Д. 36

ИНСТИТУТЪ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ИЯФ 68 - 72

Я.С.Дербенёв, А.М.Кондратенко

КИНЕТИКА ПОЛЯРИЗАЦИИ ЧАСТИЦ В НАКОПИТЕЛЯХ

Новосибирск

1972

C O N T E N T S

Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко

КИНЕТИКА ПОЛЯРИЗАЦИИ ЧАСТИЦ В НАКОПИТЕЛЯХ

А Н Н О Т А Ц И Я

Достигнуто замкнутое описание радиационной кинетики поляризации заряженных частиц, полностью учитывающее спин-орбитальную связь. Рассмотрение опирается на исследование динамики движения спина в неоднородных полях /1,2/. В применении к ультрарелятивистским электронам (позитронам) работа объединяет результаты авторов /2-8/ и содержит новые эффекты, обязанные спин-орбитальной связи в неоднородном поле. Для нерезонансных условий найдены время установления и степень равновесной поляризации пучка в накопителях с произвольными полями.

Развитый в работе метод можно применять и в тех случаях, когда возмущающее электромагнитное поле связано с каким-либо "внешним" источником.

INSTITUTE OF NUCLEAR PHYSICS, NOVOSIBIRSK

Ya.S.Derbenyev, A.M.Kondratenko

KINETICS OF PARTICLE POLARIZATION IN STORAGE ELEMENTS

Abstract

The closed description of radiative kinetics of particle polarization under complete consideration of the spin-orbit coupling is obtained in present paper. The consideration is based on general characteristics of spin motion in ingomogeneous fields /I,2/. In the case of ultrarelativistic electrons (positrons) the work includes the results of outhers /2-9/ and contains new effects due to spin-orbit coupling in ingomogeneous fields. The relaxation time and degree of equilibrium polarization in the nonresonancive situation for the storage ring with arbitrary fields are obtained.

This work's method may be applied also to the cases when perturbating electromagnetic fields are connected with any "external" sources.

1. Введение

Хорошо известно поляризующее действие излучения ультрарелятивистских электронов (позитронов) в однородном магнитном поле /4-6/. Для выяснения реальных возможностей получения поляризованных пучков в ускорителях и накопителях необходимо изучить зависимость степени равновесной поляризации пучка и времени её установления от неоднородностей поля, управляющего движения частицы и её спина.

Изменение состояния поляризации под воздействием излучения в неоднородном поле представляет собой процесс существенно более сложный, нежели в однородном. Усложнения связаны с взаимной зависимостью спинового и орбитального движения частицы и отсутствием постоянного направления равновесной поляризации. В имеющихся работах по радиационной поляризации в накопителях, даже взятых в совокупности, не достигнуто ещё исчерпывающее описание кинетики поляризации, поскольку в них рассматривались разобщенно и разными методами лишь отдельные её аспекты.

Так, в /7-8/ находилась средневероятная скорость изменения вектора спина за времена формирования излучения, которые в ультрарелятивистском случае малы по сравнению с характерными периодами движения в ведущем поле. Уравнение такого типа даёт представление о "мгновенном" характере процесса, однако,вообще говоря, его недостаточно для решения вопроса о поведении поляризации за большие времена.

В /2,3/ изучались эффекты деполяризации в неоднородном поле, возникающие из-за рассеяния траекторий частиц на квантовых флуктуациях синхротронного излучения. При приближении к спиновым резонансам, из-за возрастания спин-орбитальной связи этот эффект резко усиливается.

Последовательный подход, позволяющий учесть все существенные эффекты, должен состоять в нахождении средней скорости изменения и диффузии,под воздействием излучения, интегралов движения во внешнем поле. При этом нетривиальным моментом является отыскание квазиклассических стационарных состояний спиновой частицы в неоднородном поле (переменных действий и фаз в операторном способе). Оособую роль здесь играет введенное по существу уже в работе /2/ понятие подвижной оси квантования, проекция спина на которую в стационарном состоянии является квантовым числом. С помощью этой физической характеристики достигается замкнутое и компактное описание кинетики поляризации в неоднородных полях.

При исследовании взаимодействия частицы с электромагнитным полем, в отличие от авторов работ /4-9/, которые отправлялись от уравнений квантовой теории, мы исходим из классических уравнений движения заряженной частицы с произвольным спином и магнитным моментом и уравнений поля излучения. Переход к квантовому описанию осуществляется заменой классических величин (вектора спина и полевых переменных) соответствующими операторами по обычным правилам. Такой подход, при своей наглядности и простоте, является в то же время вполне последовательным и достаточным для рассмотрения эффектов излучения в классических внешних полях, если, как это обычно имеет место, энергии характерных излучаемых квантов малы по сравнению с энергией частицы.

2. Гамильтониан и уравнения движения

Получим гамильтониан, описывающий квазиклассическое движение частицы со спином $\vec{S}$ и магнитным моментом $q\vec{S}$ (q - гиромагнитное отношение) в электромагнитном поле. Известен классический гамильтониан системы частица + излучение в пренебрежении спиновым взаимодействием ($C = 1$):

$$\mathcal{H}_0=\sqrt{(\vec{\mathcal{P}}-e\vec{A})^2+m^2}+eA^0+H_{rad}-e(\hat{A}^0-\vec{v}\hat{\vec{A}}) \qquad (2.1)$$

где H_{rad} - гамильтониан свободного волнового поля, A^i ($i=0,1,2,3$) - потенциал внешнего электромагнитного поля $\vec{E},\vec{H}$; $\hat{A}^i$ - потенциал поля излучения $\hat{\vec{E}},\hat{\vec{H}}$. Движение спина описывается уравнением БМТ /10/:

$$\dot{\vec{S}}=\vec{W}_\Sigma\times\vec{S}, \qquad \vec{W}_\Sigma=\vec{W}+\vec{w} \qquad (2.2)$$

$$\vec{W}=-\frac{q}{\gamma}\vec{H}_c-\frac{q_0}{\gamma+1}\vec{v}\times\vec{E}_c=\left(\frac{q_0}{\gamma+1}+q'\right)\vec{v}\times(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{H})-\frac{q}{\gamma}\vec{H}_v-\frac{q}{\gamma^2}\vec{H}_{tr}$$

$\vec{w}$ - относится к полю излучения (выражается через $\hat{\vec{E}}, \hat{\vec{H}}$ так же, как $\vec{W}$ через $\vec{E},\vec{H}$). Здесь $q_0=\frac{e}{m}$, $q'=q-q_0$ - аномальная часть q, $\gamma=(1-v^2)^{-1/2}$, $\vec{v}=\dot{\vec{r}}$ - скорость частицы; $\vec{H}_v=\vec{v}(\vec{H}\vec{v})/v^2$, $\vec{H}_{tr}=\vec{H}-\vec{H}_v$; $\vec{H}_c$, $\vec{E}_c$ - магнитное и электрическое поля в системе покоя частицы.

Из (2.1) и (2.2) однозначно следует выражение для гамильтониана спиновой частицы в классическом поле с линейной точностью по спину [1]):

$$\mathcal{H}=\mathcal{H}_0+\vec{W}_\Sigma\vec{S}\equiv H+H_{rad}+V \qquad (2.3)$$

где

$$H=\sqrt{(\vec{\mathcal{P}}-e\vec{A})^2+m^2}+eA_0+\vec{W}\vec{S} \qquad (2.4)$$

- гамильтониан частицы во внешнем поле,

$$V=e(\hat{A}_0-\vec{v}\hat{\vec{A}})+\vec{w}\vec{S} \qquad (2.4)$$

- гамильтониан взаимодействия с полем излучения. Действительно, лишь такой вид спиновой зависимости приводит к уравнению (2.2).

