{32}$ (проект)	1974 (план)

х) Светимость дана на каждый из 4-х экспериментальных промежутков.

Электроны и позитроны сталкиваются в одном или нескольких местах в прямолинейных промежутках накопительного кольца, а конечные частицы (вылетающие из одного места и в момент встречи пучков) фиксируются аппаратурой окружающей место встречи.

Регистрирующая аппаратура, используемая в разных лабораториях, имеет много общего, хотя и заметно различается в деталях. Общий вид системы регистрации в третьем (последнем) цикле измерений, проведенных в Новосибирске, приведен на рис.1.

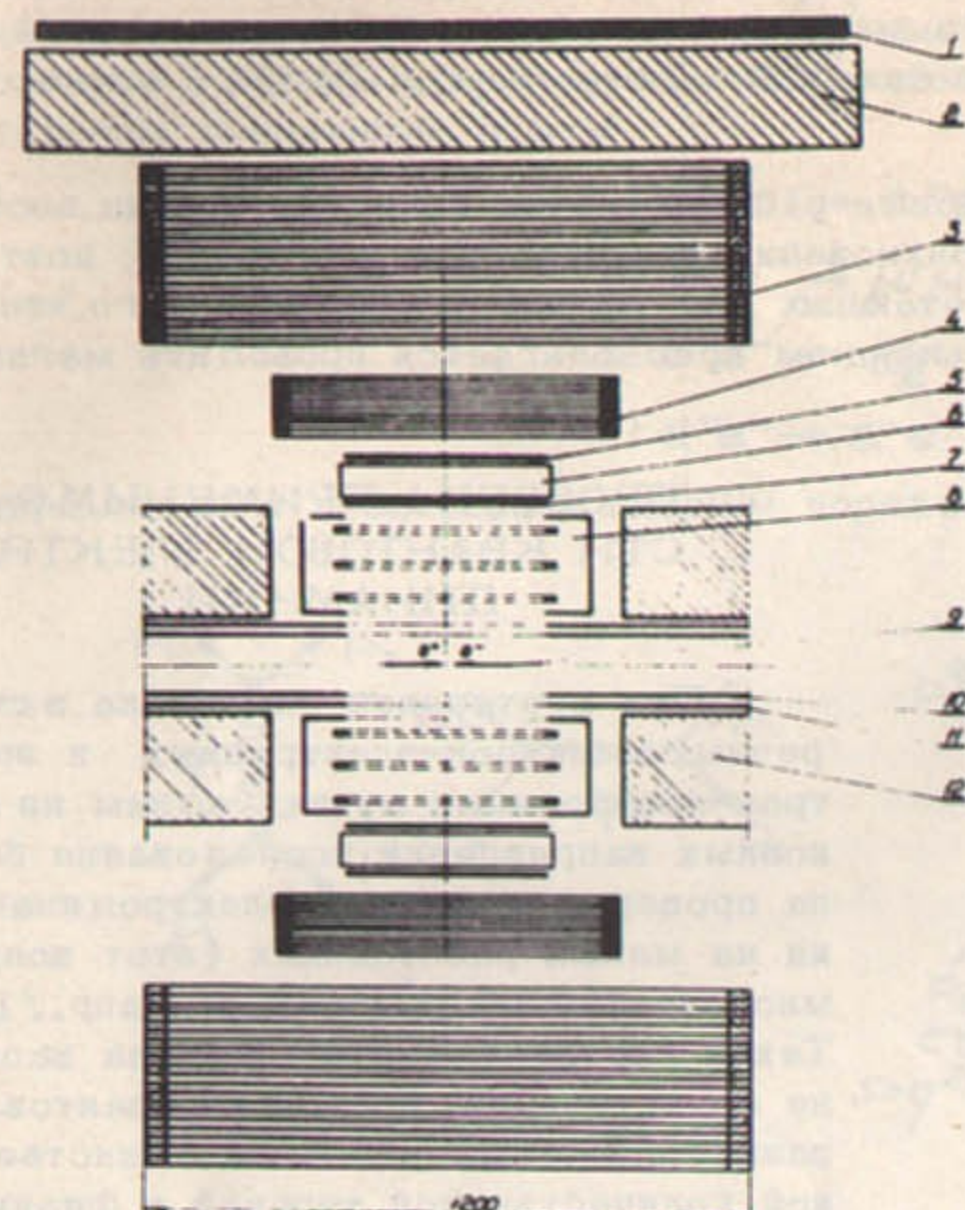


Рис.1. Общий вид экспериментальной аппаратуры (Новосибирск). 1-счетчик антисовпадений, 2-свинец, 3-оптические "пробежные" искровые камеры, 4-оптические ливневые искровые камеры, 5,7-сцинтилляционные счетчики, 8-координатная проволочная искровая камера, 9-область взаимодействия, 10(11)-внутренняя (внешняя) вакуумные камеры, 12-магнит накопительного кольца, 6-черенковские счетчики.

Кроме основных измерений во всех экспериментах проводились два типа фоновых измерений с пучками, разведенными по вертикали на 2 мм (фон) и без пучков (фон космического измерения).

Эта система состояла из двух проволочных искровых камер, соединенных непосредственно с ЭВМ, и предназначенных для определения геометрических характеристик событий<sup>х)</sup>, и двух групп оптических искровых камер - ливневых и пробежных, которые служат для определения сорта частиц по характеру их взаимодействия с материалом пластин и позволяют разделить пионы, мюоны, электроны и фотоны, для этого же использовались водяные черенковские счетчики. Запуск искровых камер производился четырьмя сцинтилляционными счетчиками, включенными в схему совпадений. Для защиты от космического излучения использовались счетчик антисовпадений и система синхронизации запуска регистрирующего устройства с моментом встречи пучков.

Аппаратура, используемая в других лабораториях, также состоит из системы счетчиков и искровых камер, расположенных вокруг места встречи различающихся по их положению относительно плоскости кольца накопителя, охватываемому телесному углу, возможности регистрации частиц, вылетающих под ма-

лым углом и энергетическому порогу регистрации.

Наблюдаемые в искровых камерах треки позволяют реконструировать геометрию события, в том числе определить положение точки пересечения треков (точки вылета), которая, естественно, должна быть расположена в месте встречи пучков. Типичная картина приведена на рис. 2, где дано распределение точек пересечения вдоль радиальной

х) В первых двух циклах измерений вместо проволочных искровых камер использовались тонкие оптические (координатные) искровые камеры.



оси в плоскости кольца накопителя для эксперимента  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  в Новосибирске. В случае двухчастичных событий при отборе событий имеется дополнительный критерий — коллинеарность треков конечных частиц. В случаях, когда конечных частиц больше двух отбор событий значительно усложняется, а регистрация событий системами, имеющими малый телесный угол становится крайне неэффективной. Поскольку именно многочастичные события будут доминировать в области больших энергий, все новые системы регистрации охватывают большой телесный угол ( $0,5 \pm 0,6$  полного телесного угла).

Кроме того при высокой энергии угловые распределения конечных частиц, вообще говоря, вытянуты вдоль направления столкновения электронов и позитронов, поэтому предполагается регистрация частиц, вылетающих под малым углом. Для того, чтобы выделить отдельные каналы реакций, в дальнейшем предполагается проводить магнитный анализ конечных частиц.

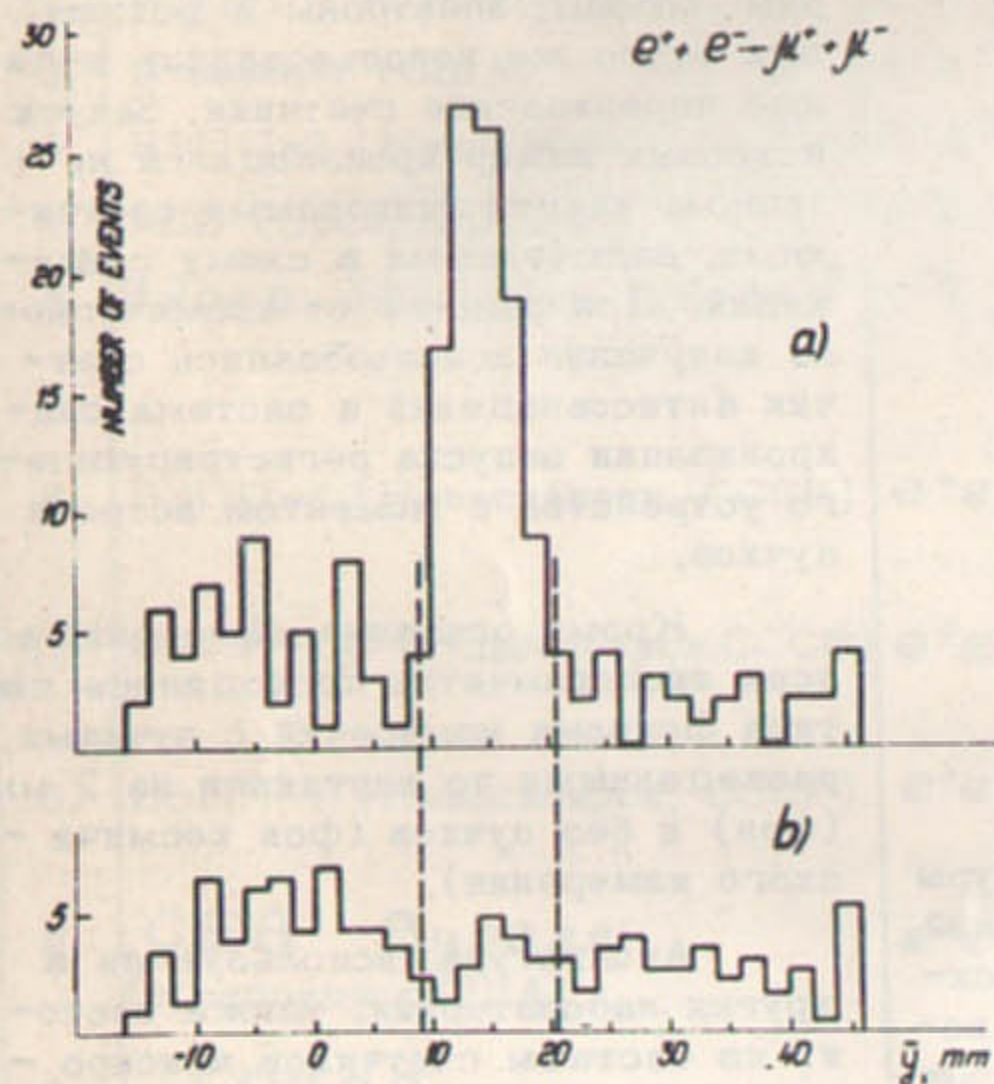


Рис.2. Распределение точек пересечения верхнего и нижнего треков вдоль радиальной оси в плоскости кольца накопителя в опыте  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  в Новосибирске для коллинеарных событий с пробегом, соответствующим  $\mu$ -мезонам; а) эффект, б) — нормированный фон. Пунктирными линиями отделены события, отбравшиеся для дальнейшего анализа.

ми границы, за которыми сильные и слабые взаимодействия приводят к существенному

### III. ПРОВЕРКА ПРИМЕНИМОСТИ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

При постановке опытов на встречных электрон-электронных и электрон-позитронных пучках одним из основных направлений исследования была проверка квантовой электродинамики на малых расстояниях (этот вопрос многократно обсуждался, см. напр. /1/). Такая постановка вопроса была вполне естественной, поскольку квантовая электродинамика является единственной количественной теорией в физике элементарных частиц (применимой в очень широком интервале расстояний). Обнаружение отклонений от неё говорило бы о новых качественных явлениях при взаимодействии на малых расстояниях (при больших передачах), например о существовании элементарной длины. Предполагалось, что обнаружение её даст ключ к построению теории элементарных частиц. Однако за прошедшее время эти представления претерпели существенные изменения. С одной стороны, эксперимент все время понижает верхнюю границу элементарной длины  $e$  (в настоящее время  $e < (3 \div 4) \cdot 10^{-15}$  см), причем величина  $e$  гораздо меньше, чем характерные размеры адронных структур.

С другой стороны стали более четкими

изменению картины электромагнитных процессов<sup>х)</sup>, налагая тем самым естественный предел на применимость чистой квантовой электродинамики. Возможности современного эксперимента в некоторых случаях уже вышли на этот предел и в конце лекции будет рассказано об опыте, в котором сильное взаимодействие изменяет сечение чисто электромагнитного процесса<sup>хх)</sup>  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ . Опыты на встречных пучках стали одним из основных методов, с помощью которых исчерпывается ограниченная (в указанном выше смысле) задача проверки чистой квантовой электродинамики. С этой целью были поставлены следующие опыты

- а)  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$
- б)  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$
- в)  $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$
- г)  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$

Диаграммы для процессов в низшем порядке теории возмущений приведены на рис. 3.

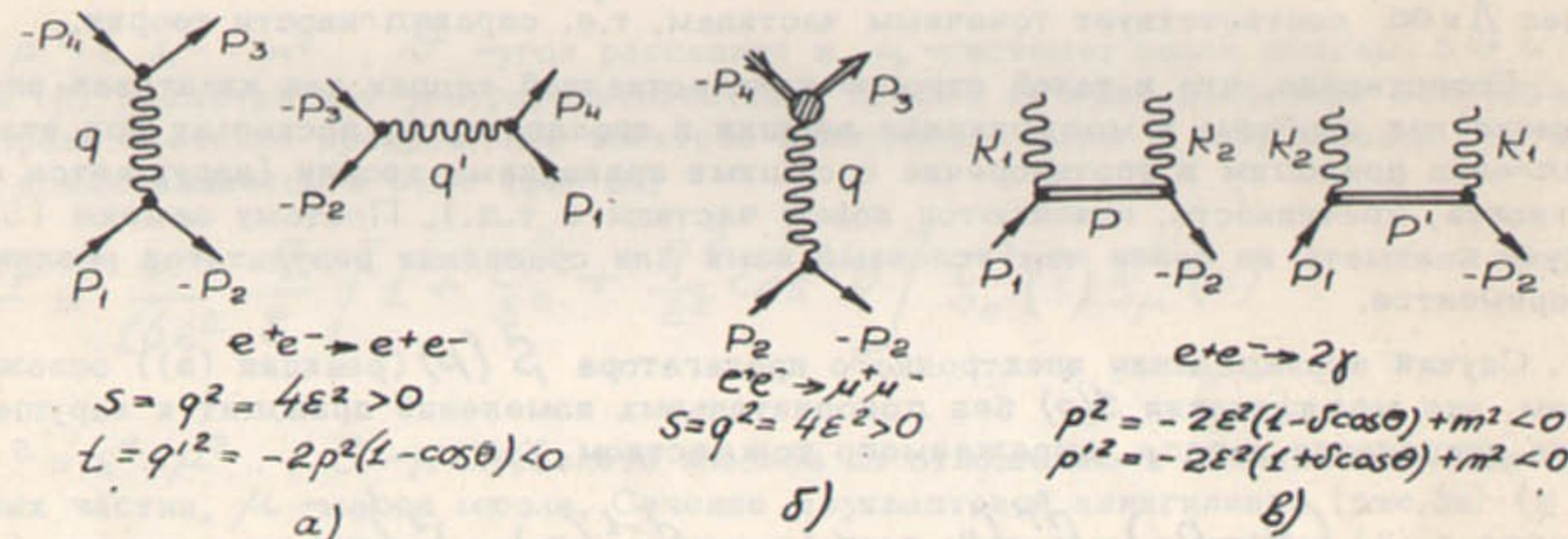


Рис.3. Диаграммы низшего порядка процессов, в которых проверялась квантовая электродинамика.

х) Вопрос о влиянии сильных взаимодействий (с учетом  $\rho$ -мезона) и слабых взаимодействий (в рамках схемы с нейтральными токами) обсуждался в /1/. Специфическая задача влияния поляризации вакуума нейтральными векторными мезонами на наиболее чувствительную к ней реакцию  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  рассматривалась в /2,3/. В последнее время влияние слабых взаимодействий (в обще принятом V-A варианте теории слабых взаимодействий, распространенном на весь интервал энергий до унитарного предела) было детально проанализировано в /4/.

хх) Другим экспериментом, в котором близка естественная граница применимости чистой электродинамики является опыт по измерению ( $g-2$ ) фактора мюона. Здесь последний экспериментальный результат имеет точность  $30 \cdot 10^{-8} / 18$ , тогда как вклад поляризации вакуума адронами, при вычислении которого непосредственно используется измеренно в опытах на встречных пучках сечение ( $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow$  адроны), есть  $6,5 \cdot 10^{-8}$ , а вклад слабых взаимодействий (в теории с промежуточным векторным бозоном) есть  $10^{-8}$ . В настоящее время в ЦЕРНе подготавливается новый мюонный ( $g-2$ ) эксперимент, в котором предполагается существенное повышение точности.



Если обозначить вершинную функцию <sup>x)</sup>  $\Gamma_\mu(p_1^2, p_2^2, q^2)$ , то в опыте а) изучается  $\Gamma_\mu(m^2, m^2, q^2(q'^2))$  и фотонный пропатор ( $q^2 > 0, q'^2 < 0$ ); в опыте б), где имеется только одна диаграмма с  $q^2 > 0$ , кроме того изучается вершина  $\Gamma_\mu(m_\mu^2, m_\mu^2, q^2)$  взаимодействия мюона с фотоном; в опыте в) исследуется  $\Gamma_\mu(m_\mu^2, p^2(p'^2), 0)$  и электронный пропатор ( $p^2 < 0, p'^2 < 0$ ).

Обычно результаты опытов по проверке квантовой электродинамики интерпретируются с помощью модификации вершин или пропаторов в сечениях низшего приближения. В реакциях а) и б) в (2) используется

$$\gamma_\mu \rightarrow \gamma_\mu f(q^2) \quad \text{или} \quad \frac{1}{q^2} \rightarrow \frac{f^2(q^2)}{q^2} \quad (3)$$

причем наиболее популярной функцией  $f^2(q^2)$  является

$$f^2(q^2) = \frac{1}{1 - q^2/\Lambda^2} \quad (4)$$

предел  $\Lambda = \infty$  соответствует точечным частицам, т.е. справедливости теории.

Естественно, что в такой строгой количественной теории как квантовая электродинамика нет свободы в модификации вершин и пропаторов, поскольку при этом мы немедленно приходим в противоречие с общими принципами теории (нарушается спектральность, причинность, появляются новые частицы и т.д.). Поэтому замены (3) и (4) следует понимать не более чем условный язык для сравнения результатов различных экспериментов.

Случай исследования электронного пропатора  $S(p)$  (реакция в)) осложняется тем, что модификация  $S(p)$  без дополнительных изменений приводит к нарушению закона сохранения заряда, выражаемого тождеством Уорда:

$$(p_1 - p_2)_\mu \Gamma^\mu(p_1, p_2, k) = S^{-1}(p_1) - S^{-1}(p_2) \quad (5)$$

Если потребовать, чтобы закон сохранения заряда оставался в силе, то изменение пропатора  $S(p)$  вызовет изменение вершинной функции  $\Gamma_\mu(p_1, p_2, k)$ . В общем случае к однофотонной вершине добавляются многофотонные, причем на полный матричный элемент (амплитуду) процесса наряду с сохранением заряда (5) накладывается также требование выполнения низкоэнергетических теорем в кросс-канале (для комптоновского рассеяния), в частности существования классического предела при  $\omega \rightarrow 0$ . В результате оказывается (этот вопрос детально проанализирован в /5/), что модификация должна содержать члены типа  $p^4/\Lambda^4$  и более высокие степени  $p^4/\Lambda^4$ , т.е. если положить

$$S(p) \rightarrow f_s^2(p^2) S(p) \quad (6)$$

то аналог функции (4) имеет вид

$$f_s^2(p^2) = \frac{1}{1 - p^4/\Lambda^4} \quad (7)$$

x) Используется система единиц  $\hbar = c = 1$ , метрика  $ab = a_0 b_0 - \vec{a} \vec{b}$ .

С учетом модификации (3) сечение упругого рассеяния электрона на позитроне в низшем ( $e^4$ ) порядке теории возмущений в ультрарелятивистском пределе приобретает вид (см.рис.3а):

$$\frac{d\sigma_{e^+e^-}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{8\varepsilon^2} \left[ \frac{s^2 + u^2}{t^2} f^4(t) + \frac{2u^2}{st} f^2(t) f^2(s) + \frac{u^2 + t^2}{s^2} f^4(s) \right] \quad (8)$$

где  $\varepsilon$  - энергия начальной частицы,  $\alpha = \frac{1}{137}$ ,

$$s = (p_1 + p_2)^2 = 4\varepsilon^2 \quad (9)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = -2p^2(1 - \cos\vartheta)$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = -2p^2(1 + \cos\vartheta)$$

здесь  $p^2 = \varepsilon^2 - m^2$ ,  $\vartheta$  - угол рассеяния в  $u$ -системе; после замены  $s \leftrightarrow u$  формула (8) представляет ультрарелятивистский предел сечения рассеяния электрона на позитроне. Сечение превращения электрон-позитронной пары в пару мюонов соответственно представляется в виде (рис.3б)

$$\frac{d\sigma_{\mu^+\mu^-}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{16\varepsilon^2} \frac{q}{\varepsilon} \left[ 1 + \frac{\mu^2}{\varepsilon^2} + \frac{q^2}{\varepsilon^2} \cos^2\theta \right] f_e^2(s) f_\mu^2(s) \quad (10)$$

где  $q^2 = \varepsilon^2 - \mu^2$ ,  $\theta$  - угол разлета мюонов по отношению к направлению движения начальных частиц,  $\mu$  - масса мюона. Сечение двухквантовой аннигиляции (рис.3в) ( $e^4$  порядок) можно, пренебрегая массой электрона  $m$ , записать с учетом (6) в виде:

$$\frac{d\sigma_{\gamma\gamma}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2\varepsilon^2(1 - \nu^2 \cos^2\theta)} \left[ \sin^4 \frac{\theta}{2} f_s^4(p'^2) + \cos^4 \frac{\theta}{2} f_s^4(p^2) \right] \quad (11)$$

где  $\nu = p/\varepsilon$ ,  $\theta$  - угол вылета фотонов по отношению к направлению движения начальных частиц.

При проверке квантовой электродинамики исследуется согласие между вычисленными и наблюдаемыми сечениями. Для этого теоретические сечения необходимо знать с достаточной степенью точности, т.е. учитывать "радиационные поправки" к приведенным выше сечениям, которые представляют собой вклады высших порядков теории возмущений<sup>x)</sup>. Вклад виртуальных фотонов в радиационные поправки расходится в области малых импульсов виртуальных фотонов (инфракрасная расходимость). Это связано с тем, что понятие упругого процесса в электродинамике является условным, поскольку в каждом акте рассеяния (или аннигиляции) излучаются дополнительные мягкие кванты, причем сечение излучения расходится в области малых частот, однако сум-

x) При больших энергиях параметром разложения в квантовой электродинамике является не  $\alpha$ , а  $\alpha \ln(\varepsilon/m)$ .



марное сечение упругого и неупругого процессов не содержит расходимости в данном порядке по  $\alpha$ , но, естественно, зависит от условий эксперимента, поскольку от них зависит какая часть неупругого процесса измеряется на опыте<sup>x)</sup>. Наблюдаемое сечение есть

$$d\sigma = d\sigma_{ee} + d\sigma_{inel} = d\sigma_0 (1 + \mathcal{S}) \quad (12)$$

где  $d\sigma_0$  — сечение упругого процесса (8), (10), (11),  $\mathcal{S}$  — радиационная поправка, зависимость от углов, энергий и т.д..

В специфических условиях бинарных реакций ( $2 \rightarrow 2$ ) на встречных пучках излучение фотона начальными частицами приводит к тому, что треки, вылетающих под большим углом конечных частиц становятся неколлинеарными. Поскольку отбираются события с небольшим отклонением от коллинеарности  $\Delta\vartheta$ , это накладывает существенные ограничения на энергию фотонов  $\Delta\varepsilon$ , излучаемых начальными частицами. На излучение конечных частиц (в опытах  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ,  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ ), которые регистрируются, если их энергия превышает  $\varepsilon_{min}$  ограничений практически нет, так что разрешено излучение жестких фотонов, что заметно усложняет задачу вычисления радиационных поправок.

В указанной постановке вопроса радиационные поправки к сечению  $d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-)$  найдены в /6/, а к сечению  $d\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$  — в /7/. Последняя поправка (см. (12), (8)) имеет вид

$$\mathcal{S} = \frac{2\alpha}{\pi} \left\{ \ln \gamma \left[ \frac{11}{3} - 2\eta + \frac{\eta^2}{2} + 2 \ln \frac{2\eta}{1+c} \right] + \ln^2(\xi_0 \eta) + \right. \quad (13)$$

$$\left. + \ln \xi_0 \left[ 2 \ln \gamma - 2\eta + \frac{\eta^2}{2} - 1 - 2 \ln \frac{(\Delta\vartheta + \Delta\psi)(1+c)}{\vartheta(1-c)} \right] \right\}$$

где  $\gamma = \frac{\varepsilon}{m}$ ,  $\eta = 1 - \frac{\varepsilon_{min}}{\varepsilon}$ ,  $c = \cos \vartheta$ ,  $\xi_0 = \frac{\Delta\vartheta}{\sin \vartheta}$ ,  $\Delta\vartheta$  ( $\Delta\psi$ ) — предельно допустимая неколлинеарность (некомпланарность) треков конечных частиц.

Типичная зависимость радиационной поправки от угла рассеяния электрона на электроны при разных допустимых значениях угла неколлинеарности приведено на рис.4.

Входящие в отношение сечений

$$\frac{d\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}}{d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-}} = \frac{d\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}^0}{d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-}^0} \left( 1 + \mathcal{S}_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} - \mathcal{S}_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-} \right) \quad (14)$$

радиационные поправки в значительной степени компенсируют друг друга, если геометрические критерии отбора событий тождественны. Это обстоятельство существенно упрощает задачу учета радиационных поправок к сечению процесса  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ , если нормировать его на сечение упругого рассеяния.

x) Фотоны, как мягкие, так и жесткие, излучаются в основном в узкие конуса вдоль направления движения ультрарелятивистских заряженных частиц.

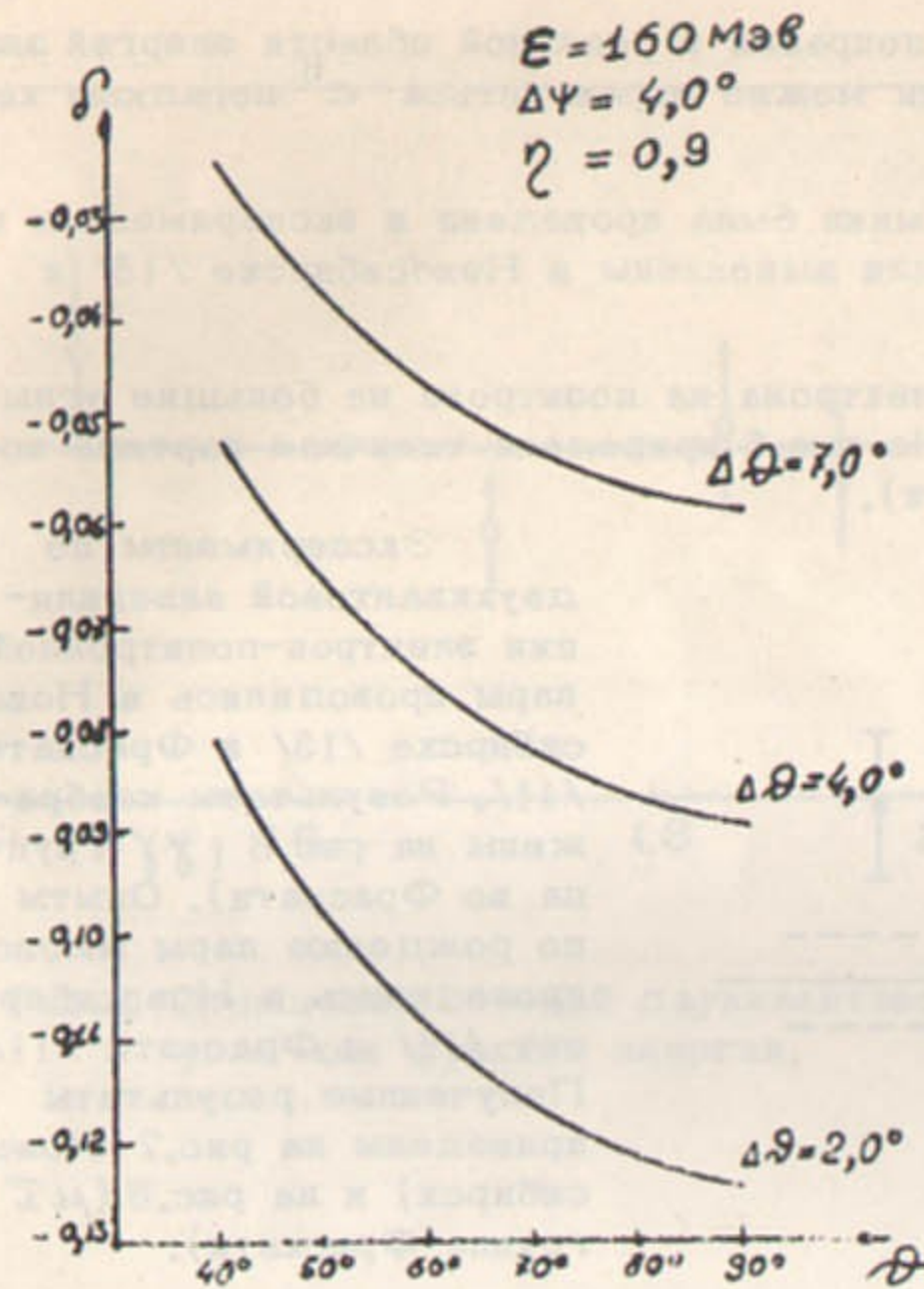


Рис.4. Зависимость радиационной поправки от угла рассеяния (процесс  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ) при разных допустимых значениях угла неколлинеарности  $\Delta\vartheta$ , при допустимом значении угла неколлинеарности  $\Delta\psi = 4,0^\circ$  и  $\eta = 1 - \frac{\varepsilon_{min}}{\varepsilon} = 0,9$  ( $\varepsilon_{min}$  — минимальная допустимая энергия конечных частиц).

При больших энергиях и при  $(\frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon}) \gg 1$  поправки за счет мягких фотонов являются основными, например, при  $\frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon} = 10^2$  и  $\varepsilon = 7$  Гэв показатель экспоненты в (17) есть  $-0,75$ , так что в этом случае уже нельзя ограничиться учетом низшего ( $e^6$ ) порядка.

Общий анализ старших (по логарифмам) вкладов, когда оставляются только члены, содержащие произведение двух больших логарифмов (дважды логарифмические вклады) показывает, что при больших углах рассеяния и рождения все дважды логарифмические вклады имеют мягкофотонную природу<sup>ж)</sup>, так что, сечение процессов с этой точностью представляется в виде (15), (17). Замечательно, что вклад дают только диаграммы, на которых заряженные частицы обмениваются одним фотоном (т.е. поправки возникают за счет "обрастания" вершин). Иными словами поправки меняют только вид функций (3), а сечения (8), (10) сохраняют свою формулу с учетом всех дважды логарифмических радиационных поправок /8,10/.

ж) Иная ситуация имеет место в случае малых углов отклонения где часть поправок дается областью жестких импульсов фотонов. В определенном смысле это связано с тем, что спин электрона равен 1/2 (см. обзор /10/).

Значительный интерес представляет общее рассмотрение радиационных поправок во всех порядках теории возмущений. Вклады мягких фотонов, как виртуальных, так и реальных выделяются в виде множителей (факторизуются) для любого процесса с участием заряженных частиц /8/:

$$d\sigma_{\Delta\varepsilon} = e^{\bar{n}_v + \bar{n}_r} d\sigma_0 \quad (15)$$

где  $\bar{n}_v, \bar{n}_r$  универсальные выражения, зависящие от характеристик линий заряженных частиц и выражающиеся через классический ток  $J_\mu(q)$ :

$$\bar{n}_v = \frac{1}{2} \int d^4q |J_\mu(q)|^2 \mathcal{S}(q^2)$$

$$\bar{n}_r = - \int \frac{d^3k}{2\omega} |J_\mu(k)|^2 \quad (16)$$

Подставив явное выражение для  $J_\mu(q), J_\mu(k)$  получим для сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  в случае больших углов рассеяния

$$d\sigma_{\Delta\varepsilon} = d\sigma_0 e^{-\frac{4\alpha}{\pi} \ln \frac{ts}{um^2} \ln \frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon}} \quad (17)$$



Все остальные вклады в радиационные поправки в реальной области энергий значительно меньше единицы и для их вычисления можно ограничиться  $e^6$  порядком как в (13).

Первая проверка квантовой электродинамики была проведена в экспериментах по рассеянию электрона на позитроне, которые были выполнены в Новосибирске /15/ и Стэнфорде /16/.

Эксперименты по упругому рассеянию электрона на позитроне на большие углы проводились во Фраскати /11/ и Орсе /12/. На рис.5 приведена типичная картина полученных результатов ( $\mu\bar{\nu}$ -группа по Фраскати).

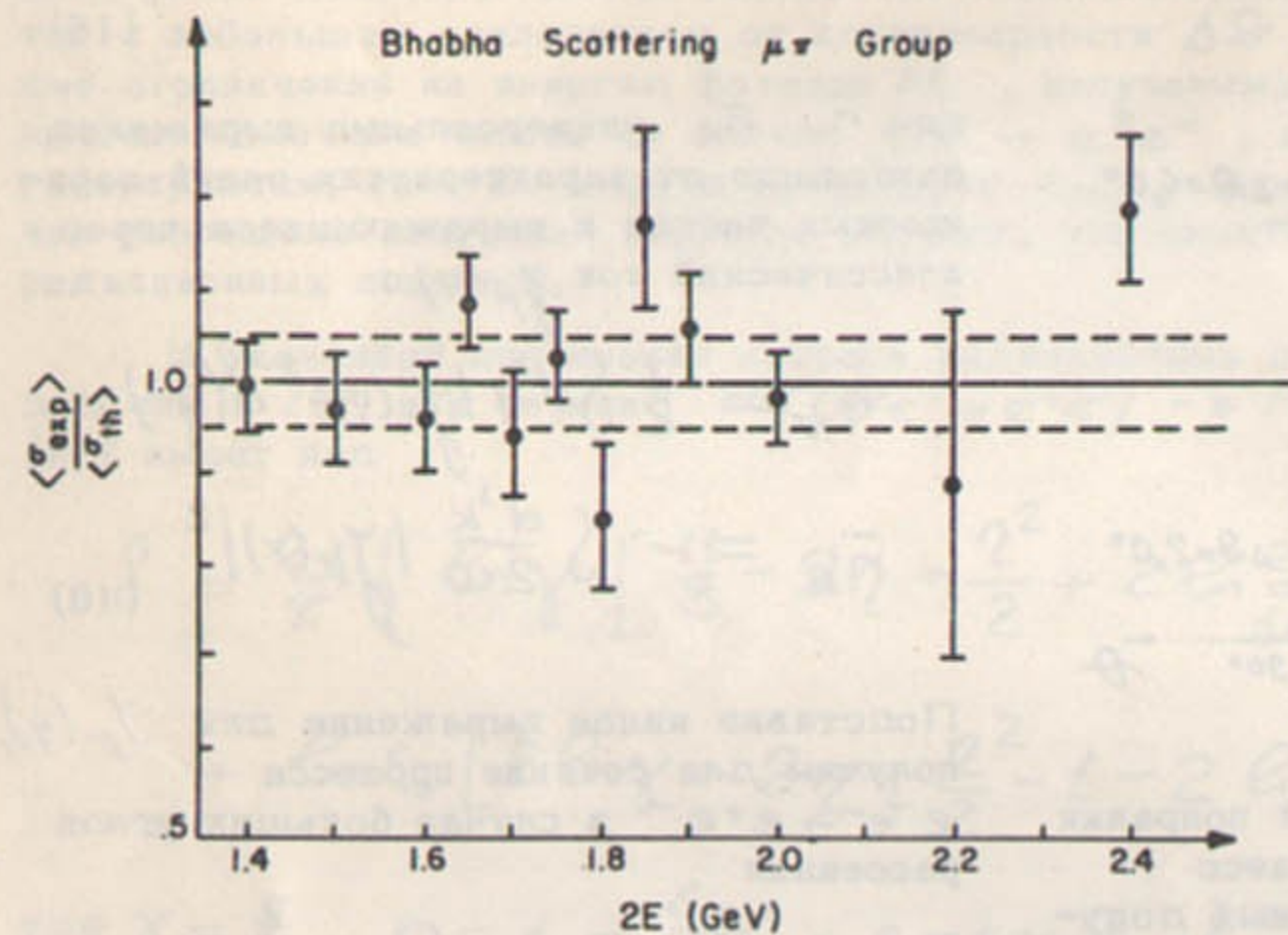


Рис.5. Отношение наблюдаемого сечения рассеяния электрона на позитроне на большие углы к теоретическому. Выделенная полоса ожидаемых значений включает систематические ошибки.

формулам (3), (4) и (6), (7), на уровне 95% достоверности. Одновременно выписаны результаты наиболее продвинутых экспериментов других типов, в которых проверялась квантовая электродинамика. Здесь следует отметить новое изменение аномального магнитного момента электрона ( $g-2$  фактора) /19/

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)_e^{exp} = (115965,77 \pm 0,35) \cdot 10^{-8} = \frac{\alpha}{2\pi} - 0,328479 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + (1,68 \pm 0,33) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3$$

тогда как вычисленное в самое последнее время теоретическое значение /20/ с учетом всех членов  $\sim (\frac{\alpha}{\pi})^3$

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)_e^{th} = \frac{\alpha}{2\pi} - 0,328479 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + (1,46 \pm 0,25) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3$$

Эксперименты по двухквантовой аннигиляции электрон-позитронной пары проводились в Новосибирске /13/ и Фраскати /11/. Результаты изображены на рис.6 ( $\gamma\gamma$ -группа во Фраскати). Опыты по рождению пары мюонов проводились в Новосибирске /14/ и Фраскати /11/. Полученные результаты приведены на рис.7 (Новосибирск) и на рис.8 ( $\mu\bar{\nu}$ -группа Фраскати).

