

П. 27

И Н С Т И Т У Т ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р

И Я Ф 1-73

Б.З.Персов

РАСЧЕТ ВАКУУМНЫХ КАМЕР КВАДРУПОЛЬНЫХ ЛИНЗ



Новосибирск

1973

Персов Б.З.

РАСЧЕТ ВАКУУМНЫХ КАМЕР КВАДРУПОЛЬНЫХ ЛИНЗ

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассмотрена задача расчета напряжений и деформаций в вакуумных камерах квадрупольных линз. Изложена методика расчета и приведены выражения для определения напряжений и деформаций в любой точке поперечного сечения камеры. С целью сокращения времени при практическом расчете приведены графики для определения напряжений и деформаций в характерных точках поперечного сечения камеры.

1. Постановка задачи

Вакуумная камера квадрупольной линзы представляет собой, как правило, оболочку сложного поперечного сечения (рис.1), нагруженную равномерно распределенным по её поверхности давлени-

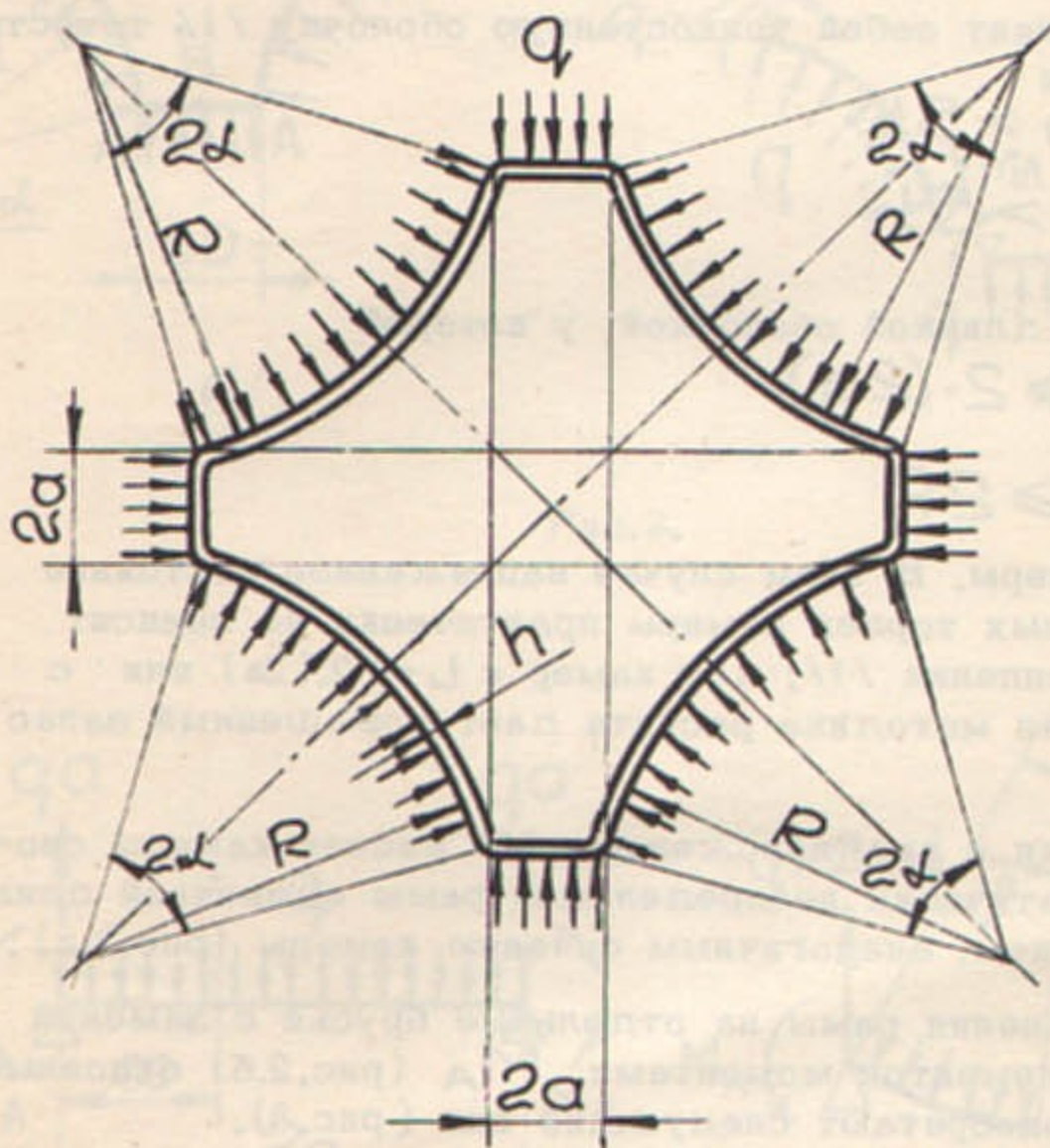


Рис. 1.