Гамильтониан (2.3) определяет и спиновую зависимость ускорения частицы в электромагнитном поле:

$$\dot{\vec{p}}\equiv m\frac{d}{dt}\gamma\vec{v}=e(\vec{E}_\Sigma+\vec{v}\times\vec{H}_\Sigma)+\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial\gamma\vec{v}}(\vec{W}_\Sigma\vec{S})-\frac{\partial}{\partial\vec{r}}(\vec{W}_\Sigma\vec{S}) \qquad (2.6)$$

Уравнения поля излучения (уравнения Максвелла) можно записать в канонической форме:

$$\dot{C}_{\vec{k}}=\frac{\partial C_{\vec{k}}}{\partial t}+\{\mathcal{H},C_{\vec{k}}\}=\{V,C_{\vec{k}}\} \qquad (2.7)$$

где $C_{\vec{k}}$, $C^*_{\vec{k}}$ - канонические полевые переменные - амплитуды плоских волн в разложении потенциала поля излучения $\hat{A}^i$, $\{...\}$ - скобки Пуассона. Квантовое обобщение гамильтониана и уравнений движения осуществляется заменой классических переменных на опе-

[1]) Для спина 1/2 гамильтониан (2.3) может быть получен из уравнения Дирака для частицы с аномальным магнитным моментом преобразованием Фолди-Ваутхойзена с линейной точностью по постоянной Планка $\hbar$.

раторы с известными коммутационными соотношениями.

Включение взаимодействия частицы с излучением по использованной здесь схеме справедливо при условии мягкости характерных излучаемых квантов:

$$\hbar\omega_{rad}^{-1} << \gamma m \tag{2.8}$$

При этом погрешность получаемых результатов будет порядка $\hbar\omega_{rad}/\gamma m$ (для ультрарелятивистской частицы $\omega_{rad}\sim\gamma^3|\dot{\vec v}|$). В реальных условиях такой точности вполне достаточно.

3. Движение во внешнем поле

В данной работе мы ограничиваемся рассмотрением ситуации, когда за характерные периоды движения во внешнем поле искажение траектории движения частицы и спина под действием излучения мало. В этих условиях кинетический процесс будет определяться средней (по фазам динамического движения) скоростью изменения и диффузией переменных действий во внешнем поле, а распределение по фазам можно считать равномерным[2)].

Переменные действий и фаз частицы со спином нетрудно найти, если известны орбитальное движение в пренебрежении спин-орбитальной связью и спиновое движение во внешнем поле. Как показано в Приложении, направление оси квантования спина задается единичным вектором $\vec n(\vec p,\vec r)$, удовлетворяющим на траектории движения $\vec r(t)$, $\vec p(t)$ уравнению (2.2):

$$\dot{\vec n} = e\left[(\vec E+\vec v\times\vec H)\frac{\partial}{\partial\vec p}\right]\vec n + \left(\vec v\frac{\partial}{\partial\vec r}\right)\vec n = \vec W(\vec p,\vec r)\times\vec n \tag{3.1}$$

2) Перемешивание по фазам обычно происходит быстро (по сравнению с временами релаксации) из-за разброса частот движения. В отсутствии разброса распределение фаз стремится к равномерному в процессе диффузии.

В наиболее простом случае движения в однородном магнитном поле, как нетрудно убедиться:

$$\vec n\to\vec n(\vec p)=\vec H_c/H_c\;;\quad \vec H_c=\gamma\left[\vec H-\frac{\Sigma}{\gamma H}\vec v(\vec v\vec H)\right] \tag{3.2}$$

Проекция спина $S_{\vec n}\equiv\vec S\vec n$ является переменной действия. Другие два поперечных к $\vec n$ решения (2.2) $\vec\eta_1$, $\vec\eta_2$, имеют вид:

$$\vec\eta(\vec p,\vec r,t)\equiv\vec\eta_1+i\vec\eta_2=\left[\vec l_1(\vec p,\vec r)+i\vec l_2(\vec p,\vec r)\right]e^{-i\Omega t}\equiv\vec l\,e^{-i\Omega t} \tag{3.3}$$

Здесь частота прецессии спина вокруг $\vec n$

$$\Omega=\vec W\vec n-\vec l_1\dot{\vec l}_2 \tag{3.4}$$

является функцией лишь переменных действий орбитального движения и на заданной траектории постоянна.

Сопряженной к $S_{\vec n}$ переменной является фаза ψ прецессии спина вокруг $\vec n$, отсчитанная от $\vec l_1$. Таким образом, общее решение имеет вид:

$$\vec s(t)=S_{\vec n}\vec n+\mathrm{Re}\,S_{\eta}\vec l\,e^{-i\Omega t}=S_{\vec n}\vec n+S_\perp\mathrm{Re}\,\vec l\,e^{-i\psi} \tag{3.5}$$

где $S_{\vec n}=const$, $S_{\vec\eta}=const$, $S_\perp=\sqrt{\vec s^2-S_{\vec n}^2}=|S_{\vec\eta}|$

Вектор $\vec n$ становится неопределенным лишь в резонансных точках $\Omega=m_\lambda\Omega^\lambda$, когда Ω совпадает с целочисленной комбинацией из частот орбитального движения Ω^λ. В накопителе частицы движутся с малыми отклонениями возле равновесной замкнутой орбиты, на которой $\vec n$ периодично по обобщенному азимуту частицы :

$$\vec n(\vec p,\vec r)\to\vec n(\vec p_s,\vec r_s)=\vec n_s(\theta)=\vec n_s(\theta+2\pi) \tag{3.6}$$

В нерезонансной ситуации разброс $\vec{n}$ также мал:

$$|\vec{n}-\vec{n}_s| << 1 \tag{3.7}$$

При этом, отклонение $\vec{n}-\vec{n}_s$ можно найти по теории возмущений /2/. Средняя поляризация частиц на данном азимуте θ, из-за размешивания по фазам, направлена по $\vec{n}_s(\theta)$:

$$\langle \vec{S} \rangle_\theta = \langle S_{\vec{n}} \rangle \vec{n}_s(\theta) \tag{3.8}$$

Под воздействием излучения $\langle S_{\vec{n}} \rangle$ медленно изменяется, приближаясь к некоторому равновесному значению.

Такое представление спинового движения (без строгого обоснования) использовалось ранее в работе /2/, где в разных конкретных ситуациях построено явное выражение для $\vec{n}(\vec{p},\vec{z})$.

При описании кинетики поляризации оказывается существенным учитывать спиновую модуляцию орбитального движения. Координата частицы $\vec{z}$, как функция времени, представляется в виде (см. Приложение):

$$z^\beta(t) = z_0^\beta(I,\phi) + \frac{1}{2}\vec{S}\sum_{\alpha=1}^{3}\vec{\eta}_\alpha \times \frac{\partial\vec{\eta}_\alpha}{\partial p_\beta} \tag{3.9}$$

$$I = const, \quad \dot{\phi} = const, \quad (\vec{\eta}_\alpha) = (\vec{\eta}_1, \vec{\eta}_2, \vec{n})$$

где I, ϕ – поправленные спиновым взаимодействием переменные действий и фаз орбитального движения; $\vec{z}_0(I,\phi)$ – соответствует движению по средней траектории, поправка учитывает спиновую модуляцию.