Во всех этих экспериментах результаты согласуются с предсказаниями квантовой электродинамики в пределах достигнутой точности. В таблице II приведены значения нижней границы параметра обрезания  $\Lambda_{\pm}$ , при параметризации отклонений от квантовой электродинамики согласно

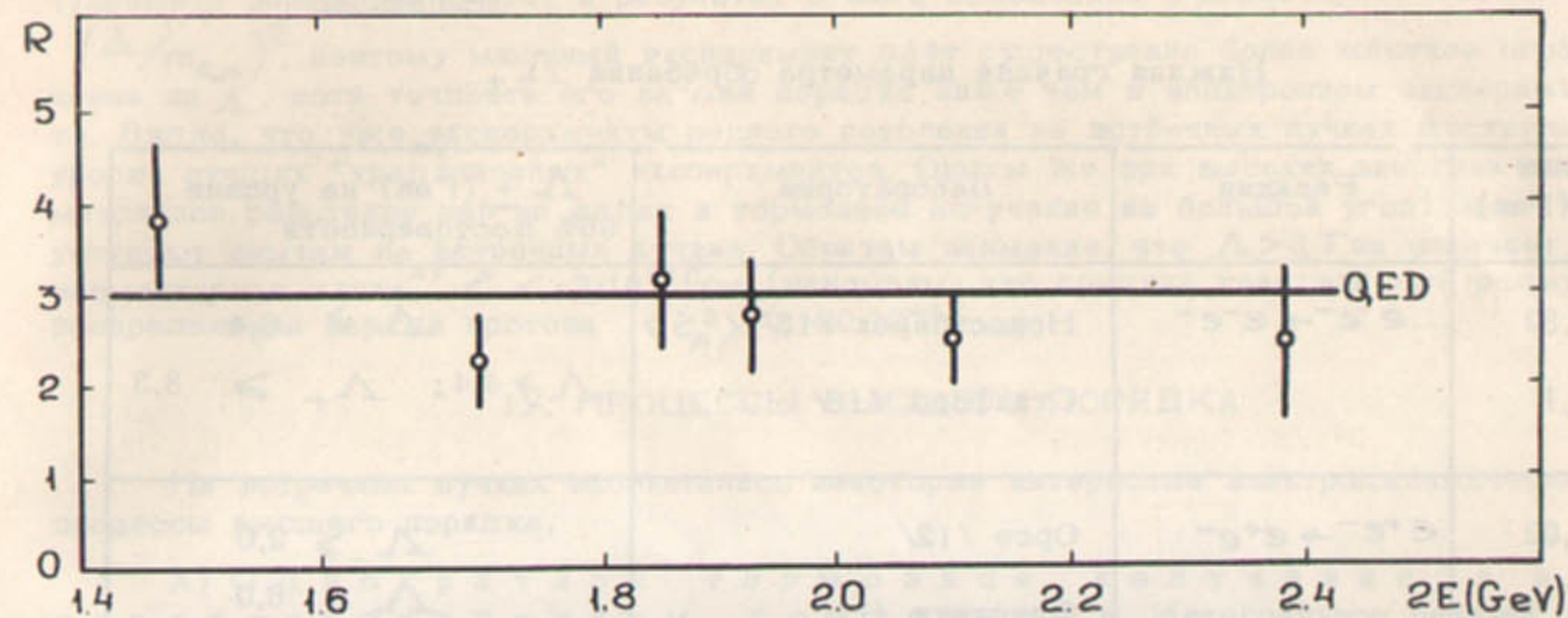


Рис.6. Отношение сечений двухквантовой аннигиляции на малые и большие углы как функция энергии.

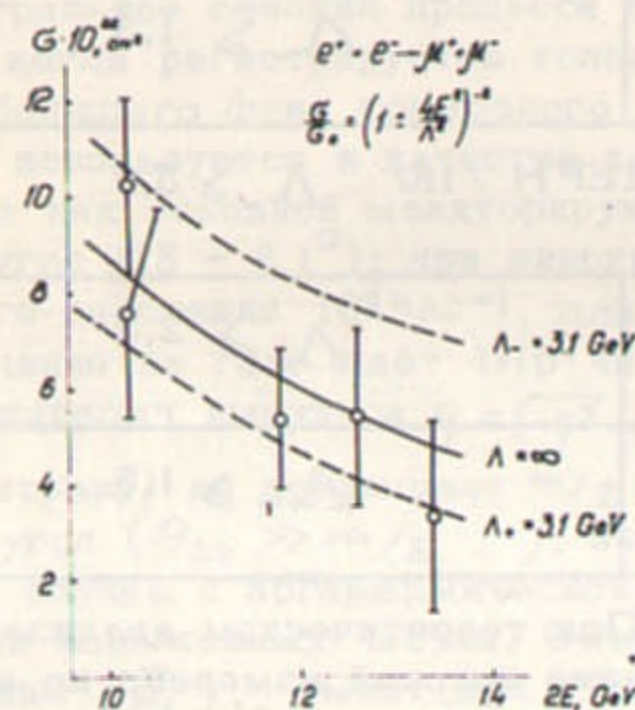


Рис.7. Экспериментальные значения полного сечения образования мюонов как функция энергии. Сплошная линия - предсказание квантовой электродинамики, пунктирные - сечения при указанных значениях  $\Lambda_{\pm}$ .

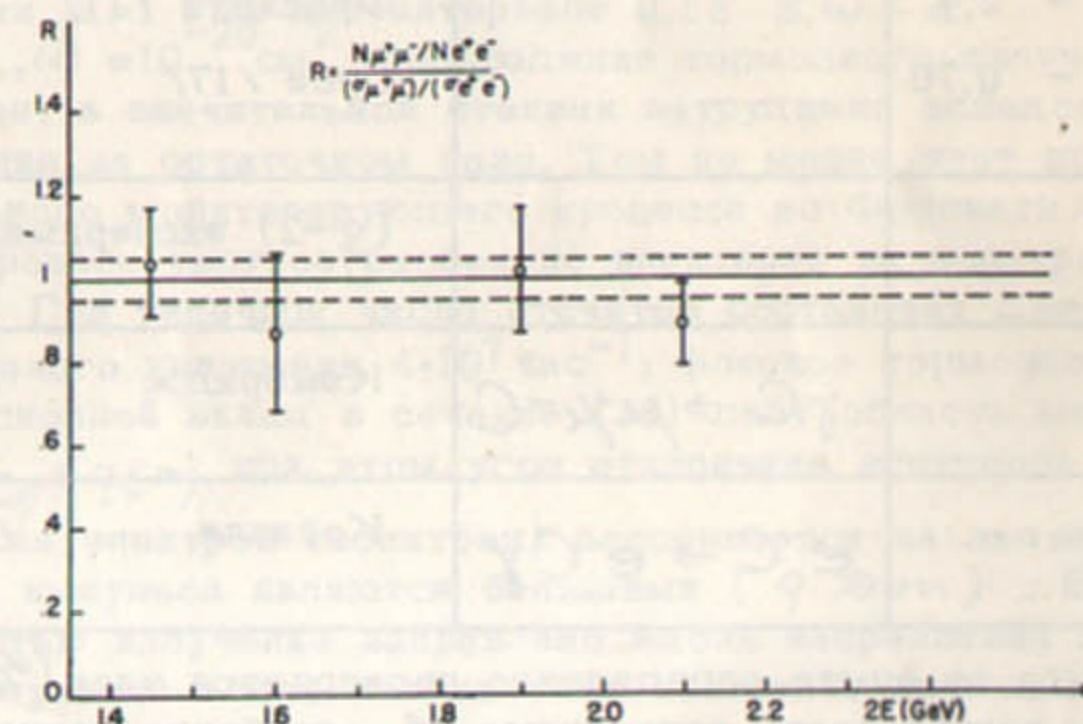


Рис.8. Отношение числа мюонных пар к числу электрон-позитронных пар, отнесенное к предсказанию квантовой электродинамики. Выделенная полоса включает 5% систематические ошибки.



Таблица 2.

Нижняя граница параметра обрезания  $\Lambda_{\pm}$ .

Энергия $2\varepsilon$ (ГэВ)	Реакция	Лаборатория	$\Lambda_{\pm}$ (ГэВ) на уровне 95% достоверности
0,32 1,1	$e^-e^- \rightarrow e^-e^-$	Новосибирск /15/ Стэнфорд /16/	$\Lambda_{-} \geq 0,4$ $\Lambda_{-} \geq 4,4; \Lambda_{+} \geq 3,3$
1,02 1,4 - 2,4	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$	Орсэ /12/ Фраскати /11/	$\Lambda_{-} \geq 2,0$ $\Lambda_{-} \geq 6,0$
1,00 - 1,02 1,4 - 2,4	$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$	Новосибирск /13/ Фраскати /11/	$\langle \Lambda_{\pm} \rangle \geq 1,1$ $\Lambda_{-} \geq 2,0; \Lambda_{+} \geq 2,6$
1,02 - 1,34 1,4 - 2,4 0,58 - 0,70	$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$	Новосибирск /14/ Фраскати /11/ Орсэ /17/	$\langle \Lambda_{\pm} \rangle \geq 3,1$ $\Lambda_{-} \geq 5,0$ $\Lambda_{-} \geq 1,3$
		(g-2) эксперимент ЦЕРН /18/	$\Lambda_{-} \geq 5,0$
	$\gamma C \rightarrow \mu^+\mu^- C$	Кэмбридж /22/	$\Lambda_{-} \geq 2,3$
	$e^-C \rightarrow e^-C\gamma$	Корнелл /23/	$\Lambda_{+} \geq 1,5$

так что на опыте определено проверяется член  $(\frac{\alpha}{\beta})^3$ . При теоретическом анализе очень важно знать постоянную  $\alpha$ , наиболее точное значение которой измерено по когерентности квантовой фазы в туннельных переходах в сверхпроводниках  $\alpha^{-1} = 137,03608(26)$ , где в скобках приведена ошибка. Последний экспериментальный результат (g-2) фактора мюона /18/

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)_{\mu}^{\text{exp}} = (116616 \pm 31) \cdot 10^{-8}$$

Вычисление (g-2) фактора мюона в рамках квантовой электродинамики (с точностью до членов  $\sim \frac{\alpha}{\beta} (\frac{\alpha}{\beta})^3$ ), также завершённое в 1971 г., даёт /21/

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)_{\mu}^{\text{th}} = \frac{\alpha}{2\beta} + 0,7658 \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 + (20,8 \pm 1,1) \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^3 = (116580 \pm 1,4) \cdot 10^{-8}$$

Параметр обрезания входит в результат в виде комбинации с характерной массой  $(\Delta/m_{e,\mu})^2$ , поэтому мюонный эксперимент даёт существенно более жёсткое ограничение на  $\Delta$ , хотя точность его на два порядка ниже чем в электронном эксперименте. Видно, что уже эксперименты первого поколения на встречных пучках достигли уровня лучших "традиционных" экспериментов. Опыты же при высоких энергиях (симметричное рождение пар на ядрах и тормозное излучение на большой угол) заметно уступают опытам на встречных пучках. Обратим внимание, что  $\Lambda_{\pm} > 6$  ГэВ означает, что элементарная длина  $\ell < 3 \cdot 10^{-15}$  см (напомним, что средний квадратичный радиус распределения заряда протона  $\langle r_p^2 \rangle^{1/2} = 80 \cdot 10^{-15}$  см).

## 1У. ПРОЦЕССЫ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА

На встречных пучках наблюдались некоторые интересные электродинамические процессы высшего порядка.

А) Однократное тормозное излучение в электрон-позитронном соударении. Интегральное сечение процесса тормозного излучения  $e^{\pm}e^{\mp} \rightarrow e^{\pm}e^{\mp} + \gamma$  является очень большим /24.25/. в  $\zeta$ -системе излучение сосредоточено в основном в узких конусах с раствором  $\sim m/\varepsilon$  в направлении движения каждой из начальных частиц. Сечение имеет вид

$$\frac{d\sigma_{\omega}(z)}{d\omega} = \frac{d\sigma_{\omega}(z)}{d\omega} = \frac{4z_0^2 \alpha}{\omega} \frac{\varepsilon - \omega}{\varepsilon} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon - \omega} + \frac{\varepsilon - \omega}{\varepsilon} - \frac{2}{3} \right) \left[ \ln \frac{4\varepsilon^2(\varepsilon - \omega)}{m^2\omega} - \frac{1}{2} \right] \quad (18)$$

где  $z_0 = \frac{\hbar}{m} = 2,82 \cdot 10^{-13}$  см. При энергии  $\varepsilon = 1$  ГэВ и в интервале  $0,1\varepsilon \leq \omega \leq \varepsilon$  интегральное сечение процесса (18)  $\sigma_{\omega}(z) \approx 10^{-25}$  см<sup>2</sup>. Наблюдение тормозного излучения, когда регистрируется только фотон, в значительной степени затруднено вследствие большого фона тормозного излучения на остаточном газе. Тем не менее этот процесс используется в качестве контрольного мониторирующего процесса во Фраскати /11/, тогда как основной мониторирующий процесс упругое рассеяние электрона на позитроне (на угол  $3,5 - 6,1^\circ$ ); при энергии  $\varepsilon = 1$  ГэВ типичное число отсчетов составляет для упругого рассеяния  $10^4$  час<sup>-1</sup>, для тормозного излучения  $4 \cdot 10^7$  час<sup>-1</sup>; фоновое тормозное излучение на газе даёт  $4 \cdot 10^7$  час<sup>-1</sup>. Основной вклад в сечение (18) даёт область малых передач импульса  $q = \sqrt{q^2} \left( \frac{m^3\omega}{4\varepsilon^2(\varepsilon - \omega)} \leq q \leq m \right)$ , при этом угол отклонения электрона (позитрона) не превышает  $m/\varepsilon$ . Когда электрон (позитрон) рассеивается на заданной угол ( $\vartheta_{3,4} \gg m/\varepsilon$ ), передачи импульса являются большими ( $q \gg m$ ). В этом случае с логарифмической точностью излучение направлено вдоль направления движения заряженных частиц. Сечение излучения вдоль направления движения начальной частицы ( $\vec{p}_1$ ) имеет вид /26/:

$$d\sigma(z) = \frac{\alpha}{4\pi^2} \left( 1 + \frac{\varepsilon^2}{(\varepsilon - \omega)^2} \right) \frac{\varepsilon}{\omega} \frac{dK}{\omega} \frac{1}{(Kp_L)} d\sigma_{e^+e^-} \quad (19)$$

х) Часто элементарную длину связывают с величинами размерности длины, которые можно получить из характеристик элементарных частиц ( $\ell_{stz} = \hbar/m_{pc} = 2 \cdot 10^{-14}$  см,  $\ell_{\text{векс}} = \sqrt{g} = 6 \cdot 10^{-17}$  см,  $\ell_{g_{2\mu s}} = \sqrt{g_{2\mu s}} = 10^{-33}$  см). Ясно, что полученное ограничение исключает  $\ell_{stz}$  из числа кандидатов на роль элементарной длины.



где  $d\sigma_{e^+e^-}' = \frac{\alpha^2}{16\epsilon^2} \frac{d\Omega_3'}{(1-c_3')^2} (3+c_3')^2$ ,  $c_3' = \cos\vartheta_3'$  - сечение упругого рассеяния электрона на позитроне в  $\zeta$ -системе конечных частиц, эта система движется относительно исходной ( $\zeta$ -системы начальных частиц) со скоростью  $\beta = -\omega/(2\epsilon + \omega)$ , так что  $\cos\vartheta_3' = \frac{(2\epsilon + \omega)\cos\vartheta_3 - \omega}{2\epsilon + \omega(1 + \cos\vartheta_3)}$ . Аналогичную форму имеет сечение излучения вдоль направления другой начальной частицы ( $\vec{p}_2$ ), если углы отсчитывать от направления  $\vec{p}_2$ . Проинтегрировав (19) по направлениям вылета фотона, получим

$$d\sigma(\epsilon) = \frac{\alpha}{\pi} \left[ 1 + \frac{\epsilon^2}{(\epsilon - \omega)^2} \right] \frac{d\omega}{\omega} \ln \frac{\epsilon}{m} d\sigma_{e^+e^-}' \quad (20)$$

С той же точностью сечение излучения вдоль направления движения конечной частицы ( $\vec{p}_3$ ) есть

$$d\sigma(\epsilon) = \frac{\alpha}{\pi} \left[ 1 + \frac{(\epsilon - \omega)^2}{\epsilon^2} \right] \frac{d\omega}{\omega} \ln \left( \frac{\epsilon - \omega}{m} \right) d\sigma_{e^+e^-}' \quad (21)$$

где  $d\sigma_{e^+e^-}'$  - сечение упругого рассеяния в  $\zeta$ -системе начальных частиц<sup>x)</sup>.

Отметим весьма важное обстоятельство. Сечения  $d\sigma(\epsilon)$ ,  $d\sigma(\epsilon)$  (как и  $d\sigma(\epsilon)$ ,  $d\sigma(\epsilon)$ ) имеют мультипликативную структуру - сечение упругого процесса умножается на величину, которую можно интерпретировать как вероятность излучения фотона с заданной частотой  $\omega$ , т.е. такую же структуру как в приближении классических токов, хотя здесь не предполагается малость частоты фотона (имеется только условие  $\epsilon - \omega \gg m$ ). Этот факт не случаен и является в полюсном приближении (с логарифмической точностью) общим для любых реакций с испусканием фотона ультрарелятивистскими частицами (частота фотона фиксирована). Образно говоря, начальная частица после излучения фотона остается почти реальной и затем рассеивается на другой частице, причем  $\zeta$ -система конечных частиц движется относительно  $\zeta$ -системы начальных со скоростью  $\beta = -\omega/(2\epsilon + \omega)$ . Аналогично интерпретируется сечение  $d\sigma(\epsilon)$ .

При рассеянии на большой угол сечение излучения (19,20), вообще говоря  $\propto 1/\epsilon^2 \vartheta_{3,4}^2$  (в отличие от сечения (18), которое  $\propto 1/m^2$ ), причем сечение излучения в направлении движения заряженных частиц содержит дополнительный "большой" логарифм  $\ln(\epsilon/m)$ , в случае же излучения на произвольный угол такого логарифма нет. Излучение фотона начальными частицами приводит к неколлинеарности импульсов конечных частиц  $\vec{p}_3$  и  $\vec{p}_4$ . Если одна частица рассеялась на угол  $\vartheta_3$ , то угол отклонения другой следует из

$$\cos\vartheta_4 = 1 - \frac{2\epsilon(1 + \cos\vartheta_3)}{2\epsilon - \omega(2\epsilon - \omega)(1 - \cos\vartheta_3)} \quad (22)$$

x) Излучение фотона в электрон-электронных (позитронных) соударениях рассматривалось в работах [26,7]. Отметим, что сечение излучения в заданный (малый  $\vartheta_{3,4} \ll 1$ ) угол может быть записано в простой форме со степенной точностью.

Если ввести угол неколлинеарности  $R = \vartheta_3 - \vartheta_4$ , то

$$\frac{\omega}{\epsilon} = \frac{2 \sin R}{(1 - \cos\vartheta_3) \sin R + \sin\vartheta_3(1 + \cos R)} \quad (23)$$

т.е. сечения  $\frac{d\sigma(\epsilon)}{d\omega} \left( \frac{d\sigma(\epsilon)}{d\omega} \right)$  (19,20) задают с логарифмической точностью распределение событий по углу неколлинеарности, т.к. излучение фотона вдоль направления движения конечных частиц, естественно, к неколлинеарности не приводит. Для определения числа коллинеарных событий следует взять сечение упругого рассеяния с учетом радиационных поправок (13) в заданных экспериментальных условиях. Любопытной особенностью распределения (20) является подъем его при больших  $\omega$  (за счет члена  $\epsilon^2/(\epsilon - \omega)^2$ ), что связано с тем, что при заданном угле рассеяния малые передачи могут быть достигнуты за счет излучения жестких фотонов.

Если фотоны излучаются под большими углами, то становится отличным от нуля угол между плоскостями рассеяния (плоскости, задаваемые векторами  $(\vec{p}_1, \vec{p}_3)$  и  $(\vec{p}_2, \vec{p}_4)$ ) - угол неколлинеарности. Для получения распределения по углу неколлинеарности необходимо пользоваться точным выражением для сечения тормозного излучения ( $\omega \sim \epsilon$ , все углы большие), которое содержится, например, в [27]. Распределение событий по углу неколлинеарности и углу неколлинеарности изучалось недавно во Фраскати [28]. К сожалению, авторы сравнивали свои данные только с результатами работы [29], в которой найдено угловое распределение фотонов, излученных начальными частицами в реакции  $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons} + \gamma$ . Однако это сечение может быть использовано лишь для описания неколлинеарности процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \gamma$  с логарифмической точностью (и то с точностью до фактора  $\epsilon^2/(\epsilon - \omega)^2$  в одном из членов), что касается распределения по углу неколлинеарности, то оно дается сечением из [29] лишь на уровне качественных оценок.

Обратим еще внимание на интересную особенность тормозного излучения. Вклад аннигиляционной диаграммы в сечение тормозного излучения имеет в самом конце спектра ( $\omega \simeq \epsilon$ ) острый пик, в котором фотон и электрон-позитронная пара разлетаются в противоположные стороны. Этот процесс можно интерпретировать как двухквантовую аннигиляцию пары, при которой один из квантов конвертировал в  $e^+e^-$ -пару, причем  $\alpha = \int d\sigma_{\text{анниг}} / \int d\sigma \simeq \frac{4\alpha}{3\pi} / 30\%$ . В случае, если взять весь кончик спектра излучения (например от точки минимума в спектре), то  $\alpha \simeq \frac{4\alpha}{3\pi} \ln \frac{\epsilon}{m}$ , т.е. должно наблюдаться значительное количество жестких фотонов, сопровождаемых вылетающими в противоположную сторону под небольшим относительным углом энергичными электроном и позитроном.

В заключение обсуждения процесса однократного тормозного излучения  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \gamma$  укажем на любопытный эффект влияния внешнего электромагнитного поля на этот процесс. Ввиду малости передачи импульса от излучающего электрона к электрону отдачи ( $q_{\text{min}} = m^3\omega/4\epsilon^2(\epsilon - \omega)$ ), в задаче существенны большие расстояния, на которых внешнее поле успевает "отклонить" электрон отдачи, что приводит к срыву излучения в результате сечение (18) модифицируется [30] следующим образом (с логарифмической точностью)

$$\frac{d\sigma(\epsilon)}{d\omega} = \frac{d\sigma(\epsilon)}{d\omega} = \frac{4\alpha^2}{\omega} \frac{\epsilon - \omega}{\epsilon} \left( \frac{\epsilon - \omega}{\epsilon} + \frac{\epsilon}{\epsilon - \omega} - \frac{2}{3} \right) \ln \frac{4\epsilon^2(\epsilon - \omega)}{m^2\omega \left[ 1 + \left( \frac{4\epsilon^2(\epsilon - \omega)}{m^2\omega} \right)^{1/3} \right]} \quad (24)$$



где  $\chi = \frac{e}{m^2} \sqrt{(p^\mu F_{\mu\nu})^2}$  ( $= \frac{H}{H_0} \frac{E}{m}$  в магнитном поле  $H$ ,  $H_0 = \frac{m^2}{e} = 4,41 \cdot 10^{13}$  Гс). Очевидно критерием, когда магнитное поле существенно влияет на тормозное излучение будет

$$\left( \frac{4E^2(\epsilon - \omega)}{m^2 \omega \chi} \right)^{1/3} \gg 1 \quad (25)$$

Оценим этот эффект в реальных условиях установок со встречными пучками (естественно, когда столкновение пучков проходит в магнитном поле  $H$ ). Для установки ВЭПП-3 (Новосибирск)  $E = 3,5$  Гэв,  $\omega/E = 0,01$  ( $\omega = 35$  Мэв),  $H = 10$  Гс сечение в магнитном поле уменьшается на 13%, при  $E = 15$  Гэв,  $\omega/E = 10^{-3}$  ( $\omega = 15$  Мэв),  $H = 10$  Гс эффект равен 19%. Это обстоятельство достаточно важно, поскольку однократное тормозное излучение предполагается использовать в качестве мониторирующего процесса в установках второго поколения, в которых предполагается проводить магнитный анализ родившихся частиц, так что встреча пучков будет проводить в магнитном поле.

Б) Двойное тормозное излучение в электрон-позитронных соударениях. Процесс двойного излучения, т.е. процесс излучения двух фотонов при столкновении двух электронов или электрона и позитрона представляет большой интерес для опытов на встречных пучках, поскольку он используется в качестве монитора для регистрации столкновения пучков и для нормировки сечений, исследуемых на встречных пучках. При этом основной интерес представляет процесс излучения двух фотонов в противоположные стороны (в направлении движения каждого пучка), т.к. регистрация совпадения двух фотонов позволяет отделить данный процесс от фона. Сечение двойного тормозного излучения в случае больших энергий и достаточно большого интервала частот регистрируемых фотонов существенно превышает сечение двухквантовой аннигиляции электрон-позитронной пары (в случае электрон-позитронных соударений), несмотря на то, что этот процесс четвертого порядка. Последнее обстоятельство связано с тем, что сечение двойного тормозного излучения, в отличие от сечения двухквантовой аннигиляции, не падает с энергией. Причина этого, как и в случае однократного тормозного излучения, состоит в малости импульса  $q = \sqrt{-q^2}$  переносимого виртуальным фотоном<sup>x)</sup> (см. рис. 8, на котором

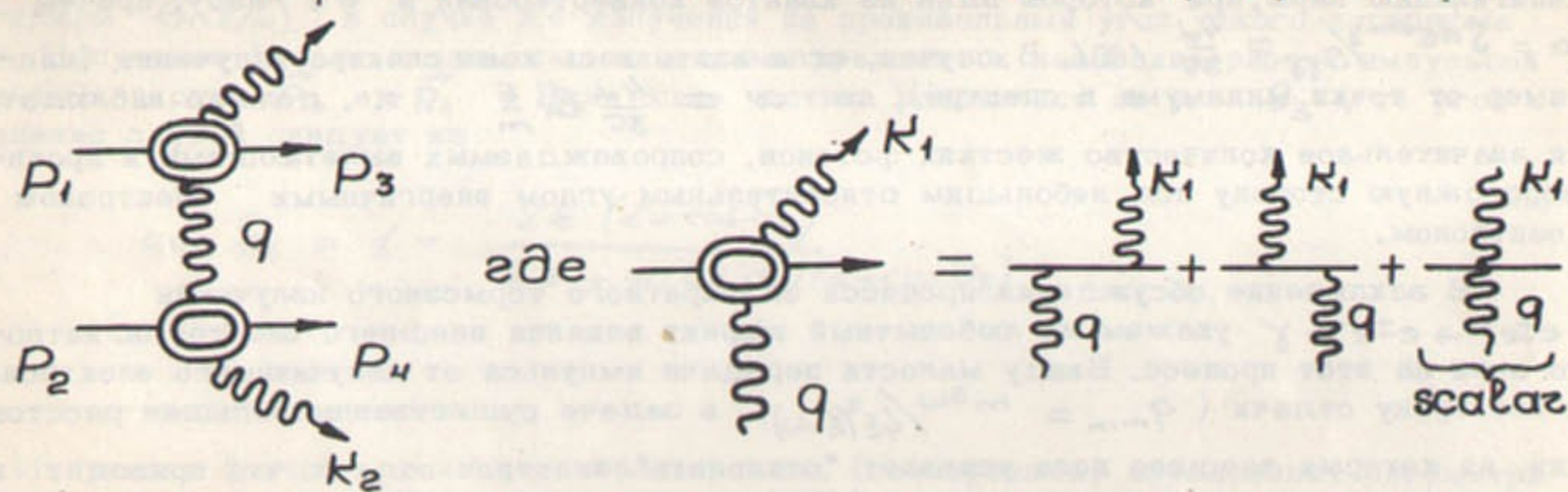


Рис. 3 Диаграммы, дающие основной вклад в сечение двойного тормозного излучения.

x) Это обстоятельство является общим для квантовой электродинамики при высоких энергиях: если диаграмма процесса разбивается на блоки, обменивающиеся только фотонными линиями, то сечение процесса не падает с энергией. Этот результат связан с тем, что спин фотона равен единице.

приведены диаграммы, дающие основной вклад в рассматриваемый процесс). Особенности сечения процесса можно понять следующим образом: виртуальный фотон даёт в сечение фактор  $1/q^4$ , "блоки излучения"  $\propto q^2$ , поэтому в существенной области сечения однократного тормозного излучения  $d\sigma_{\omega} \propto \frac{1}{m^2} \frac{dq^2}{q^2}$  (основной вклад дают  $q^2 \leq q^2 \leq m^2$ , сечение содержит "большой" логарифм), а сечение двойного тормозного излучения  $d\sigma_{\omega_1 \omega_2} \propto \frac{dq^2}{m^4}$  (основной вклад дают  $q^2 \sim m^2$ , сечение не содержит логарифмов). Последнее обстоятельство позволяет найти сечение с высокой (степенной) точностью, до членов  $\sim \frac{m^2}{E^2} \ln^3 \frac{E}{m}$ . С такой точностью сечение двойного тормозного излучения было найдено в работах /31-34/ для случаев: излучения мягких фотонов /31/, одного мягкого и одного жесткого фотона /32/ (в этой работе был сформулирован метод рассмотрения процесса), двух жестких фотонов /33/. В этих работах был найден спектр по частотам обоих фотонов  $d\sigma_{\omega_1 \omega_2}$ , проинтегрированный по конечным состояниям электронов, поскольку электроны не регистрируются и по углам вылета фотонов (что предполагает, что угловые размеры детекторов фотонов значительно превышают характерный угол излучения  $\sim m/E$ ). Последнее условие, однако, не выполнялось в первых экспериментах, поэтому в работе /34/ было получено сечение излучения двух фотонов в заданный угол.

Полученная в /33,34/ формула для спектра излученных фотонов в  $\zeta$ -системе имеет вид:

$$d\sigma_{\omega_1 \omega_2} = \frac{8z_0^2 \alpha^2}{\pi} \left\{ \left(1 - \frac{\omega_1}{E}\right) \left(1 - \frac{\omega_2}{E}\right) \eta_1 + \left[ \left(1 - \frac{\omega_1}{E}\right) \frac{\omega_2^2}{E^2} + \left(1 - \frac{\omega_2}{E}\right) \frac{\omega_1^2}{E^2} \right] \eta_2 + \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{E^4} \eta_3 \right\} \frac{d\omega_1 d\omega_2}{\omega_1 \omega_2} \quad (26)$$

где

$$\eta_1 = \frac{5}{4} + \frac{7}{8} \zeta(3), \quad \eta_2 = \frac{1}{2} + \frac{7}{8} \zeta(3), \quad \eta_3 = \frac{7}{8} \zeta(3) = 1,052 \quad (27)$$

для случая, когда проведено интегрирование по всем углам вылета фотонов. Коэффициенты  $\eta_i$  для случая излучения фотонов в заданный угол приведены в работе /34/.

Процесс двойного тормозного излучения проходит так, что заряженные частицы не обмениваются энергией, так что энергия каждой из начальных частиц делится между фотоном и конечной частицей; т.к.  $q^2 \sim m^2$ , то углы вылета фотона  $\sim m/E$ , угол вылета конечных частиц  $\sim m/E_{34}$ .

Заметим, что в рамках принятых приближений выражение для сечения  $d\sigma_{\omega_1 \omega_2} / dq^2$  ( $q$ -передача импульса) имеет строго мультипликативную форму, т.е. является произведением двух множителей, каждый из которых зависит от частоты только одного из фотонов. Вследствие того, что имеется некоторая корреляция в зависимости сечения  $d\sigma_{\omega_1 \omega_2} / dq^2$  от  $\omega_{1,2}$  и  $q^2$  сечение (26) не имеет мульт-



типликативной формы. Однако эта корреляция весьма мала и с хорошей численной точностью ( $\leq 1\%$ ) сечение (26) может быть представлено в мультипликативной форме, которая является весьма удобной /35/ для сравнения с экспериментом:

$$d\sigma_{\omega_1, \omega_2} = \frac{8z_0^2 \alpha^2}{\pi} R(\omega_1) R(\omega_2) \frac{d\omega_1}{\omega_1} \frac{d\omega_2}{\omega_2} \quad (28)$$

где

$$R(\omega) = \sqrt{\eta_1} \left(1 - \frac{\omega}{\varepsilon}\right) + \sqrt{\eta_3} \frac{\omega^2}{\varepsilon^2} \quad (29)$$

В работе /38/ было проанализировано сечение  $d\sigma_{\omega_1, \omega_2}$  в области больших частот ( $\omega_{1,2} \sim \varepsilon$ ) и показано, что формулы (26), (28) справедливы при любых частотах, за исключением узкой области  $\varepsilon - \omega_{1,2} \sim m$ .

Впервые экспериментальное исследование двойного тормозного излучения было проведено в Новосибирске /35/. Учитывая, что двойное тормозное излучение хорошо выделяется экспериментально и имеет большое сечение, теоретическое значение которого известно с высокой точностью, этот процесс начал использоваться в качестве стандартного при измерении светимости в Новосибирске, Орсе и Фраскати. Достигнутые при этом точности (до 2,5% /37/) являются рекордными в квантовой электродинамике высоких энергий, поразительно, что они достигнуты при изучении процесса 4-го порядка. На рис.10 приведен спектр двойного тормозного излучения при энергии  $\varepsilon = 475$  Мэв, сплошная кривая - теоретические значения сечения. Столь высокая точность эксперимента сделала необходимым вычисление радиационных поправок к сечению двойного тормозного излучения /38/. В условиях эксперимента, когда измеряется сечение в интервал частот  $\omega_0 < \omega_{1,2} < \varepsilon$  имеем

$$\sigma = \sigma_0 (1 - \delta) \quad (30)$$

где  $\sigma_0$  есть проинтегрированное сечение (28) (или (26)),

$$\delta = \frac{48\alpha}{5\pi} \frac{8\zeta(3) - 1}{2\zeta(3) + 10} \ln \frac{\varepsilon}{\omega_0} = 0,01 \ln \frac{\varepsilon}{\omega_0} \quad (31)$$

в экспериментальных условиях /37/  $\delta = 1\%$  (на этом уровне следует учитывать немultipликативность сечения, т.е. пользоваться формулой (26), а не (28)).

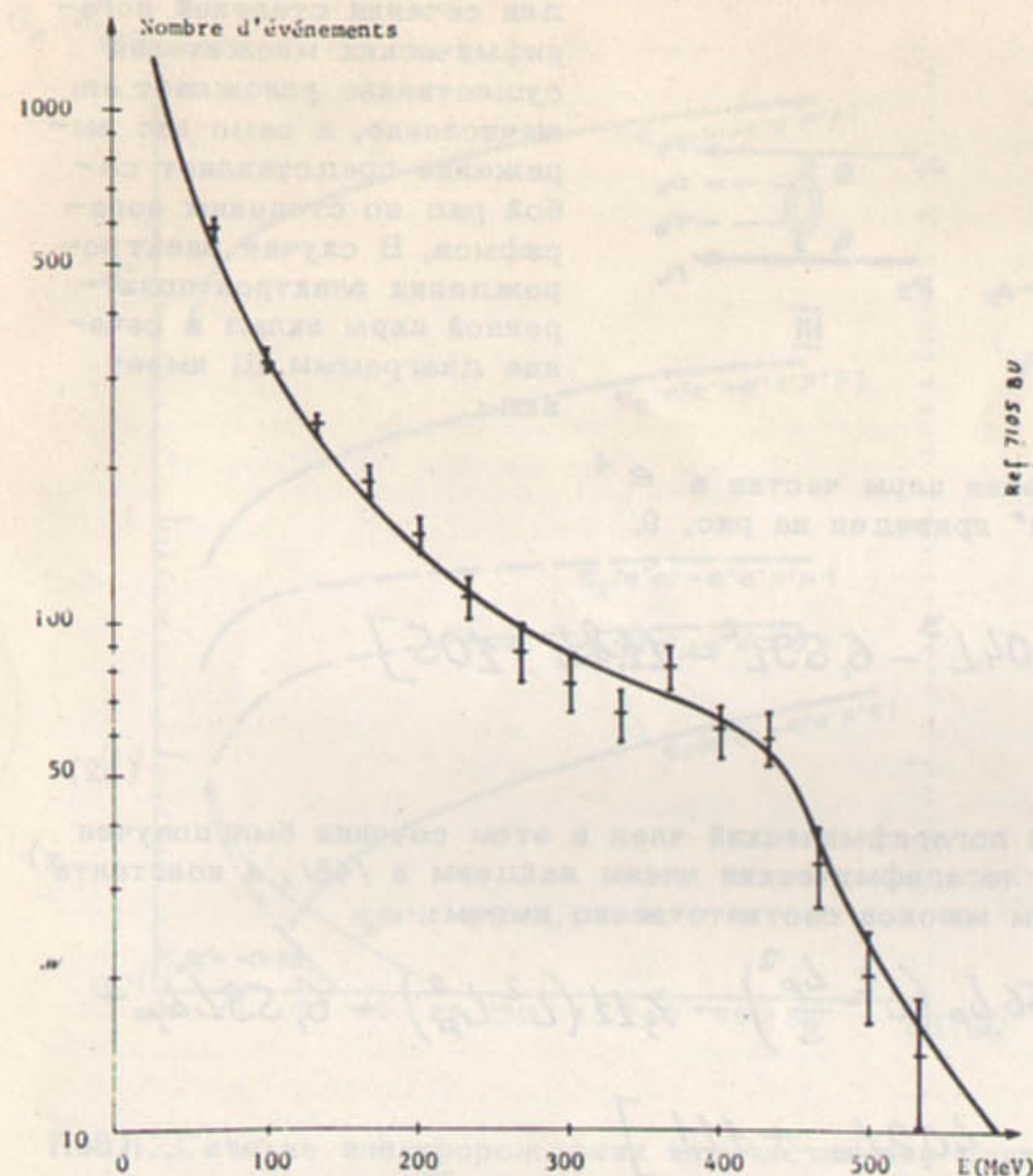


Рис.10. Наблюдаемый спектр двойного тормозного излучения (и двухквантовой аннигиляции) при  $\varepsilon = 475$  Мэв. Сплошная кривая представляет теоретический спектр с учетом аппаратных факторов (Орсе).