нием q . В нагруженном состоянии напряжения изгиба в материале камеры не должны превышать допускаемые напряжения для данного материала, а деформации камеры должны находиться в заданных заранее пределах. Выбор толщины стенки камеры h , удовлетворяющей этим требованиям, или, в случае, когда величина h задана, определение соответствующих ей напряжений и деформаций и является целью настоящего расчета.

2. Методика расчета и результаты

Расчет камеры выполняется при следующих предположениях:

а) камера представляет собой тонкостенную оболочку /1/, то-есть выполняются условия

$$2a > 5h$$

$$R > 5h$$

б) камера является длинной оболочкой, у которой

$$L \geq 2 \cdot (2a)$$

$$L \geq 2R$$

где L -длина камеры. В этом случае напряженное состояние вдали от закрепленных торцов камеры практически не зависит от условий их закрепления /1/; для камер с $L < 2 \cdot (2a)$ или с $L < 2R$ настоящая методика расчета дает повышенный запас прочности.

В соответствии с предположением "б" расчет камеры сводится к расчету статически неопределимой рамы единичной длины с поперечным сечением, аналогичным сечению камеры (рис.2,а).

После расчленения рамы на отдельные брусья с заменой влияния соседних элементов моментами M_A (рис.2,б) основные расчетные схемы приобретают следующий вид (рис.3).

Дифференциальное уравнение упругой линии изогнутого бруса имеет вид /2/:

$$-EJ \frac{d^2 y}{ds^2} = M(s) \quad (1)$$

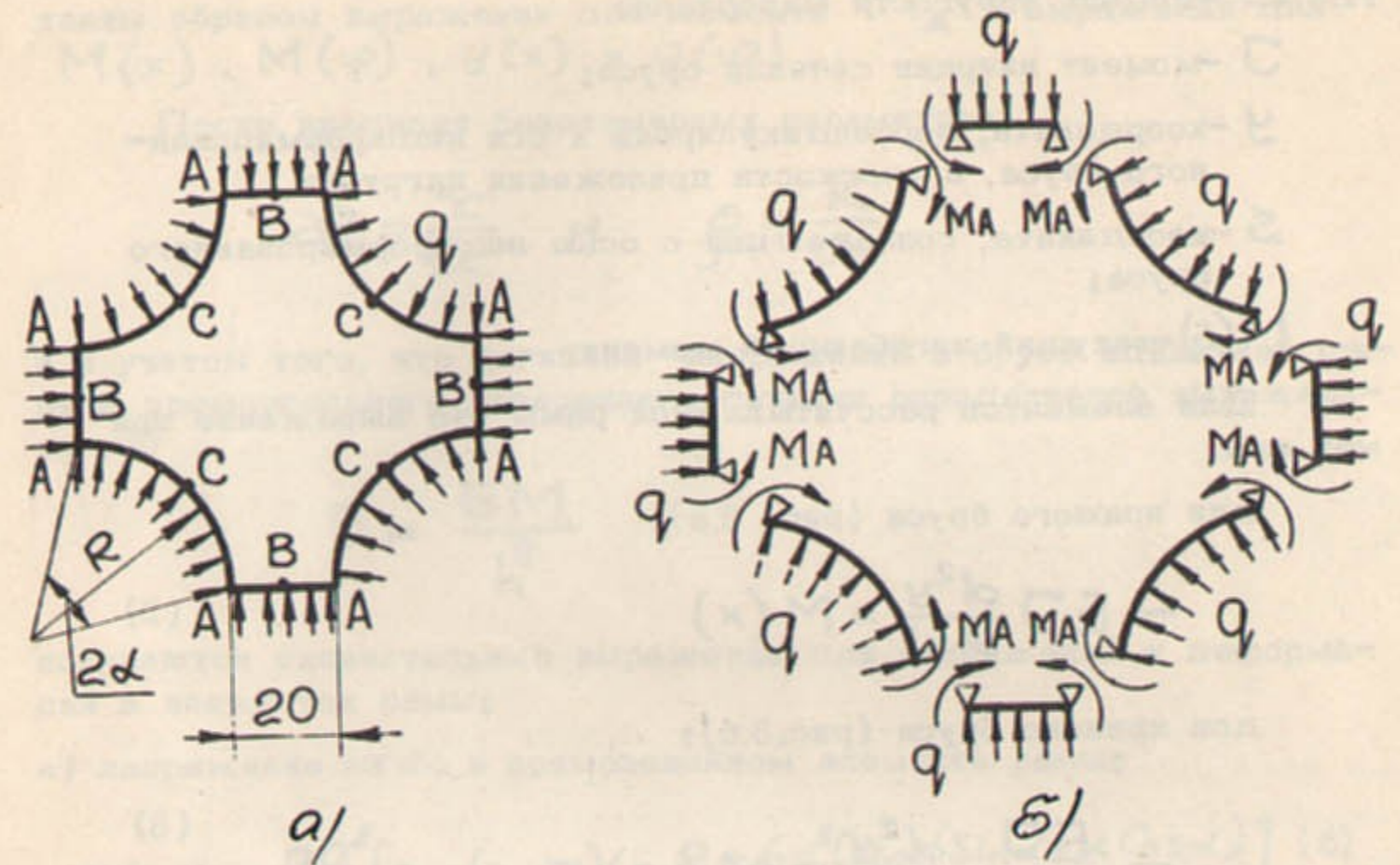


Рис.2.

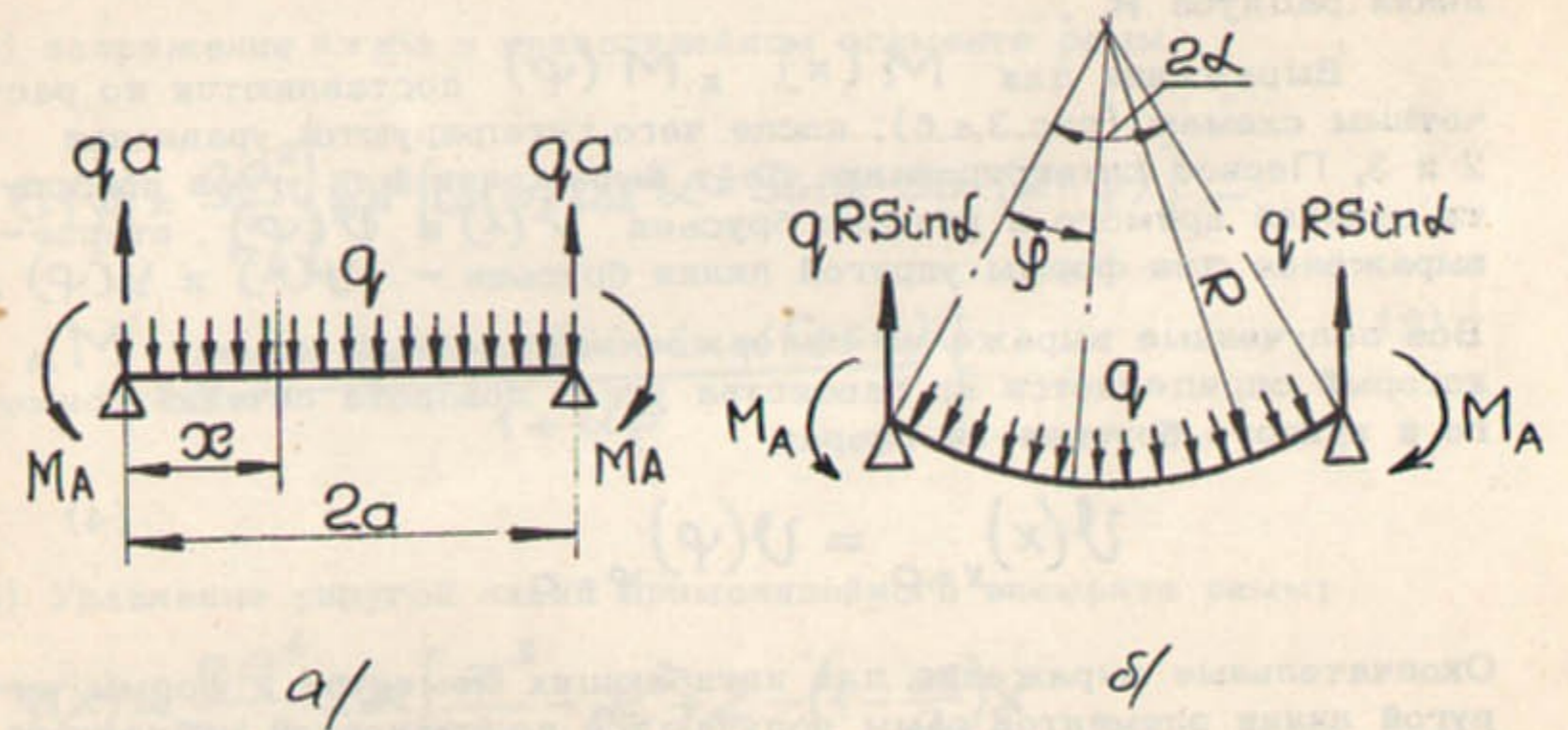


Рис.3.