4. Кинетика поляризации

Найдем теперь среднюю скорость изменения $S_{\vec{n}}$ под действием излучения. Из определения $S_{\vec{n}}$ получаем выражение для мгновенной скорости $\dot{S}_{\vec{n}}$:

$$\dot{S}_n = \vec{w}\times\vec{S}\cdot\vec{n} + \vec{S}\left(\vec{f}\frac{\partial}{\partial\vec{p}}\right)\vec{n} \equiv \vec{\omega}\times\vec{S}\cdot\vec{n} \equiv -\mathrm{Im}\,\vec{\omega}\vec{\eta}\, S_{\vec{\eta}} \tag{4.1}$$

$$\vec{\omega} = \vec{w} - \vec{n}\times\left(\vec{f}\frac{\partial}{\partial\vec{p}}\right)\vec{n} =$$

$$= \frac{\vec{v}\times\vec{f}}{m}\left(\frac{q'}{q_0}+\frac{1}{\gamma+1}\right) - \frac{q}{\gamma}\vec{\tilde{H}}_v - \frac{q}{\gamma^2}\vec{\tilde{H}}_{t_2} - \vec{n}\times\left(\vec{f}\frac{\partial}{\partial\vec{p}}\right)\vec{n} \tag{4.2}$$

где $\vec{f} = e(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{H})$. Член $\vec{w}$ в (4.2) отвечает за непосредственное воздействие поля излучения на спин, второй, обязанный спин-орбитальной связи в ведущем поле, учитывает возмущение траектории частицы.

Начнем с классического рассмотрения эффектов излучения. Тогда для получения $\dot{S}_{\vec{n}}$ нужно подставить в $\vec{\omega}$ индуцированное движением частицы поле излучения и усреднить затем $\vec{\omega}\vec{\eta}$ по фазам невозмущенного движения. При этом в $\vec{\omega}$, очевидно, нужно учесть лишь часть поля излучения, модулированную спиновой частотой Ω. Используя формализм скобок Пуассона, выражение для $\vec{\omega}_{кл}$, как функции вынужденных решений уравнений поля (2.7), можно записать в виде:

$$\vec{\omega}_{кл} = \left\{\int_{-\infty}^{t} V_{t'}\,dt';\ \vec{\omega}_t\right\} \tag{4.3}$$

где скобки Пуассона затрагивают лишь полевые переменные $C_{\vec{k}}$, $C_{\vec{k}}^*$, интеграл берется по невозмущенной траектории частицы и спина. За спиновую модуляцию излучения ответственна зависящая от фазы прецессии Ψ (в переменных действий и фаз) часть гамильтониана взаимодействия (2.5) V_Ψ. Вместо прямого преобразования V по формулам Приложения (П4, П5) можно прибегнуть к более изящному приему, который аналогичен использованному при получении гамильтониана (2.3). Уравнение (4.1) в канонической форме имеет вид:

$$\dot{S}_{\vec{n}} = \{V;\ S_{\vec{n}}\}$$

Поскольку компоненты $S_{\vec{n}}$, $\vec{S}\vec{l}_1$, $\vec{S}\vec{l}_2$ удовлетворяют (в линейном приближении по спину) обычным соотношениям коммутации ($\{S_\alpha; S_\beta\} = \varepsilon_{\alpha\gamma\beta}S_\gamma$), уравнение (4.1) однозначно определяет V_ψ:

$$V_\psi = \vec{\omega}\vec{S} \tag{4.4}$$

Подставляя (4.3(в (4.1) и производя усреднение по времени t получаем

$$\dot{S}_{\vec{n}} = (\alpha_-/\hbar) S_\perp^2 = (\alpha_-/\hbar)(\vec{S}^2 - S_{\vec{n}}^2) \tag{4.5}$$

$$\frac{\alpha_-}{\hbar} = \frac{1}{2}\, Im \overline{\left\{ (\vec{\omega}\vec{\eta})_t ; \int_{-\infty}^{t} (\vec{\omega}\vec{\eta}^*)_{t'} dt' \right\}} = \frac{i}{4}\int_{-\infty}^{\infty} d\tau\, \overline{\left\{ (\vec{\omega}\vec{\eta})_{t+\frac{\tau}{2}} ; (\vec{\omega}\vec{\eta}^*)_{t-\frac{\tau}{2}} \right\}}$$

С учетом спин-орбитальной связи, таким образом, поле излучения может воздействовать на поляризацию не только непосредственно, но и через траекторию, возмущая ось квантования. В свою очередь спиновая зависимость поля излучения складывается из спиновой части поля излучения частицы, движущейся по средней траектории, немодулированной спиновым движением, и поля излучения заряда на модулированной траектории (найденного в пренебрежении спином). Выражение α_- мы конкретизируем ниже. Решая (4.5), находим изменения степени поляризации $\zeta = S_n/S$ $(S = |\vec{S}|)$ со временем:

$$\zeta(t) = \frac{\zeta_0 + th(\alpha_- s t/\hbar)}{1 + \zeta_0\, th(\alpha_- s t/\hbar)} \tag{4.6}$$

Как и должно быть, в классической теории излучение приводит к полной поляризации (вдоль $\vec{n}_s(\theta)$) за время порядка $(\alpha_- s/\hbar)^{-1}$.

В квантовой теории, кроме индуцированного движением частицы поля излучения, возникает "флуктуирующее" свободное поле (поле в состоянии фотонного вакуума), приводящее при $\alpha_- = 0$ к полной деполяризации. Поскольку среднее значение поля в состоянии вакуума равно нулю, среднее воздействие его появляется лишь во втором порядке по взаимодействию:

$$(\dot{\bar{S}}_{\vec{n}})_{fl} = -\overline{\left\langle 0 \left| Im (\vec{\omega}\vec{\eta})_t \int_{-\infty}^{t} (\dot{S}_{\vec{\eta}})_{t'} dt' \right| 0 \right\rangle} \tag{4.7}$$

$$\dot{S}_{\vec{\eta}} = \frac{1}{i\hbar}\left[V_\psi, S_{\vec{\eta}}\right]_- = i\vec{\omega}\vec{\eta}^* S_{\vec{n}}$$

(поправкой к частоте Ω можно пренебречь).

Здесь $[\ldots]_-$ – коммутатор, $\langle 0|\ldots|0\rangle$ – означает усреднение по состоянию фотонного вакуума; усреднение по квантовому состоянию частицы, в силу классичности орбитального движения, сводится к замене $\vec{\omega}\vec{\eta}$, как функции операторов $\vec{P}_t$, $\vec{r}_t$, на классическое выражение. Из (4.7):

$$(\dot{\bar{S}}_n)_{fl} = -\alpha_+ S_{\vec{n}} \tag{4.8}$$

$$\alpha_+ = \overline{\left\langle 0 \left| Re (\vec{\omega}\vec{\eta})_t \int_{-\infty}^{t} (\vec{\omega}\vec{\eta}^*)_{t'} dt' \right| 0 \right\rangle} = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \overline{\left\langle 0 \left| \left[(\vec{\omega}\vec{\eta})_{t+\frac{\tau}{2}} (\vec{\omega}\vec{\eta}^*)_{t-\frac{\tau}{2}}\right]_+ \right| 0 \right\rangle}$$

где $[\ldots]_+$ – антикоммутатор.

Член $-\alpha_+ S_{\vec{\eta}}$, таким образом, описывает влияние на поляризацию квантовых флуктуаций излучения. В акте излучения одновременно изменяется направление спина и оси квантования. Формула (4.8) учитывает также и корреляцию этих эффектов.