чисто электромагнитных процессов, так и по исследованию адронных реакций. Этот круг вопросов активно обсуждается начиная с Киевской конференции, на которую были представлены работы /40-42/ (см. также /43/). Следует отметить, что работы, выполненные в Новосибирске, в значительной степени стимулировались экспериментом.

В1. Сначала мы обсудим электророждение пар  $e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$ , которое может быть описано непосредственно в рамках квантовой электродинамики (рис.11). Вклады в сечение однофотонных и двухфотонных диаграмм существенно различаются как по характеру, так и по величине. Мы начнем с рассмотрения последних (рис.11(III)). На этой диаграмме каждый из виртуальных фотонов является "обменным" и входит в "блок излучения" только в одной точке. Как уже отмечалось, в такой ситуации появляются логарифмические факторы. В итоге во вкладе диаграммы III в сечение возникают два "больших" логарифма. Кроме того, логарифмические факторы могут возникнуть, вообще говоря, при интегрировании по конечным состояниям родившейся пары. Галичие в выражении

В) Процесс электророждения при электрон-электронных и электрон-позитронных соударениях. Другим процессом 4-го порядка, сечение которого не падает с ростом энергии является процесс электророждения ( $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + N$ ). Диаграммы электророждения пар частиц в  $e^+e^-$  порядке приведены на рис.11. Имеется два типа диаграмм: однофотонные (I и II) на которых частицы рождаются тормозным образом; и двухфотонные (III), на которых частицы рождаются при "соударении фотонов". Последний механизм особенно важен для опытов на встречных пучках поскольку двумя фотонами "встречные фотонные пучки" могут рождаться любые частицы с  $C = +1$  (в том числе и адроны) с сечением, не падающим с энергией (сечение однофотонного канала с  $C = -1$  падает как  $1/\varepsilon^2$ ), что резко расширяет возможности установок со встречными пучками как по изучению



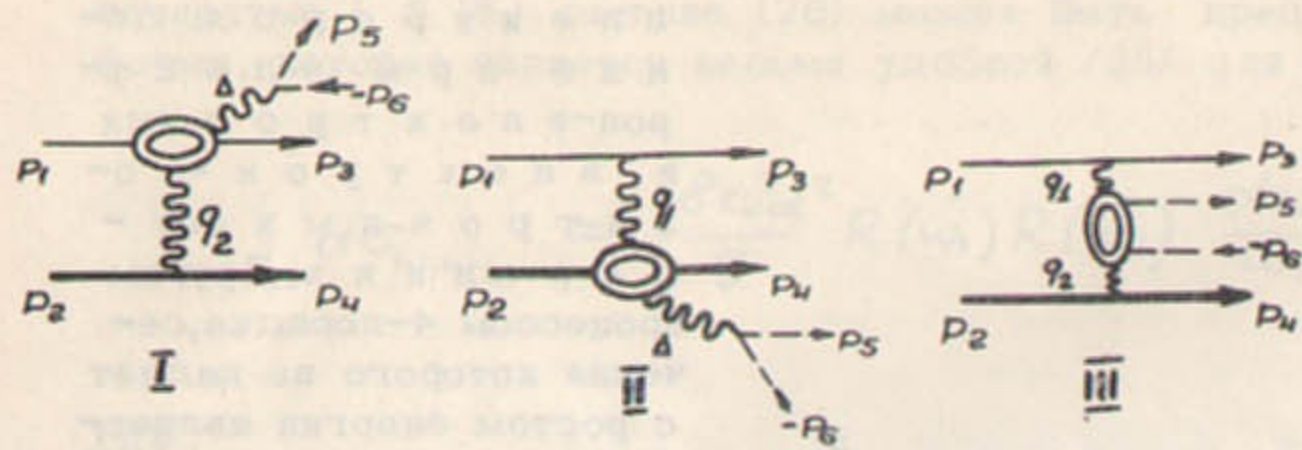


Рис.11. Диаграммы электророждения пары частиц в  $e^4$  порядке. "Блок излучения" приведен на рис. 9.

$$\sigma_{III}^{e^+e^-} = \frac{2^2 \alpha^2}{\pi} [1,04L^3 - 6,59L^2 - 11,8L + 105] \quad (32)$$

где  $L = \ln \frac{4E^2}{m^2}$ . Старший логарифмический член в этом сечении был получен еще в 1934 году /44/, остальные логарифмические члены найдены в /45/, а константа  $\alpha$  в /46/. Для электророждения пары мюонов соответственно имеем:

$$\sigma_{III}^{\mu^+\mu^-} = \frac{\alpha^4}{\pi \mu^2} [2,56L_p(L^2 - \frac{4p^2}{3}) - 7,11(L^2 - L_p^2) - 6,59LL_p + 22,2L - 40,2L_p + 111] \quad (33)$$

где  $\mu$  — масса мюона;  $L_p = \ln(4E^2/\mu^2)$ . Логарифмические члены в сечении (33) получены в /47/, а константа в /46/. Сделаем несколько замечаний.

1. Сечение электророждения пар частиц растет при больших как куб логарифма энергии.
2. Происхождение логарифмов в кубическом по логарифмам члене следующее: два логарифма возникает при интегрировании по импульсам "обменных" фотонов ( $q_{1,2}^2$ ), третий — при интегрировании по энергии родившихся частиц.
3. В области реально достижимых энергий старшие члены в сечении  $\sigma_{III}$  (кубичные по логарифмам) в значительной степени компенсируются квадратичными членами, которые имеют большие отрицательные коэффициенты. Так при  $E = 5$  Гэв эта компенсация уменьшает сечение  $\sigma_{III}^{\mu^+\mu^-}$  более чем на половину.
4. Разложение по степеням логарифмов ( $L, L_p$ ) вообще неприменимо в довольно широкой области у порога, а непосредственно использовать  $\sigma_{III}^{\mu^+\mu^-}$  в форме (33) можно только при  $E \geq 3$  Гэв. Существенно более широкую область применимости имеет  $\int \frac{d\sigma}{d\Delta^2} d\Delta^2$  ( $E \geq 0,7$  Гэв для  $\sigma_{III}^{\mu^+\mu^-}$ ). Это сечение приведено на рис.12.

5. В области основного вклада в  $\sigma_{III}$  (т.е. речь идет о тех событиях, для которых сечение велико) поперечные импульсы конечных частиц  $p_{3,4} \leq \mu$  ( $\mu$  — масса частиц). Работы /45/, /46/ в этой части содержат результаты, полученные еще в 1937г. /108/.

для сечения степеней логарифмических множителей существенно усложняет его вычисление, а само это выражение представляет собой ряд по степеням логарифмов. В случае электророждения электрон-позитронной пары вклад в сечение диаграммы III имеет вид:

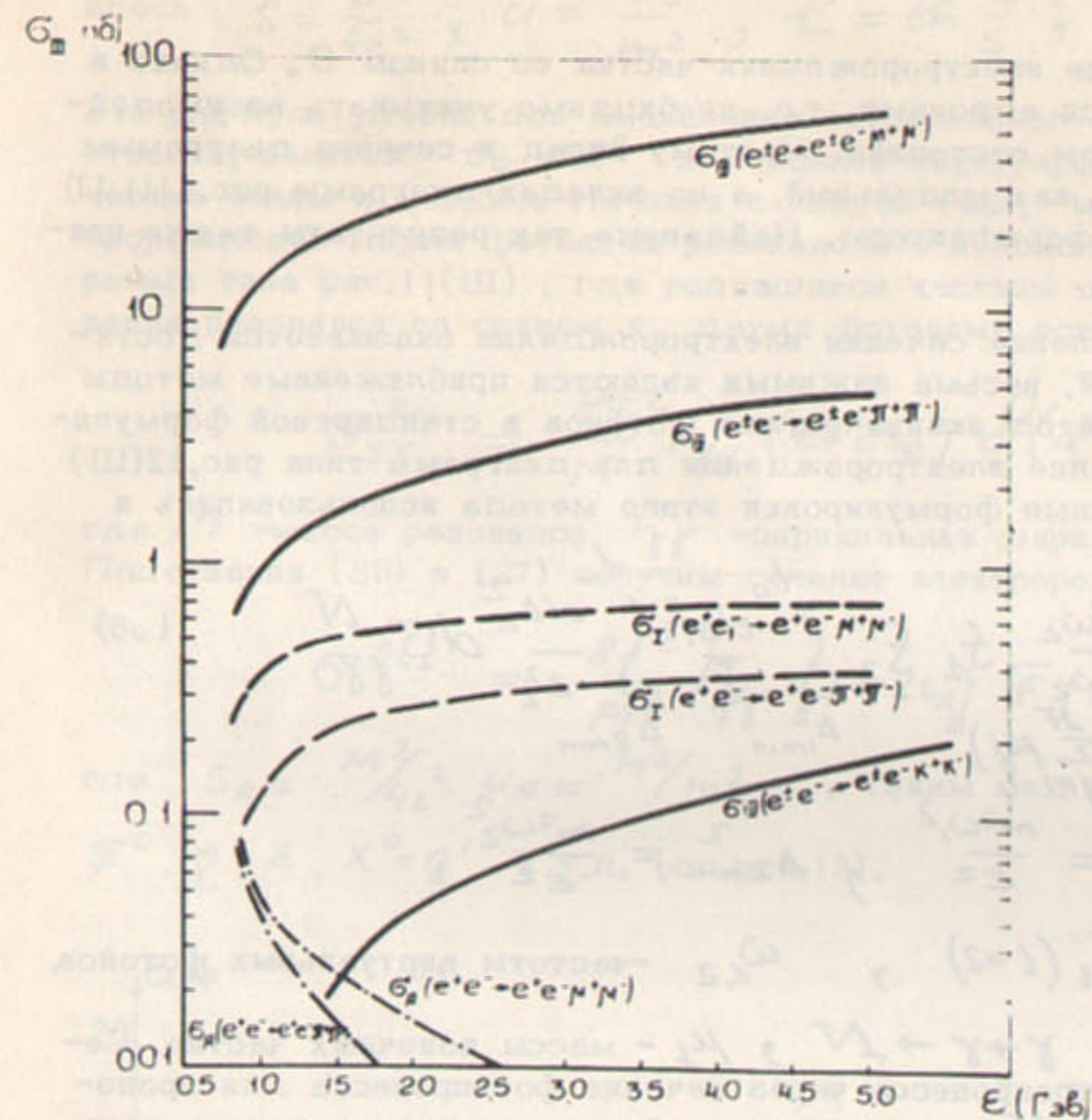


Рис.12. Сечение электророждения пар частиц как функция энергии,  $\sigma_{III}$  — вклады двухфотонных диаграмм,  $\sigma_I$  — однофотонных диаграмм. Сечения для /42/ есть рождения  $\pi^+\pi^-$ ,  $K^+K^-$  — пар вычислены в борновском приближении.

$$\sigma_I^{\mu^+\mu^-} = \sigma_{II}^{\mu^+\mu^-} = \frac{\alpha^4}{\pi \mu^2} (2,38L - 25,8) \quad (35)$$

(относительно больший коэффициент при  $L$  в (35) связан с тем, что главный член  $\propto \ln(\frac{E}{m})L$ ). Видно, что здесь входят только первые степени логарифмов и, кроме того, относительно малы численные коэффициенты. Поэтому сечения  $\sigma_I, \sigma_{II}$  существенно меньше, чем  $\sigma_{III}$  (см. рис.12). Заметим, однако, что основная часть родившихся мюонов является очень энергичной ( $\mu \ll \omega = E_s + E_c \leq E$ ).

В случае электророждения  $e^+e^-$ -пары следует учитывать обменные диаграммы и, следовательно, интерференционные члены в сечениях. Можно показать, что интерференционные члены содержат не выше первой степени логарифма /49/. Интерференционные эффекты для процесса фоторождения  $e^+e^-$ -пары на электроне исследовались в работе /50/, где показано, что вклады однофотонных диаграмм в значительной степени численно компенсируются вкладом интерференционного члена между однофотонными и двухфотонными диаграммами. С логарифмической точностью этот же результат переносится и на случай процесса электророждения, в чем можно убедиться с помощью мето-

родившейся пары), так что они отклоняются на малый угол (распределение  $d^3\theta/d\theta$ ,  $\frac{m\mu^2}{E^3} \ll \theta \ll \frac{m}{E}$ ), а их энергия  $\sim E$ . Угловое распределение родившихся частиц при  $E \sim \mu$  является плавным, а при  $E \gg \mu$  их спектр  $\frac{d\omega}{\omega}$  ( $\omega = E_s + E_c$ ), так что при  $E_{s,c} \sim \mu$  их угловое распределение плавное, а при  $E_{s,c} \gg \mu$  вытянуто в направлении движения той частицы, энергию которой получает пара.

Вклад однофотонных диаграмм для рождения  $e^+e^-$ -пары имеет вид /49/

$$\sigma_I^{e^+e^-} = \sigma_{II}^{e^+e^-} = \frac{2^2 \alpha^2}{\pi} 0,51L \quad (34)$$



да эквивалентных фотонов.<sup>x)</sup>

Аналогично находится сечение электророждения частиц со спином 0. Однако в природе все такие частицы являются адронами, т.е. необходимо учитывать взаимодействие родившихся частиц в конечном состоянии. Поэтому вклад в сечение диаграммы рис.11 (Ш) следует рассматривать как модельный, а во вкладах диаграмм рис.11(1,II) нужно учесть известные из опыта формфакторы. Найденные так результаты также приведены на рис.12.

**В2.** Поскольку прямое вычисление сечения электророждения оказывается достаточно сложной технической задачей, весьма важными являются приближенные методы рассмотрения. Один из них есть метод эквивалентных фотонов в стандартной формулировке которого в  $\zeta$ -системе сечение электророждения для диаграмм типа рис.12(Ш) имеет вид (см., напр., /52/, различные формулировки этого метода использовались в /40,41,43,48,51/)

$$d\sigma^N = \frac{\alpha^2}{\sqrt{s}} \int \frac{d\omega_1}{\omega_1} \int \frac{d\omega_2}{\omega_2} f_1 f_2 \int_{\Delta_{1min}^2}^{t_0} \frac{d\Delta_1^2}{\Delta_1^2} \int_{\Delta_{2min}^2}^{t_0} \frac{d\Delta_2^2}{\Delta_2^2} d\sigma_{\gamma\gamma}^N \quad (36)$$

где  $\Delta_{1,2}^2 = -q_{1,2}^2$ ,  $\Delta_{1min}^2 = \frac{m^2\omega_1^2}{\epsilon^2}$ ,  $\Delta_{2min}^2 = \frac{m^2\omega_2^2}{\epsilon^2}$ ,

$f_1 = 1 - \frac{\omega_1}{\epsilon} + \frac{\omega_1^2}{2\epsilon^2}$ ,  $f_2 = f_1(1 \rightarrow 2)$ ,  $\omega_{1,2}$  - частоты виртуальных фотонов,

$d\sigma_{\gamma\gamma}^N$  - сечение фотопроцесса  $\gamma + \gamma \rightarrow N$ ,  $\mu_j$  - массы конечных частиц. Сечение (36) выражает сечение электропроцесса через сечение фотопроцесса для произвольных образовавшихся состояний  $N$  и позволяет найти весь вклад в полное сечение, содержащий максимальную степень "больших" логарифмов (например, кубичные по логарифмам члены в (32), (33)). Этот вклад поддается особенно простой физической интерпретации, поскольку кинематика процесса такая же как при лобовом соударении фотонов с частотами  $\omega_1, \omega_2$ . Спектр эквивалентных фотонов (верхний предел интегрирования по  $\Delta_{1,2}^2$ ) не является универсальным и зависит от свойств  $d\sigma_{\gamma\gamma}^N$  при  $\Delta_{1,2}^2 \neq 0$  (при электророждении пары  $t_0 \sim \Delta^2 = (q_1 + q_2)^2 = 4\omega_1\omega_2$ ).

Выполняя в формуле (36) интегрирование, получим

$$\sigma^N = \frac{\alpha^2}{\sqrt{s}} \int \frac{ds}{s} F(s,u) \sigma_{\gamma\gamma}^N \quad (37)$$

где

$$F(s,u) = \frac{2}{3} \left(1 + s + \frac{s^2}{4}\right) \ell \left(\ell^2 + 3\ell\ell_0 + \frac{3}{2}\ell_0^2\right) - 3 \left(1 - \frac{2}{3}s - \frac{s^2}{3}\right) \ell_0 \left(\ell + \frac{\ell_0}{2}\right) \quad (38)$$

x) На это обстоятельство указал В.С.Фадин.

здесь  $s = \frac{\Delta^2}{4\epsilon^2}$ ,  $u = \frac{t_0}{m^2}$ ,  $\ell = \ln \frac{s}{4}$ ,  $\ell_0 = \ln u$ .

Эта формула удобна для вычисления интегрального сечения электророждения. В частности, полагая  $t_0 = \Delta^2$  и выполняя интегрирование найдем старшие логарифмические члены в (32,33). Начиная с работы /53/, многократно<sup>обсуждалось</sup> /40,41,48,51,52,54/ электророждение двумя фотонами резонансов с положительной зарядовой четностью (диаграмма типа рис.11(Ш), где родившиеся частицы образуют резонанс). Сечение образования резонанса со спином  $S_R$  двумя фотонами есть

$$\sigma_{\gamma\gamma}^{Res} = \frac{8\pi^2}{M} \Gamma_{\gamma\gamma} (1 + 2s_R) \rho(\Delta^2 - M^2) \quad (39)$$

где  $M$  - масса резонанса,  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  - парциальная ширина распада  $Res \rightarrow \gamma + \gamma$ . Подставляя (39) в (37) получим сечение электророждения резонанса

$$\sigma^{Res} = \frac{8\pi^2}{M^3} \Gamma_{\gamma\gamma} (1 + 2s_R) F(s_R, u_R) \quad (40)$$

где  $s_R = \frac{M^2}{4\epsilon^2}$ ,  $u_R = \frac{M^2}{m^2}$ . Таким механизмом<sup>x)</sup> будут рождаться  $\pi^0, \eta, \epsilon, \chi^0 = \eta'$  и т.д. (см.рис.13).

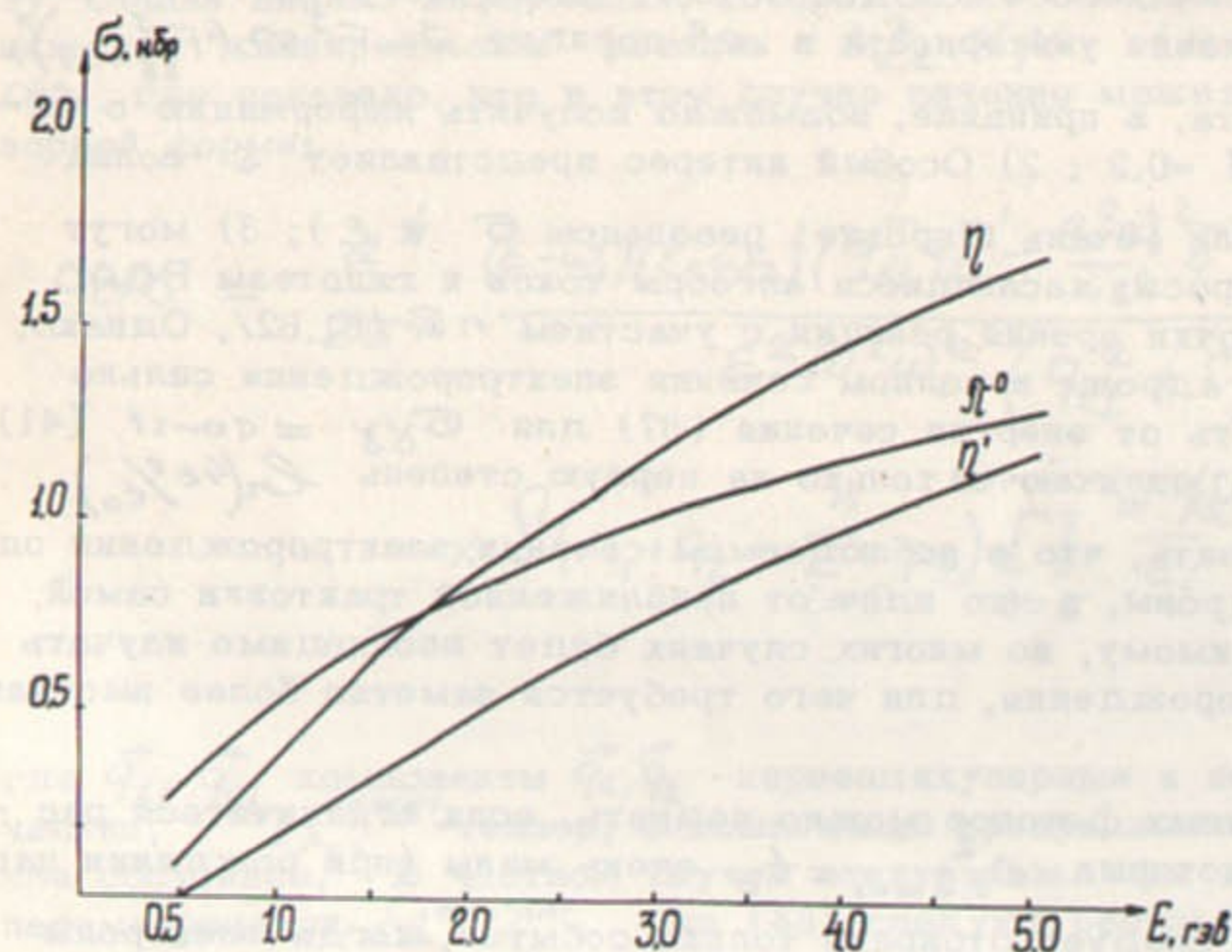


Рис.13. Сечения электророждения резонансов. Приняты для  $\pi^0$ :  $\Gamma_{\gamma\gamma} = 7$  эв,  $M = 135$  Мэв; для  $\eta$ :  $\Gamma_{\gamma\gamma} = 1$  Кэв,  $M = 548$  Мэв для  $\eta'$ :  $\Gamma_{\gamma\gamma} = 5$  Кэв,  $M = 958$  Мэв.

x) В работе /51/ сечение рождения резонансов вычислялось точно для модели, когда переход  $\gamma + \gamma \rightarrow Res$  трактовался феноменологически, т.е. задавалась, напр., связь  $\psi_{\pi} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$ .

Можно привести аргументы в пользу того, что полное сечение процесса  $\gamma + \gamma \rightarrow$  адроны не падает с энергией /40/. При вычислении полного сечения электророждения результат зависит от  $t_0$  (в теоретических расчетах от модели). Если принять, что  $\sigma_{\gamma\gamma}^N = const$ , то старший логарифмический вклад в полное сечение электророждения адронов имеет вид:

$$\sigma^N = \frac{\alpha^2}{6\pi^2} \sigma_{\gamma\gamma}^N \times \ln^2 \frac{4\epsilon^2}{t_0} \ln \frac{4\epsilon^2}{m^2} \times \left[ \ln \frac{4\epsilon^2}{m^2} + 2 \ln \frac{t_0}{m^2} \right] \quad (41)$$



заметим, что  $\sqrt{t_0}$  есть некоторая характерная адронная масса, поэтому в (41) в области доступных энергий только два логарифма являются большими.

Имеется ряд работ (см., напр., /55,56/), где предлагается исследовать общую структуру сечения  $\gamma + \gamma \rightarrow$  адроны (8 структурных функций<sup>x</sup>) в "глубоко неупругой области", когда  $\Delta_{1,2}^2$ ,  $\Delta^2$  очень велики, а отношение  $\Delta_{1,2}^2/\Delta^2$  конечно (по аналогии с исследованием "глубоко неупругой области" в неупругом  $e p$ -рассеянии). При всем интересе к этой задаче, следует иметь в виду, что сечение электророжения содержит дополнительный фактор  $\alpha^2$  ( $10^{-4}$ ), а светимость установок со встречными пучками на  $\theta$ - $\theta$  порядков ниже, чем на ускорителе типа SLAC, кроме того речь идет об исследовании функциональной зависимости, а не наблюдении отдельных событий. Поэтому следует признать, что без привлечения качественно новых подходов, экспериментальное исследование этого вопроса находится далеко за пределами возможностей эксперимента на встречных пучках, даже если все строящиеся установки будут иметь запланированную светимость.

Необходимо иметь в виду, что младшие логарифмические члены в сечении вообще не могут быть найдены с помощью метода эквивалентных фотонов. По этой причине приближение эквивалентных фотонов при вычислении полных сечений является в области реальных энергий довольно грубым. Сравнение с результатами прямого расчета в случае рождения пар лептонов показывает, что ошибка может составлять несколько десятков процентов. Это весьма неприятно, поскольку процесс электророжения предполагается использовать для изучения адронных реакций. В частности имеется серия работ, посвященных процессу  $\gamma + \gamma \rightarrow \pi + \pi$  /51,52,57-60/. Здесь могут быть изучены весьма важные вопросы: 1) из условия унитарности в  $e^2$  порядке  $\text{Im} F^J \propto (F_{\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi}^J)^* \times F_{\pi\pi \rightarrow \gamma\gamma}^J$ , т.е. из эксперимента, в принципе, возможно получить информацию о фазах  $\pi\pi$  рассеяния в состоянии  $J=0,2$ ; 2) Особый интерес представляет S-волна

$\pi\pi$  взаимодействия (существуют ли (очень широкие) резонансы  $\sigma$  и  $\epsilon$ ); 3) могут быть проверены теоретические вопросы, касающиеся алгебры токов и гипотезы PCAC. В особенности интересна с этой точки зрения реакция с участием  $n\bar{n}$  /61,62/. Однако, характеристики процесса  $\gamma + \gamma \rightarrow$  адроны в полном сечении электророжения сильно "осреднены", например, зависимость от энергии сечения (37) для  $\sigma_{\gamma\gamma} = \text{const}$  (41) и для  $\sigma_{\gamma\gamma} \propto 1/\Delta^2$  ( $\Delta^2 = 4\omega_1\omega_2$ ) отличаются только на первую степень  $\ln(4E^2/t_0)$ .

Поэтому надо всегда уметь отделить, что в наблюдаемом сечении электророжения определяется процессом  $\gamma + \gamma \rightarrow$  адроны, а что идет от приближенной трактовки самой реакции электророжения. По-видимому, во многих случаях будет необходимо изучать дифференциальные сечения электророжения, для чего требуется заметно более высокая статистика отсчетов.

Точность метода эквивалентных фотонов можно поднять, если ограничиться рассмотрением только событий, для которых  $\Delta_{1,2}^2 \text{ min} = t_0$  очень малы (при рождении пар частиц  $t_0 \ll \Delta^2$ ). С этой целью следует отбирать только события, когда электроны отклоняются на очень малые углы (сечение для таких событий, вообще говоря, в несколько раз меньше чем полное). В этой ситуации сечение электророжения может быть вычислено с точностью до членов порядка  $\Delta_{1,2}^2/\Delta^2$ , если подставить в (36) следующие выражения (см., напр., /48/):

x) Общий анализ тензорной структуры проинтегрированного по конечным состояниям двух-фотонного тензора проведен еще в /67/.

$$f_1 \rightarrow f_1^S = 1 - \frac{\omega_1}{\epsilon} + \frac{\omega_1^2}{2\epsilon^2} - \frac{m^2\omega_1^2}{\epsilon^2\Delta_1^2}, \quad f_2^S = f_1^S(1-2); \quad (42)$$

$$\Delta_{L\text{min}}^2 = \frac{m^2\omega_1^2}{\epsilon(\epsilon-\omega_L)}, \quad \Delta_{2\text{min}}^2 = \Delta_{L\text{min}}^2(L \rightarrow 2)$$

Для получения аналогов приведенных выше сечений (37,38,40,41) необходимо провести интегрирование сечения (36) в указанных пределах с учетом замен (42). Результат (естественно более громоздкий) будет зависеть от дополнительно фиксированного параметра  $t_0$ .

B3. До сих пор обсуждалось приближение, где сечение электророжения выражалось через сечение фотопроецесса. Можно, однако, оставаясь в рамках приближения малых  $\Delta_{1,2}^2$ , получить дополнительную информацию о фотопроецессе. Такой анализ на примере реакции  $\gamma + \gamma \rightarrow \pi + \pi$  проведен недавно в /63/, где показано, что даже в случае, когда по конечным состояниям электронов проведено интегрирование, можно выбрать такую кинематическую область импульсов родившихся частиц (малые  $\vec{\Delta}_L = \vec{q}_{1L} + \vec{q}_{2L} = \vec{p}_{S1} + \vec{p}_{C1}$ ), где можно определить не только сумму квадратов модулей двух инвариантных амплитуд, через которые выражается амплитуда процесса  $\gamma + \gamma \rightarrow \pi + \pi$  при  $\Delta_{L,2}^2 \rightarrow 0$ , но и амплитуды отдельно и их относительную фазу. Общий анализ информации, которая может быть получена в такой ситуации в приближении "квазиреальных" фотонов  $\Delta_{1,2}^2 \ll \mu$  ( $\mu$ -масса пиона) проведен в работе /64/, где показано, что в этом случае сечение может быть записано в поперечной тензорной форме:

$$d\sigma = \frac{\alpha^4}{2\pi^4} \frac{(\epsilon-\omega_1)(\epsilon-\omega_2) \left( q_{1L}^m q_{1L}^{m'} - \frac{q_1^2 \omega_1^2}{4\epsilon^2} \delta^{mm'} \right) \left( q_{2L}^n q_{2L}^{n'} - \frac{q_2^2 \omega_2^2}{4\epsilon^2} \delta^{nn'} \right) M^{mm'nn'}}{\epsilon^2 \omega_1^2 \omega_2^2 \left( q_{1L}^2 + \frac{m^2 \omega_1^2}{\epsilon^2} \right)^2 \left( q_{2L}^2 + \frac{m^2 \omega_2^2}{\epsilon^2} \right)^2} \times \quad (43)$$

$$\times \delta(q_1 + q_2 - \sum_{i=5}^n p_i) \prod_{i=5}^n \frac{d^3 p_i}{\epsilon_i} d\omega_1 d\omega_2 d\vec{q}_{1L} d\vec{q}_{2L}$$

где  $\vec{q}_{1L}, \vec{q}_{2L}$  компоненты  $\vec{q}_1, \vec{q}_2$  перпендикулярные к направлению движения начальных частиц,  $M^{mm'nn'}$  тензор, описывающий превращение двух фотонов в заданное конечное состояние. В частном случае электророжения пары пионов и при соответствующей параметризации  $M^{mm'nn'}$  из (43) следуют результаты работы /63/. Сечение (43) позволяет, в принципе, определить ряд комбинаций амплитуд фотопроецесса  $\gamma + \gamma \rightarrow N$ , одна из которых является сечением фотопроецесса для неполяризованных фотонов, а остальные комбинации входят в сечение фотопроецесса с линейно поляризованными фотонами /64/.

B4. В предыдущем обсуждении мы имели дело главным образом с полным сечением электророжения. Для измерения его необходима регистрирующая аппаратура, охватывающая сечение (43) применимо для описания электророжения в области малых передач импульса при столкновении любых ультрарелятивистских частиц, массы которых следует подставить в соответствующие члены в знаменателе в правой части (43).



ывающая большие телесные углы (в том числе и область малых углов отклонения), что видимо будет возможно в системах с магнитным анализом продуктов реакции. В настоящее время регистрируются лишь частицы, вылетающие под большим углом. Сечение электророждения  $e^+e^-$  пары в такой ситуации найдено в работе /45/ при условии, что энергия регистрируемых частиц  $\epsilon_{5,6} \gg \epsilon_0, m \ll \epsilon_0 \ll \epsilon$ . Ясно, что вылет частицы под большим углом, означает, что  $\Delta^2 \gg \epsilon_0^2$ , т.е. сечение  $\propto 1/\epsilon_0^2$  (а не  $1/m^2$ , как полное сечение), кроме того максимальная степень логарифма будет  $L^2$ , т.к. по энергии родившихся частиц теперь имеется степенное обрезание. В итоге сечение под большим углом составляет незначительную часть от полного. Исходным выражением была формула (43), где в числителе опущены члены  $\propto \frac{m^2}{\epsilon^2} \sim \frac{\epsilon_0}{\epsilon}$ . Вычисления проводилось с точностью до членов, содержащих  $L$  в сечении  $d\sigma/d\Omega_5 d\Omega_6$  ( $c_{5,6} = \cos \vartheta_{5,6}$ ,  $\vartheta_{5,6}$  - полярные углы вылета частиц родившейся пары). Если же сохранять только члены с  $L^2$  в  $d\sigma/d\Omega_5 d\Omega_6$ , то сечение электророждения можно представить в сравнительно простом виде:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_5 d\Omega_6} = \frac{\alpha^4}{\pi^2 \epsilon_0^2} \frac{(1 - c_5 c_6) [\vartheta(1 - \frac{s_5}{s_6}) s_5^2 + \vartheta(\frac{s_5}{s_6} - 1) s_6^2]}{s_5^3 s_6^3 (1 + s_5 s_6 - c_5 c_6)^2} \frac{\ln \left[ \frac{2\epsilon^2 (1 - \cos \varphi)}{m^2} \right]}{\sqrt{\frac{m^2}{\epsilon^2} + 2(1 - \cos \varphi)}} \quad (44)$$

где  $s_{5,6} = \sin \vartheta_{5,6}$ ,  $\vartheta$  -  $\vartheta$ -функция,  $\varphi = \varphi_5 - \varphi_6$  - азимутальный угол, характеризующий некомпланарность треков, родившихся частиц. Если проинтегрировать (44) по азимутальному углу, то приходим к сечению, которое может быть получено с помощью метода эквивалентных фотонов (см. (36), куда необходимо подставить сечение процесса  $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ ). Из (44) следует, что распределение событий по азимутальному углу имеет логарифмический (т.е. довольно широкий) пик при малых  $\varphi$ , а сечение электророждения некомпланарных пар только в  $L$  раз меньше, чем сечение проинтегрированное по  $\varphi$ . Распределение по  $\varphi$  при  $\epsilon = 500$  Мэв,  $\epsilon_0 = 15$  Мэв приведено на рис. 14

Процесс электророждения электрон-позитронной пары наблюдался в двух опытах в Новосибирске /65,66/. Этому способствовал низкий порог регистрации электронов ( $\epsilon_0 = 15$  Мэв в первом эксперименте и  $\epsilon_0 = 25$  Мэв - во втором), что очень важно, поскольку сечение квадратично убывает с ростом  $\epsilon_0$ . Сводные данные об экспериментах приведены в таблице 3, а результаты приведены также на рис.15, где для отождествления событий использовано наличие резкого пика в распределении по  $\varphi$ .

Как уже отмечалось, формулы (43), (44) адекватно описывают процесс электророждения на большие углы только если  $\epsilon_0 \ll \epsilon$ .

В случае  $\epsilon_0 \sim \epsilon$  ( $\Delta^2 \sim \epsilon^2$ ), даже если

х) Для получения числа ожидаемых событий формула типа (44) (или более точная формула, приведенная в /45/), рассчитывается методом Монте-Карло с учетом аппаратных факторов (геометрия аппаратуры, конечная длина области взаимодействия, влияние многократного рассеяния). Полученный результат представлен как теоретическая кривая на рис.15. Поэтому для отождествления событий, когда измеряются только углы вылета родившихся частиц, необходимо знать именно  $d\sigma/d\Omega_5 d\Omega_6$ .