где E —модель упругости материала;

J —момент инерции сечения бруса;

y —координата, перпендикулярная к оси недеформированного бруса, в плоскости приложения нагрузки,

S —координата, совпадающая с осью недеформированного бруса;

$M(S)$ —текущий изгибающий момент.

Для элементов рассчитываемой рамы это выражение примет вид:

для прямого бруса (рис. 3,а):

$$-EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x) \quad (2)$$

для кривого бруса (рис.3,б):

$$- \frac{EJ}{R^2} \cdot \frac{d^2 y}{d\varphi^2} = M(\varphi) \quad (3)$$

При этом в уравнении 3 величина " y " отсчитывается в направлении радиуса R .

Выражения для $M(x)$ и $M(\varphi)$ составляются по расчетным схемам (рис.3,а,б), после чего интегрируются уравнения 2 и 3. Первое интегрирование даёт выражения для углов поворота сечений прямого и кривого брусьев $\psi(x)$ и $\psi(\varphi)$, второе — выражения для формы упругой линии брусьев — $y(x)$ и $y(\varphi)$.

Все полученные выражения содержат неизвестный момент M_A , который определяется из равенства углов поворота сечений прямого и кривого брусьев на опорах

$$\psi(x)_{x=0} = \psi(\varphi)_{\varphi=0} \quad (4)$$

Окончательные выражения для изгибающих моментов и формы упругой линии элементов рамы получаются подстановкой найденного

таким образом выражения для момента M_A в выражении для $M(x)$, $M(\varphi)$, $y(x)$ и $y(\varphi)$.

После введения безразмерных параметров

$$\alpha = \frac{x}{a} \quad \text{и} \quad \rho = \frac{R}{a}$$

и с учетом того, что изгибное напряжение в бруссе единичной ширины прямоугольного поперечного сечения определяется выражением /2/

$$\sigma = \frac{6M}{h^2}$$

получаются окончательные выражения для напряжений и деформаций в элементах рамы:

а) напряжение изгиба в прямолинейном элементе рамы:

$$\sigma(\alpha) = \frac{qa^2}{h^2} \left[6\alpha \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) - \frac{2 + 6\rho^3 \cos\alpha (\sin\alpha - \alpha \cos\alpha)}{1 + \alpha\rho} \right] \quad (5)$$

б) напряжение изгиба в криволинейном элементе рамы

$$\sigma(\varphi) = \frac{qa^2}{h^2} \left\{ 6\rho^2 [\cos\varphi - \cos^2\alpha - \sin\alpha \cdot \sin(\alpha - \varphi)] - \frac{2 + 6\rho^3 \cos\alpha (\sin\alpha - \alpha \cos\alpha)}{1 + \alpha\rho} \right\} \quad (6)$$

в) Уравнение упругой линии прямолинейного элемента рамы:

$$y(x) = \frac{qa^4}{Eh^3} \cdot 2\alpha \left[\frac{\alpha^3}{4} - \alpha^2 + 2 - \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) x \cdot \frac{2 + 6\rho^3 \cos\alpha (\sin\alpha - \alpha \cos\alpha)}{1 + \alpha\rho} \right] \quad (7)$$

г) Уравнение упругой линии криволинейного элемента рамы:

$$y(\varphi) = \frac{qa^4}{Eh^3} \cdot 2\rho^2 \left\{ \frac{2 + 6\rho^3 \cos\alpha (\sin\alpha - \alpha \cos\alpha)}{1 + \alpha\rho} \cdot \left(\frac{\varphi^2}{2} - \alpha\varphi \right) + \right. \\ \left. + 6\rho^2 \left[\left(\frac{\varphi^2}{2} - \alpha\varphi - 1 \right) \cos^2\alpha + \cos\varphi - \sin\alpha \cdot \sin(\alpha - \varphi) \right] \right\} \quad (8)$$

Следует отметить, что при $\rho = 0$ рассматриваемая камера превращается в трубу квадратного сечения со стороной $2a$, а выражения 5 и 7 - в соответствующие выражения для такой трубы, имеющиеся в литературе [3,4].

3. Практический расчет камеры

Задачей практического расчета камеры является определение напряжений и деформаций в некоторых характерных точках сечения камеры, где эти величины максимальны и, таким образом, определяют прочность и жесткость конструкции. Такими точками в сечении рассчитываемой камеры являются точки А, В и С (рис. 2,а). В точках А возникает наибольшее напряжение изгиба, которое и должно сравниваться с допускаемым напряжением для материала камеры, напряжение изгиба в точках В ниже, чем в точках А, но в точках В камера часто имеет сварные швы и, следовательно, пониженные допускаемые напряжения. Наибольшие деформации имеют место на криволинейных участках - в точках С, на прямолинейных - в точках В.