Средняя скорость изменения $S_{\vec{n}}$ под действием вынужденной части поля имеет, очевидно, вид (4,5), причем коэффициент $\alpha_-/\hbar$, в силу линейности уравнений Максвелла, совпадает с классическим значением. Таким образом, окончательно получаем:

$$\dot{\bar{S}}_{\vec{n}} = (\alpha_-/\hbar) S_\perp^2 - \alpha_+ S_{\vec{n}} \tag{4.9}$$

$$\alpha_\pm = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \overline{\left\langle 0 \left| \left[(\vec{\omega}\vec{\eta})_{t+\frac{\tau}{2}} (\vec{\omega}\vec{\eta}^*)_{t-\frac{\tau}{2}}\right]_\pm \right| 0 \right\rangle} \tag{4.10}$$

Уравнение (4.9) получено в предположении относительно малого изменения под действием излучения интегралов спин-орбитального движения за характерные времена динамического движения[3] $\sim|\Omega - m_\lambda \Omega^\lambda|^{-1}$:

$$|\Omega - m_\lambda \Omega^\lambda| \gg \tilde{\tau}_2^{-1} \tag{4.11}$$

где $\tilde{\tau}_2$ /времена релаксации ($\tilde{\tau}_2^{-1}$ порядка декрементов радиационного затухания) по спиновым и орбитальным степеням свободы:

$$\tilde{\tau}_2^{-1} \sim (\dot{\gamma}_{rad}/\gamma) \sim \gamma^3 r_0/R^2$$

($r_0 = e^2/m$, R - радиус кривизны траектории частицы).

Заметим, что при выводе (4.9) фактически не использовалась конкретная природа возмущающего электромагнитного поля. Поэтому (4.9) можно применять для описания воздействия на поляризацию любого источника стохастического поля, удовлетворяющего условию классичности (например, остаточный газ, различного рода шумы в накопителе). При этом скобки $\langle 0|\ldots|0\rangle$ будут означать усреднение по невозмущенному частицей состоянию источника.

Уравнения (4.9) достаточно для нахождения равновесной поляризации и времени её установления. Направление равновесной поляризации (по $\vec{n}_s$ или против) определяется классическими полями излучения (знаком α_-). Для спина 1/2 ($S_i^2 = \hbar^2/2$):

$$\dot{\bar{S}}_{\vec{n}} = \frac{\hbar}{2}\alpha_- - \alpha_+ S_{\vec{n}} \tag{4.12}$$

Легко установить связь $\alpha_\pm$ с вероятностями переходов в единицу времени $P_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} \equiv P_\uparrow$, $P_{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}} \equiv P_\downarrow$: коэффициенты $\alpha_\pm$ представляют собой сумму и разность вероятностей переворотов $P_\uparrow$, $P_\downarrow$ для частицы со спином 1/2

---

3) Оценка влияния гармоник , для которых (4.11) нарушается, производилась в /2/.

$$\alpha_+ = P_\uparrow + P_\downarrow \; ; \quad \alpha_- = P_\uparrow - P_\downarrow \tag{4.13}$$

Из (4.10) видно, что всегда

$$\alpha_+ \geq |\alpha_-| \tag{4.14}$$

Из (4.12) получаем зависимость $S_{\vec{n}}(t)$:

$$\zeta(t) = 2S_{\vec{n}}/\hbar = \frac{\alpha_-}{\alpha_+} + \left(\zeta_0 - \frac{\alpha_-}{\alpha_+}\right) e^{-\alpha_+ t} \tag{4.15}$$

Таким образом, для частицы со спином 1/2 за время $T \sim \alpha_+^{-1}$ устанавливается равновесная степень поляризации, равная α_-/α_+.

Для частиц с произвольным спином J ($\vec{S}^2 = \hbar^2 J(J+1)$), очевидно, время релаксации спинов

$$T \sim \left[\max\left(\alpha_+ , |\alpha_- J|\right)\right]^{-1} \tag{4.16}$$

Степень равновесной поляризации можно найти из следующих простых соображений. Отличные от нуля вероятности переходов в единицу времени очевидным образом выражаются через вероятности переходов для спина 1/2 :

$$P_{m,m'} \sim |\langle m|\vec{S}\vec{\omega}|m'\rangle|^2 , \qquad S_{\vec{n}}|m\rangle = \hbar m|m\rangle$$

$$P_{m,m-1} = (J+m)(J-m+1)P_\uparrow \; ; \quad P_{m-1,m} = (J+m)(J-m+1)P_\downarrow \tag{4.17}$$

В равновесном состоянии поток вероятности между соседними уровнями равен нулю (N_m -числа заполнения):

$$P_{m,m-1} N_{m-1} - P_{m-1,m} N_m = 0 ,$$

Откуда получаем равновесное распределение:

$$N_m \sim \left(\frac{P_\uparrow}{P_\downarrow}\right)^m \tag{4.18}$$

С помощью (4.18) легко получить выражение для степени равновесной поляризации частиц со спином J :

$$\zeta_{st} = \frac{\sum m N_m}{\sum N_m} = \left(1+\frac{1}{2J}\right)\frac{P_\uparrow^{2J+1}+P_\downarrow^{2J+1}}{P_\uparrow^{2J+1}-P_\downarrow^{2J+1}} - \frac{1}{2J}\frac{P_\uparrow+P_\downarrow}{P_\uparrow-P_\downarrow} \tag{4.19}$$

При $|\alpha_- J| \gg \alpha_+$ за время $|\alpha_- J|^{-1}$ устанавливается степень равновесной поляризации, близкая к единице. В обратном случае $|\alpha_- J| \ll \alpha_+$ происходит деполяризация за время α_+^{-1} :

$$|\zeta_{st}| = \frac{2}{3}(J+1)\frac{|\alpha_-|}{\alpha_+} \ll 1$$

При вычислении радиационных коэффициентов $\alpha_\pm = P_\uparrow \pm P_\downarrow$ удобно воспользоваться формулами для вакуумных средних от произведений компонент потенциала $\hat{A}^i$ электромагнитного поля /11/:

$$\langle 0|\hat{A}^i(\vec{r}'t')\,\hat{A}^k(\vec{r}t)|0\rangle = \frac{\hbar}{\pi}\frac{g_{ik}}{(t'-t-i0)^2-(\vec{r}'-\vec{r})^2} \tag{4.20}$$

$$g_{ik}=0\ ,\quad i\neq k\ ,\quad g_{00}=-g_{11}=-g_{22}=-g_{33}=1$$

Средние от произведений компонент поля в (4.10) можно получить дифференцированием (4.20) ($\hat{\vec{H}}=\mathrm{rot}\,\hat{\vec{A}}$, $\hat{\vec{E}}=-\frac{\partial\hat{\vec{A}}}{\partial t}-\vec{\nabla}\hat{A}^0$).

Как и должно быть, классическая часть $\dot{S}_{\vec{n}}$, имеющая диссипативный характер, определяется локальными характеристиками траектории частицы и спина ($\overline{(t'-t)^2=(\vec{r}'-\vec{r})^2=0}$):

$$\alpha_- = \frac{2\pi i}{4}\,\underset{\tau=0}{\mathrm{Res}}\,\overline{\langle 0|(\vec{\omega}\vec{\eta})_{t+\frac{\tau}{2}}(\vec{\omega}\vec{\eta}^*)_{t-\frac{\tau}{2}}|0\rangle} = \tag{4.21}$$

$$= \frac{\pi i}{12}\frac{d^3}{d\tau^3}\,\overline{\tau^4\langle 0|(\vec{\omega}\vec{\eta})_{t+\frac{\tau}{2}}(\vec{\omega}\vec{\eta}^*)_{t-\frac{\tau}{2}}|0\rangle}$$