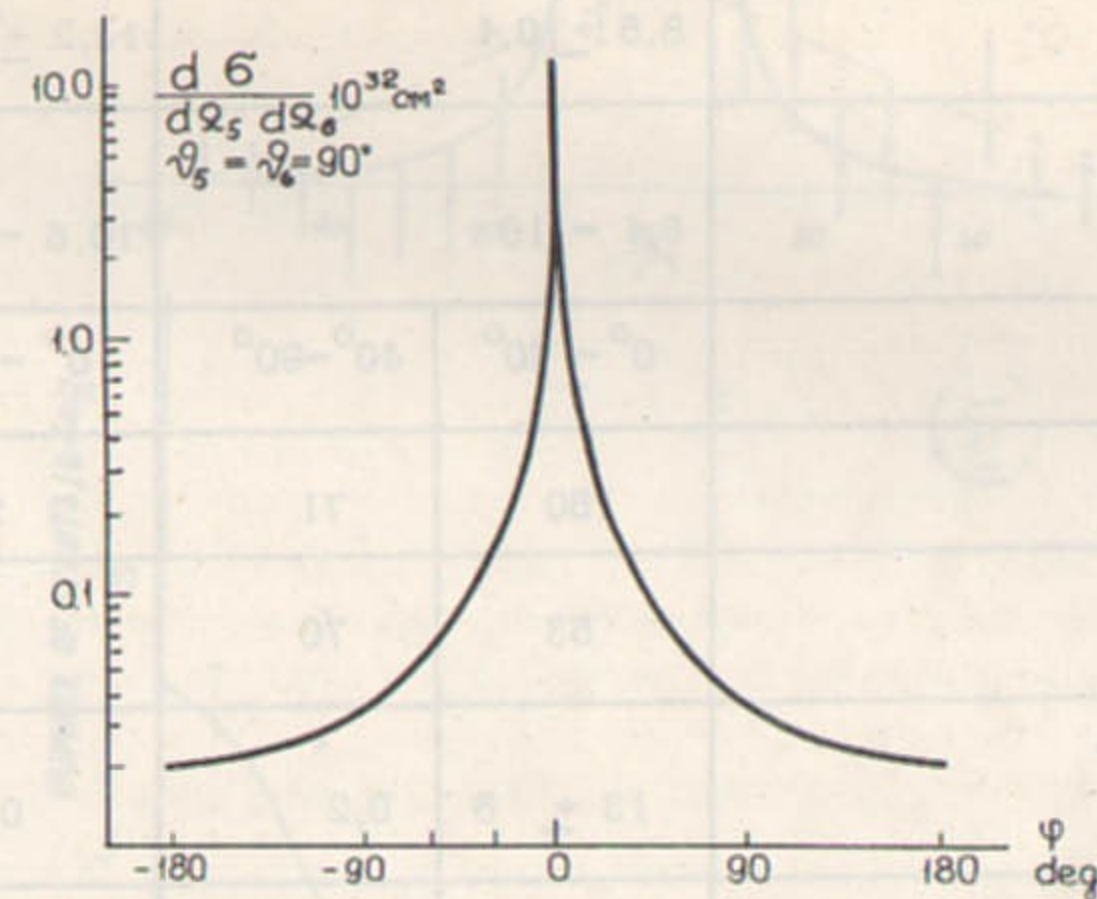


Рис.14. Распределение событий по углу некомпланарности при электророждении электрон-позитронной пары на большой угол,  $\epsilon = 500$  Мэв.



Таблица 3

Наблюдение электророждения электрон-позитронной пары в Новосибирске.

Эксперимент	I		II
	Энергия $2\varepsilon$ (Мэв)	1020	
Интеграл светимости $10^{33} \text{ см}^2$	$8,5 \pm 0,4$		$13,2 \pm 0,6$
Интервал пробегов $\text{г/см}^2$	6,4 - 16		10,5 - 20
Область углов	$0^\circ - 40^\circ$	$40^\circ - 90^\circ$	$0^\circ - 90^\circ$
Э ф ф е к т	150	71	20
Фон (нормиров.)	53	70	5
Примесь других исследо- ванных процессов	$13 \pm 5$	0,2	0,1
"Чистый" эффект	$84 \pm 19$	$1 \pm 18$	$15 \pm 6$
Вычисления согласно работе / 45 /	$65 \pm 13$	$22 \pm 5$	$15,4 \pm 3,2$

ли ограничимся приближением, в котором в  $d\sigma/d\Omega_5 d\Omega_6$  сохраняются два больших логарифма, то наряду с ситуацией, описываемой формулой (44), когда на большие углы вылетают родившиеся частицы, дважды логарифмические вклады будут даваться также другими кинематическими областями.

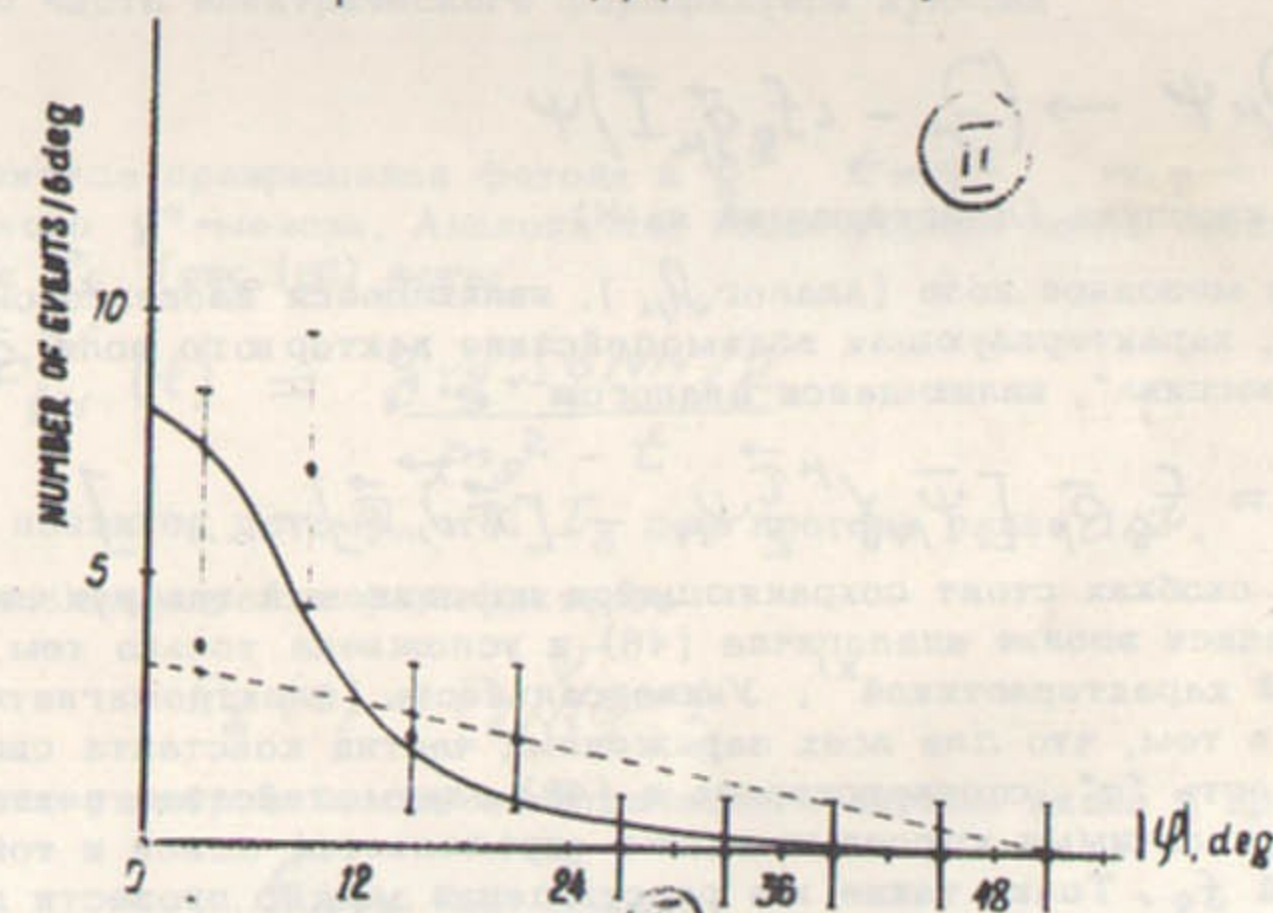
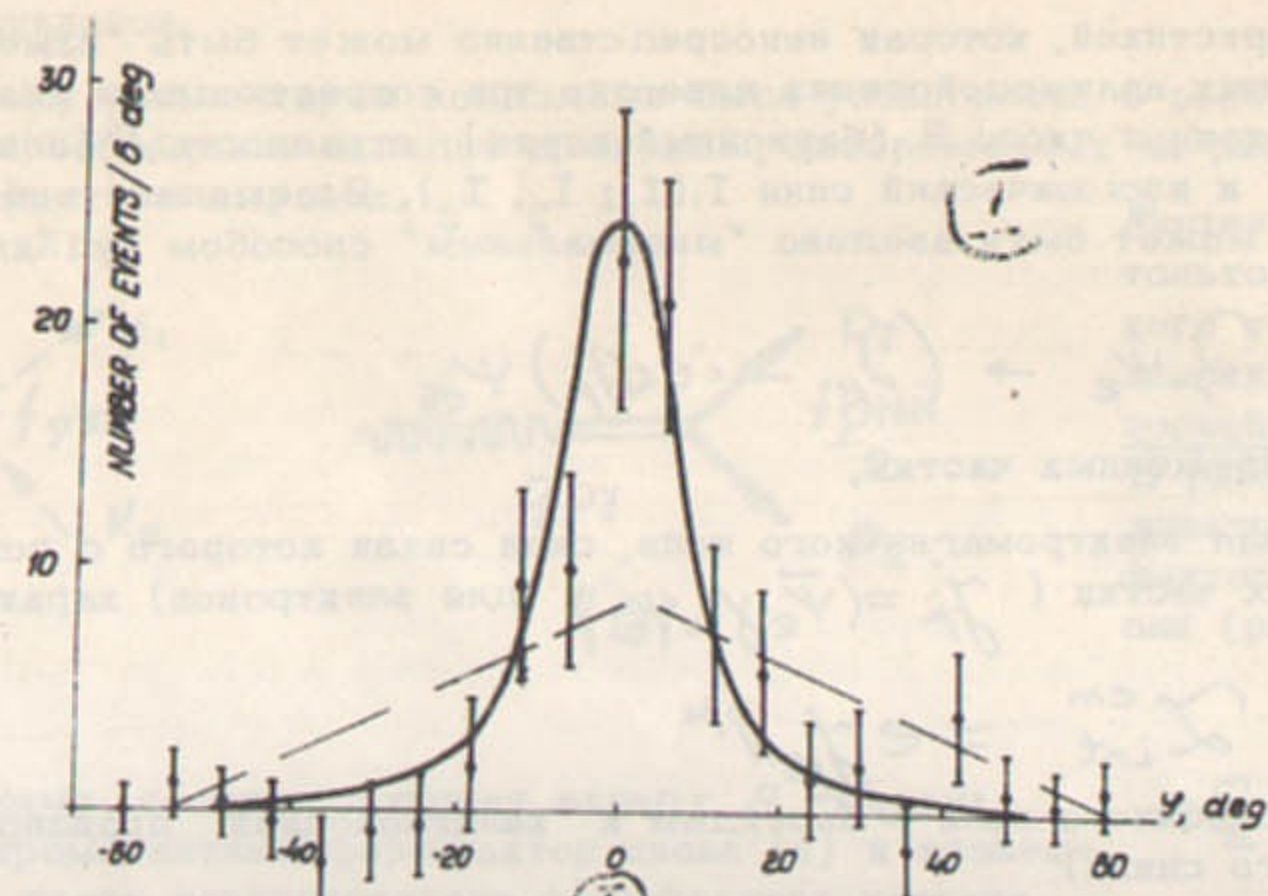


Рис.15. Распределение событий наблюдаемых в первом эксперименте I и во втором эксперименте II в Новосибирске по углу  $\varphi$ . Сплошная кривая вычислена согласно работе /45/, пунктирная для независимого изотропного распределения каждой частицы с учетом аппаратных факторов.

#### У. ВЕКТОРНЫЕ МЕЗОНЫ И МОДЕЛЬ ВЕКТОРНОЙ ДОМИНАНТНОСТИ

А. Модель векторной доминантности. Векторные мезоны играют важную роль во многих областях физики элементарных частиц. Исторически выделенность векторных мезонов и их связь с законами сохранения выяснилась при попытках построить теорию сильных взаимодействий, основанную на сохраняющихся токах и универсальности (по аналогии с квантовой электродинамикой, где заряд есть не только сохраняющееся во всех реакциях квантовое число, но и является динамическим).



мической характеристикой, которая непосредственно может быть "измерена" на опыте /68/. В сильных взаимодействиях известно три сохраняющихся квантовых числа ("заряда") - барионное число  $B$  (барионный заряд), странность  $S$  (или гиперзаряд  $Y = B + S$ ) и изотопический спин  $I, (I_1, I_2, I_3)$ . Взаимодействие в квантовой электродинамике может быть введено "минимальным" способом (удлинение производной)

$$\partial_\mu \psi_e \rightarrow (\partial_\mu - ieA_\mu) \psi_e \quad (45)$$

где  $\psi_e$  - поле заряженных частиц,

$A_\mu$  - потенциал электромагнитного поля, сила связи которого с сохраняющимся током заряженных частиц ( $j_\mu = (\bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_e)$  для электронов) характеризуется зарядом  $e$ :

$$\mathcal{L}_{int}^{em} = e j_\mu A^\mu \quad (46)$$

Аналогично для адронного поля  $\psi$  перейдем к "калибровочной" производной (на примере изотопического спина)

$$\partial_\mu \psi \rightarrow (\partial_\mu - if_g \vec{g}_\mu \vec{I}) \psi \quad (47)$$

где  $\vec{I}$  - оператор изоспина (действующий на  $\psi$ ),

$\vec{g}_\mu$  - векторное мезонное поле (аналог  $A_\mu$ ), являющееся изовектором,  $f_g$  - универсальная константа, характеризующая взаимодействие векторного поля  $\vec{g}_\mu$  с сохраняющимся "током изоспина", являющаяся аналогом "e":

$$\mathcal{L}_{int} = f_g \vec{g}_\mu [\bar{\psi}_N \gamma^\mu \vec{I} \psi_N - [\vec{I} \vec{g}_\mu \vec{I}]] + \dots \quad (48)$$

где в квадратных скобках стоит сохраняющийся изоспиновый ток нуклонов, пионов и т.д. Эта форма записи вполне аналогична (46) и усложнена только тем, что изоспин является векторной характеристикой. Универсальность электромагнитного взаимодействия состоит в том, что для всех заряженных частиц константа связи с электромагнитным полем есть "e", соответственно в (48) взаимодействие векторного мезонного поля  $\vec{g}_\mu$  с различными адронами также определяется одной и той же универсальной константой  $f_g$ . Точно такие же рассуждения можно провести для барионного заряда и гиперзаряда и связанным с ними мезонами  $\omega$  и  $\phi$ . В теории сильных взаимодействий, где само использование лагранжева формализма является спорным, априори не ясно, насколько далеко справедлив изложенный выше подход. Естественно он является приближенным и следует признать поразительным, что при всей своей простоте такой подход удовлетворительно описывает разнообразные физические явления. Само существование нейтральных векторных мезонов  $\rho, \omega, \phi$  было предсказано теоретически /68/ существование  $K^*$  предсказывала модель унитарной симметрии), а затем открыты на опыте.

Наряду с изложенными выше соображениями, указания на существование сильновзаимодействующих векторных мезонов следовали также из анализа электромагнитных) В калибровочную производную (45) входят коммутирующие величины (абелева группа), а в (47) входят некоммутирующие операторы ( $I_1, I_2, I_3, [I_i, I_k] = i\epsilon_{ijk} I_j$  (неабелева группа). Соответственно поле  $\vec{g}_\mu$  имеет 3 компоненты:  $g_\mu^1, g_\mu^2, g_\mu^3$ .

ной структуры нуклонов.

Связь между этими двумя подходами была установлена в работе /69/, где было подчеркнуто преобладание вкладов диаграмм, изображенных на рис.16, в электромагнитные формфакторы адронов.

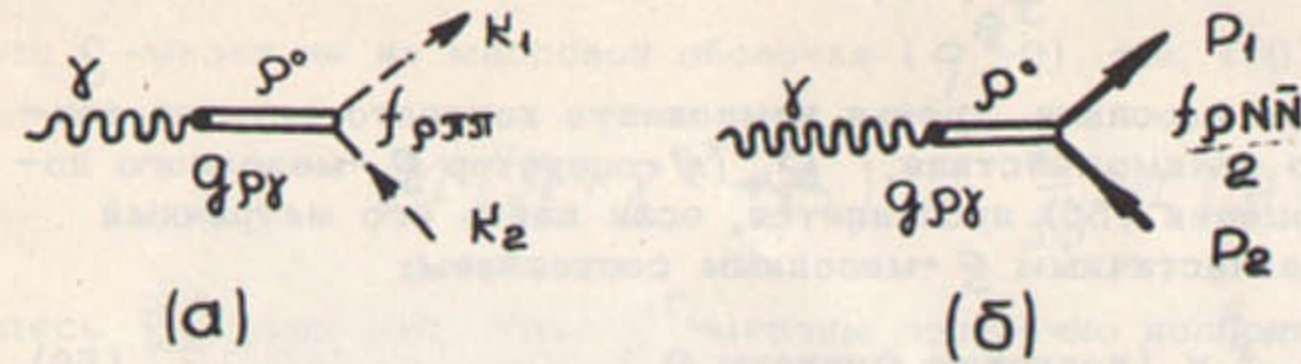


Рис.16. Диаграмма, соответствующая вкладу  $\rho^0$ -мезона в электромагнитный формфактор пиона (а) и изовекторную часть электрического формфактора нуклона (б).

Модель, учитывающая только диаграммы такого типа, получила название модель векторной доминантности. В рамках этой модели электромагнитный формфактор заряженного пиона (рис.16а)

$$e F_\pi(t) = \frac{g_{\rho\pi\pi} f_{\rho NN}}{m_\rho^2 - t}$$

где  $g_{\rho\pi\pi}$  - амплитуда превращения фотона в  $\rho^0$ ,  $t = q^2$ ,  $m_\rho$  - масса нейтрального  $\rho^0$ -мезона. Аналогично, изовекторная часть электрического формфактора нуклона  $F_1^V$  (рис.16б) есть:

$$\frac{e}{2} F_{1N}^V(t) = \frac{g_{\rho NN} f_{\rho NN} / 2}{m_\rho^2 - t} \quad (50)$$

множитель 1/2 появился потому, что  $I_3$  для протона равно 1/2.

Из условия нормировки формфакторов

$$F_\pi(0) = F_{1N}^V(0) = 1 \quad (51)$$

которое выражает универсальность электрического заряда пиона и протона, следует, что

$$f_{\rho\pi\pi} = f_{\rho NN} \quad (52)$$

т.е. универсальность константы связи  $\rho$ -мезона с адронами, этот результат соответствует содержащемуся в формуле (48).

Соотношение (52) очевидно обобщается на константу связи с  $\rho$ -мезоном любого адрона, несущего изоспин:

$$f_{\rho\pi\pi} = f_{\rho NN} = \dots = f_\rho \quad (53)$$

Если предположить, что  $g_{\rho\pi\pi}$  является константой по крайней мере в интервале  $0 \leq t \leq m_\rho^2$ , то из предыдущего также следует эффективная константа  $f_\rho$  связи:

$$g_{\rho\pi\pi} = \frac{e m_\rho^2}{f_\rho} \quad (54)$$



Как универсальность взаимодействия  $\rho$ -мезона, так и векторная доминантность могут быть объединены в важном операторном соотношении, которое называют обычно тождеством ток-поле, и которое концентрирует в себе все обсуждавшиеся выше идеи

$$J_{\mu}^{I_3}(x) = \frac{m_{\rho}^2}{f_{\rho}} \rho_{\mu}^I(x) \quad (55)$$

Здесь  $J_{\mu}^{I_3}(x)$  плотность тока изоспина, третья компонента которого есть изовекторная часть электромагнитного взаимодействия,  $\rho_{\mu}^I(x)$ -оператор  $\rho$ -мезонного поля. Смысл операторного соотношения (55) проясняется, если взять его матричный элемент между вакуумом и одночастичным  $\rho$ -мезонным состоянием:

$$\langle 0 | J_{\mu}^{I_3}(x) | \rho^{\alpha} \rangle = \frac{m_{\rho}^2}{f_{\rho}} x \text{ (волновую функцию } \rho \text{)} \quad (56)$$

что согласуется с определением константы  $g_{\rho\rho}$  (54). Если ввести ток-источник  $\rho$ -мезонного поля  $J_{\mu}^{\rho}(x)$ , определяемый уравнением

$$(\square + m_{\rho}^2) \vec{\rho}_{\mu}(x) = J_{\mu}^{\rho}(x) \quad (57)$$

то матричный элемент от операторного соотношения (55) между двумя произвольными адронными состояниями A и B есть

$$\langle B | J_{\mu}^{I_3} | A \rangle = \frac{m_{\rho}^2}{f_{\rho}} \frac{\langle B | J_{\mu}^{\rho} | A \rangle}{m_{\rho}^2 - t} \quad (58a)$$

Если B=A, то при  $t=0$  имеем:

$$\langle A | J_{\mu}^{I_3} | A \rangle = \frac{1}{f_{\rho}} \langle A | J_{\mu}^{\rho} | A \rangle \quad (58b)$$

в левой части при  $t=0$  стоит как раз  $\langle I_3 \rangle_A = I_3^A$ .

Итак мы получили, что источник электромагнитного поля совпадает с точностью до константы с источником  $\rho^0$ -поля, причем изовекторные фотоны при  $t=0$  универсально взаимодействуют со всеми частицами. Тем самым мы приходим к соотношению универсальности для взаимодействия  $\rho$ -мезонов, которое согласно (58) можно записать в виде отношения матричных элементов:

$$\frac{M(A \rightarrow A + \rho^0)}{M(B \rightarrow B + \rho^0)} = \frac{\langle I_3 \rangle_A}{\langle I_3 \rangle_B} = \frac{I_3^A}{I_3^B} \quad (59)$$

В известном смысле (59) есть альтернативная запись формулы универсального  $\rho$ -взаимодействия (48).

$$e \langle B | J_{\mu}^{I_3} | A \rangle = \frac{e}{f_{\rho}} \langle B | J_{\mu}^{\rho} | A \rangle \quad (60)$$

в левой части стоит матричный элемент перехода  $\gamma^V + A \rightarrow B$  ( $\gamma^V$ -изовекторный фотон), а в правой части - матричный элемент перехода  $A + \rho(q^2=0) \rightarrow B$ , где  $\rho$ -мезон не на массовой оболочке ( $q^2=0$ ), т.е. (60) можно переписать как

$$M(A + \gamma^V \rightarrow B) = \frac{e}{f_{\rho}} M(A + \rho^0 \rightarrow B) \quad (61)$$

Здесь  $\rho^0$  означает, что  $\rho^0$ -мезоны поперечно поляризованы. Формула (61) представляет содержание  $\rho$ - $\gamma$  аналогии. Принято делать весьма существенное предположение, что в матричном элементе в правой части допустима экстраполяция на массовую оболочку  $\rho$ -мезона ( $t=m_{\rho}^2$ ), тогда формула (61) может быть проверена экспериментально. Например имеют место связи

$$\begin{aligned} \omega \rightarrow \pi^0 + \gamma &\leftrightarrow \omega \rightarrow \pi^0 + \rho \rightarrow 3\pi \\ \gamma + N \rightarrow \pi + N &\leftrightarrow \pi + N \rightarrow \rho(\omega, \phi) + N \\ \gamma + \rho &\rightarrow \rho^0 + \rho \leftrightarrow \rho^0 + \rho \rightarrow \rho^0 + \rho \end{aligned} \quad (62)$$

Наиболее последовательная теоретико-полевая формулировка векторной доминантности дана в работе <sup>x)</sup> /70/, в которой постулирована, что электромагнитный адронный ток в хорошем приближении тождественен линейной комбинации полей известных нейтральных векторных мезонов, т.е. исчерпывает суммой трех членов типа (55) (см.рис. 17)

$$e J_{\mu}^{had} = e (\lambda_{\rho} \rho_{\mu}^3 + \lambda_{\omega} \omega_{\mu} + \lambda_{\phi} \phi_{\mu}) \equiv \sum_V e \lambda_V V_{\mu} \quad (63)$$

где  $V_{\mu}(\rho_{\mu}, \omega_{\mu}, \phi_{\mu})$  обозначают поля соответствующих векторных мезонов. Весьма сильным является также допущение, что нестабильные векторные мезоны можно описывать как элементарные частицы.

В сильных взаимодействиях сохраняются изоспин I, гиперзаряд Y и барионное число B, которым сопоставляются сохраняю-

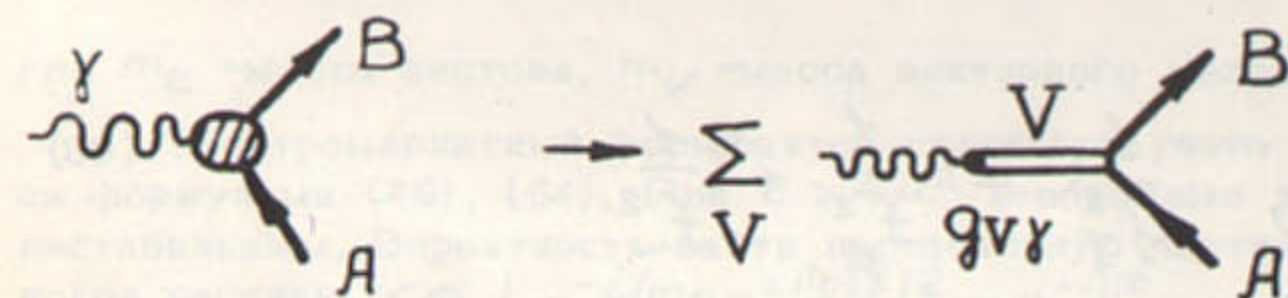


Рис.17. Электромагнитные формфакторы элементарных частиц в модели векторной доминантности.

x) В ней дана обширная библиография, см. также сборник /71/ (содержащий в частности перевод /70/).



щие токи  $J_\mu^I, J_\mu^Y, J_\mu^B$ :  $\partial^\mu J_\mu^{(I,Y,B)} = 0$ , так что  $\int d^3x j_0^{(I,Y,B)}(x) = \text{const.}$

Соответственно определим тождества ток-поле (55):

$$J_\mu^I(x) = \frac{m_\rho^2}{f_\rho} S_\mu^I(x)$$

$$J_\mu^Y(x) = \frac{1}{f_Y} [m_\rho^2 \cos \vartheta_Y \phi_\mu(x) - m_\omega^2 \sin \vartheta_Y \omega_\mu(x)] \quad (64)$$

$$J_\mu^B = \frac{1}{f_B} [m_\rho^2 \sin \vartheta_B \phi_\mu(x) + m_\omega^2 \cos \vartheta_B \omega_\mu(x)]$$

В силу вырождения по изоспину, токи  $J_\mu^Y$  и  $J_\mu^B$  выражаются в общем виде через линейную комбинацию полей  $\phi_\mu(x), \omega_\mu(x)$ , а формула (64) есть фактически определение углов  $\vartheta_Y, \vartheta_B$  независимо от высших симметрий типа  $SU_3$  (в моделях нарушенной  $SU_3$  симметрии получают определенные значения  $\vartheta_B, \vartheta_Y$ ; а в пределе точной  $SU_3$  симметрии  $\vartheta_B = \vartheta_Y = 0$ ). Из  $\partial^\mu J_\mu^{I,Y,B} = 0$ , следует  $\partial^\mu V_\mu = 0$  т.е. токи-источники векторных полей (см. (57)) являются сохраняющимися. При этих условиях электромагнитное взаимодействие с током (63) является каллобровочно инвариантным [70].

Поскольку электрический заряд  $Q = I^3 + \frac{Y}{2}$ , то электромагнитный ток (63) есть

$$e J_\mu^{\text{had}} = e \left( J_\mu^I + \frac{J_\mu^Y}{2} \right) = e \left[ \frac{m_\rho^2}{f_\rho} S_\mu^I + \frac{m_\rho^2}{2f_Y} \cos \vartheta_Y \phi_\mu - \frac{m_\omega^2}{2f_Y} \sin \vartheta_Y \omega_\mu \right] \quad (65)$$

$$= e \left[ \frac{m_\rho^2}{f_\rho} S_\mu^I + \frac{m_\rho^2}{f_\phi} \phi_\mu - \frac{m_\omega^2}{f_\omega} \omega_\mu \right]$$

т.е.

$$\text{tg } \vartheta_Y = \frac{f_\phi}{f_\omega}, \quad \frac{1}{4f_Y^2} = \frac{1}{f_\phi^2} + \frac{1}{f_\omega^2} \quad (66)$$

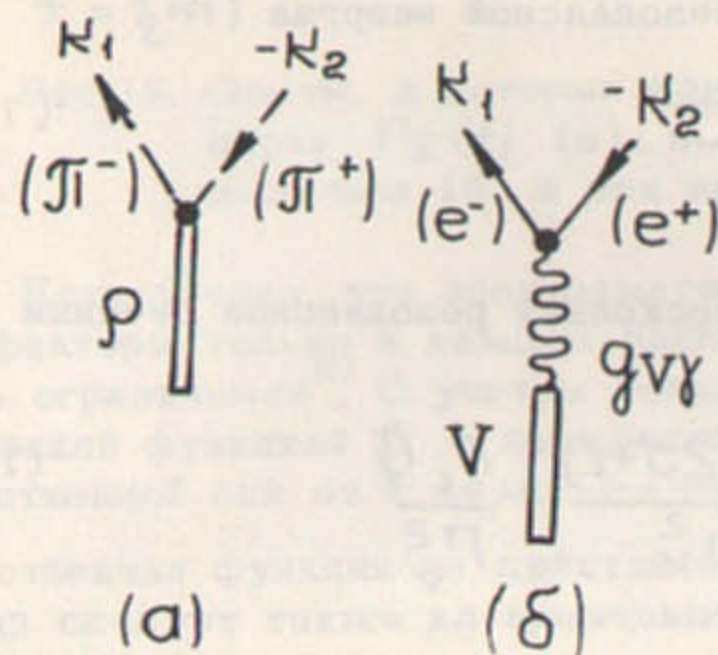
Если ввести токи-источники полей (57), то аналоги формулы (58) для изоскалярных фотонов есть

$$\langle B | J_\mu^{I=0} | A \rangle = \frac{1}{2f_Y} \left[ \frac{m_\rho^2 \cos \vartheta_Y}{m_\rho^2 - t} \langle B | J_\mu^I | A \rangle - \frac{m_\omega^2 \sin \vartheta_Y}{m_\omega^2 - t} \langle B | J_\mu^\omega | A \rangle \right] \quad (67)$$

Это соотношение связывает матричные элементы испускания изоскалярных фотонов с матричными элементами испускания нейтральных мезонов  $\rho$  и  $\omega$  (ср. (58) и (61)). Как и в (58) левая часть (67) является непосредственно измеримой, а правая часть может получена только в предположении о плавности изменения функций.

Обсудим теперь некоторые приложения векторной доминантности. Амплитуды перехода  $\rho$ -мезона в пару  $\pi^+\pi^-$  есть (рис. 18a)

$$\langle \pi^+\pi^- | \rho \rangle = f_{\rho\pi\pi} (k_1 + k_2)_\mu e^\mu \quad (68)$$



а вероятность распада  $\rho \rightarrow \pi^+\pi^-$  есть

$$W(m_\rho^2) = \int_{\rho\pi\pi}(m_\rho^2) = \frac{f_{\rho\pi\pi}^2}{4\pi} \frac{m_\rho}{12} \left( 1 - \frac{4\mu^2}{m_\rho^2} \right)^{3/2} \quad (69)$$

Рис. 18. Диаграммы распадов: а)  $\rho \rightarrow \pi^+\pi^-$ ; б)  $V \rightarrow e^+e^-$ .

где  $\mu$ -масса пиона. Распад нейтрального векторного мезона на пару лептонов идет через промежуточный фотон (рис. 18б), с учетом (54), (65) имеем

$$\Gamma_{V\text{ete}^-} = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2 m_V}{f_V^2} \left( 1 + \frac{2m_e^2}{m_V^2} \right) \left( 1 - \frac{4m_e^2}{m_V^2} \right)^{1/2} = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2 m_V}{f_V^2} \left( 1 + O\left(\frac{m_e^2}{m_V^2}\right) \right) \quad (70)$$

где  $m_e$ -масса лептона,  $m_V$ -масса векторного мезона.

Электромагнитный формфактор пиона при учете только вклада  $\rho$ -мезона дается формулами (49), (54). При  $t > 4\mu^2$  необходимо учесть, что  $\rho$ -мезон является нестабильным. Вероятность найти нестабильную частицу в момент времени  $t$  в системе покоя частицы  $\propto |e^{-i(m_\rho - i\Gamma_\rho/2)t}|^2 = e^{-\Gamma_\rho t}$ ,  $\Gamma_\rho$ -обратное время жизни (полная ширина уровня), т.е. в (49) следует положить  $m_\rho \rightarrow m_\rho - i\Gamma_\rho/2$ . Учитывая, что  $\Gamma_\rho \ll m_\rho$  получаем вклад  $\rho$ -мезона в электромагнитный формфактор пиона:

$$F_\pi(t) = \frac{f_{\rho\pi\pi}}{f_\rho} \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - t - i\Gamma_\rho m_\rho} \quad (71)$$



в модели векторной доминантности (и в преобразовании членами  $\sim \Gamma_{\rho}/m_{\rho}$ )  $f_{\rho} = f_{\rho\pi\pi}$ . Если же сохранять члены  $\sim \Gamma_{\rho}/m_{\rho}$ , то  $f_{\rho\pi\pi} = a_{\rho} f_{\rho}$ , где величина  $a_{\rho}$ , именуемая поправкой конечной ширины, зависит от дополнительных модельных предположений.

Полное сечение превращения электрон-позитронной пары в пару бесспиновых частиц ( $\pi, K$ ) есть

$$\sigma = \frac{\pi \alpha^2}{3t} \left(1 - \frac{4\mu^2}{t}\right)^{3/2} |F(t)|^2 \quad (72)$$

где в  $\zeta$ -системе  $t=4\varepsilon^2$ ,  $\varepsilon$  - энергия начального электрона,  $\mu$  - масса родившейся частицы,  $F(t)$  - электромагнитный форм-фактор. Подставляя в (72) формфактор (71) и учитывая формулы (69), (70) получим при резонансной энергии ( $m_{\rho}^2 = t$ )

$$\sigma_R = \frac{12\pi}{m_{\rho}^2} \frac{\Gamma_{\rho\pi\pi} \Gamma_{\rho e e}}{\Gamma_{\rho}^2} \quad (73)$$

эта формула имеет прозрачный физический смысл, поскольку резонансное сечение в канале  $J$  есть

$$\sigma_R = \pi \lambda^2 (2J+1) \frac{\Gamma_i \Gamma_f}{\Gamma^2} = \frac{4\pi (2J+1)}{m_V^2} \frac{\Gamma_i \Gamma_f}{\Gamma^2} \quad (74)$$

где  $\lambda = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{2}{m_V}$ ,  $\Gamma_i(t)$  - вероятность распада резонанса в начальное (конечное) состояние,  $\Gamma$  - полная ширина резонанса. Сечение (73) было получено в предположении двухчастичных распадов резонанса, очевидно, что (74) справедлива и для многочастичных распадов нейтральным векторным мезонам. Для  $\rho$ -мезонов  $\Gamma_{\rho}^2 = \Gamma_{\rho\pi\pi}^2$  с большой степенью точности, тогда из (73) имеем

$$\frac{f_{\rho}^2}{4\pi} = \frac{\alpha^2 m_{\rho}}{3 \Gamma_{\rho\pi\pi}} = \frac{4\pi \alpha^2}{\sigma_R m_{\rho} \Gamma_{\rho}} \quad (75)$$

величины в правой части (75) непосредственно измеряются на опыте, что позволяет определить  $f_{\rho}^2/4\pi$  независимо от выполнения соотношения  $f_{\rho} = f_{\rho\pi\pi}$ .

**Б. Электромагнитные формфакторы.** Выше мы рассмотрели электромагнитные формфакторы адронов в модели векторной доминантности. В общем случае они представляют собой скалярные функции, через которые параметризуются адронные токи переходов  $\langle A | J_{\mu}(0) | A \rangle$  или  $\langle A A | J_{\mu}(0) | 0 \rangle$ . Для бесспиновых частиц (для определенности  $\pi$ -мезонов), см. рис.10(a):

$$e \langle \pi^+ \pi^- | J_{\mu}(0) | 0 \rangle = e F_{\pi}(t) (p_1 - p_2)_{\mu} \quad (76)$$

где  $t = (p_1 + p_2)^2$ ,  $F_{\pi}(t)$  - электромагнитный формфактор пиона. При  $t=0$  реальный фотон взаимодействует с полным зарядом, так что  $F_{\pi}(0) = 1$ . Формфактор  $F_{\pi}(t)$  может быть непосредственно измерен в опытах по рассеянию  $e\pi^+ \rightarrow e\pi^+$  и электророждению  $\pi^+$  (рис.19(б)) при  $t < 0$  и в опытах по превращению  $e e \rightarrow \pi^+ \pi^-$  (рис.19(в)) при  $t \geq 4\mu^2$ .

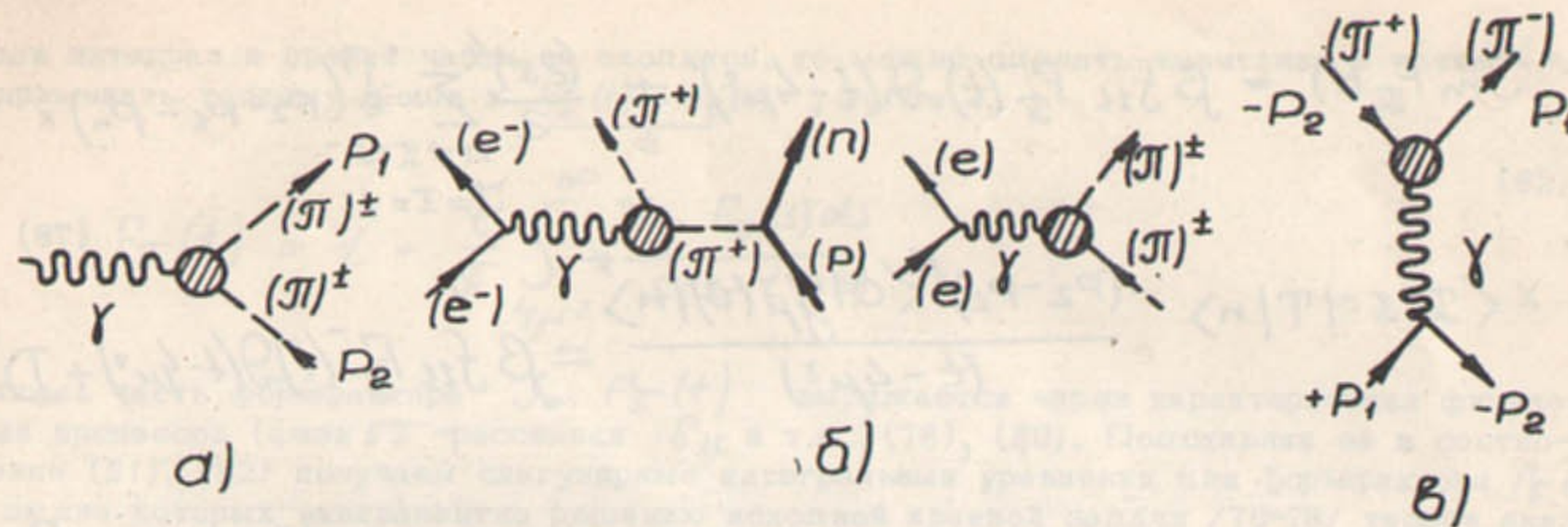


Рис.19. Опыты, в которых изучается электромагнитный формфактор пиона  $F_{\pi}(t)$  (а): в пространственноподобной области передач импульса (б) и при времениподобных передачах импульса (в).