Подстановка в выражения 5 - 8 соответствующих координат даст следующие выражения для напряжений изгиба в точках А, В и С и для деформаций в точках В и С:

$$\sigma_A = - \frac{qa^2}{h^2} \cdot \frac{2 + 6\rho^3 \cos\alpha (\sin\alpha - \alpha \cos\alpha)}{1 + \alpha\rho} \quad (9)$$

$$\sigma_B = \frac{qa^2}{h^2} \left[3 - \frac{2 + 6\rho^3 \cos\alpha (\sin\alpha - \alpha \cos\alpha)}{1 + \alpha\rho} \right] \quad (10)$$

$$\sigma_C = \frac{qa^2}{h^2} \left[6\rho^2 \cos\alpha (1 - \cos\alpha) - \frac{2 + 6\rho^3 \cos\alpha (\sin\alpha - \alpha \cos\alpha)}{1 + \alpha\rho} \right] \quad (11)$$

$$y_B = \frac{qa^4}{Eh^3} \left[2,5 - \frac{2 + 6\rho^3 \cos\alpha (\sin\alpha - \alpha \cos\alpha)}{1 + \alpha\rho} \right] \quad (12)$$

$$y_C = \frac{qa^4}{Eh^3} \left\{ 12\rho^4 \cos\alpha \left[1 - \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right) \cos\alpha \right] - \right. \\ \left. - \alpha^2 \rho^2 \cdot \frac{2 + 6\rho^3 \cos\alpha (\sin\alpha - \alpha \cos\alpha)}{1 + \alpha\rho} \right\} \quad (13)$$

В выражениях 9 + 13

$\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C$ - напряжения изгиба в точках А, В и С, кг/см²;

y_B, y_C - деформации камеры в точках В и С, см;

q - внешнее давление, кг/см²;

E - модуль упругости материала камеры, кг/см²;

a - половина длины прямолинейного участка камеры, см;

h - толщина стенки камеры, см;

$\rho = \frac{R}{a}$, где R - радиус кривизны криволинейного участка камеры, см;

α - половина центрального угла сектора, образованного криволинейным промежутком, рад..

Величинам a, R, h, α - см. рис. 1.

При расчете по выражениям 5 - 13 деформации, направленные к центру камеры, и соответствующие им напряжения получают со знаком "+", а деформации, направленные от центра камеры, и соответствующие им напряжения - со знаком "-".

Для большего удобства пользования и сокращения времени при расчете для наиболее употребительной зоны углов ($2\alpha = 60^\circ + 90^\circ$) величины

$$K_{\sigma_i} = \frac{\sigma_i}{qa^2/h^2} \quad \text{и} \quad K_{y_i} = \frac{y_i}{qa^4/Eh^3}$$

представлены в виде кривых на рис. 4 - 8. С использованием этих кривых искомые величины определяются из соотношений:

$$\sigma_A = K_{\sigma A} \cdot \frac{qa^2}{h^2}$$

$$\sigma_B = K_{\sigma B} \cdot \frac{qa^2}{h^2}$$

$$\sigma_C = K_{\sigma C} \cdot \frac{qa^2}{h^2}$$

$$y_B = K_{y B} \cdot \frac{qa^4}{Eh^3}$$

$$y_C = K_{y C} \cdot \frac{qa^4}{Eh^3}$$

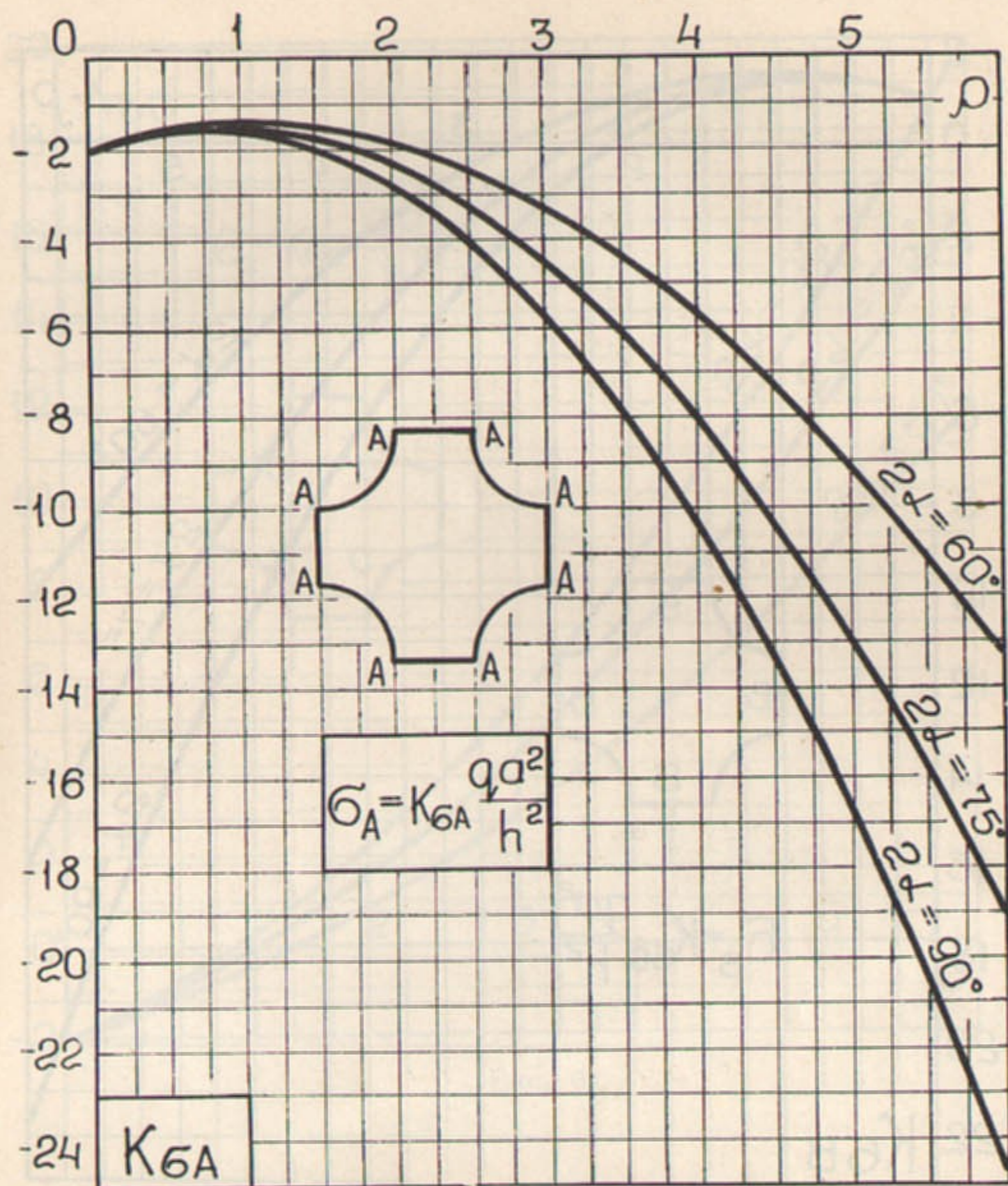


Рис. 4.