Диффузионный член $-\alpha_+ S_{\vec{n}}$ имеет чисто квантовое происхождение и, вообще говоря, является нелокальной функцией траектории. Выражение α_+ через элементарные функции можно получить лишь в некоторых предельных ситуациях. В практически важном случае ультрарелятивистского движения, когда на длине формирования излучения $\sim 1/\gamma|\dot{\vec{v}}|$ изменение ускорения относительно мало, интеграл в α_+ сосредоточен в области $|\tau| \sim 1/\gamma|\dot{\vec{v}}|$, и при его вычислении можно использовать разложение /7,8/:

$$\vec{r}_{t+\tau} \approx \vec{r}_t + \vec{v}\tau + \dot{\vec{v}}\frac{\tau^2}{2} + \ddot{\vec{v}}\frac{\tau^3}{6} \tag{4.22}$$

При этом, знаменатель в подынтегральном выражении (4.10) при $\gamma \gg 1$ можно представить в виде:

$$\tau^2 - |\vec{r}_{t+\frac{\tau}{2}} - \vec{r}_{t-\frac{\tau}{2}}|^2 \approx \tau^2\left(\frac{1}{\gamma^2}+\frac{|\dot{\vec{v}}|^2}{12}\tau^2\right) \tag{4.23}$$

5. Радиационная поляризация в однородном магнитном поле

Поляризация ультрарелятивистских электронов ($|q'| \ll |q_0|$) в однородном магнитном поле рассматривалась в /4-6/. Представляет физический интерес исследовать радиационную поляризацию для частицы с произвольным магнитным моментом.

При $\gamma \gg 1$ излучение, как известно, сосредоточено в конусе вокруг скорости с углом $\sim \gamma^{-1}$. Поэтому

$$\hat{E}_{tr} \sim \hat{H}_{tr} \sim \gamma \hat{E}_{v} \sim \gamma \hat{H}_{v}, \quad f_{v} \sim \gamma f_{tr} \sim e \hat{E}_{v} \tag{5.1}$$

Оставляя в (4.2) старшие по γ члены, получаем для $\vec{\omega}$ выражение:

$$\vec{\omega} = q' \vec{v} \times (\hat{\vec{E}} + \vec{v} \times \hat{\vec{H}}) - \frac{q}{\gamma} \hat{\vec{H}}_{v} - \frac{q}{\gamma^2} \hat{\vec{H}}_{tr} \tag{5.2}$$

Хотя градиент $\frac{\partial \vec{n}}{\partial p_\alpha}$ отличен от нуля и в однородном магнитном поле (см.(3.2)), связанные с ним поправки в $\vec{\omega}$ релятивистски малы.

При движении поперек поля:

$$\vec{n}_s = \frac{\vec{v} \times \dot{\vec{v}}}{v |\dot{\vec{v}}|} \qquad \vec{\eta} = \left(-\frac{\dot{\vec{v}}}{|\dot{\vec{v}}|} + i \frac{\vec{v}}{v}\right) \exp\left(-i\gamma \frac{q'}{q_0} |\dot{\vec{v}}| t\right) \tag{5.3}$$

Из (4.21):

$$\alpha_- = -\hbar q_0^2 \gamma^5 |\dot{\vec{v}}|^3 \left(1 + \frac{14}{3} X + 8 X^2 + \frac{23}{3} X^3 + \frac{10}{3} X^4 + \frac{2}{3} X^5\right) \tag{5.4}$$

где $X \equiv q'/q_0$. Выражение для α_+, после разложения траектории в ряд по τ, вычисляется взятием вычетов при

$$\tau = 0, \quad \tau = -i \frac{\sqrt{12}}{\gamma |\dot{\vec{v}}|} \frac{|X|}{X}$$

$$\alpha_+ = -\alpha_- \frac{|X|}{X} + R$$

$$R = \hbar q_0^2 \gamma^5 |\dot{\vec{v}}|^3 e^{-\sqrt{12}|X|} \left[\left(-1 - \frac{11}{12} X + \frac{17}{12} X^2 + \frac{13}{24} X^3 - X^4\right) \frac{|X|}{X} + \right. \tag{5.5}$$

$$\left. + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{15}{8} + \frac{41}{24} X - \frac{115}{48} X^2 - X^3 + \frac{7}{4} X^4\right)\right]$$

Как видно, степень равновесной поляризации определяется лишь отношением q'/q_0 и не зависит от энергии. При $|q'| \ll |q_0|$ получаем известный результат /4-6/:

$$T^{-1} = \alpha_+(0) = \frac{5\sqrt{3}}{8} \hbar q_0^2 \gamma^5 |\dot{\vec{v}}|^3 \tag{5.6}$$

$$\zeta_{st}(0) = -\frac{8}{5\sqrt{3}} \approx -0{,}92$$

(частица поляризуется против направления $\vec{v} \times \dot{\vec{v}}$).

Обсудим основные особенности радиационной поляризации в зависимости от аномального магнитного момента. Прежде всего, эффект поляризации не исчезает в отсутствии магнитного момента ($q = 0$):

$$T^{-1}(-1) = \hbar q_0^2 \gamma^5 |\dot{\vec{v}}|^3 \left[\frac{2}{3} + \frac{5}{24}\left(1 + \frac{5}{2\sqrt{3}}\right) e^{-\sqrt{12}}\right] \tag{5.7}$$

$$\zeta_{st}(-1) = \left[1 + \frac{5}{16}\left(1 + \frac{5}{2\sqrt{3}}\right) e^{-\sqrt{12}}\right]^{-1} \approx 0{,}98$$

(равновесная поляризация направлена по $\vec{v} \times \dot{\vec{v}}$). Здесь эффект обязан спиновой зависимости излучения заряда (ускорение заряженной частицы зависит от собственного механического момента (спина), даже если магнитный момент равен нулю).

Напротив, при $|q| \gg |q_0|$ частицы полностью поляризуются под воздействием излучения магнитного момента:

$$\alpha_+ = |\alpha_-| = \frac{2}{3} \hbar |q|^5 H^3 \gamma^2 \tag{5.8}$$

$$\zeta_{st} = -\frac{|q|}{q}$$

При этом неинерциальность движения частицы несущественна, и результат (5.8) может быть получен пересчетом вероятности P

переворота спина в единицу времени из системы покоя частицы /12/:

$$P = \frac{1}{\gamma} P_c = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{2}{3}\hbar |q|^5 H_c^3\right) = \alpha_+$$

При $|q| \sim |q_0|$ эффект определяется наложением воздействий спиновой части излучения заряда и магнитного момента.

При изменении χ от $-\infty$ до $+\infty$ степень поляризации плавно изменяется от -1 до 1 (рис.1) в отличие от нерелятивистского случая ($\vec{v}=0$). Равновесная степень поляризации обращается в нуль при $q' = -0{,}4\,q_0$. Максимальное время релаксации $T_{max} \approx 4{,}8\,T(0)$ достигается при $q' \approx -0{,}5\,q_0$ (рис.2).

6. Радиационная поляризация ультрарелятивистских электронов в неоднородных полях

При движении в неоднородных полях градиенты $\vec{n}$ в продольном и поперечных направлениях, вообще говоря, одного порядка. Учитывая, что $f_v \sim \gamma f_{t\tau}$, получаем следующее выражение для $\vec{\omega}$ ($|q'| \ll |q_0|$):

$$\vec{\omega} = -\frac{q_0}{\gamma}\hat{\vec{H}}_v - \frac{q_0}{\gamma^2}\hat{\vec{H}}_{t\tau} - q_0(\vec{E}\vec{v})\,\vec{n}\times\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma} \tag{6.1}$$

При вычислении интеграла по τ в (4.10), ввиду малости аномального момента электрона (позитрона), можно пренебречь изменением $\vec{n}$, $\vec{\eta}$ на длине формирования излучения $|\tau| \sim |\gamma\dot{\vec{v}}|^{-1}$ ($|\Delta\vec{n}|, |\Delta\vec{\eta}| \ll 1$). Выкладки, в остальном аналогичные произведенным в предыдущем разделе, дают результат:

$$\alpha_- = -\hbar q_0^2\gamma^5\left\langle|\dot{\vec{v}}|^2\,\vec{v}\times\dot{\vec{v}}\left(\vec{n} - \gamma\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}\right)\right\rangle \tag{6.2}$$

$$\alpha_+ = \frac{5\sqrt{3}}{8}\hbar q_0^2\gamma^5\left\langle|\dot{\vec{v}}|^3\left[1-\frac{2}{9}(\vec{n}\vec{v})^2+\frac{11}{18}\left(\gamma\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}\right)^2\right]\right\rangle \tag{6.3}$$

Здесь скобки $\langle\ldots\rangle$ означают усреднение по азимуту θ и по ансамблю частиц в пучке.