Естественно, что электромагнитное взаимодействие адронов описывается через формфакторы только в низшем приближении теории возмущений по  $e^2$ , которым мы здесь ограничимся<sup>х)</sup>. С учетом только сильных взаимодействий  $F_{\pi}(t)$  является аналитической функцией  $t$  в комплексной плоскости  $t$  с разрезом вдоль положительной вещественной оси от  $t=4\mu^2$  до  $\infty$ . Функция  $F_{\pi}^*(t) = F_{\pi}(t^*)$ , так что  $F_{\pi}(t)$  вещественная функция на действительной оси при  $t < 4\mu^2$  (вещественность  $F_{\pi}(t)$  при  $t < 0$  следует также из эрмитовости (или  $T$ -инвариантности) взаимодействия). При  $t > 4\mu^2$

$$F_{\pi}(t) = F_{\pi}^+(t); \quad F_{\pi}^{\pm}(t) = F_{\pi}(t \pm i\varepsilon), \quad F_{\pi}^-(t) = (F_{\pi}^+(t))^* \quad \varepsilon \rightarrow 0$$

Скачок  $F_{\pi}(t)$  на разрезе

$$F_{\pi}^+(t) - F_{\pi}^-(t) = 2i \text{Im} F_{\pi}(t) \quad (77)$$

Из соотношения унитарности для  $S$  матрицы следует соотношение унитарности<sup>хх)</sup> для  $\text{Im} F_{\pi}(t)$  (графически представленное на рис.20)

х) В соответствии с соотношением  $Q = I_3 + Y/2$  электромагнитный формфактор частиц данного изотопического мультиплетта может быть разбит на сумму изовекторной ( $I=1$ ) и изоскалярной ( $I=0$ ) частей. Для пиона  $Y=0$ , так что формфактор является изовекторным (пара пионов  $\pi^+ \pi^-$  в состоянии с  $J=1$  имеет  $I=1$ ). Для каонов ( $K^+, K^0$ )  $I=1/2, Y=1$ , так что электромагнитный формфактор  $F_K$  может быть представлен в виде линейной суперпозиции  $F_K^{I=1}(t)$  и  $F_K^{I=0}(t)$ .

хх) Анализ формфакторов с точки зрения свойств аналитичности и унитарности проводился в большом числе работ, см. например, /71-75/ и приведенную там библиографию.



$$\text{Im } F_{\pi}(t) = \beta f_{\pi\pi} F_{\pi}^{-}(t) \vartheta(t-4\mu^2) + \frac{(2\pi)^4}{2} \sum_{\substack{n \neq \pi^+\pi^- \\ J=I=1}} \delta(p_2+p_1-p_n) \times \quad (78)$$

$$\times \langle \pi^+\pi^- | T | n \rangle \frac{(p_2-p_1)^{\mu} \langle 0 | j_{\mu}(0) | n \rangle^*}{(t-4\mu^2)} = \beta f_{\pi\pi} F_{\pi}^{-}(t) \vartheta(t-4\mu^2) + D$$

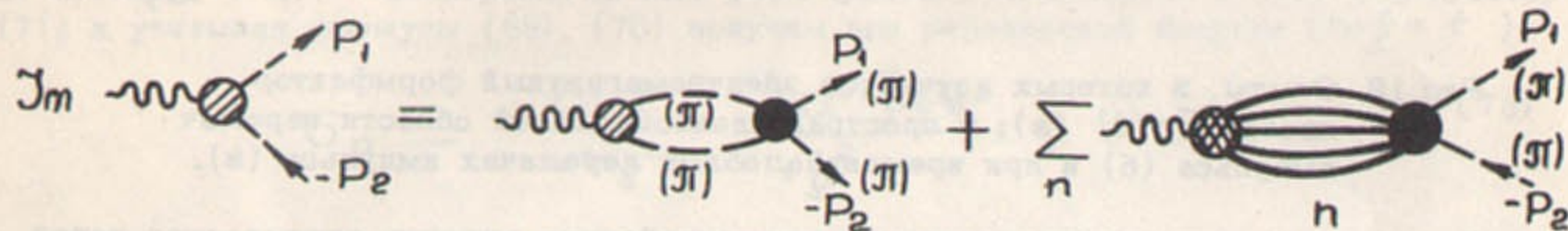


Рис.20. Унитарные диаграммы для мнимой части формфактора пиона  $F_{\pi}(t)$ .

где выделен упругий член, выражающийся через амплитуду  $\pi\pi$ -рассеяния  $f_{\pi\pi}$  в состоянии  $J=I=1$ ,  $\beta = \sqrt{1-4\mu^2/t}$ ,  $\langle 0 | j_{\mu}(0) | n \rangle^*$  - амплитуда перехода фотона в состояние  $|n\rangle$ . В принятой нормировке

$$\beta f_{\pi\pi} = \eta \frac{e^{2i\delta_{\pi\pi}} - 1}{2i}, \quad \eta \leq 1 \quad (79)$$

В упругой области  $4\mu^2 \leq t \leq 16\mu^2$ ,  $\eta = 1$ ,  $D = 0$ , тогда

$$\text{Im } F_{\pi}(t) = \sin \delta_{\pi\pi} e^{i\delta_{\pi\pi}} F_{\pi}^{*}(t) \vartheta(t-4\mu^2) \quad (80)$$

так что фаза формфактора совпадает с фазой  $\pi\pi$ -рассеяния при  $J=I=1$ .

Таким образом, формфактор  $F_{\pi}(t)$  при физических значениях  $t$  представляет собой граничные значения ( $F_{\pi}(t) = F_{\pi}^{\pm}(t)$  при  $t < 0$  и  $F_{\pi}(t) = F_{\pi}^{\mp}(t)$  при  $t \geq 4\mu^2$ ) единой аналитической функции задаваемой условиями (77), (78).

Применяя к аналитической функции  $F_{\pi}(t)$  с указанными выше свойствами теорему Коши, получим дисперсионные соотношения для формфактора

$$F_{\pi}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\text{Im } F_{\pi}(s) ds}{s-t-i\epsilon} \quad (81)$$

Если интеграл в правой части не сходится, то можно сделать вычитание в точке  $t=0$  и применить теорему Коши к  $\frac{F_{\pi}(t) - F_{\pi}(0)}{t}$ , тогда

$$F_{\pi}(t) = 1 + \frac{t}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\text{Im } F_{\pi}(s) ds}{s(s-t-i\epsilon)} \quad (82)$$

Мнимая часть формфактора  $\text{Im } F_{\pi}(t)$  выражается через характеристики физических процессов (фаза  $\pi\pi$ -рассеяния  $\delta_{\pi\pi}$  и т.д.) (78), (80). Подставляя её в соотношение (81), (82) получаем сингулярные интегральные уравнения для формфактора  $F_{\pi}(t)$ . решение которых эквивалентно решению исходной краевой задачи /76-78/ теории аналитических функций<sup>xx)</sup>, где формфактор  $F_{\pi}(t)$  определяется формулами (77)-(78).

Рассмотрим формфактор в приближении упругой унитарности, когда в соотношении (78) удерживается лишь первый член (см.(80)). Тогда мы имеем дело с однородной краевой задачей (см.(77), (80));

$$F_{\pi}^{+}(t) = e^{2i\delta_{\pi\pi}(t)} \vartheta(t-4\mu^2) F_{\pi}^{-}(t) \quad (83)$$

решение которой выражает формфактор через фазу  $\pi\pi$ -рассеяния  $\delta_{\pi\pi}$  (в случае, когда  $F_{\pi}(t)$  не имеет нулей в комплексной плоскости<sup>xx)</sup>):

$$X(t) = e^{\frac{t}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\delta_{\pi\pi}(s) ds}{s(s-t)}} \quad (84)$$

причем  $F_{\pi}(t) = X^{+}(t)$ . Твердо установлено, что в рассматриваемом канале  $J=I=1$  взаимодействие является резонансным (пара  $\hat{\pi}$  образует резонансное состояние:  $\rho$ -мезон), при этом фаза  $\delta_{\pi\pi}$  проходит через  $\pi/2$ . Любая модель фазы должна удовлетворять этому условию, остальные же детали  $\pi\pi$  взаимодействия, содержащиеся в  $\delta_{\pi\pi}$ , являются сугубо модельными (и выбираются главным образом из соображений простоты и математического удобства). Если принять, что  $\delta_{\pi\pi}$  может быть (в области не очень больших импульсов) описано в приближении эффективного радиуса

$$\frac{\kappa^3}{\sqrt{t}} \text{ctg } \delta_{\pi\pi}(t) = a + bt \quad (85)$$

где  $\kappa = \frac{1}{2}(t-4\mu^2)^{1/2}$ , то при  $a > 0$ ,  $b < 0$  амплитуда рассеяния имеет резонансный характер (см., напр./79/), причем "a" и "b" связана с массой  $m_{\rho}$  и шириной  $\Gamma$ .

x) Решение сингулярных интегральных уравнений обычно сводят к краевой задаче /76-78/.

xx) В случае наличия нулей  $F_{\pi}(t)$  краевая задача решается для функции, из которой нули исключены. Решение содержит полином от  $t$  степени  $n$  ( $n$ -число нулей) /73-77/.



данной  $\Gamma_g$  резонанса ( $\text{ctg } \delta_{11}(m_g^2) = 0, \frac{d\delta_{11}(m_g^2)}{dt} = \frac{1}{m_g \Gamma_g}$ )

$$a = \frac{\kappa_g^3}{\Gamma_g}, \quad b = -\frac{\kappa_g^3}{m_g^2 \Gamma_g} \quad (86)$$

где  $\kappa_g = \frac{1}{2}(m_g^2 - 4\mu^2)^{1/2}$ . С учетом (86) выражение (85) имеет обычный "брейт-вигнеровский" вид:

$$\text{tg } \delta_{11} = \frac{\kappa_g^3}{\kappa_g^3 \sqrt{t}} \frac{m_g^2 \Gamma_g}{(m_g^2 - t)} \quad (87)$$

В этом случае формфактор (84) имеет в резонансной области вид

$$F_{\mathcal{P}}(t) = \frac{m_g^2 (1 + \delta \frac{\Gamma_g}{m_g})}{m_g^2 - t - i\sqrt{t} \Gamma_g(t)} \quad (88)$$

где  $\Gamma_g(t) = \Gamma_g(m_g^2) \frac{m_g^2 \kappa_g^3}{t \kappa_g^3}$  — зависящая от энергии ширина резонанса (69),  $\Gamma_g(m_g^2) = \Gamma_g$ , в числителе стоит нормировочная константа ( $\delta$  — произвольный параметр).

Поскольку формулы (85) — (87) дают "динамическое" описание  $\mathcal{P}$ -мезонного резонанса, формула (88) может рассматриваться как динамическая модель формфактора  $F_{\mathcal{P}}(t)$  (представление (88) отличается от (71) только зависимостью от энергии члена  $\propto \Gamma_g$  в знаменателе). Иными словами, детальное изучение формфактора может пролить свет на структуру нестабильных частиц.

Другая форма приближения эффективного радиуса предложена в работе /80/, в которой для описания парциальной амплитуды  $\mathcal{P}\mathcal{P}$ -рассеяния использован  $N/D$  метод:

$$\frac{\sqrt{t}}{\kappa_g^3} \sin \delta_{11} e^{i\delta_{11}} = \frac{N(t)}{D(t)} \quad (89)$$

Из (89) следует, что (функция  $N(t)$  — вещественна при  $t > 0$ ):

$$\text{Im } D = -\frac{\kappa_g^3}{\sqrt{t}} N(t) \quad (90)$$

Функция  $D(t)$  определена в комплексной плоскости с разрезом при  $4\mu^2 < t < \infty$  и выражается дисперсионным интегралом с двумя вычитаниями

$$D(t) = D(0) + tD'(0) - \frac{t^2}{8\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{(s-4\mu^2)^{3/2} N(s)}{s^{5/2} (s-t-i\epsilon)} ds \quad (91)$$

Приведенные соотношения являются общими. Для получения конкретных результатов выбираются определенные выражения для  $N(t)$ , в частности в /80/ сделано простейшее предположение  $N(t) = 1$ , после чего интеграл в (91) легко берется и (89) дает явный вид амплитуды  $\mathcal{P}\mathcal{P}$ -рассеяния в "обобщенном приближении эффективного радиуса" (ср. (85)):

$$\frac{\kappa_g^3}{\sqrt{t}} \text{ctg } \delta_{11} = \text{Re } D(t) = \kappa^2 h(t) + a + bt \quad (92)$$

где  $h(t) = \frac{2}{\pi} \frac{\kappa}{\sqrt{t}} \ln \left( \frac{2\kappa + \sqrt{t}}{2\mu} \right)$ , а константы  $a, b$  выражаются через массу и ширину резонанса (ср. (86)). Формфактор (83) для фазы —рассеяния (92), нормированный так, что  $F_{\mathcal{P}}(0) = 1$  можно представить в виде (ср. (88))

$$F_{\mathcal{P}}(t) = \frac{D(0)}{D(t)} = \frac{m_g^2 (1 + d \frac{\Gamma_g}{m_g})}{m_g^2 - t + \Gamma_g \frac{m_g^2}{\kappa_g^3} [\kappa^2 [h(t) - h(m_g^2)] - (t - m_g^2) \kappa_g^2 h'(m_g^2)] - i\sqrt{t} \Gamma_g(t)} \quad (93)$$

В рамках модели /80/ константа  $d$  выражается через входящие параметры (численно  $d = 0,48$ ), при  $t \approx m_g^2$  знаменатель в (93) сводится к обычной форме (ср. (88)):

$$m_g^2 - t + O((t - m_g^2)^2) - i\sqrt{t} \Gamma_g(t) \quad (94)$$

Таким образом, в резонансной области оба представления формфактора  $F_{\mathcal{P}}(t)$  (88) и (93) в основном совпадают, различаясь членами  $\sim \Gamma_g/m_g$ , которые являются существенно модельными. Представления формфактора (88) и (93) только факт существования резонансного  $\mathcal{P}\mathcal{P}$ -взаимодействия ( $\mathcal{P}$ -мезона), что выражается в их характерной "брейт-вигнеровской" форме<sup>xx)</sup>, определяемой с точностью до членов  $\sim \Gamma_g/m_g$  и не несут другой физической информации  $\mathcal{P}\mathcal{P}$ -взаимодействию. По этой причине в настоящее время нет теоретического критерия для выбора определенной модели с учетом членов  $\sim \Gamma_g/m_g$ .

x) Это "поправка за счет конечной ширины" имеет такую величину, если учитывать только один канал — двух пионный. Если же учесть влияние закрытых каналов ( $\mathcal{P} \rightarrow \omega\pi, \mathcal{P} \rightarrow KK$ ), то  $d = 0,28$  /92/ при  $f_{\mathcal{P}} = f_{\mathcal{P}\mathcal{P}\pi}$ , но может принимать и другие значения, включая и отрицательные в других моделях.

xx) Общим свойством всех таких выражений с зависящей от энергии шириной является смещение максимума  $|F_{\mathcal{P}}(t)|^2$  влево относительно  $t = m_g^2$ , а также несоответствие параметра  $\Gamma_g$  реальной ширине пика.



Формулы (88), (93) справедливы в ограниченной области энергий  $\sqrt{t} < 1$  Гэв, в которой с хорошей степенью точности выполняется соотношение упругой унитарности (83). При более высоких энергиях необходимо учитывать вклад в формфактор неупругих процессов /81/. На эксперименте установлено, что при  $t > 1$  Гэв при электрон-позитронной аннигиляции с большой вероятностью образуются многоадронные состояния (этот вопрос подробно рассмотрен в лекции профессора М.Грилли). Поэтому может оказаться существенным следующий механизм: фотон переходит в многоадронные состояния (это происходит с большой вероятностью), которые затем превращаются в пару пионов. При рассмотрении этого вопроса необходимо учитывать неупругие вклады ( $D$ ) в соотношении унитарности (78).

Проведя комплексное сопряжение в формуле (78) получим другое соотношение для  $F_{\pi^+}(t)$ ,  $F_{\pi^-}(t)$ , которое в упругой области (80) совпадает с исходным. В неупругой же области разрешая это соотношение совместно с (78) получим явное выражение для формфактора  $F_{\pi}(t)$  (при заданных  $D$  и  $f_{\pi}$ ):

$$F_{\pi^+}(t) = \frac{4D}{1-\eta^2} \frac{1}{2i} \left( \eta e^{2i\delta_{\pi\pi}} \frac{D}{D^*} - 1 \right) \quad (95)$$

связывающее величины при заданной энергии. Величины в правой части (95) не являются независимыми, причем связь между ними (не имеющую локального характера) можно получить исходя из дисперсионных соотношений для  $F_{\pi}(t)$ , причем здесь особенно удобно использование методов решения краевых задач теории аналитических функций /76-78/. Если ввести реальную функцию  $\varphi_{\pi}(t) = F_{\pi}(t)/X(t)$  ( $X(t)$  дается формулой (84)), которая имеет разрез при  $t > 16\mu^2$ ,  $\varphi_{\pi}(0) = F_{\pi}(0) = 1$ , то на разрезе выполняется соотношение

$$\varphi_{\pi^+}(t) = \eta \varphi_{\pi^-}(t) + c; \quad c = \frac{2iD}{X^+} \quad (96)$$

Аналогично (95) можно определить  $\varphi_{\pi}(t)$  на разрезе

$$\varphi_{\pi^{\pm}}(t) = \frac{\text{Re} c}{1-\eta} \pm i \frac{\text{Im} c}{1+\eta} \quad (97)$$

отсюда вытекает следующее дисперсионное соотношение для формфактора:

$$F_{\pi}(t) = X(t) \left[ 1 + \frac{t}{f_{\pi}} \int_{16\mu^2}^{\infty} \frac{\text{Im} C(s) ds}{s(s-t)(1+\eta(s))} \right] \quad (98)$$

где мы приняли, что  $X(t) = F_{\pi}^{\text{elas}}(t)$  дается моделью векторной доминантности (88), (93) и  $F_{\pi}(t)$  убывает с ростом  $t$  (при больших  $t$ ). Отметим, что именно таким представлением формфактора следует пользоваться при обработке экспериментальных данных для  $|F_{\pi}(t)|$  в области больших энергий ( $\sqrt{t} > 1$  Гэв) с тем, чтобы различать упругий и неупругий вклады в формфактор, причем в (98) следует параметризовать  $\text{Im} C(s)/(1+\eta(s))$ .

Для величины  $D$  имеет место строгое неравенство

$$|D| \leq \left[ \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow h}'}{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}} \frac{1-\eta^2}{\beta^3} \right]^{1/2} \quad (99)$$

где  $\sigma_{e^+e^- \rightarrow h}'$  - полное сечение образования адронов при аннигиляции электрон-позитронной пары в однофотонном канале с  $\Gamma=1$ ,

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow h}' = \sigma_{e^+e^- \rightarrow h} - \sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-}, \quad \sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} = \frac{4\alpha^2\pi}{3t} -$$

асимптотическое значение сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ , остальные обозначения см. в (78), (79). Знак равенства в (99) достигается, когда суммирование в  $D$  (78) является когерентным, что видимо справедливо в области относительно небольших энергий. Тогда из (96) и (99) можно найти формфактор ( $|F_{\pi}(t)|$ ), если входящие величины известны из эксперимента (в предположении, что  $D$  вещественно). Из формул (95), (99) следует также строгое неравенство для  $|F_{\pi}(t)|$  для произвольных комплексных  $D$ , при получении которого используется только соотношение унитарности

$$|F_{\pi}(t)|^2 \leq \frac{4}{\beta^3} \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow h}'}{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}} \frac{(1+\eta)}{(1-\eta)} \quad (100)$$

Если определить фазу формфактора  $F_{\pi}(t) = |F_{\pi}(t)| e^{i\delta_F}$ , то из соотношения унитарности (78) следует

$$|F_{\pi}(t)| = \frac{2|D|}{|1 - \eta e^{2i(\delta_{\pi\pi} - \delta_F)}|} \quad (101)$$

подставляя в (101) верхнюю границу (99) получим неравенство

$$\sin^2(\delta_{\pi\pi} - \delta_F) \leq \frac{1-\eta^2}{4\eta} \left[ \frac{4\sigma_{e^+e^- \rightarrow h}'}{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} \beta^3 |F_{\pi}(t)|^2} - \frac{1-\eta}{1+\eta} \right] \quad (102)$$

которое является мерой возможного отклонения фазы формфактора от фазы  $\delta_{\pi\pi}$   $\pi\pi$ -рассеяния (совпадающей с фазой формфактора в приближении упругой унитарности).

В)  $\varrho$ - $\omega$  интерференция. Если исследование отдельных векторных мезонов в основных каналах распада в резонансной области, где сечения велики подтверждает саму модель векторной доминантности и служит для определения её основных параметров, то более детальное исследование позволяет получить существенную дополнительную физическую информацию. В качестве примера мы рассмотрим  $\varrho$ - $\omega$  интерференцию в реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  (рис.21) /83-86/. При наличии только сильного взаимодействия состояния  $\varrho^{(0)}$  и  $\omega^{(0)}$  являются ортогональными<sup>х)</sup>, поскольку они обладают разным изотопическим спином (или разной  $G$ -четностью):  $G_{\varrho} = +1$ ,  $G_{\omega} = -1$ . После включения электромагнитного взаимодействия становятся возможными переходы  $\omega^{(0)} \leftrightarrow \varrho^{(0)}$ , а матрица масс в представлении  $\varrho^{(0)}$ ,  $\omega^{(0)}$  приобретает вид

х) Везде под  $\varrho$  понимается нейтральный  $\varrho$ -мезон.



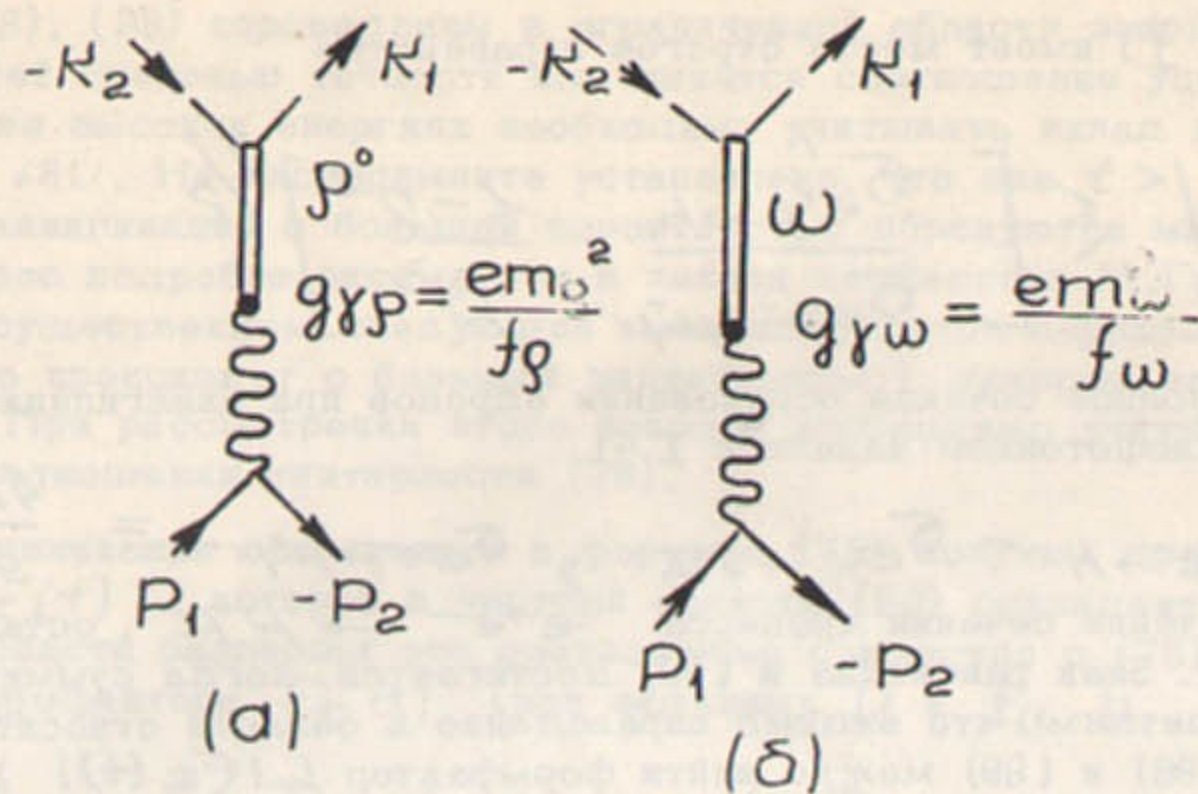


Рис.21. Диаграммы реакции  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ , идущей через промежуточный  $\rho$ -мезон (а) и  $\omega$ -мезон (б). В области, где существенны вклады обеих диаграмм ( $E \approx m_\omega$ ) имеет место  $\rho$ - $\omega$  интерференция.

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_\rho^2 & -\delta(m_\omega + m_\rho) \\ -\delta(m_\omega + m_\rho) & m_\omega^2 \end{pmatrix}, \quad m_V^2 = m_V^2 - im_V \Gamma_V \quad (103)$$

Отметим, что равенство недиагональных элементов  $M$  следует из Т-инвариантности. Физические состояния  $\rho$  и  $\omega$  теперь

$$\begin{aligned} \rho &= \rho(\rho^{(0)} - \varepsilon \omega^{(0)}) \\ \omega &= \omega(\varepsilon \rho^{(0)} + \omega^{(0)}) \end{aligned} \quad (104a)$$

В низшем порядке по электромагнитному взаимодействию  $S = \rho = 1$ ,

$$\varepsilon = \frac{\delta(m_\omega + m_\rho)}{m_\rho^2 - m_\omega^2} \quad (104b)$$

Состояния  $\rho$  и  $\omega$  (103) неортогональны<sup>x)</sup>:

$$(\rho, \omega) = -(\omega, \rho) = 2i \operatorname{Im} \varepsilon \quad (105)$$

Из (103) следует, что амплитуда распада  $\omega \rightarrow 2\pi$  есть

$$f_{\omega \rightarrow 2\pi} \rightarrow f_{\omega^{(0)} \rightarrow 2\pi} + \varepsilon f_{\rho^{(0)} \rightarrow 2\pi} \quad (106)$$

т.е. этот распад идет как путем прямого превращения  $\omega^{(0)} \rightarrow 2\pi$  (за счет электромагнитного взаимодействия), так за счет примеси  $\rho^{(0)}$  состояния в физическом состоянии  $\omega$ .  
x) Подобные соотношения встречаются в анализе проблемы нейтральных  $K$ -мезонов.

причем параметр  $\varepsilon$  (104) может быть больше  $\alpha$  вследствие близости масс  $m_\omega$  и  $m_\rho$ . Матрица масс (103) не является эрмитовой. Разобьем её на сумму эрмитовой и анти-эрмитовой частей

$$M = R - i\Sigma \quad (107)$$

Для матричных элементов  $\Sigma$ , величина которых определяется реальными переходами в состояния  $2\pi, 3\pi, \pi^0\gamma$  и т.д. можно написать соотношение унитарности (типа (78)), причем

$$\Sigma_{11}(m_\rho^2) = m_\rho \Gamma_\rho, \quad \Sigma_{22}(m_\omega^2) = m_\omega \Gamma_\omega \quad (108)$$

Матричный элемент  $R_{12}$  связан с переходами в виртуальные состояния, в которых имеется по крайней мере один фотон. Эти переходы определяют электромагнитную разность масс заряженных и нейтральных частиц данного изотопического мультиплета. К сожалению, электромагнитные разности масс векторных мезонов известны с малой точностью. Поэтому оценки (в рамках определенных моделей) являются весьма грубыми, тем не менее они дают близкие результаты<sup>x)</sup> (см. напр. /85/):

$$-\frac{1}{m_\rho} R_{12} \approx (5 \div 10) \text{ МэВ} \quad (109)$$

тогда как для  $|\Sigma_{12}|$  получается

$$\frac{1}{m_\rho} |\Sigma_{12}| < 1,6 \text{ МэВ} \quad (110)$$

причем основной вклад дают состояния  $2\pi$  и  $\pi^0\gamma$ . Подставив разбиение (108) в формулу (104) имеем  $\varepsilon = \varepsilon^R + i\varepsilon^\Sigma$ . Используя оценки (109)-(110) найдем

$$|\varepsilon^R| \approx (4 \div 8) \cdot 10^{-2}, \quad |\varepsilon^\Sigma| < 1,3 \cdot 10^{-2} \quad (111)$$

где учтена близость масс  $m_\rho, m_\omega$ , т.е.  $m_\rho^2 - m_\omega^2 \approx -im_\rho \Gamma_\rho$ . Прямой переход  $\omega^{(0)} \rightarrow 2\pi$  содержится в физической амплитуде  $f_{\omega \rightarrow 2\pi}$  двояко: в  $f_{\omega^{(0)} \rightarrow 2\pi}$  и во вкладе состояния  $2\pi$  в  $\varepsilon^\Sigma$ . Эти два члена в значительной степени компенсируют друг друга, так что  $f_{\omega \rightarrow 2\pi}$  дает только небольшую часть амплитуды перехода, а её основная часть связана с примесью  $\rho^{(0)}$  в  $\omega$  (103). Наряду с модулем параметра смешивания  $\varepsilon$  (111) можно оценить его фазу. Поскольку  $R_{12}$  — вещественная функция, то фаза  $\varepsilon^R$  (104) определяется знаменателем  $m_\rho(m_\omega - m_\rho - i(\Gamma_\rho - \Gamma_\omega))$ . В силу того, что  $\Gamma_\rho \gg \Gamma_\omega, (m_\rho - m_\omega)$  ясно, что фаза  $\varepsilon^R$  лежит вблизи  $\phi_{\varepsilon^R} \approx \pi/2$  (точнее  $\phi_{\varepsilon^R} = (101 \pm 8)^\circ$ ). Следует учесть также фазу  $\phi_{\varepsilon^\Sigma}$  ( $\phi_{\varepsilon^\Sigma} \approx \phi_{\pi^0\gamma} + 2\pi \approx (8 \div 4)^\circ$ ). В результате относительная фаза амплитуд распада

$$\phi_{2\pi} = \text{фаза } \frac{f_{\omega \rightarrow 2\pi}}{f_{\rho \rightarrow 2\pi}} = \phi_{\varepsilon^R} + \phi_{\varepsilon^\Sigma} \approx 105^\circ \quad (112)$$

x) Заметим, что вклад диаграммы, на которой  $\omega$ -мезон переходит в  $\rho$ -мезон через промежуточный фотон мал. Основной вклад видимо дают фотонные петли ("таппо-ли").



Константы связи  $g_{\rho\omega}, g_{\rho\sigma}$  в результате смешивания приобретают малую фазу:  $\phi_{\omega} - \phi_{\rho} \approx 80^\circ$ . В эксперименте на встречных пучках измеряется

$$\phi_{2\pi}^c = \phi_{\omega} - \phi_{\rho} + \phi_{2\pi} \quad (113)$$

которая на основании сделанных выше оценок  $\phi_{2\pi}^c \approx 113^\circ$ .

Таким образом детальное исследование  $\rho$ - $\omega$  интерференции дает информацию относительно электромагнитной разности масс векторных мезонов, которая может быть также измерена непосредственно, что в совокупности позволяет построить физическую картину явления и заметно сузить класс возможных теоретических моделей. Отметим также, что явление  $\rho$ - $\omega$  интерференции исследуется также в других опытах, например при фоторождении нейтральных векторных мезонов  $\gamma + A \rightarrow V^0 + A$ , где однако имеются осложняющие обстоятельства, в частности входит фаза рождения  $V^0$ .

Г. Экспериментальное исследование  $\rho$ -резонанса. Впервые нейтральные векторные мезоны в опытах на встречных пучках наблюдались в Новосибирске, где в 1967г. было измерено сечение образования пары  $\pi^+\pi^-$  в области  $\rho$ -резонанса и получена т.н. "кривая возбуждения" (форма  $\rho$ -пика) и определены параметры  $\rho$ -мезона /87,88/. Затем этот опыт дважды (в 1968 и 1970 гг) проводили в Орсе /89-91/. Эти эксперименты мы будем ниже обозначать как Н, О1, ОП.

Измерения сечения  $\sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-}(\rho)$  проводились при нескольких значениях энергии (9(Н), 10(ОП)). Каждое из событий образования пары  $\pi^+\pi^-$  должно было удовлетворять набору критериев (геометрических, пробежных и т.д.). Во всех опытах в качестве нормирующего процесса использовалось упругое рассеяние электрона на позитроне на большие углы. При выделении из наблюдаемого сечения формфактора (ср.(72)) необходимо учесть радиационные поправки, которые в случае резонансных процессов обладают рядом особенностей /93/ (мы обсудим этот вопрос ниже).

Найденные на эксперименте значения  $|F_{\pi}(t)|^2$  аппроксимировались кривой "брейт-вигнеровского" типа (как правило трехпараметрической). Сделаем несколько общих замечаний. 1) При обработке результатов опыта использовались разные аналитические представления "брейт-вигнеровской" кривой: в (Н); (71), (93) в (О1); (88), (93) в (ОП). Значения параметров, в частности  $m_{\rho}$  и  $\Gamma_{\rho}$ , найденные при этом различаются, вообще говоря, на величины  $\sim \Gamma_{\rho}/m_{\rho}$ . Если для формулы (71) максимум пика лежит в точке  $\sqrt{t} = m_{\rho}$ , а  $\Gamma_{\rho}$  есть ширина пика на полувысоте, то для представлений (88), (93) это не так (см.сноску на стр.53), причем максимум пика смещается влево относительно точки  $\sqrt{t} = m_{\rho}$ , а ширина пика меньше чем параметр  $\Gamma_{\rho}$ . Например, для формулы (88) имеем /91/: при  $m_{\rho} = 774$  Мэв пик кривой лежит при  $m_{\rho} = 760$  Мэв, а при  $\Gamma_{\rho} = 130$  Мэв ширина пика есть 118 Мэв. Следовательно, при сравнении величин  $m_{\rho}$  и  $\Gamma_{\rho}$ , полученных с помощью разных аналитических представлений следует обязательно учитывать это обстоятельство. 2) Как уже отмечалось в разделе В, вследствие близости масс  $m_{\omega}$  и  $m_{\rho}$  в сечении образования  $\pi^+\pi^-$  при  $\sqrt{t} \approx m_{\omega}$  может быть заметная примесь пар  $\pi^+\pi^-$  от распада  $\omega$ -мезона. Имеет место относительное усиление процесса через  $\omega$ -мезон, поскольку в резонансе сечение процесса через  $\rho(\omega)$  мезон пропорционально  $\Gamma_{\rho}^{-2}(\Gamma_{\omega}^{-2})$  и  $\Gamma_{\rho} \gg \Gamma_{\omega}$ . С учетом  $\rho$ - $\omega$  интерференции формфактор  $F_{\pi}(t)$  (ср.(71)) можно представить в виде (см.рис.21)

$$F_{\pi}(t) = F_{\rho}(t) + \left| \frac{f_{\omega\pi\pi}}{f_{\rho}} \right| e^{i\phi_{2\pi}^c} \frac{m_{\omega}^2}{m_{\omega}^2 - t - i\Gamma_{\omega}m_{\omega}} \quad (114)$$

где  $F_{\pi}^{\rho}(t)$  одно из представлений  $\rho$ -мезонного вклада в формфактор ((71), (88), (93)). фазу  $\phi_{2\pi}^c$  мы обсуждали выше (см.(113)). Воспользовавшись формулами (69), (70) имеем:

$$\left| \frac{f_{\omega\pi\pi}}{f_{\rho}} \right| = \frac{6\Gamma_{\omega} B_{\omega \rightarrow 2\pi}^{1/2}}{\alpha m_{\omega} \beta_{\omega}^3} B_{\omega \rightarrow e^+e^-}^{1/2} \quad (115)$$

где  $B_{\omega} = (1 - 4\mu^2/m_{\omega}^2)^{1/2}$ , здесь и ниже  $B$  означает относительную вероятность распада

$$B_{\omega \rightarrow e^+e^-} = \frac{\Gamma_{\omega \rightarrow e^+e^-}}{\Gamma_{\omega}}, \quad B_{\omega \rightarrow 2\pi} = \frac{\Gamma_{\omega \rightarrow 2\pi}}{\Gamma_{\omega}} \text{ и т.д.} \quad (116)$$

Учитывая, что в амплитуде (106) основной вклад дает второй член, имеем

$$|E| = B_{\omega \rightarrow 2\pi}^{1/2} \left( \frac{\Gamma_{\omega}}{\Gamma_{\rho}} \right)^{1/2} \quad (117)$$

Полученные на эксперименте результаты представлены на рис.22 (Н), рис.23 (ОП) и рис.24 (Сводные результаты Н, О1, ОП/91/). Параметры  $\rho$ -мезона приведены

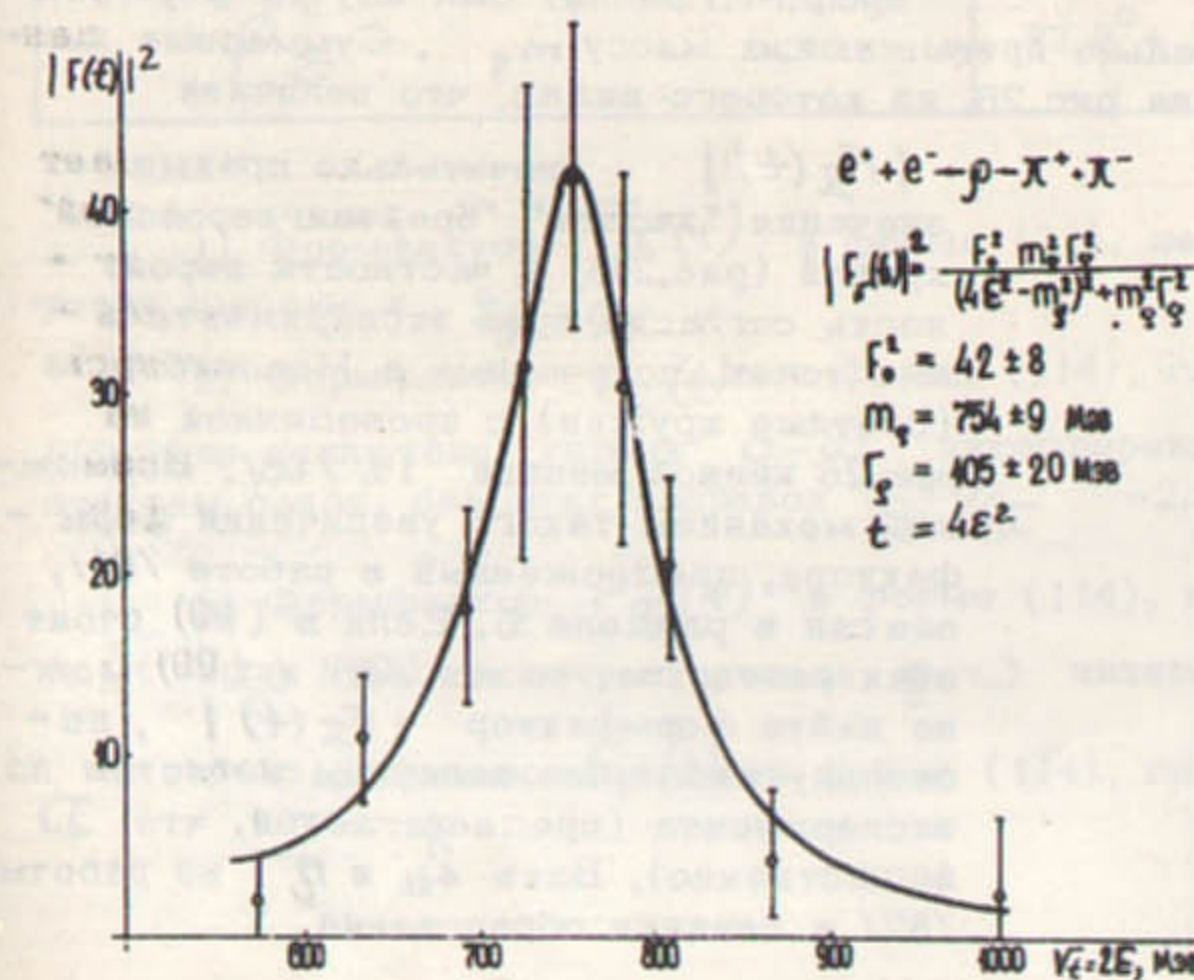


Рис.22. Экспериментальные значения  $|F_{\pi}(t)|^2$  и аппроксимирующая их брейт-вигнеровская кривая (Новосибирск).