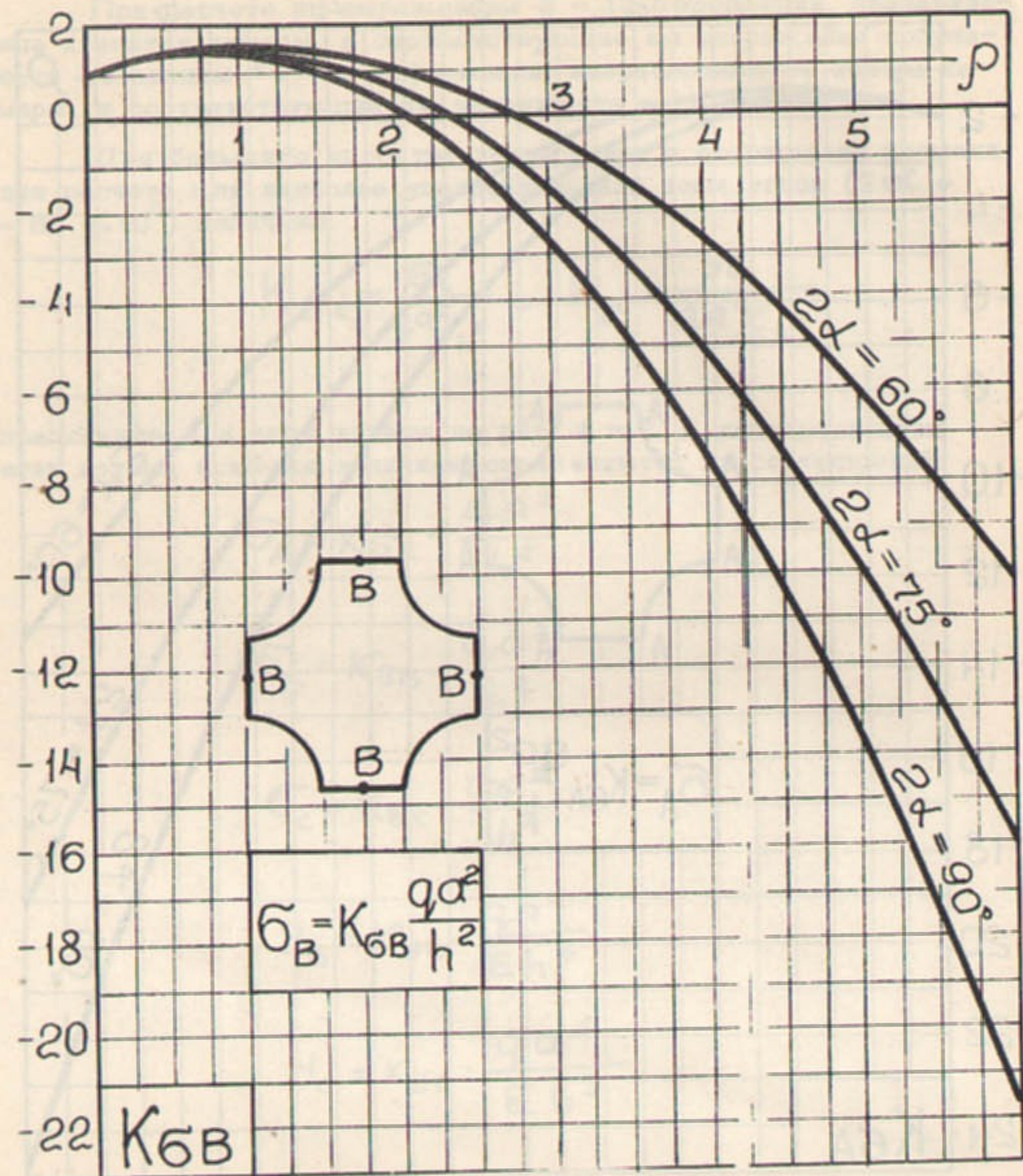


Рис. 5.