Таким образом, за время α_+^{-1} устанавливается равновесная степень поляризации:

$$\zeta_{st} = -\frac{8}{5\sqrt{3}}\,\frac{\left\langle|\dot{\vec{v}}|^2\,\vec{v}\times\dot{\vec{v}}\left(\vec{n}-\gamma\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}\right)\right\rangle}{\left\langle|\dot{\vec{v}}|^3\left[1-\frac{2}{9}(\vec{n}\vec{v})^2+\frac{11}{18}\left(\gamma\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}\right)^2\right]\right\rangle} \tag{6.4}$$

Обсудим полученные результаты.
Средняя скорость изменения $S_{\vec{n}}$ представляется в виде

$$\dot{S}_{\vec{n}} = \frac{d}{dt}\Delta S_n = \vec{n}\frac{d}{dt}\Delta\vec{S}^{(2)} + \vec{S}\frac{d}{dt}\Delta\vec{n}^{(2)} + 2\frac{d}{dt}\Delta\vec{S}^{(1)}\Delta\vec{n}^{(1)} \tag{6.5}$$

где $\Delta\vec{S}^{(1)}$, $\Delta\vec{S}^{(2)}$, $\Delta\vec{n}^{(1)}$, $\Delta\vec{n}^{(2)}$ – приращение $\vec{S}$ и $\vec{n}$ в акте излучения в первом и во втором порядке по взаимодействию. В случае электронов ($|q'| \ll |q_0|$) корреляцией $2\frac{d}{dt}\Delta\vec{S}^{(1)}\Delta\vec{n}^{(1)}$ можно пренебречь (член в α_+, линейный по $\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}$, релятивистки мал). Первый член $\vec{n}\frac{d}{dt}\Delta\vec{S}^{(2)}$ описывает непосредственное воздействие излучения на спин; соответствующие значения $\alpha_\pm^{(S)}$ имеют вид:

$$\alpha_-^{(S)} = -\hbar q_0^2\gamma^5\left\langle|\dot{\vec{v}}|^2\,\vec{v}\times\dot{\vec{v}}\left(\vec{n} - \frac{1}{2}\gamma\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}\right)\right\rangle$$
$$\alpha_+^{(S)} = \frac{5\sqrt{3}}{8}\hbar q_0^2\gamma^5\left\langle|\dot{\vec{v}}|^3\left[1 - \frac{2}{9}(\vec{n}\vec{v})^2\right]\right\rangle \tag{6.6}$$

Значения $\alpha_\pm^{(S)}$ без члена, пропорционального $\frac{\partial\vec{n}}{\partial\gamma}$ в $\alpha_-^{(S)}$, можно получить на основе выражения для средневероятного изменения $\vec{\zeta}$ в акте излучения $\frac{d}{dt}\Delta\vec{\zeta}^{(1)}$, найденном в работе /8/. Появление в $\frac{d}{dt}\Delta\vec{S}^{(2)}$ члена, пропорционального $\partial\vec{n}/\partial\gamma$, связано с учетом спиновой зависимости орбитального движения в неоднородном поле, приводящей к модуляции "классической" части излучения заряда с частотой прецессии спина.

Второму члену в (6.5) соответствуют:

$$\alpha_-^{(\vec n)} = \frac{1}{2}\hbar q_0^2 \gamma^5 \left\langle |\dot{\vec v}|^2 \left(\gamma \frac{\partial \vec n}{\partial \gamma}\, \vec v \times \dot{\vec v}\right)\right\rangle$$

$$\alpha_+^{(\vec n)} = \frac{55}{48\sqrt3}\hbar q_0^2 \gamma^5 \left\langle |\dot{\vec v}|^3 \left(\gamma \frac{\partial \vec n}{\partial \gamma}\right)^2\right\rangle \qquad (6.7)$$

Член $\alpha_-^{(\vec n)}$ учитывает воздействие на ось квантования спиновой части излучения частицы. Наконец, $\alpha_+^{(\vec n)}$ описывает деполяризующее влияние квантовых флуктуаций синхротронного излучения, возникающего из-за зависимости оси квантования от траектории частицы, - эффект, рассмотренный в /2,3,9/.

Таким образом, новые эффекты, не рассматривавшиеся ранее (член $\sim \partial \vec n / \partial \gamma$ в α_-), имеют классическое происхождение и обязаны спин-орбитальной связи в неоднородном поле.

Обсудим еще качественную зависимость степени поляризации от параметра $\left|\gamma \frac{\partial \vec n}{\partial \gamma}\right|$ 4) . Практически при $\left|\gamma \frac{\partial \vec n}{\partial \gamma}\right| \ll 1$ направление $\vec n_s$ совпадает с $\vec v \times \dot{\vec v}$ (за исключением особых случаев). При этом ζ_{st} мало отличается от значения в однородном магнитном поле. ($\zeta_{st} \approx$ 92%).

Если $\left|\gamma \frac{\partial \vec n}{\partial \gamma}\right| \sim 1$ и $\vec n_s \approx \frac{\vec v \times \dot{\vec v}}{|\dot{\vec v}|}$, то

$$\zeta_{st} \approx -\frac{8}{5\sqrt3}\left[1 + \frac{11}{18}\left\langle |\dot{\vec v}|^3 \left(\gamma \frac{\partial \vec n}{\partial \gamma}\right)^2\right\rangle\right]^{-1}$$

Направление $\vec n_s$ может отличаться от $\vec v \times \dot{\vec v}$, когда направление $\vec W$ существенно изменяется вдоль орбиты $|\Delta \vec W| \sim W$.
В этом случае нужно пользоваться общими выражениями (6.3, 6.4).

4) Формула для $\partial \vec n / \partial \gamma$ в линейном приближении по отклонениям от равновесной траектории приведена в /2/. Учитывать в $\vec n - \vec n_s$ члены высших порядков /2/ имеет смысл лишь вблизи резонансов $\Omega = m_\lambda \Omega^\lambda$, $\sum_\lambda |m_\lambda| > 1$.

Величина $\left|\gamma \frac{\partial \vec n}{\partial \gamma}\right|$ возрастает при приближении к спиновым резонансам. При $\left|\gamma \frac{\partial \vec n}{\partial \gamma}\right| \gg 1$:

$$\alpha_+ = \frac{1}{2}\left\langle \frac{d}{dt}(\Delta\gamma)^2 \left(\frac{\partial \vec n}{\partial \gamma}\right)^2\right\rangle \qquad (6.8)$$

где $\frac{1}{2}\overline{\frac{d}{dt}(\Delta\gamma)^2} = \frac{55}{48\sqrt3}\hbar q_0^2 \gamma^7 |\dot{\vec v}|^3$ -коэффициент диффузии γ , и за время α_+^{-1} происходит деполяризация пучка. Выражение декремента затухания поляризации пучка в виде (6.8) было получено в работе /2/.