фаза (ОП) удовлетворительно согласуется с результатами анализа в разделе В, а также с фазами, полученными в других экспериментах (см.рис.25). 4) В (ОП) получена

в таблице 4. Сделаем еще несколько замечаний 1) Величина формфактора найденного в (О1) в среднем на 30% превышает результаты, полученные в (Н) и (ОП), причем два последних опыта хорошо согласуются между собой (см.рис.24). 2) При определении констант связи используются формулы (69), (70), при обработке опытов (О1), (ОП). Эти формулы модифицировались за счет поправок конечной ширины (множитель  $a_{\rho} = (1 + \delta\Gamma_{\rho}/m_{\rho})$  в правой части (69), (70). Поскольку этот множитель связан с нормировкой формфактора  $F_{\pi}(0) = 1$ , то с учетом его (ср.(71))  $f_{\rho\pi\pi} = f_{\rho}$ .

3) Существенно различаются фазы смешивания определенные в (О1) и (ОП), причем



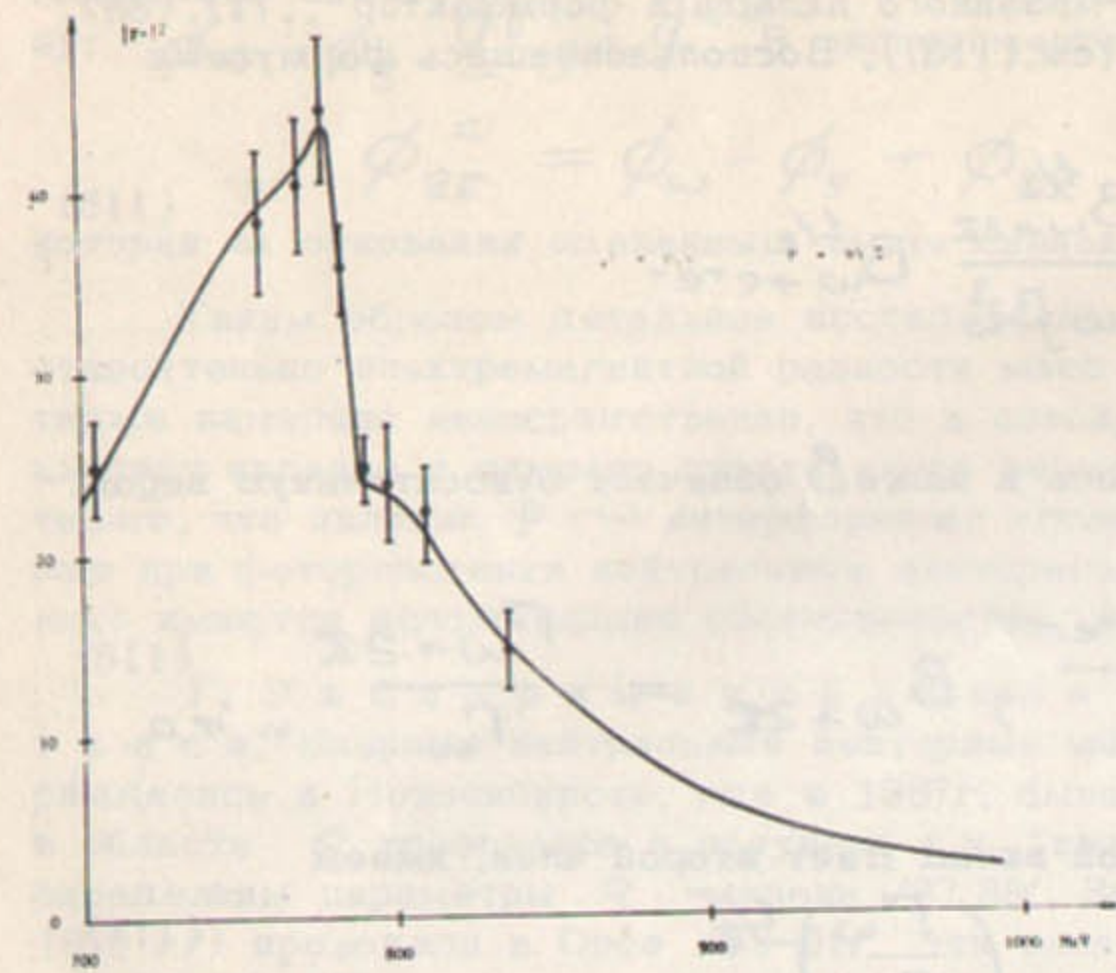


Рис.23. Экспериментальные значения  $|F_{\pi}(t)|^2$ . Аппроксимирующая кривая проведена с учетом  $q-\omega$  интерференции (114) (Орсе П).

тор  $|F_{\pi}(t)|$  при энергиях, значительно превышающих массу  $m_{\rho}$ . Суммарные данные по всем экспериментам приведены на рис.26, из которого видно, что величина

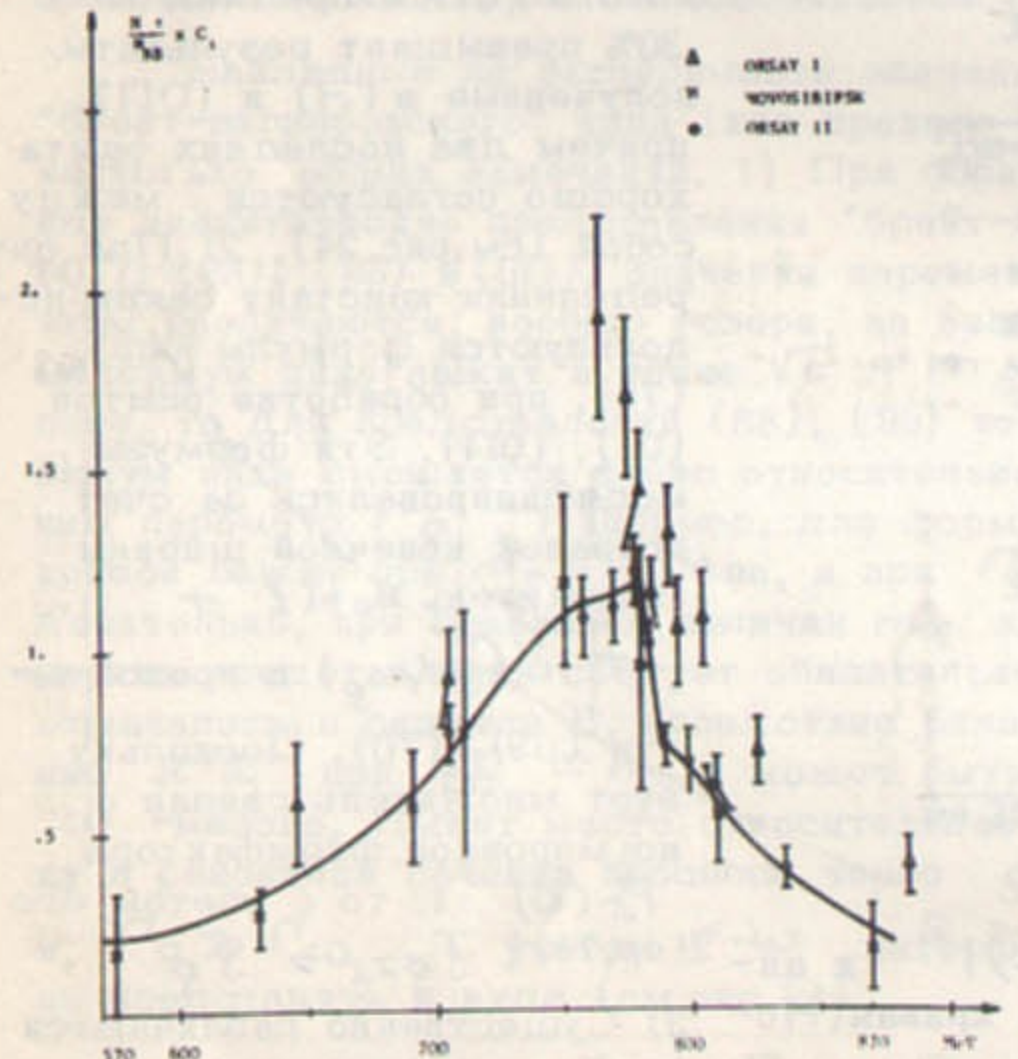


Рис.24. Сводные данные по всем измерениям  $|F_{\pi}(t)|^2$  в области  $q$ -резонанса. Видно, что результаты опытов в Новосибирске и Орсе П хорошо согласуются между собой.

следующая величина относительной вероятности распада

$$B_{\omega \rightarrow \pi\pi} = (3,6 \pm 2,4) \% \quad (118)$$

и для модуля параметра смешивания (117)

$$|\epsilon| = 0,05 \pm 0,02 \quad (119)$$

что согласуется с оценками, проведенными в разделе В (см.(111)). 5) При совместной обработке результатов (Н) и (ОП) найдено:

$$\Gamma_{\rho} = (136 \pm 15) \text{ МэВ}, m_{\rho} = (772 \pm 15) \text{ МэВ}, \quad (120)$$

В последнее время в Новосибирске /95/ и Фраскати (см. лекцию проф.М.Грилли) был изучен формфактор

$|F_{\pi}(t)|$  значительно превышает значения "хвоста" "брейт-вигнеровской" кривой (рис.24), в частности вероятность согласия трех экспериментальных точек, полученных в Новосибирске (светлые кружки) с проведенной на рис.26 кривой меньше 1% /95/. Возможный механизм такого увеличения формфактора, предложенный в работе /81/, описан в разделе Б. Если в (99) стоит знак равенства, то из (85) и (99) можно найти формфактор  $|F_{\pi}(t)|$ , поскольку входящие величины известны из эксперимента (предполагается, что  $D$  вещественно). Взяв  $S_{\pi\pi}$  и  $\eta$  из работы /82/ и сечения образования

$$\sigma'_{e^+e^- \rightarrow h} = 12 \text{ нб} \quad (\sqrt{t} = 1 \text{ ГэВ})$$

$$\text{и } \sigma'_{e^+e^- \rightarrow h} = 30 \text{ нб} \quad (\sqrt{t} = 1,2 \div 1,4 \text{ ЭВ})$$

(см. лекцию проф.М.Грилли) найдем  $|F_{\pi}(t)|$ . Результаты (обозначенные крестиками) также приведены на рис.26, любопытно, что они нигде не нормировались на "брейт-вигнеровскую" кривую.

Таблица 4

Параметры  $q$ -резонанса

Параметр	Новосибирск <sup>1)</sup>	Орсе П <sup>2)</sup>	Орсе П <sup>3)</sup>	Орсе П <sup>4)</sup>
$m_{\rho}$ (МэВ)	$754 \pm 9$	$775,4 \pm 7,3$	$762,4 \pm 3,4$	$776,0 \pm 6,0$
$\Gamma_{\rho}$ (МэВ)	$105 \pm 20$	$149 \pm 23$	$137 \pm 19$	$127 \pm 13$
$\delta \left( \frac{f_{\rho\pi\pi}}{f_{\rho}} = 1 + \delta \frac{\Gamma_{\rho}}{m_{\rho}} \right)$	$-0,7 \pm 0,9$	$0,6 \pm 0,6$	$0,6 \pm 0,7$	-
$\Gamma_{\rho \rightarrow \pi\pi}$ (КэВ)	$5,2 \pm 0,5$	$6,1 \pm 0,7$	-	$7,9 \pm 0,7$
$B_{\rho \rightarrow \pi\pi} (10^{-5})$	$5 \pm 1$	$4,0 \pm 0,5$	-	$6,2 \pm 0,6$
$f_{\rho}^2/4\pi$	$2,56 \pm 0,44$	$2,56 \pm 0,27$	-	$2,05 \pm 0,20$
$B_{\omega \rightarrow \pi\pi}^{1/2}$	-	$0,2 \pm 0,05$	$0,21 \pm 0,05$	$0,19 \pm 0,05$
$\phi_{2\pi}^c$	-	$87,6^{\circ} \pm 15,4^{\circ}$	$101,2^{\circ} \pm 14,7^{\circ}$	$164^{\circ} \pm 28$

- 1) Формфактор  $F_{\pi}(t)$  в форме (71), не учтена  $q-\omega$  интерференция и поправка ширины к  $f_{\rho}^2/4\pi$ .
- 2) Формфактор  $F_{\pi}(t)$  в форме (114), где  $F_{\rho}^{\rho}(t)$  в виде (88), точка  $\sqrt{t} = 990$  МэВ исключена, учтена  $q-\omega$  интерференция и введены поправки ширины к константам связи, без этих поправок  $f_{\rho}^2/4\pi = 2,26 \pm 0,25$ ,  $f_{\rho\pi\pi}^2/4\pi = 2,84 \pm 0,43$ .
- 3) Формфактор  $F_{\pi}(t)$  в форме (114), где  $F_{\rho}^{\rho}(t)$  в виде (71), точка  $\sqrt{t} = 990$  МэВ исключена, учтена  $q-\omega$  интерференция.
- 4) Формфактор  $F_{\pi}(t)$  в форме (114), где  $F_{\rho}^{\rho}(t)$  в виде (93).



Параметры  $\omega$ -резонанса

$\sigma_R$ (МКБ)	$\Gamma_\omega$ МэВ	$m_\omega$ МэВ	$B_{\pi^+\pi^0}$	$B_{\pi^+\pi^-}$ ( $10^{-2}$ )	$B_{e^+e^-}$ ( $10^{-5}$ )	$\Gamma_{\omega \rightarrow e^+e^-}$ КэВ	$\frac{f_\omega^2}{4\pi}$	$B(\frac{e^+e^-}{\pi^+\pi^-})$	$B(\frac{e^+e^-}{\pi^+\pi^0})$
$1,75 \pm 0,20$	$9,2 \pm 1,0$	$783,7 \pm 0,4$	$0,89 \pm 0,04$	$8,1 \pm 2,2$	$8,2 \pm 1,0$	$0,76 \pm 0,08$	$18,4 \pm 2$	$\langle 13\%$	$\langle 16\%$

ПРИМЕЧАНИЕ: Масса  $\omega$ -мезона  $m_\omega$  и  $B_{\pi^+\pi^0}$  взяты из среднемировых данных,  $B_{e^+e^-}$  найдено согласно формуле типа (73), а  $f_\omega^2/4\pi$  из формулы (70). Величина  $\Gamma_\omega$  совместно с среднемировым значением  $\Gamma_\omega = (11,4 \pm 0,9$  МэВ) и значительно меньше старого результата Орсе /94/ ( $\Gamma_\omega = 16,2 \pm 3,2$  МэВ).

Э. Экспериментальное исследование  $\Phi$ -резонанса. Реакция  $e^+e^- \rightarrow \Phi \rightarrow (K^+K^-, K_S^0K_L^0, \pi^+\pi^0)$  изучалась в Новосибирске /95, 96/ в 1969г. и в Орсе (две моды распада с нейтральными частицами /97/ в 1968г., распад  $\Phi \rightarrow K^+K^-$  /98/ в 1969г. и  $3\pi$  и редкие моды распада в 1970г. /90/. Заряженные частицы в канале  $K^+K^-$  регистрировались непосредственно, в канале  $K_S^0K_L^0$  детектировались заряженные пионы, на которые распадается  $K_S^0$  (реакция идет вблизи порога образования  $K_S^0$ , так что  $K_S^0$  вылетает с малым импульсом, по этой причине угол неколлинеарности пионов  $< 28^\circ$ ), в канале  $\pi^+\pi^0$  регистрировались заряженные пионы (и фотоны от распада  $\pi^0$  /90/). Соответственно с этим формулировались критерии отбора событий. В качестве нормирующего процесса использовались процессы упругого  $e^+e^-$  - расстояния на большие углы (Новосибирск, Орсе - в модах распада с нейтральными частицами) и двойного тормозного излучения (Новосибирск, Орсе - мода распада  $K^+K^-$ ). После учета радиационных поправок, которые здесь особенно велики (см., ниже), формфактор в каждом из трех каналов подгонялся под "брейт-вигнеровскую" кривую. Результаты представлены на рис.28-30 (Новосибирск) и на рис.31-33 (Орсе), сводные данные параметров  $\Phi$ -резонанса приведены в таблице 6.

Вещественность  $D$  означает, что фаза формфактора  $\delta_F$  совпадает с фазой  $\delta_{11}$ . Учитывая, что при  $\sqrt{s} = 1$  ГэВ,  $\eta = 0,95$ ,  $|F_\pi(t)|^2 = -3$  имеем из (102)

$$\sin^2(\delta_{11} - \delta_F) \leq 0,005$$

$$\text{т.е. } |\delta_{11} - \delta_F| < 4^\circ$$

Д. Экспериментальное исследование  $\omega$ -резонанса. При излучении  $\omega$ -резонанса в опытах на встречных пучках (Орсе, 1968, 1970гг. /90, 94/) следует иметь в виду, что в основных каналах распада

( $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0, \pi^+\pi^0\pi^0$ ) всегда имеются фотоны и что детектируются больше чем две частицы. Для того, чтобы эффективность регистрации была приемлемой, необходимо, чтобы телесный угол аппаратуры был достаточно велик. Более сложными становятся критерии отбора событий. Например, в опыте  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  /97г./90/ требовался 1) достаточный пробег  $\pi^\pm$ ; 2) угол между  $\pi^\pm$  больше  $40^\circ$ ; 3) угол между  $\pi^+\pi^-$  меньше

$160^\circ$ ; 4) не меньше двух искр для определения направления импульса  $\gamma$ ; 5) при наличии  $2\gamma$  реконструировалась масса  $\pi^+\pi^-$  т.д. Опыт проводился при пяти значениях энергии, сечение нормировалось на упругое рассеяние электронов на позитроне и, после учета радиационных поправок формфактор подгонялся под "брейт-вигнеровскую" кривую типа (71) (рис.27). Параметры мезона приведены в таблице 5.

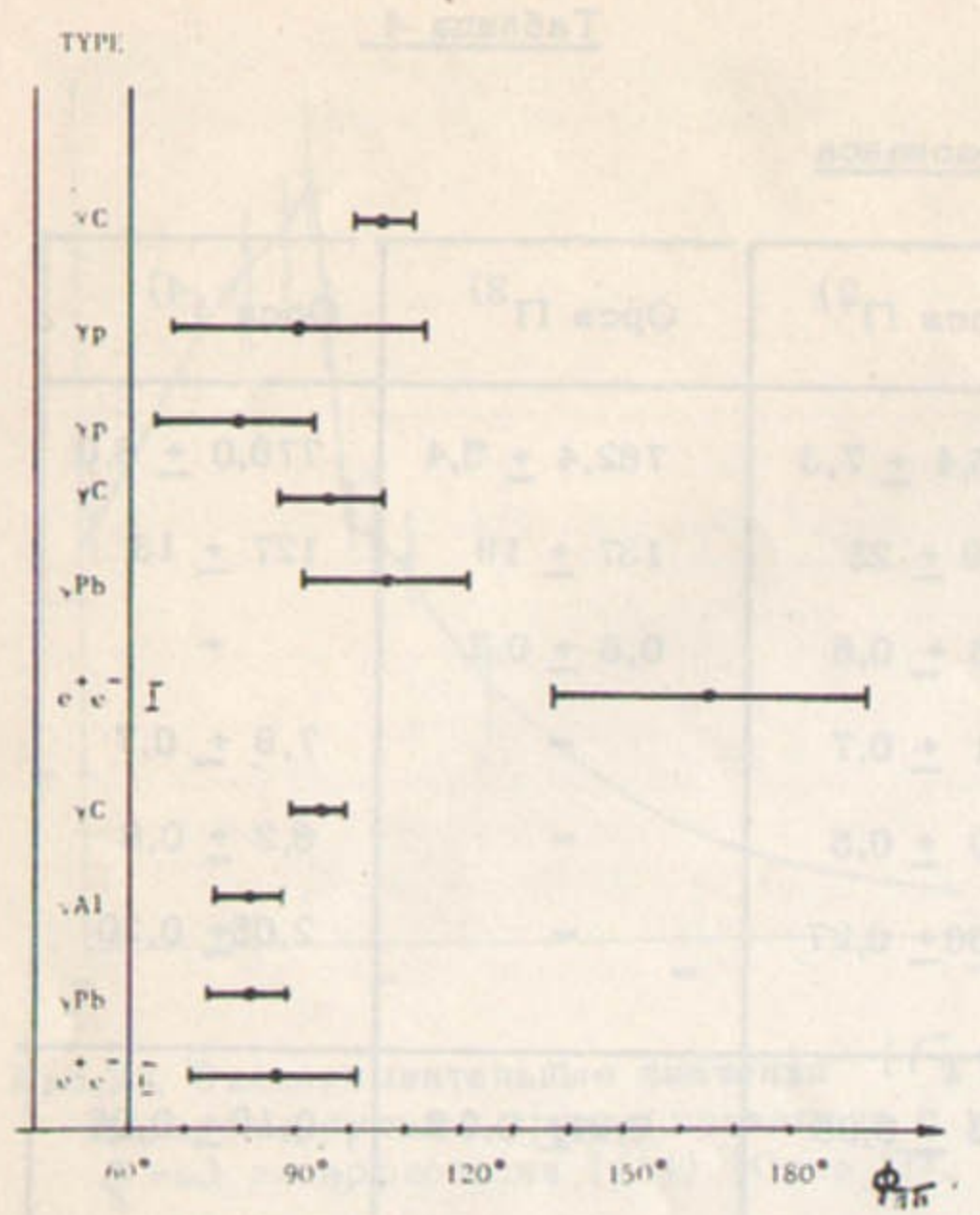


Рис.25. Величина фазы  $\phi$ - $\omega$  интерференции, полученная в различных опытах.

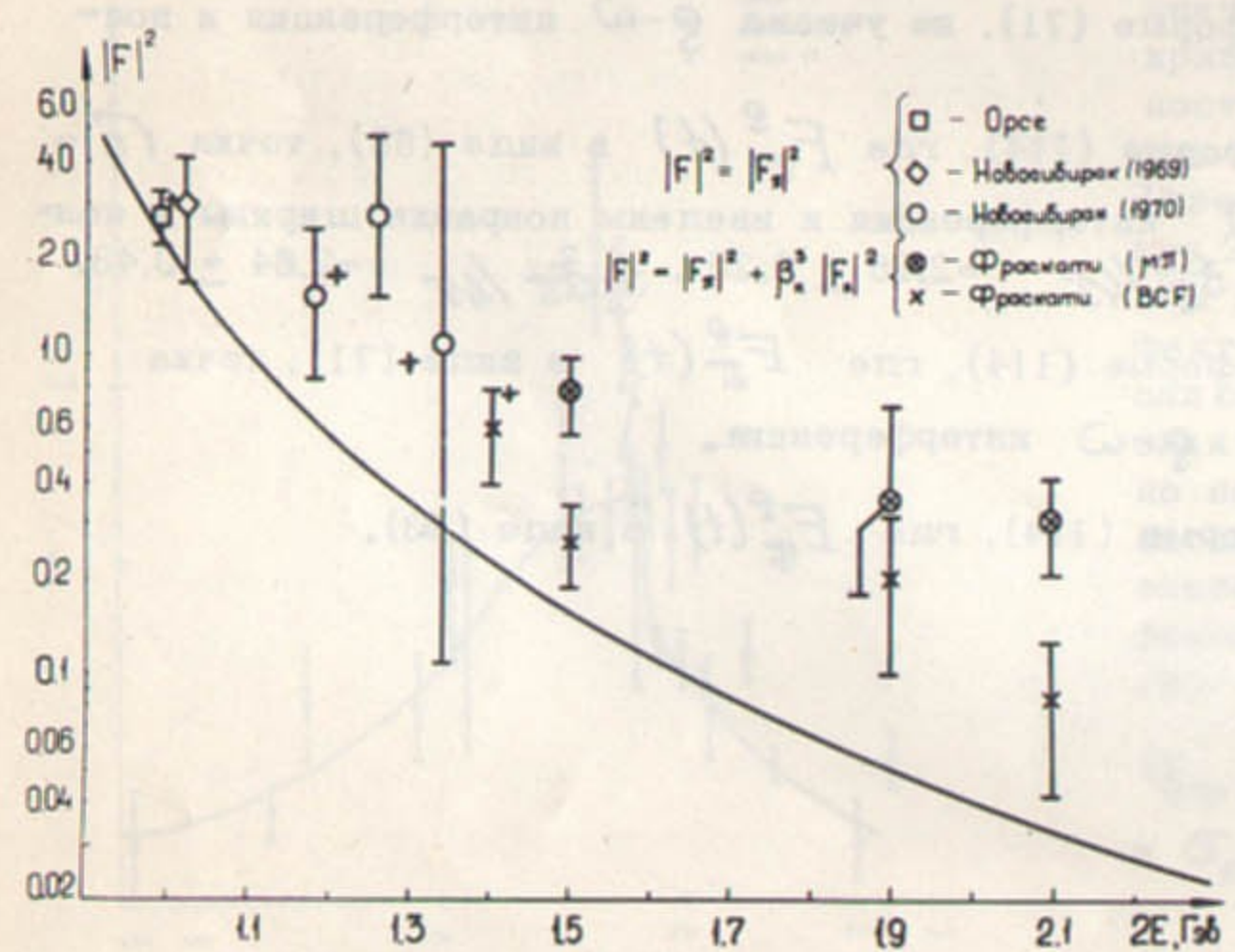


Рис.26. Экспериментальное исследование формфакторов в зарезонансной области. Кривая представляет хвост брейт-вигнеровской кривой, приведенной на рис.24. Крестиками обозначены результаты вычисления формфактора  $|F_\pi(t)|^2$  согласно формулам (95), (99).



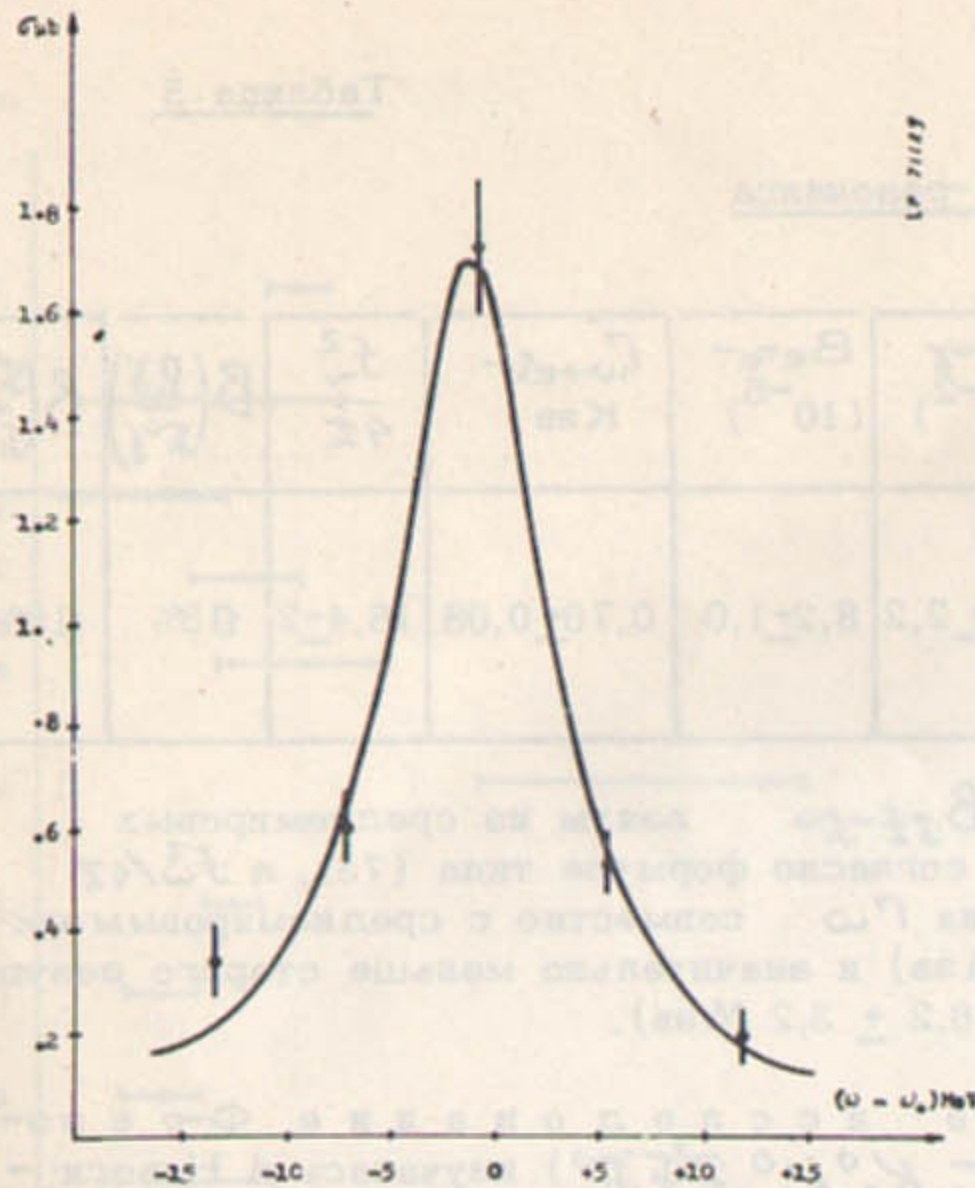


Рис.27. Кривая возбуждения  $\omega$ -мезона (Орсе).

Электромагнитный форм-фактор  $F_K(t)$  для  $K^+$  и  $K^0$  мезонов может быть представлен в виде (см. сноску на стр.47)

$$F_K^{I=0}(t) = \frac{1}{2} [F_{K^+}(t) + F_{K^0}(t)]$$

$$F_K^{I=1}(t) = \frac{1}{2} [F_{K^+}(t) - F_{K^0}(t)]$$

(121)

с очевидным условием нормировки  $F_{K^+}(0)=1, F_{K^0}(0)=0$ . В рамках модели векторной доминантности в изовекторной части основной вклад дает  $\rho$ -мезон (см.(71));

$$F_K^{I=1}(t) = \frac{f_{\rho KK} m_\rho^2}{f_\rho m_\rho^2 - t} = \frac{f_{\rho KK}}{f_{\rho \pi \pi}} F_\pi(t) \quad (122)$$

где  $f_{\rho KK}$  - константа перехода  $\rho \rightarrow KK$ ,  $m_\rho^2$  - масса  $\rho$ -мезона (с мнимой частью, которая может быть взята в виде (71), (88), (83)). Из условия нормировки следует  $f_{\rho KK}/f_{\rho \pi \pi} = \frac{1}{2}$ . Аналогично для изоскалярной части, где основной вклад дают  $\omega$  и  $\Phi$  мезоны (ср.67);

$$F_K^{I=0}(t) = \frac{f_{\omega KK} m_\omega^2}{f_\omega m_\omega^2 - t} + \frac{f_{\Phi KK} m_\Phi^2}{f_\Phi m_\Phi^2 - t} \quad (123)$$

Условие нормировки в точке  $t=0$

$$\frac{1}{2} = \frac{f_{\omega KK}}{f_\omega a_\omega} + \frac{f_{\Phi KK}}{f_\Phi a_\Phi} \quad (124)$$

где учтены поправки конечной ширины  $a_\omega, a_\Phi$ ;  $a_\omega = 1$ , но вообще говоря  $a_\Phi \neq 1$ . Последнее связано с тем, что  $\Phi$  мезон рождается вблизи порога образования  $KK$ , так что фазовый объем  $\propto \beta_K^3$  быстро меняется при  $\sqrt{t} \approx m_\rho$ .

В модели типа /80/ величина  $a_\Phi = 0,85 / 0,92$ , тогда для константы связи<sup>x)</sup> имеем (см. (70),  $\Gamma_{\Phi \rightarrow e^+e^-} = (1,36 \pm 0,1 \text{ Кэв})$ ):

x) Приведем еще для справок:

$$\frac{f_{\rho KK}^2}{4\pi} = 1,55 \pm 0,18; \quad \frac{f_{\omega KK}^2}{4\pi} = 0,11 \pm \frac{0,09}{0,06}; \quad \frac{f_{\rho KK}^2}{4\pi} = 0,64 \pm 0,06$$

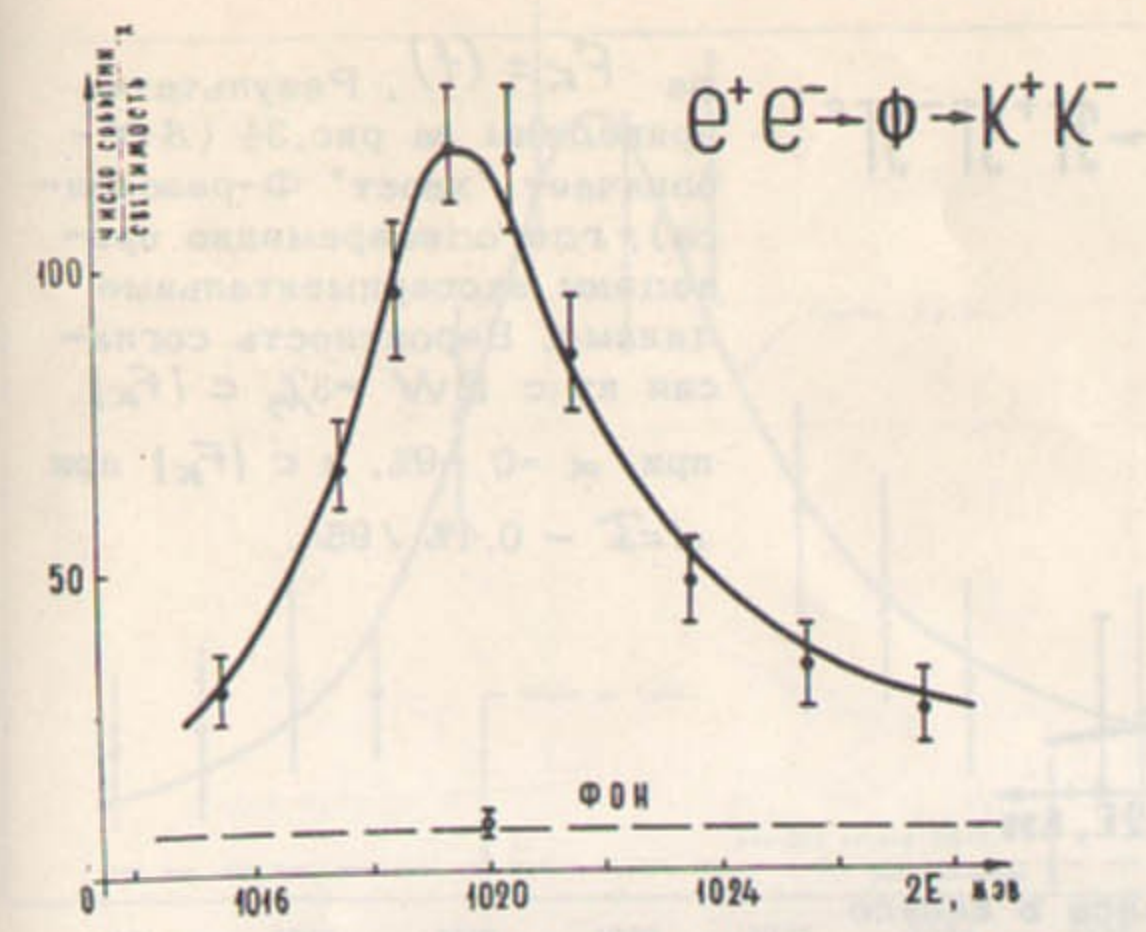
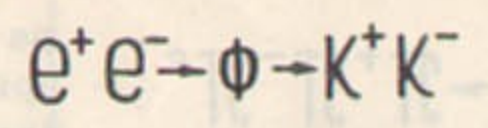


Рис.28. Кривая возбуждения  $\Phi$ -резонанса в канале  $K^+K^-$  (экспериментальные данные для  $|F_K(t)|^2$ ). Новосибирск.



$$\frac{f_\Phi^2}{4\pi} = 11,3 \pm 0,7 \quad (125)$$

С учетом сказанного ниже при аппроксимации формфактора формулами типа (88) в качестве  $\Gamma_\Phi(t)$  следует взять:

$$\Gamma_\Phi(t) = \Gamma_\Phi \frac{m_\Phi^2}{t} \left[ B_{K^+K^-} \left( \frac{K}{K_\Phi} \right)_{K^+}^3 + B_{K_L^0 K_S^0} \left( \frac{K}{K_\Phi} \right)_{K^0}^3 + B_{\pi^+ \pi^0} \right]$$

(126)

где

$$K_{K^+} = \frac{1}{2}(t - 4m_{K^+}^2)^{1/2}$$

$$(K_\Phi)_{K^+} = \frac{1}{2}(m_\Phi^2 - 4m_{K^+}^2)^{1/2}$$

и т.д.

Отметим, что хотя согласно изотопическим соотношениям матричные элементы распадов  $\Phi \rightarrow K^+K^-$ ,  $\Phi \rightarrow K_L^0 K_S^0$  равны, различие в фазовых объемах и учет кулоновского взаимодействия (между заряженными частицами) даёт

$$\frac{\Gamma_{\Phi \rightarrow K^+K^-}}{\Gamma_{\Phi \rightarrow K_S^0 K_L^0}} = 1,60 \quad (127)$$

Вдали  $\Phi$ -резонанса заметный вклад в  $F_K(t)$  может давать также  $\rho$ -резонанс (см.122) (как мы видели выше константы  $1/f_\omega$  и  $f_{\omega KK}$  малы). Если в  $F_K^{I=1}(t) = \frac{1}{2}$

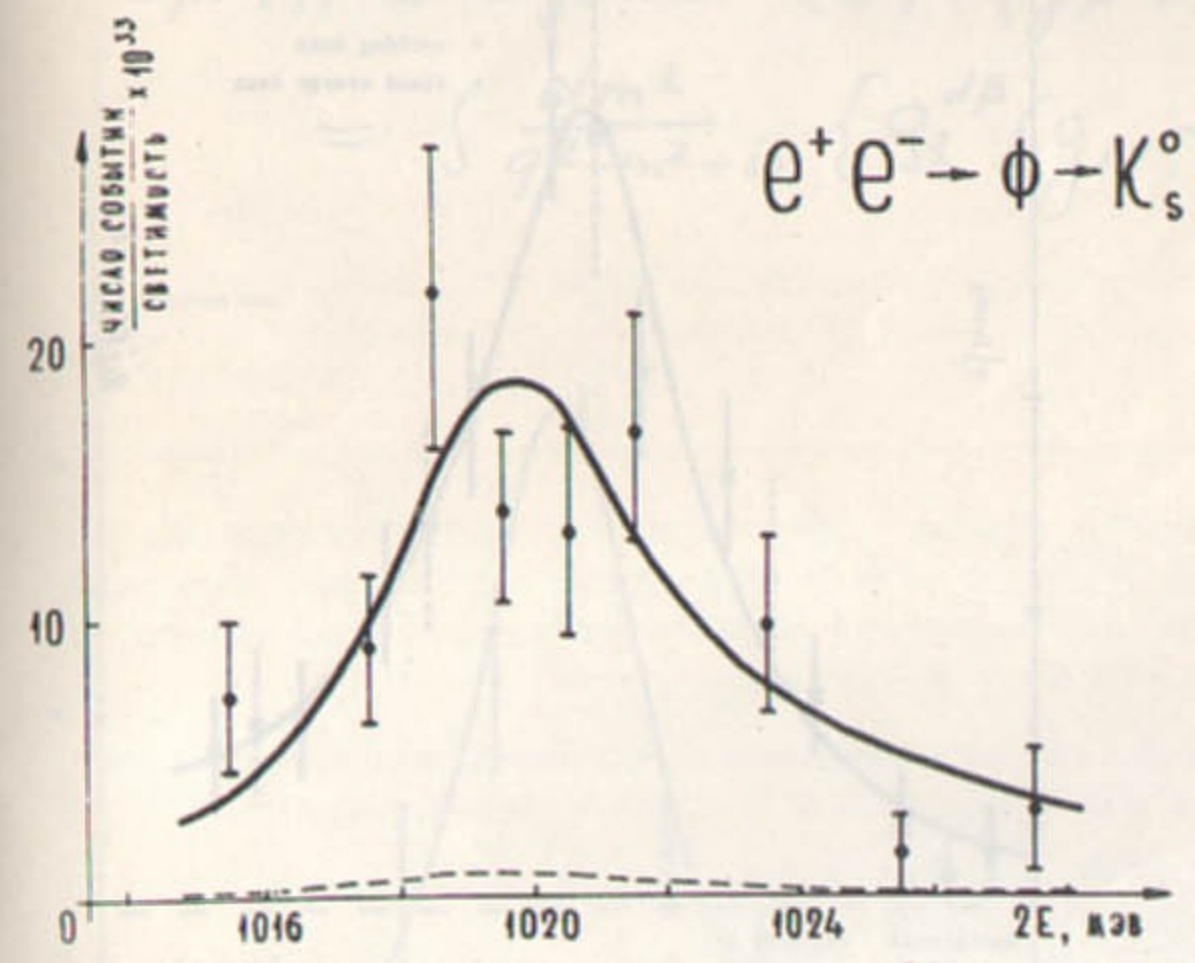
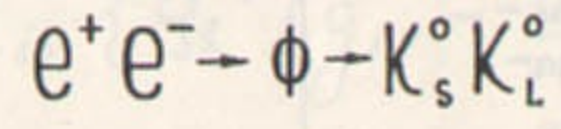


Рис.29. Кривая возбуждения  $\Phi$ -резонанса в канале  $K_S^0 K_L^0$ . Новосибирск.



(122), (123) определить константу  $f_{\rho KK}$  из условия  $F_K(0) = 1$  и ввести относительный фазовый множитель  $e^{i\alpha}$ , то можно получить численные значения формфакто-



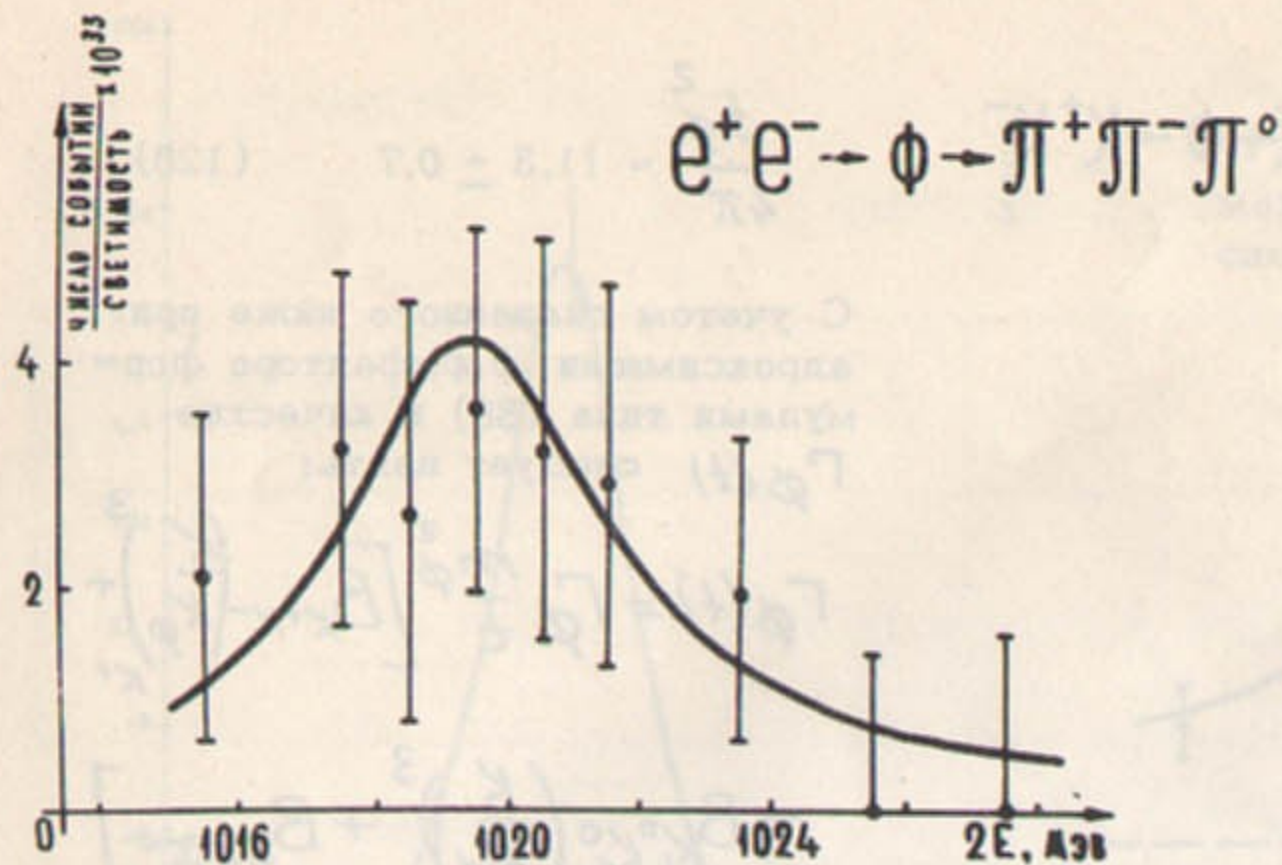


Рис.30. Кривая возбуждения Ф-резонанса в канале  $\pi^+\pi^-\pi^0$ , Новосибирск.

ЖМ модель векторной доминантности и высшие симметрии. Правила сумм. Полученные выше результаты могут использоваться для проверки различных моделей высших симметрий описывающих элементарные частицы. В рамках  $SU(3)$  симметрии векторные мезоны ( $\rho^+, \rho^-, \rho^0, K^{*+}, K^{*0}, \bar{K}^{*0}, K^{*-}$ ,  $\phi^0$ ) образуют единый мультиплет (октет), а  $\omega$  мезон является синглетом. Электромагнитный ток (65) записывается в виде

$$J_{\mu}^{had} = J_{\mu}^3 + \frac{J_{\mu}^8}{\sqrt{3}} \quad (128)$$

где  $J_{\mu}^3$  соответствует изовекторным, а  $J_{\mu}^8$  - изоскалярным членам октета. В результате  $\phi$ - $\omega$  смешивания ( $I_{\rho} = I_{\omega} = 0$ ) физические состояния

$\phi$  и  $\omega$  есть линейные суперпозиции  $\phi^{(0)}$  и  $\omega^{(0)}$ . Теоретическое значение угла смешивания (ср.(64)) может быть найдено либо в определенных моделях нарушенной  $SU(3)$  симметрии, либо в рамках более высоких симметрий, например, в  $SU(6)$  и модели кварков:

$$\frac{f_2}{f_8} : \frac{f_2}{f_{\phi}} : \frac{f_2}{f_{\omega}} = 9 : 2 : 1 \quad (129)$$

ра  $F_K \pm (t)$ . Результаты приведены на рис.34 (BW - означает "хвост" Ф-резонанса), где одновременно приведены экспериментальные данные. Вероятность согласия их с BW  $\sim 3\%$  с  $|F_K|$  при  $\alpha = 0 - 8\%$ , и с  $|F_K|$  при  $\alpha = \bar{\alpha} - 0,4\% / 95\%$ .

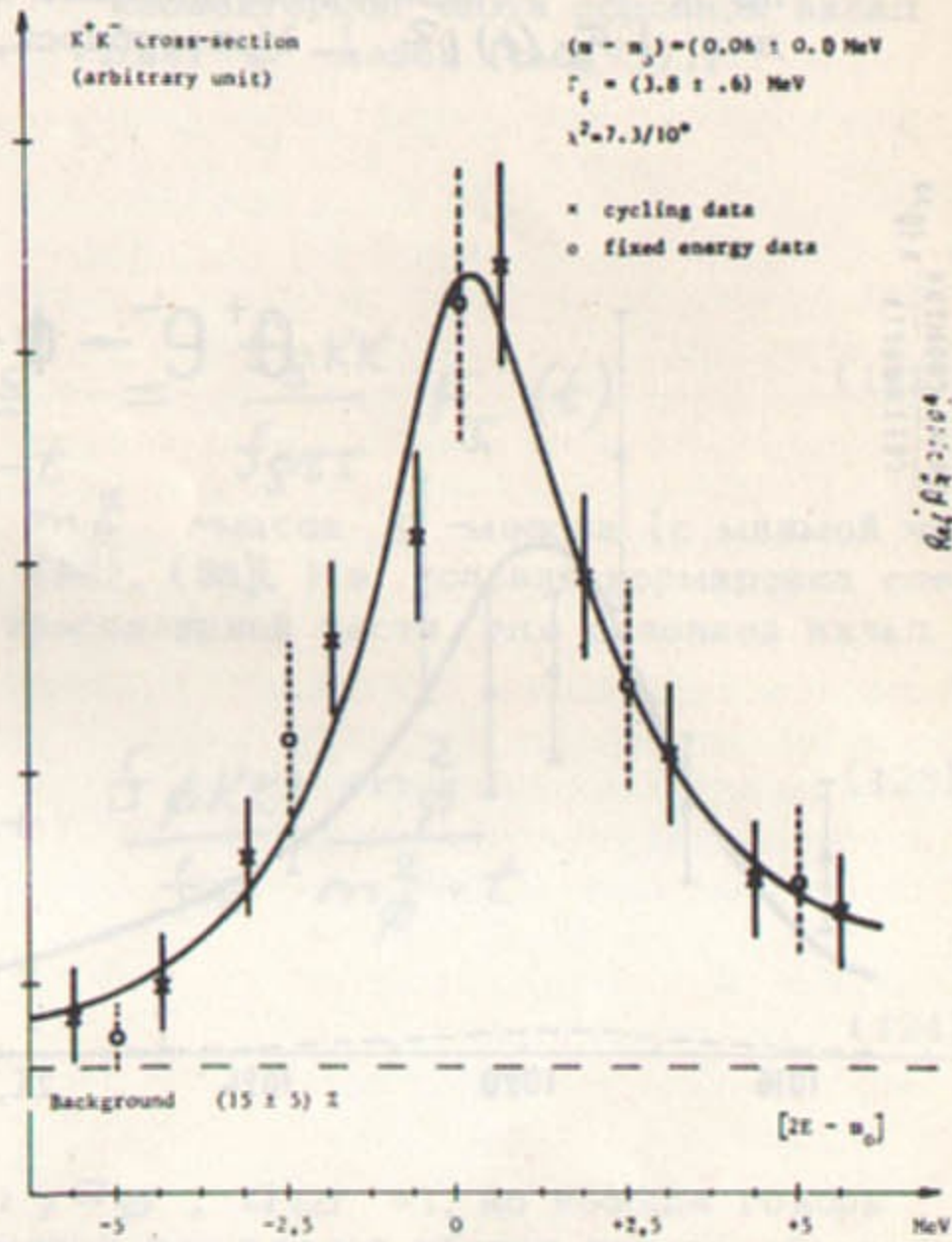


Рис.31. Кривая возбуждения Ф-резонанса в канале  $K^+K^-$  (Орсе).

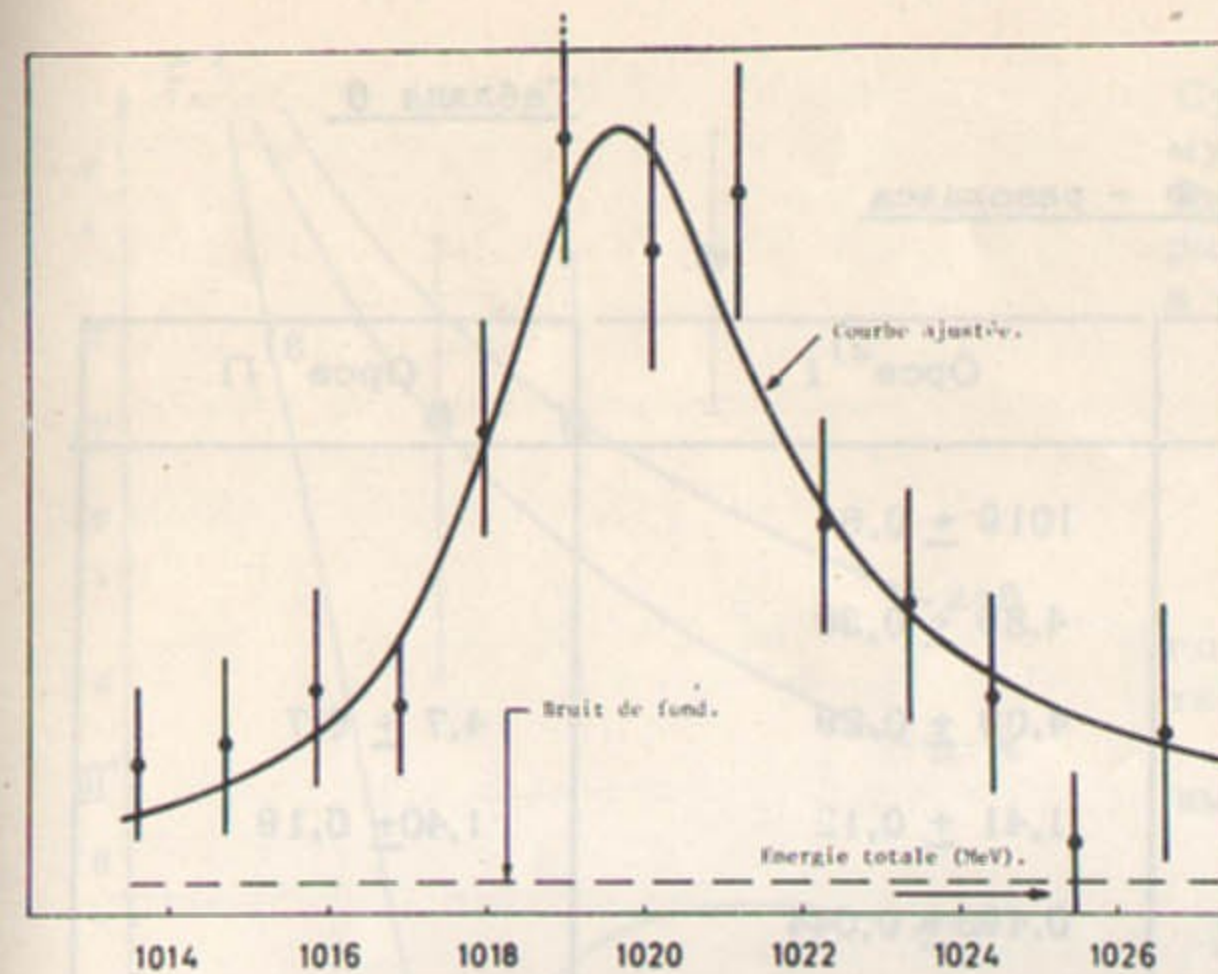


Рис.32. Кривая возбуждения Ф-резонанса в канале  $K_S^0 K_L^0$  (Орсе).

$$\Delta_{\mu\nu}^{\alpha\beta}(q) = -i \int d^4x e^{iqx} \langle 0 | T (J_{\mu}^{\alpha}(x) J_{\nu}^{\beta}(0)) | 0 \rangle = \int \frac{dm^2}{q^2 - m^2 + i\epsilon} \{ g_1^{\alpha\beta} (g_{\mu\nu} - \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{m^2}) + g_0^{\alpha\beta} q_{\mu}q_{\nu} \} \quad (130)$$

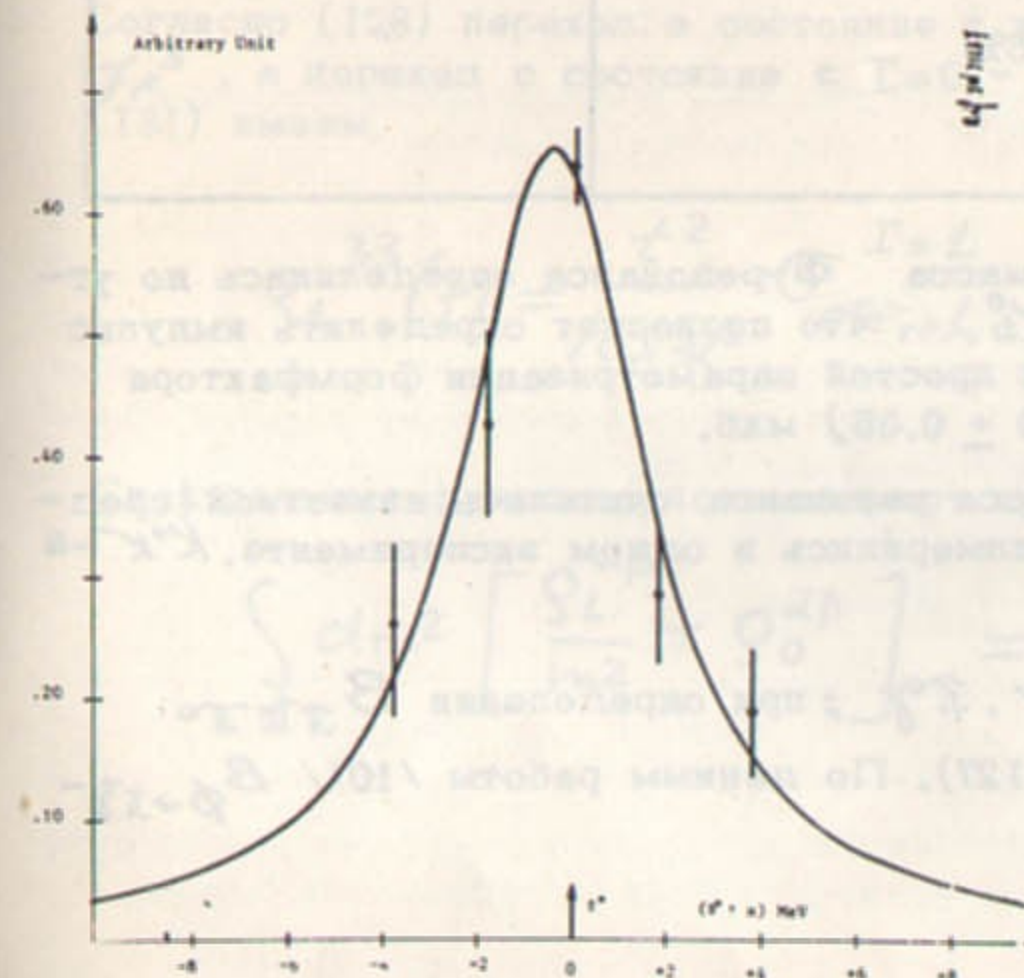


Рис.33. Кривая возбуждения Ф-резонанса в канале  $\pi^+\pi^-\pi^0$  (Орсе).

х) Предполагается, что швингеровские члены являются С-числами.

в пределе, когда массы всех векторных мезонов вырождены.

Значительную роль с теоретическом описании векторных мезонов правила сумм, следующие из общих положений теории поля. Введем спектральные функции  $\rho^{\alpha\beta}(m^2)$ , определяемые следующим образом:

где  $J_{\mu}^{\alpha}(x)$  - сохраняющиеся адронные электромагнитные токи (см. (128)),  $\alpha$  - унитарный индекс ( $\alpha = -1...8$  для октета,  $\alpha = 0$  для синглета), причем для спектральных функций в (130) имеем

$$\begin{aligned} & (g_{\mu\nu} - \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{m^2}) \rho_1^{\alpha\beta}(m^2) + \\ & + q_{\mu}q_{\nu} \rho_0^{\alpha\beta}(m^2) = \\ & = (2\pi)^3 \sum_n \langle 0 | J_{\mu}^{\alpha}(0) | n \rangle \times \\ & \times \langle n | J_{\nu}^{\beta}(0) | 0 \rangle \delta(p_n - q) \delta(q_0) \end{aligned} \quad (131)$$



Таблица 6

Параметры  $\Phi$  - резонанса

Параметр	Новосибирск <sup>1)</sup>	Орса <sup>2)</sup> I	Орса <sup>3)</sup> II
$m_\phi$ (Мэв)	$1020,7 \pm 0,8$	$1019 \pm 0,6$	
$\sigma_R$ (мкб)	$3,96 \pm 0,35$	$4,89 \pm 0,39$	
$\Gamma_\phi$ (Мэв)	$4,67 \pm 0,42$	$4,09 \pm 0,29$	$4,7 \pm 0,7$
$\Gamma_{\phi \rightarrow e^+e^-}$ (Кэв)	$1,31 \pm 0,12$	$1,41 \pm 0,12$	$1,40 \pm 0,19$
$B_{K^+K^-}$	$0,540 \pm 0,034$	$0,483 \pm 0,044$	
$B_{K_L^0 K_S^0}$	$0,257 \pm 0,030$	$0,301 \pm 0,041$	
$B_{\pi^+\pi^-\pi^0}$	$0,203 \pm 0,042$	$0,206 \pm 0,036$	$0,147 \pm 0,022$
$B_{\phi \rightarrow e^+e^-} (10^{-4})$	$2,81 \pm 0,25$	$3,96 \pm 0,6$	$2,6 \pm 1,0$
$B_{\phi \rightarrow \eta\gamma} \%$			$2,7 \pm 0,65$
$B_{\phi \rightarrow \pi^0\gamma} \%$			$0,25 \pm 0,09$
$B_{\phi \rightarrow \pi^+\pi^-}$	$< 0,8\%$	$< 1,5\%$	

1) Формфакторы в виде (121) - (126), масса  $\Phi$ -резонанса определялась по угловому распределению пионов от распада  $K_S^0 K_L^0$ , что позволяет определить импульс  $K_S^0$  и, следовательно, массу  $m_\phi / 100\%$ . При простой параметризации формфактора (типа (71))  $\Gamma_\phi = (4,63 \pm 0,42)$  Мэв,  $\sigma_R = (3,80 \pm 0,35)$  мкб.

2) Формфакторы в виде (121) - (126), масса резонанса считалась известной (среднемировое значение), каналы  $K_S^0 K_L^0$  и  $\pi^+\pi^-\pi^0$  измерялись в одном эксперименте,  $K^+K^-$  - в другом.

3) Измерялись только моды  $\phi \rightarrow 3\pi: \eta\gamma, \pi^0\gamma$ ; при определении  $B_{\pi^+\pi^-\pi^0}$  использовано сечение  $\sigma_{\phi \rightarrow K^+K^-}$  и формула (127). По данным работы /101/  $B_{\phi \rightarrow \pi^+\pi^-} < 2,7 \cdot 10^{-4}$ .

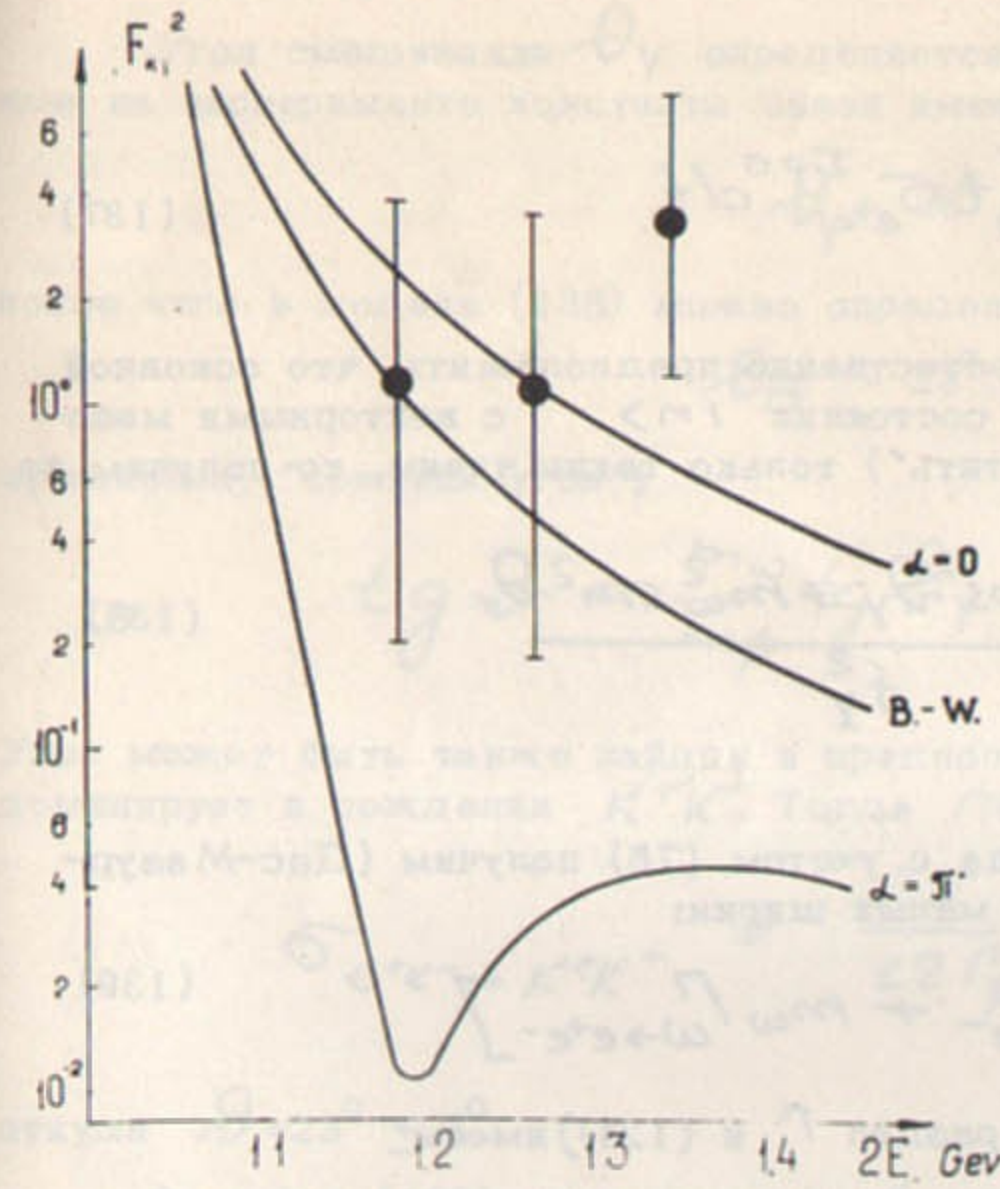


Рис.34. Исследование  $\phi \rightarrow KK, \rho \rightarrow KK$  интерференция. Новосибирск.

Согласно (128) переход в состояние с изотопическим спином  $I=1$  обеспечивается током  $J_\mu^3$ , а переход в состояние с  $I=0$  - током  $J_\mu^0$ . Сопоставляя (132), (133) с (131) имеем

$$S_L^{33}(t) = \frac{t^2}{16\pi^3 t^2} \sigma_{e^+e^- \rightarrow h}^{I=1}, \quad S_L^{88} = \frac{t^2}{16\pi^3 t^2} \sigma_{e^+e^- \rightarrow h}^{I=0} \quad (134)$$

Спектральные функции удовлетворяют правилу сумм Вайнберга /102/

$$\int dm^2 \left[ \frac{S_L^{\alpha\beta}}{m^2} + S_0^{\alpha\beta} \right] = S^1 \delta^{\alpha\beta} + S^1 \int d\omega \delta^{\alpha\beta\omega} \quad (135)$$

где  $S^1, S^L$  - константы. Это правило сумм можно также переписать в виде

$$\int dm^2 \frac{S_L^{33}}{m^2} = \int dm^2 \frac{S_L^{88}}{m^2}, \quad \int dm^2 \frac{S_L^{08}}{m^2} = 0 \quad (136)$$

Сумма, стоящая в правой части (формулы (131)), входит в полное сечение аннигиляции электрон-позитронной пары в адроны с изотопическим спином 1 в однофотонном канале

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow h}^I = \frac{2\alpha^2 (2\pi)^3}{3} \frac{1}{t^2} S_\rho(M^I) \quad (132)$$

где с учетом калибровочной инвариантности  $M^{\mu\nu} q_\mu = M^{\mu\nu} q_\nu = 0$

имеем

$$M_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{1}{3} (g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m^2}) S_\rho M^{\alpha\beta} = (2\pi)^3 \sum_n \langle 0 | J_\mu^\alpha(0) | n \rangle \langle n | J_\nu^\beta(0) \rangle \delta^{(4)}(p - q) \delta^{\alpha\beta}(q)$$

(133)



или, используя (134), в форме

$$\int t \sigma_{e^+e^- \rightarrow h}^{I=1} dt = 3 \int t \sigma_{e^+e^- \rightarrow h}^{I=0} dt \quad (137)$$

В рамках модели векторной доминантности естественно предположить, что основной вклад в сумму (131) дают промежуточные состояния  $|n\rangle$  с векторными мезонами. Если сохранить в сумме (131) ("насытить") только такие члены, то получим из (136):

$$\frac{m_\rho^2}{f_\rho^2} = \frac{m_{K^*}^2}{f_{K^*}^2} = \frac{3}{4} \frac{m_\phi^2 \cos^2 \vartheta_Y + m_\omega^2 \sin^2 \vartheta_Y}{f_Y^2} \quad (138)$$

где величины определены как в (85). Отсюда с учетом (75) получим (Дас-Мазур-Окубо /103/) в приближении пренебрежимо малых шириин:

$$m_\rho \Gamma_{\rho \rightarrow e^+e^-} = 3 [m_\phi \Gamma_{\phi \rightarrow e^+e^-} + m_\omega \Gamma_{\omega \rightarrow e^+e^-}] \quad (139)$$

С учетом поправок на конечную ширину (см. раздел  $\Gamma$  и (124)) имеем

$$\frac{m_\rho \Gamma_{\rho \rightarrow e^+e^-}}{a_\rho} = 3 \left[ \frac{m_\phi \Gamma_{\phi \rightarrow e^+e^-}}{a_\phi} + \frac{m_\omega \Gamma_{\omega \rightarrow e^+e^-}}{a_\omega} \right] \quad (140)$$

напомним, что в модели типа /80/  $a_\rho = 1.07$ ,  $a_\omega = 1$ ,  $a_\phi = 0.85$ .

Часто обсуждается еще ряд правил сумм, получаемых в иных предположениях. В модели Суговара /104/ вместо равенства (137) имеет место равенство

$$\int \sigma_{e^+e^- \rightarrow h}^{I=1} dt = 3 \int \sigma_{e^+e^- \rightarrow h}^{I=0} dt \quad (141)$$

при котором равны изовекторный и изоскалярный вклады в перенормировку заряда. Отсюда следует аналогично выводу (139) из (137) следует /105, 106/;

$$\frac{\Gamma_{\rho \rightarrow e^+e^-}}{m_\rho a'_\rho} = 3 \left[ \frac{\Gamma_{\omega \rightarrow e^+e^-}}{m_\omega a'_\omega} + \frac{\Gamma_{\phi \rightarrow e^+e^-}}{m_\phi a'_\phi} \right] \quad (142)$$

где поправки конечной ширины  $a'_\rho = 1.06$ ,  $a'_\omega = 1$ ,  $a'_\phi = 0.94$ .

В модели Суговара /104/ правило сумм Вайнберга (135) видоизменяется вследствие частичного нарушения  $SU(3)$  симметрии. В пренебрежении поправками конечной ширины, правило сумм Суговара имеет вид

$$m_\rho \Gamma_{\rho \rightarrow e^+e^-} = 3 \left[ m_\omega \Gamma_{\omega \rightarrow e^+e^-} + m_\phi \Gamma_{\phi \rightarrow e^+e^-} \right] \frac{3m_\rho^2}{4m_{K^*}^2 - m_\rho^2} \quad (143)$$

Угол смешивания  $\vartheta_Y$  определяется соотношением (66), подставляя полученные на эксперименте константы связи имеем

$$\vartheta_Y = 38^\circ \pm 3^\circ \quad (144)$$

после чего в модели (136) можно определить  $\vartheta_B$  воспользовавшись формулой (138):

$$\vartheta_B = 23^\circ \pm 3^\circ \quad (145)$$

и, наконец, "средний угол":

$$\text{tg } \vartheta = \frac{m_\omega}{m_\phi} \text{tg } \vartheta_Y = \frac{m_\phi}{m_\omega} \text{tg } \vartheta_B = 29^\circ \pm 3^\circ \quad (146)$$

Угол может быть также найден в предположении, что изоскалярный формфактор доминирует в рождении  $K^+K^-$ . Тогда /70/:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow K^+K^-} = \frac{2^2 \pi}{12 \Gamma_\rho^2} \left( 1 - \frac{4m_{K^*}^2}{m_\rho^2} \right)^{3/2} \cos^2 \vartheta \quad (147)$$

откуда  $\vartheta = 23^\circ \pm 3^\circ$ .