Исследование на экстремум (6.4) показывает, что максимальная степень поляризации достигается в неоднородном поле, когда

$$\vec n_s = -\sqrt{\frac{7}{11}}\,\frac{\vec v \times \dot{\vec v}}{|\dot{\vec v}|} \pm \sqrt{\frac{4}{11}}\,\vec v \qquad (6.9)$$

$$\gamma \frac{\partial \vec n}{\partial \gamma} = \frac{2\sqrt7}{11}\left(\sqrt{\frac{4}{11}}\,\frac{\vec v \times \dot{\vec v}}{|\dot{\vec v}|} \mp \sqrt{\frac{7}{11}}\,\vec v\right)$$

При этом:

$$\zeta_{st}^{max} = \frac{8}{5\sqrt3}\,\frac{9}{\sqrt{77}} \approx 95\% \qquad (6.10)$$

Практически такую ситуацию можно осуществить, например, в азимутально-симметричном накопителе, наложив на орбиту однородное по азимуту продольное магнитное поле.

Формула, являющаяся простым объединением результатов /2-9/ ((6.4) без члена $\sim \frac{\partial \vec n}{\partial \gamma}$ в α_-), дает в этой точке значение $\zeta_{st} \approx$ 70%.

Авторы благодарны В.Н.Байеру, В.М.Каткову, В.М.Страховенко за обсуждение результатов работы, И.Б.Хрипловичу за полезный конакт, Д.В.Пестрикову за помощь в получении численных результатов. Мы особенно признательны А.Н.Скринскому за многочисленные полезные дискуссии в ходе выполнения работы.

Приложение

Пусть $I_0^\lambda(\vec{P},\vec{r})$, $\Phi_0^\lambda(\vec{P},\vec{r})$ – переменные действий и фаз орбитального движения в пренебрежении спиновой степенью свободы. Гамильтониан (2.4) в переменных $\vec{S}$, I_0^λ, Φ_0^λ имеет вид:

$$H = H_0(I_0^\lambda) + \vec{W}(I_0^\lambda \Phi_0^\lambda)\vec{S} \tag{П1}$$

Поправленные спиновым взаимодействием орбитальные перемен – ные действий и фаз можно найти по теории возмущений. После этого спиновые переменные действия и фазы определятся автоматически благодаря консервативности системы. Пусть $\vec{\xi}_\alpha(\vec{P},\vec{r}\,t)$ – какие либо три ортонормированные вектора, удовлетворяющие на траектории $\vec{P}(t)$, $\vec{r}(t)$, невозмущенной спин-орбитальной связью, уравнению (2.2):

$$\dot{\vec{\xi}}_\alpha = \vec{W}\left(\vec{P}(t), \vec{r}(t)\right) \times \vec{\xi}_\alpha \tag{П2}$$

Ортонормированность на траектории сохраняется в силу очевидного свойства решений (П2):

$$\frac{d}{dt}\vec{\xi}_\alpha\vec{\xi}_{\alpha'} = 0$$

Из (П1):

$$\dot{I}_0^\lambda = \{H, I_0^\lambda\} = \{\vec{W}, I_0^\lambda\}\vec{S} \equiv \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\vec{S}\sum_{\alpha=1}^{3}\vec{\xi}_\alpha \times \{\vec{\xi}_\alpha, I_0^\lambda\}$$

$$\dot{\Phi}_0^\lambda = \frac{\partial H}{\partial I_0^\lambda} = \Omega^\lambda(I_0^\lambda) + \frac{\partial \vec{W}}{\partial I_0^\lambda}\vec{S} \tag{П3}$$

Функция

$$I^\lambda = I_0^\lambda - \frac{1}{2}\vec{S}\sum_{\alpha=1}^{3}\vec{\xi}_\alpha \times \{\vec{\xi}_\alpha, I_0^\lambda\} \tag{П4}$$

и сопряженная ей

$$\Phi^\lambda = \Phi_0^\lambda - \frac{1}{2}\vec{S}\sum_{\alpha=1}^{3}\vec{\xi}_\alpha \times \{\vec{\xi}_\alpha, \Phi_0^\lambda\} \qquad (П5)$$

являются поправленными переменными действий и фаз орбитального движения. Действительно, непосредственной проверкой можно убедиться, что

$$\{I^\lambda, I^{\lambda'}\} = \{\Phi^\lambda, \Phi^{\lambda'}\} = 0, \quad \{I^\lambda, \Phi^{\lambda'}\} = \delta^{\lambda\lambda'}$$

$$\{H, I^\lambda\} = -\frac{\partial I^\lambda}{\partial t} = 0$$

С помощью (П4) для H получаем следующее выражение:

$$H = H_0(I^\lambda) + \Omega\vec{S}\vec{n}$$

$$\vec{n}^2 = 1, \quad \Omega\vec{n} = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{3}\vec{\xi}_\alpha \times \frac{\partial}{\partial t}\vec{\xi}_\alpha \qquad (П6)$$

Вектор $\Omega\vec{n}$ очевидно удовлетворяет уравнению (П2). Из консервативности гамильтониана H[5] и преобразования (П4, П5) следует, что $\Omega\vec{n}$ является функцией $\vec{\rho}, \vec{z}$ и явно от времени не зависит. Поэтому Ω является функцией лишь I, а $\vec{n}(\vec{\rho},\vec{z})$ удовлетворяет (3.1).

Так как $\partial\vec{n}/\partial t = 0$, то поперечные к $\vec{n}$ решения (П2) имеют вид (3.3).

---

5) При включении высокочастотного поля, необходимого для компенсации радиационных потерь, весь формализм остается без изменения, если добавить к переменным ($\vec{\rho}, \vec{z}$) фазу ВЧ-поля. Возникающей при этом явной зависимостью $\vec{n}$ от фазы ВЧ-поля практически всегда можно пренебречь.

Формулы (П4, П5) легко обобщаются на произвольную функцию от I_0 Φ_0 (от $\vec{\rho}, \vec{z}$). В частности, для координаты частицы, выбирая в качестве $\vec{\xi}_\alpha$ решения $\vec{\eta}_1, \vec{\eta}_2, \vec{n}$, можно написать (3.9).

Докажем, что в нерезонансной ситуации решение $\vec{n}(\vec{\rho},\vec{z})$ единственно, т.е. не зависит от выбора $\vec{\xi}_\alpha$. Пусть

$$\Omega'\vec{n}' = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{3}\vec{\xi}'_\alpha \times \frac{\partial\vec{\xi}'_\alpha}{\partial t}$$

Покажем, что $\vec{n}'\vec{\eta} \equiv C = 0$. Действительно:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -i\Omega C, \quad \frac{\partial C}{\partial t} \equiv \dot{C} - \Omega^\lambda\frac{\partial C}{\partial\varphi_0^\lambda} = -\Omega^\lambda\frac{\partial C}{\partial\varphi_0^\lambda} \qquad (П7)$$

Поскольку C должно быть периодической функцией постоянных фаз $\Phi_0^\lambda - \Omega^\lambda t$, то при $\Omega \neq m_\lambda\Omega^\lambda$ (m_λ – целые числа) уравнение (П7) имеет единственное решение $C = 0$, т.е. $\vec{n} = \vec{n}'$.

В базисе $\vec{\ell}_1, \vec{\ell}_2, \vec{n}$ вектор спина $\vec{S}(t)$ записывается в виде (3.5). Направление $\vec{n}$ играет роль оси квантования, проекция $S_{\vec{n}}$ и фаза ψ ($\dot{\psi} = \Omega$) являются спиновыми переменными действия и фазы. В стационарных состояниях переменные I и $S_{\vec{n}}$ -квантовые числа. (Формула (П6) при этом определяет энергию).