Формулы (138) соответствуют  $\phi$ - $\omega$  смешиванию "токового" типа (тогда  $\vartheta_B \neq \vartheta_Y$ ) в то время как правила сумм (142), (143) соответствуют "смешиванию масс" /70/, когда  $\vartheta_B = \vartheta_Y$ .

Экспериментальная проверка правил сумм приведена в таблице 7. Видно, что с

Таблица 7

Правила сумм

Правила сумм (№ формулы)	$[I=1] = [I=0]$	$[I=1] - [I=0]$	
		$[I=1] + [I=0]$	
(140)	$4.42 \pm 0.53 = 6.69 \pm 0.67$	$(-0.20 \pm 0.08)$	
(142)	$0.742 \pm 0.09 = 0.69 \pm 0.07$	$(0.04 \pm 0.08)$	
(143)	$4.73 \pm 0.57 = 4.16 \pm 0.42$	$(0.06 \pm 0.08)$	
Мезон $V$	$\rho$	$\omega$	$\phi$
Константы связи ( $\frac{g_V}{4\pi}$ )	$2.56 \pm 0.27$	$18.4 \pm 2$	$11.3 \pm 0.7$
Лептонные распады $\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}$ (Кэв)	$6.1 \pm 0.7$	$0.76 \pm 0.08$	$1.36 \pm 0.12$
Масса $m_V$ Мэв	$775.4 \pm 7.3$	$783.7 \pm 0.4$	$1020.7 \pm 0.8$



экспериментом удовлетворительно согласуются правила сумм (142), (143). Заметим, что этому видимо рано придавать какое-либо значение поскольку на эксперименте установлено (см. лекцию проф. М. Грилли), что токи перехода в многоадронные состояния имеют большую величину и учет их может существенно модифицировать правила сумм. Отметим еще, что поправки на конечную ширину следует вводить менее зависимым от модели и более консистентным способом.

3. Поляризация вакуума векторными мезонами. Наряду с поляризацией вакуума за счет превращения фотона в электрон-позитронному (мюонную) пару, вакуум поляризуется в результате перехода фотона в адроны. Фотонный пропагатор при этом модифицируется следующим образом

$$d_{\mu\nu}(q) = \frac{1}{q^2} \left( g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) (1 + \Pi(t)) \quad (148)$$

где функция  $\Pi(t)$  выражается через спектральную функцию  $\rho_L$  (130, 131):

$$\Pi(t) = e^2 \int \frac{\rho_L^{em}(s)}{s^2} \frac{ds}{s-t-i\epsilon} \quad (149)$$

или с учетом (134)

$$\Pi(t) = \frac{1}{4\pi^2 \alpha} \int \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow h}(s)}{s-t-i\epsilon} ds \quad (150)$$

Как мы видели сечение  $e^+e^- \rightarrow h$  наиболее велико в резонансных точках, особенно при  $t = m_\phi^2$ . Поэтому наиболее чистым путем наблюдения адронной поляризации вакуума, есть измерение процесса  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  в районе  $\phi$ -резонанса. Такой опыт был поставлен в 1971г. в Орсе /80/. Резонансный вклад в (150) соответствует учету только диаграммы рис.35 (б) (наряду с электродинамической диаграммой рис.35(а)).

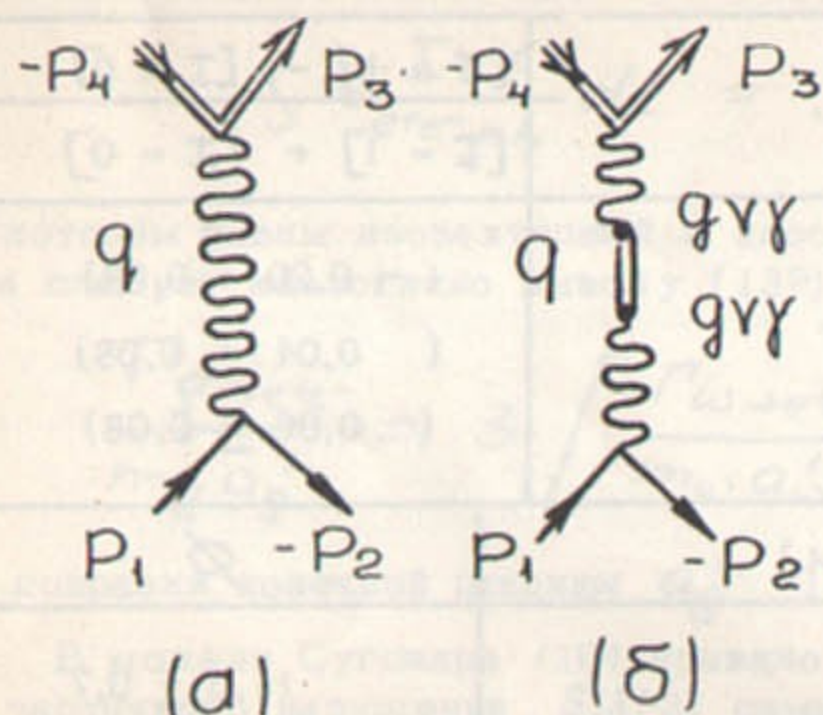


Рис.35. Диаграммы процесса  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$   
а) в низшем порядке теории возмущений,  
б) с учетом поляризации вакуума векторными мезонами.

Суммарные сечения процесса при учете этих двух диаграмм можно записать в виде

$$\frac{d\sigma_{\mu^+\mu^-}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\mu^+\mu^-}^0}{d\Omega} \times \left| 1 + \frac{3B}{\alpha} \frac{m_\phi \Gamma_\phi}{t - m_\phi^2 + i\Gamma_\phi m_\phi} \right|^2 \quad (151)$$

где  $\frac{d\sigma_{\mu^+\mu^-}^0}{d\Omega}$  дается формулой (10),

$$B = [B_{\phi \rightarrow e^+e^-} B_{\phi \rightarrow \mu^+\mu^-}]^{1/2}$$

Результаты опыта приведены на рис.36. Параметры  $\phi$ -резонанса считались известными. Часть данных получена при непрерывном изменении энергии в полосе  $\pm 6$  Мэв при энергии равной массе  $\phi$ -резонанса. Получено значение для относитель-

ной вероятности распада:  $B_{\phi \rightarrow e^+e^-} = (2.6 \pm 1.0) \cdot 10^{-4}$ . И так в этом опыте наблюдается отклонение от квантовой электродинамики в чисто электродинамическом процессе вследствие сильного взаимодействия.

#### VI. РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ПРОЦЕССАХ С ВЕКТОРНЫМИ РЕЗОНАНСАМИ

Процесс излучения фотона в реакциях, в которых образуются векторные резонансы, обладает ряд специфических особенностей, связанных с быстрым изменением сечений как функции энергии. Действительно, если энергия начальных частиц больше резонансной  $\sqrt{s} > m_\nu$ , излучение фотона начальным электроном (позитроном) приводит к уменьшению энергии конечных частиц, в частности, возможно "возвращение" их на резонанс (когда энергия конечных частиц в их  $\psi$ -системе равна резонансной). В этом случае сечение радиационного процесса при энергии больше энергии резонанса может превысить сечение основного процесса (без излучения фотона) поскольку последнее очень быстро падает с энергией /83/.

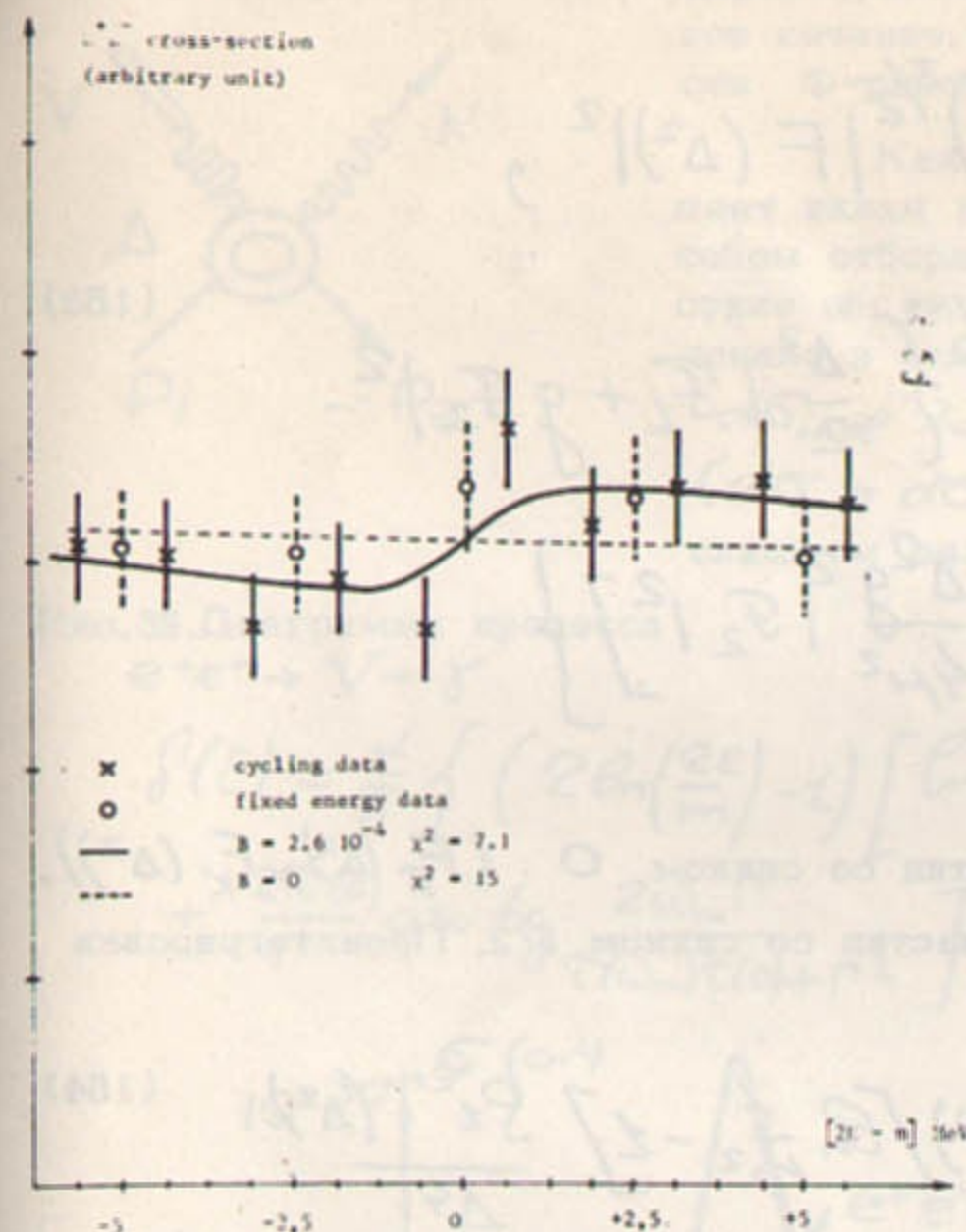


Рис.36. Экспериментальные исследования процесса  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  в области  $\phi$ -резонанса.

Рассмотрим излучение фотона начальными частицами в процессе образования адронов (рис.37), "блок излучения" см. на рис.9).

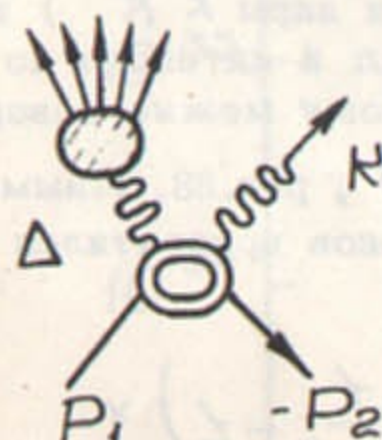


Рис.37. Диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow hadrons + \gamma$

Поскольку адроны рождаются одним фотоном, сечение выражается через те же спектральные функции  $\rho_L^{em}$  (131), что и сечение безрадиационного процесса, но зависят они теперь от  $\Delta^2 = 4\epsilon(\epsilon - \omega)$ ,  $\omega$  - частота излученного фотона в  $\psi$ -системе начальных частиц.

После интегрирования по всем состояниям адронов, сечение процесса рис.37 имеет вид /107/:

$$\frac{d\sigma_{e^+e^- \rightarrow h\gamma}}{d^3K} = \frac{\alpha^2}{4\epsilon^2 \omega} \left[ \frac{4\epsilon^2 \Delta^2}{x x'} + 2 \left( \frac{x}{x'} + \frac{x'}{x} \right) \right] \times \frac{\rho_L^{em}(\Delta^2)}{\Delta^4} \quad (152)$$



где  $\mathcal{K} = (p_L K)$ ,  $\Delta^2 = 4\epsilon(\epsilon - \omega)$ ,  $\mathcal{K}' = (p_2 K)$ ,  $\epsilon$  — энергия начальных частиц в  $\mathcal{S}$ -системе. В формуле (152) отброшены члены, содержащие квадрат массы электрона. В случае рождения пар частиц с массой  $\mu$  и спином 0 или 1/2 спектральные функции имеют вид /107/:

$$S_L^{em}(\Delta^2, s=0) = \frac{e^2 \Delta^2}{48\pi^2} \left( \frac{\Delta^2 - 4\mu^2}{\Delta^2} \right)^{3/2} |F(\Delta^2)|^2, \quad (153)$$

$$S_L^{em}(\Delta^2, s=1/2) = \frac{e^2}{4\pi^2} \left( \frac{\Delta^2 - 4\mu^2}{\Delta^2} \right)^{1/2} \left\{ \frac{\Delta^2}{2} |F_L + g F_2|^2 - \frac{(\Delta^2 - 4\mu^2)}{6} \left[ |F_L|^2 - \frac{\Delta^2 g^2}{4\mu^2} |F_2|^2 \right] \right\}$$

где  $F(\Delta^2)$  — электромагнитный формфактор частиц со спином 0 ( $F_\pi(\Delta^2)$ ,  $F_K(\Delta^2)$ ),  $F_L(\Delta^2)$ ,  $F_2(\Delta^2)$  — электромагнитные формфакторы частиц со спином 1/2. Проинтегрировав (152) по углам вылета фотона, получим /107/

$$\frac{d\sigma_{e^+e^- \rightarrow h+\gamma}}{d\omega} = \frac{2\pi\alpha^2}{\epsilon^2\omega} (\Delta^2 + 2\omega^2) \left[ \ln \frac{t}{m^2} - 1 \right] \frac{S_L^{em}(\Delta^2)}{\Delta^4} \quad (154)$$

где  $t = 4\epsilon^2$ ,  $m$  — масса электрона. Для случая рождения пары бесспиновых частиц перепишем (154) с учетом (153) в виде /107/:

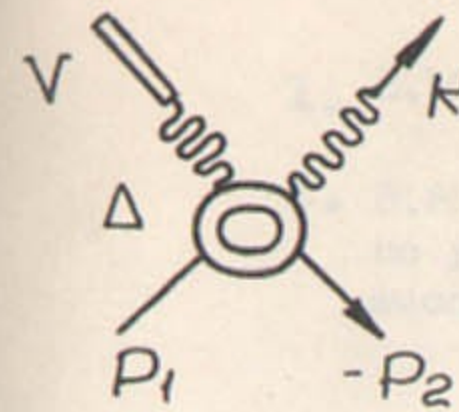
$$\frac{d\sigma_{e^+e^- \rightarrow h\gamma}}{d\Delta^2} = \frac{\alpha^3 (t^2 + \Delta^4)}{3t^2 (t - \Delta^2) \Delta^2} \left( 1 - \frac{4\mu^2}{\Delta^2} \right)^{3/2} \left( \ln \frac{t}{m^2} - 1 \right) |F_\pi(\Delta^2)|^2 \quad (155)$$

Формфактор  $F_\pi(\Delta^2)$  ( $F_K(\Delta^2)$ ) в случае рождения пары  $K^+K^-$  имеет резко выраженный пиковый характер (71). Поэтому основной вклад в интеграл по  $\Delta^2$  в (155) дает область  $\Delta^2 \approx m_S^2$  ( $\Delta^2 \approx m_\rho^2$ ), именно поэтому можно говорить о возвращении на резонанс как о процессах  $e^+e^- \rightarrow \rho\gamma$  ( $\phi\gamma$ ), рис.38. Иными словами, после двухквантовой аннигиляции  $e^+e^-$  пары один из фотонов превратился в векторный мезон<sup>х)</sup>. Взяв приближенно интеграл (154), получим:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow \rho\gamma} = \frac{\alpha^3}{3t^2} \frac{t^2 + m_\rho^4}{t - m_\rho^2} \left( 1 - \frac{4\mu^2}{m_\rho^2} \right)^{3/2} \left( \ln \frac{t}{m^2} - 1 \right) \times \frac{m_\rho}{\Gamma_\rho} \left[ \arccos \operatorname{tg} \left( \frac{t - m_\rho^2}{m_\rho \Gamma_\rho} \right) + \arccos \operatorname{tg} \left( \frac{m_\rho^2 - \Delta_{\min}^2}{m_\rho \Gamma_\rho} \right) \right] \frac{f_{\rho\pi\pi}^2}{f_\rho^2} \quad (156)$$

х) Эти вопросы обсуждались также в работе /108/.

где  $\Delta_{\min}^2 \approx (4 \div 5\mu)^2$ .



Сечение (156) и сечение упругого процесса (72) приведены на рис.39. Видно сечение радиационного процесса при больших энергиях существенно превышает упругое сечение. Аналогичная ситуация имеет место и в области  $\Phi$ -резонанса.

Как отмечалось выше, в радиационные поправки дает вклад излучение реальных фотонов (в задаваемой способом отбора событий кинематической области (12)). Вследствие обсуждавшегося здесь эффекта возвращения на резонанс в реальных условиях может оказаться, что  $d\sigma_{\text{inel}} \approx d\sigma_0$ , тогда радиационные поправки  $\delta(\epsilon)$  ( $d\sigma = d\sigma_0(1 + \delta(\epsilon))$ ) порядка 100% /93/. Не слишком далеко от резонанса ( $\sqrt{t} \approx m_\rho$ ,  $\Gamma = \Gamma_\rho$ ) /93/

Рис.38. Диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow V + \gamma$ .

$$\delta(\epsilon) = \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \left( 2 \ln \left( \frac{2\epsilon}{m} \right) - 1 \right) \left[ \ln \frac{\omega_m^2 [\tau^2(0) + \Gamma^2]}{\epsilon^2 [\tau^2(\omega_m) + \Gamma^2]} + \frac{2\tau(0)}{\Gamma} \arccos \operatorname{tg} \frac{2\omega_m \Gamma}{\tau(\omega_m)\tau(0) + \Gamma^2} \right] + \frac{13}{3} \ln \left( \frac{2\epsilon}{m} \right) \right\} \quad (157)$$

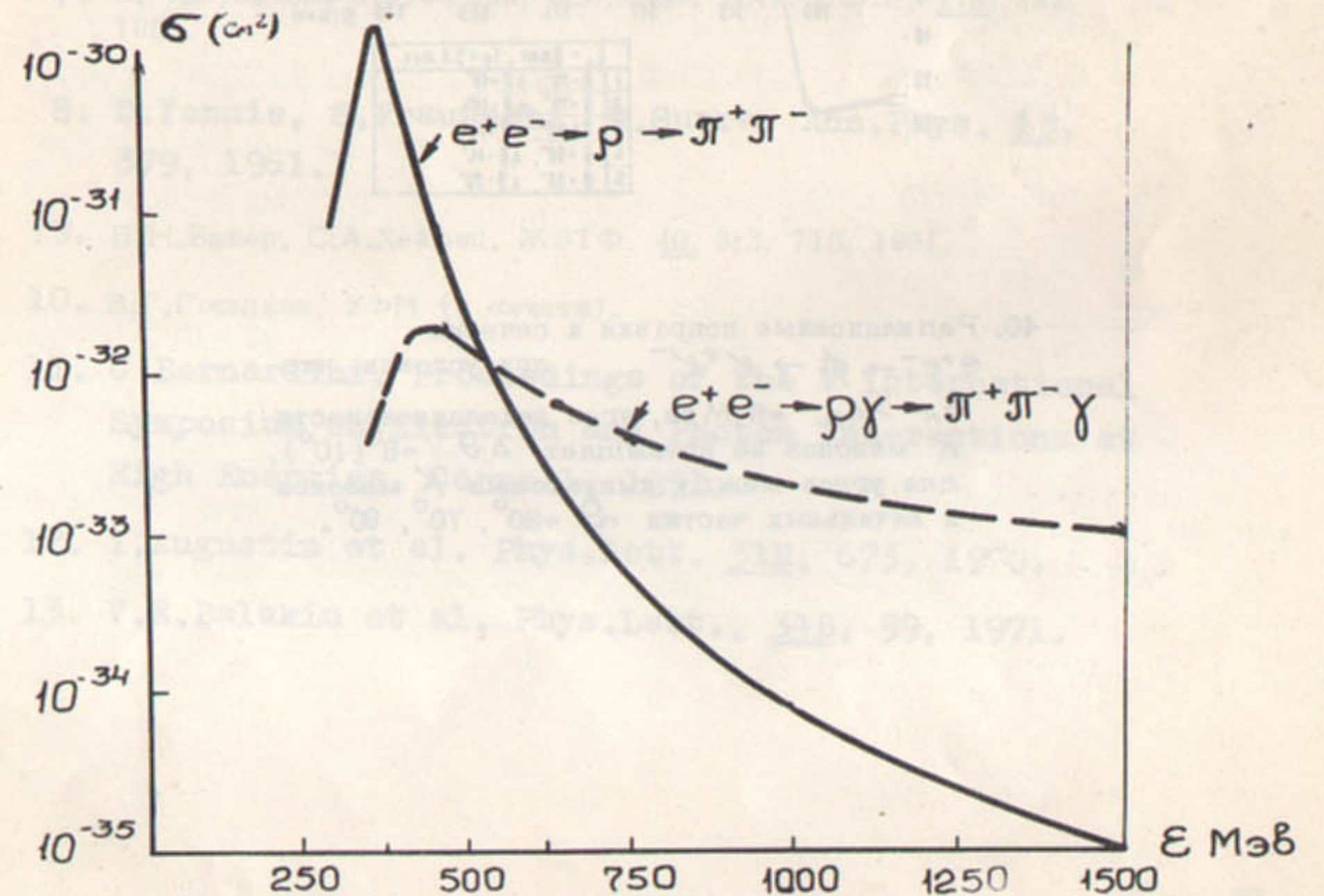
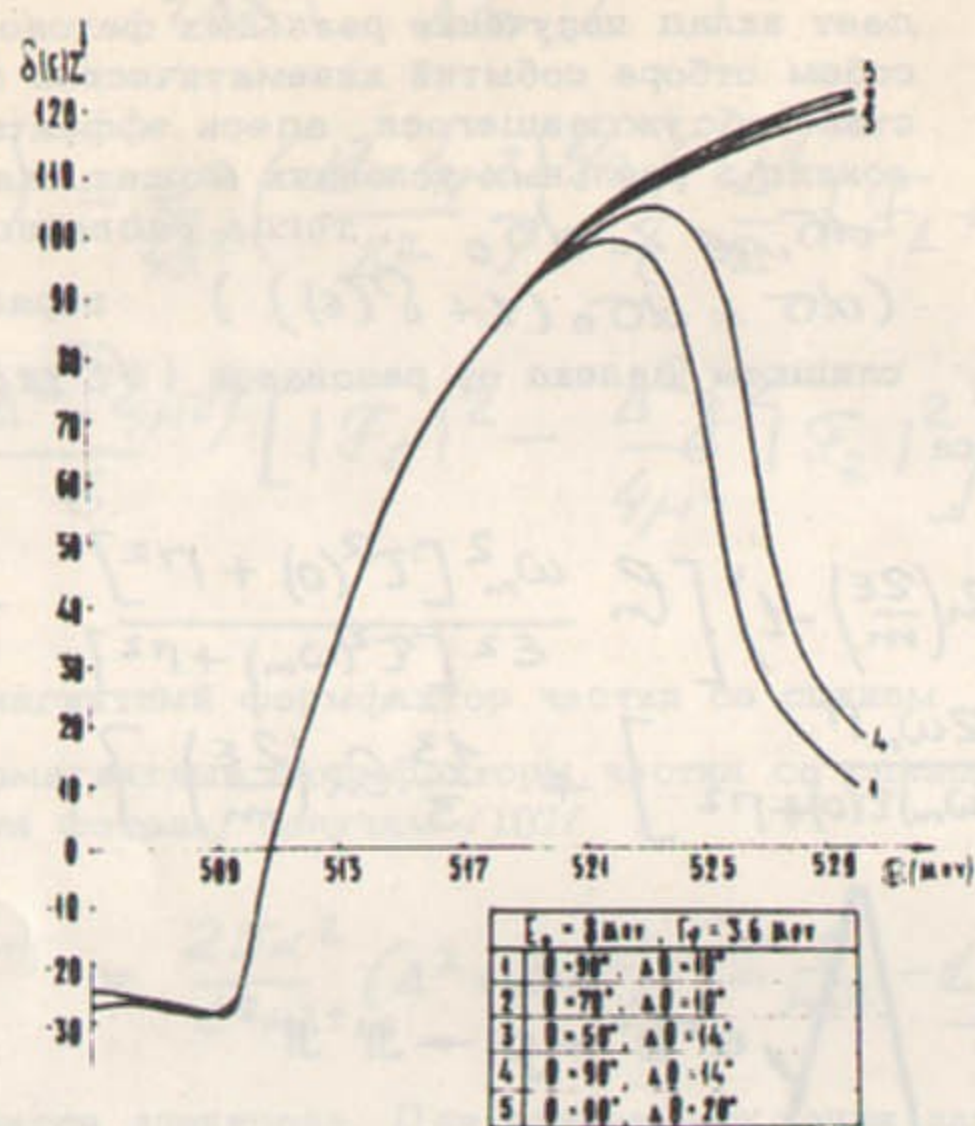


Рис.39. Интегральные сечения упругого процесса  $e^+e^- \rightarrow \rho$  и радиационного процесса  $e^+e^- \rightarrow \rho + \gamma$ .



где  $\omega_m$  -максимально допустимая энергия фотона, задаваемая кинематикой отбора событий,  $\tau(\omega) = 2(2\varepsilon - m_V - \omega)$ .

Радиационные поправки к сечению  $e^+e^- \rightarrow \phi$  приведены на рис.40.



40. Радиационные поправки к сечению  $e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow K^+K^-$  при условии, что  $\varepsilon_K > \varepsilon_0 = 8 \text{ МэВ}$ , угол неколлинеарности  $K$  мезонов не превышает  $\Delta\theta = 6^\circ (10^\circ)$ , для углов между импульсами  $K$  мезонов и начальных частиц  $\theta = 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ .

## Л и т е р а т у р а

1. В.Н.Байер, УФН, 78, 619, 1962.
2. В.Н.Байер, В.М.Галицкий, "Доклады Всесоюзного Совещания по ускорителям со встречными пучками и физике частиц сверхвысоких энергий", Новосибирск, 1963.
3. R.Gatto. Nuovo Cimento, 28, 658, 1963.
4. А.Д.Долгов, В.Е.Захаров, Л.Б.Окуны. Доклад на Ереванской школе, 1971.
5. N.Kroll. Nuovo Cimento, 45, 65, 1966.
6. В.Н.Байер, В.С.Фадин, В.А.Хозе. ЯФ, 6, 650, 1967.
7. С.М.Суханов, В.С.Фадин, В.А.Хозе. ДАН СССР, 178, 822, 1968.
8. D.Yennie, S.Frautschi, H.Suura. Ann.Phys. 13, 379, 1961.
9. В.Н.Байер, С.А.Хейфец. ЖЭТФ, 40, 613, 715, 1961.
10. В.Г.Горшков, УФН (в печати).
11. C.Bernardini. Proceedings of the V International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies. Cornell, 1971.
12. I.Augustin et al. Phys.Lett. 31B, 673, 1970.
13. V.E.Balakin et al. Phys.Lett., 34B, 99, 1971.



14. V.E.Balakin et al. Phys.Lett., 37B, 435, 1971.
15. Г.И.Будкер и др. ЯФ, 6, 1221, 1967.
16. W.Barber et al. Phys.Rev. D3, 2796, 1971.
17. J.Perez-Y-Jorba. Proceedings of IV Int.Symp. on Electron and Photon Interactions at High Energies, Daresbury, 1969.
18. I.Bailey et al. Nuovo Cimento (in print).
19. I.Wesley, A.Rich. Phys.Rev. 4A, 1341, 1971.
20. M.Levine, I.Wright. Phys. Rev. Lett. 26, 1351, 1971.
21. B.Lautrup, A.Peterman, E de Rafael. Preprint CERN TH-1388, 1971.
22. D.Earles et al. Phys.Rev.Lett. 25, 1312, 1970.
23. R.Siemann et al. Phys.Rev.Lett. 22, 421, 1969.
24. G.Altarelli, F.Buchella. Nuovo Cimento, 34, 1337, 1964.
25. В.Н.Байер, В.С.Фадин, В.А.Хозе. ЖЭТФ, 51, 1135, 1966.
26. В.Н.Байер, В.С.Фадин, В.А.Хозе. ДАН СССР, 174, 323, 1967.
27. V.N.Bayer, S.A.Kheifets. Nucl.Phys. 47, 313, 1963.
28. V.Alles-Borelli et al. Nuovo Cimento (in print).

29. G.Bonneau, F.Martin. Nuclear Physics, B27, 381, 1971.
30. В.Н.Байер, В.А.Хозе. ЯФ, 2, 287, 1965.
31. V.N.Bayer, V.M.Galitsky. Phys. Lett. 13, 355, 1964.
32. В.Н.Байер, В.М.Галицкий. ЖЭТФ, 49, 661, 1965.
33. В.Н.Байер, В.М.Галицкий. Письма в ЖЭТФ, 2, 259, 1965.
34. В.Н.Байер, В.С.Фадин, В.А.Хозе. ЖЭТФ, 50, 1611, 1966.
35. П.И.Голубничий и др. Атомная энергия, 22, 168, 1966.
36. В.Н.Байер, В.М.Галицкий, В.С.Фадин, В.А.Хозе ЯФ, 8, 1174, 1968.
37. I.Augustin, I.Buon, I.Haissinski et al. Preprint LAL, 1249, 1971.
38. В.Н.Байер, В.В.Гейдт. ЯФ, 13, 350, 1971.
39. В.Н.Байер, В.М.Катков. ДАН, СССР, 1972 (в печати).
40. В.Е.Балакин, В.М.Буднев, И.Ф.Гинзбург. Письма в ЖЭТФ, 11, 558, 1970.
41. S.Brodsky, T.Kinoshita, H.Terazawa. Phys.Rev.Lett. 25, 972, 1970.
42. V.N.Bayer, V.S.Fadin. Lett.Nuovo Cim. 1, 481, 1971.



43. A.Jaccarini, N.Arteaga-Ranero, P.Kessler, I.Parisi. Nuovo Cimento Letters, 4, 933, 1970.
44. L.D.Landau, E.M.Lifschitz. Phys.Zs.Sowjet, 6, 244, 1934.
45. V.N.Bayer, V.S.Fadin. Phys.Lett. 35B, 156, 1971.
46. Э.А.Кураев, Л. Липатов. Письма в ЖЭТФ 13, 228, 1972.
47. В.Н.Байер, В.С.Фадин. Письма в ЖЭТФ 13, 288, 1971.
48. N.Arteaga-Romero, A.Jaccarini, P.Kessler, I.Parisi. Phys.Rev. 3D, 1569, 1971.
49. В.Н.Байер, В.С.Фадин. ЖЭТФ, 61, 476, 1971.
50. K.Mork. Phys.Rev. 160, 1065, 1967.
51. S.Brodsky, T.Kinoshita, H.Terazawa, Phys.Rev., 4D, 1532, 1971.
52. В.Н.Байер, В.С.Фадин. ЯФ, 15, 95, 1972.
53. F.Low. Phys.Rev. 120, 582, 1960.
54. В.М.Буднев, А.К.Сливков. Письма в ЖЭТФ, 12, 523, 1970.
55. В.М.Буднев, И.Ф.Гинзбург. ЯФ, 13, 353, 1971.
56. S.Brodsky, T.Kinoshita, H.Terazawa. Phys.Rev. Lett., 27, 280, 1971.
57. М.В.Терентьев. Письма в ЖЭТФ, 13, 446, 1971.
58. D.Lyth. Phys.Lett. B30, 195, 1971.

59. F.Yndurain. Preprint CERN TH-1389, 1971.
60. G.Schierholz, K.Sundermeyer. DESY preprint 71/49, 1971.
61. H.Terazawa. Phys.Rev.Lett. 26, 1207, 1971.
62. S.Adler, B.Lee, S.Treiman, A.Zee. Preprint NAL, THY-18/71.
63. H.Cheng, T.Wu. Nucl.Phys.B32, 461, 1971.
64. В.Н.Байер, В.С.Фадин. ЖЭТФ (в печати).
65. В.Е.Балакин et al. Phys.Lett. 34B, 663, 1971.
66. В.Е.Балакин и др. ЯФ (в печати).
67. В.Н.Байер, В.С.Фадин, В.А.Хозе. ЖЭТФ, 50, 156, 1966.
68. I.Sakurai. Ann. of Phys. 11, 1, 1960.
69. M.Gell-Mann, F.Zachariasen. Phys.Rev. 124, 953, 1961.
70. N.Kroll, T.Lee, B.Zumino. Phys.Rev. 157, 1376, 1967.
71. "Электромагнитное взаимодействие и структура элементарных частиц" под ред. А.М.Балдина. Москва, Мир, 1969.
72. С.Дрелл, Ф.Захариазен. Электромагнитная структура нуклонов. Москва, И.Л., 1962.



73. Б.В.Гешкенбейн, Б.Л.Иоффе. ЖЭТФ, 46, 903, 1964.
74. V.N.Bayer, V.S.Fadin. Nuovo Cimento, 66A, 693, 1970.
75. Дао Вонг Дык, Нгусен Ван Хьеу. ЭЧАЯ, 2, 533, 1972.
76. Н.И.Мухелишвили. Сингулярные интегральные уравнения, Москва, Физматгиз, 1962.
77. Ф.Д.Гахов. Краевые задачи, Москва, Физматгиз, 1963.
78. R.Omnes. Nuovo Cimento. 8, 316, 1958.
79. С.Газиорович. Физика элементарных частиц, Москва, Наука, 1968.
80. G.Gounaris, J.Sakurai. Phys. Rev. Lett. 21, 244, 1968.
81. В.Н.Байер, В.С.Фадин. Письма в ЖЭТФ, 15, 219, 1972.
82. B.Oh et al. Phys. Rev. D1, 2494, 1970.
83. A.Goldhaber, G.Fox, C.Quigy. Phys.Lett. 30B, 249, 1969.
84. M.Gourdin, L.Stodolsky, F.Renard. Phys.Lett., 30B, 347, 1969.
85. F.Renard. Nucl.Phys. 15B, 118, 1970.
86. D.Horn, Phys.Lett. 1D, 1421, 1970.

87. V.L.Auslander et al. Phys.Lett.25B, 433, 1967.
88. В.Л.Ауслендер и др. ЯФ, 9, 114, 1968.
89. I.Augustin et al. Lett. al Nuovo Cimento 2, 214, 1969.
90. J.Lefrancois. Proceedings of the V International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, 1971.
91. G.Parrour. These. Centre d'Orsay, LAL 1257, 1971.
92. F.Renard. Nuclear Physics. B15, 267, 1970.
93. V.N.Bayer, V.S.Fadin. Phys.Lett. 27B, 233, 1968.
94. I.Augustin et al. Phys.Lett. 28B, 513, 1969.
95. V.E.Balakin et al. Phys.Lett.(in press).
96. V.E.Balakin et al. Phys.Lett. 34B, 328, 1971.
97. В.Е.Балакин и др. Труды Международного семинара "Векторные мезоны и электромагнитные взаимодействия", Дубна, 1968, стр.479.
98. I.Augustin et al. Phys.Lett. 28B, 517, 1968.
99. I.Bizot et al. Phys.Lett. 32B, 416, 1970.
100. V.E.Balakin et al. Phys.Lett. (in print).
101. H.Alvensleben et al. DESY preprint 71/64, 1971.
102. S.Weinberg. Phys.Rev.Lett., 18, 507, 1967.
103. T.Das, V.Mathur, S.Okubo. Phys.Rev.Lett. 19, 470, 1967.



104. H.Sugowara. Phys.Rev.Lett. 21, 772, 1968.
105. M.Gourdin. Preprint Orsay 69/12, 1969.
106. E.Cremmer. Nucl. Phys. B15, 131, 1970.
107. В.Н.Байер, В.А.Хозе. ЖЭТФ, 48, 1708, 1965.
108. Э.Чобан. Письма в ЖЭТФ, 11, 505, 1970.
109. G.Racah.Nuovo Cimento.14, 93, 1937.

---

Ответственный за выпуск БАЙЕР В.Н.  
Подписано к печати 4/УП-72 г. МН 10391  
Усл. 3 печ.л., тираж **250** экз. Бесплатно.  
Заказ 52. ПРЕПРИНТ

---

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, вг