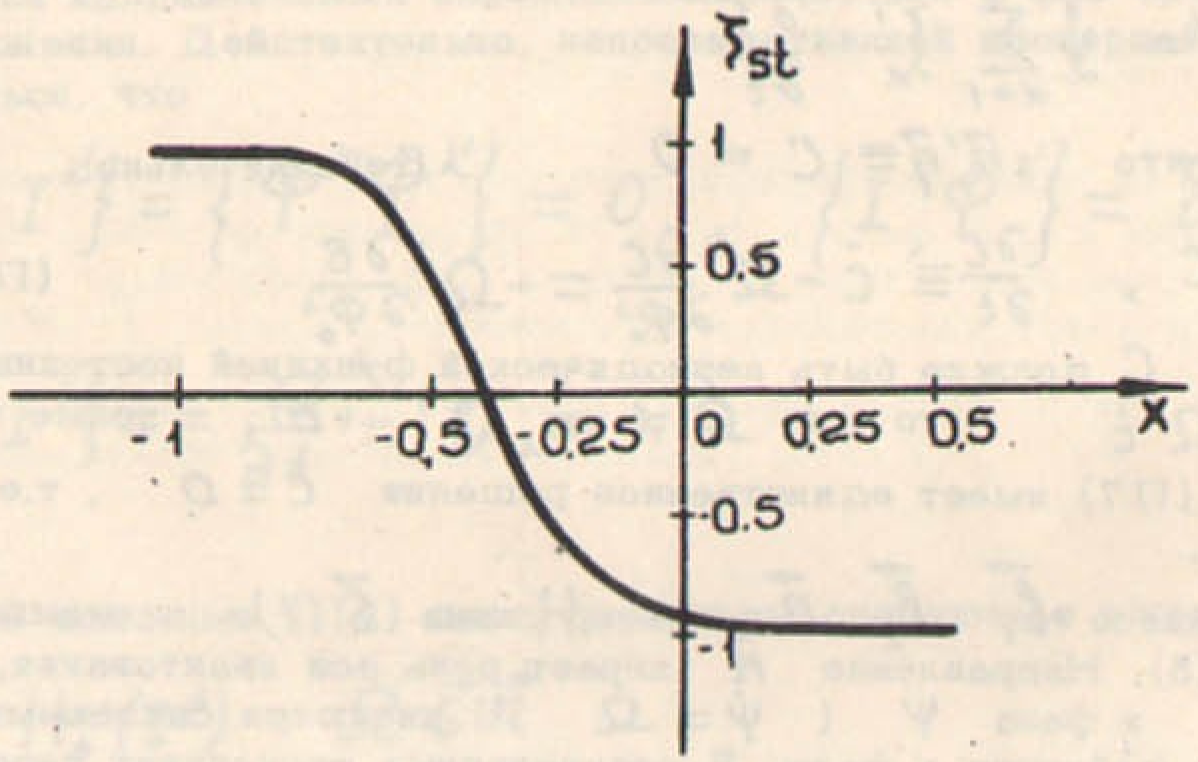

Рис.1. Степень равновесной поляризации в однородном магнитном поле как функция аномального момента.

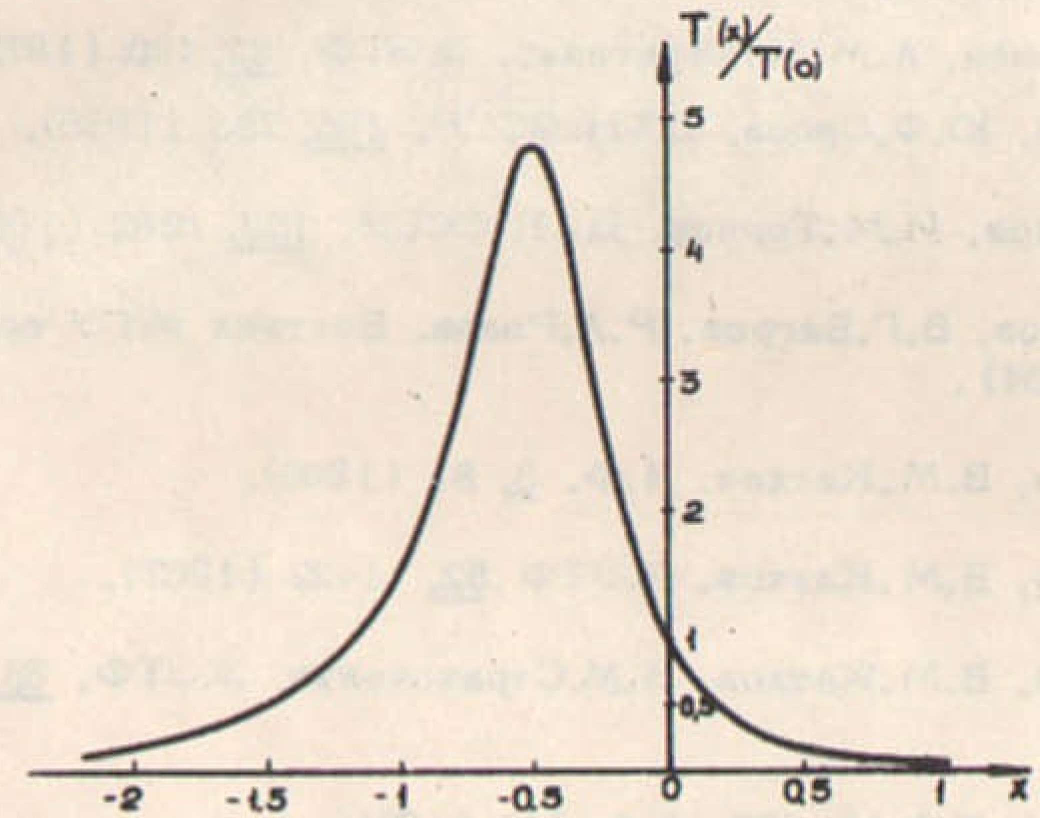

Рис.2. Зависимость времени установления равновесной поляризации от аномального момента в однородном магнитном поле.

Литература

1. Я.С.Дербенёв, А.М.Кондратенко, А.Н.Скринский. ДАН СССР, 192, 1255 (1970).

2. Я.С.Дербенёв, А.М.Кондратенко. ЖЭТФ, 62, 430, (1972).

3. В.Н.Байер, Ю.Ф.Орлов. ДАН СССР, 165, 783 (1965).

4. А.А.Соколов, И.М.Тернов. ДАН СССР, 153, 1052 (1963).

5. И.М.Тернов, В.Г.Багров. Р.А.Рзаев. Вестник МГУ серия III, № 4 (19964).

6. В.Н.Байер, В.М.Катков. Я.Ф. 3, 81 (1966).

7. В.Н.Байер, В.М.Катков. ЖЭТФ, 52, 1422 (1967).

8. В.Н.Байер, В.М.Катков. В.М.Страховенко. ЖЭТФ, 58, 1695, (1970).

9. В.Н.Байер. У.Ф.Н. 105 № 3, 441 (1971).

10. V.Bargman, L.Michel, V.Telegdi. Phys. Rev. Lett. 2, 435 (1959).

11. А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. "Квантовая электродинамика". Наука М., (1969).

12. В.Л.Любошиц. ЯФ, 4, 269, (1966).

Ответственный за выпуск Кондратенко А.М.
Подписано к печати 25.IX-72г. МН 10508
Усл. 1,3 печ.л., тираж 250 экз. Бесплатно.
Заказ № 68 . ПРЕПРИНТ

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, вг.