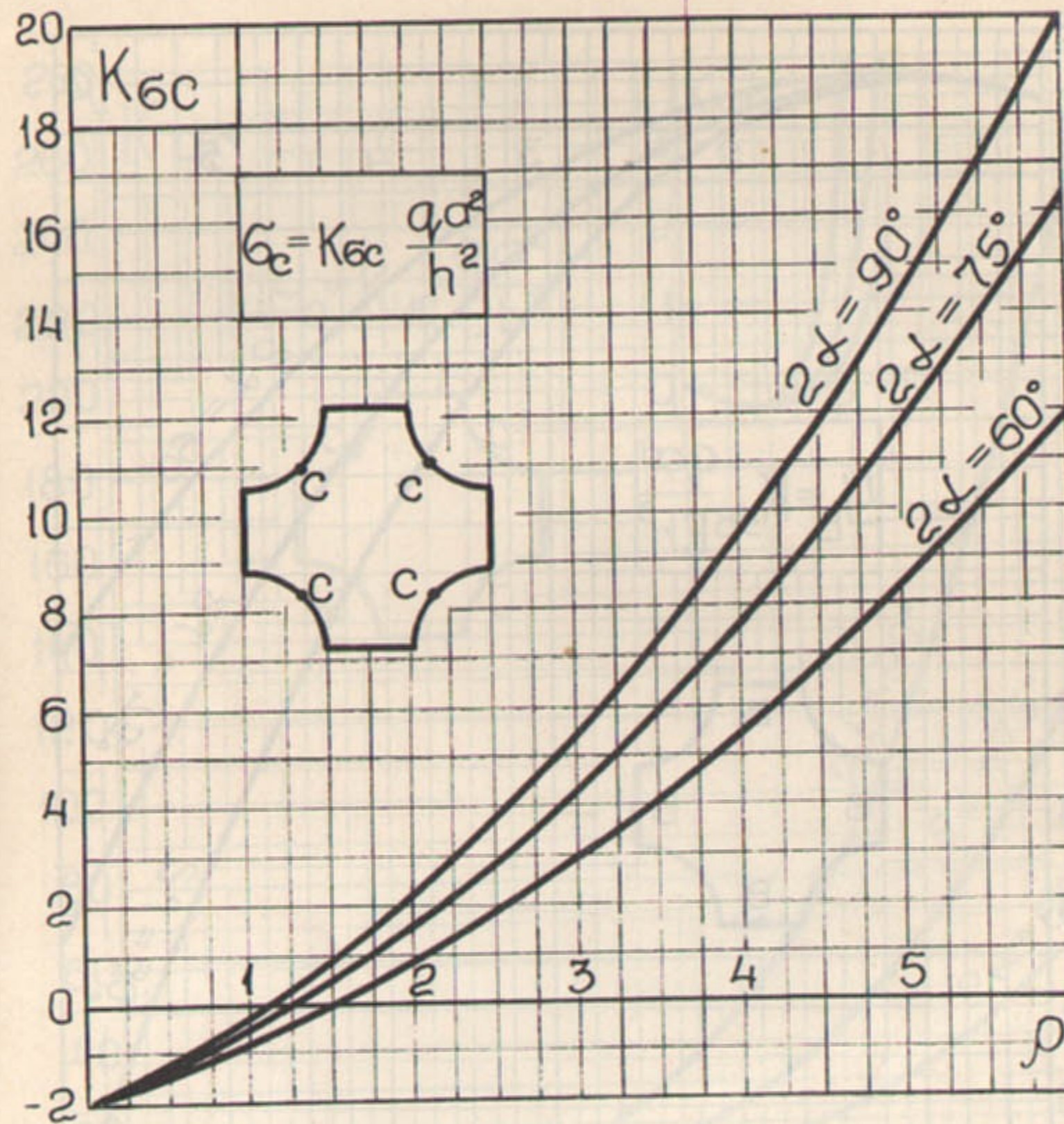


Рис. 6.

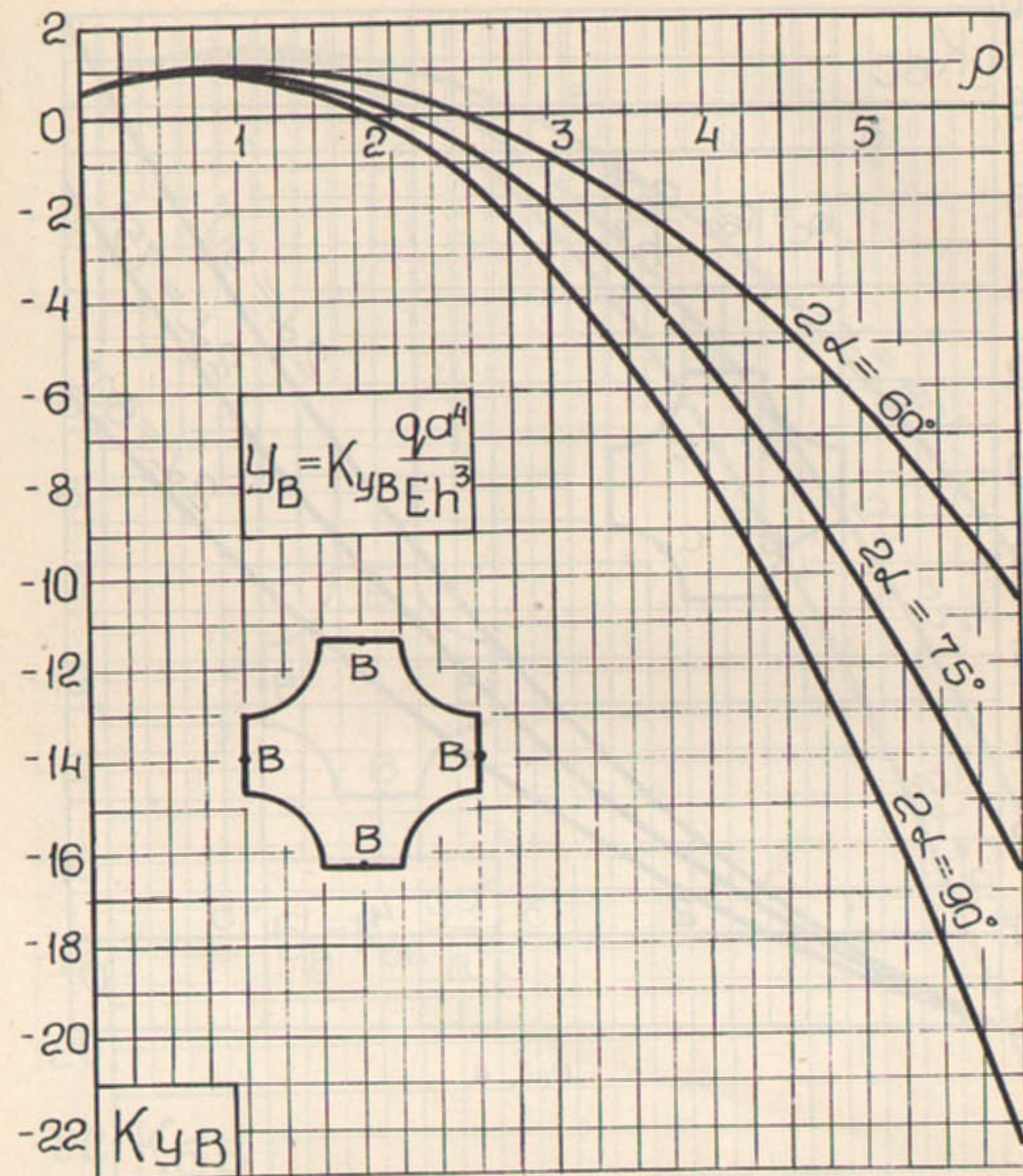


Рис. 7.

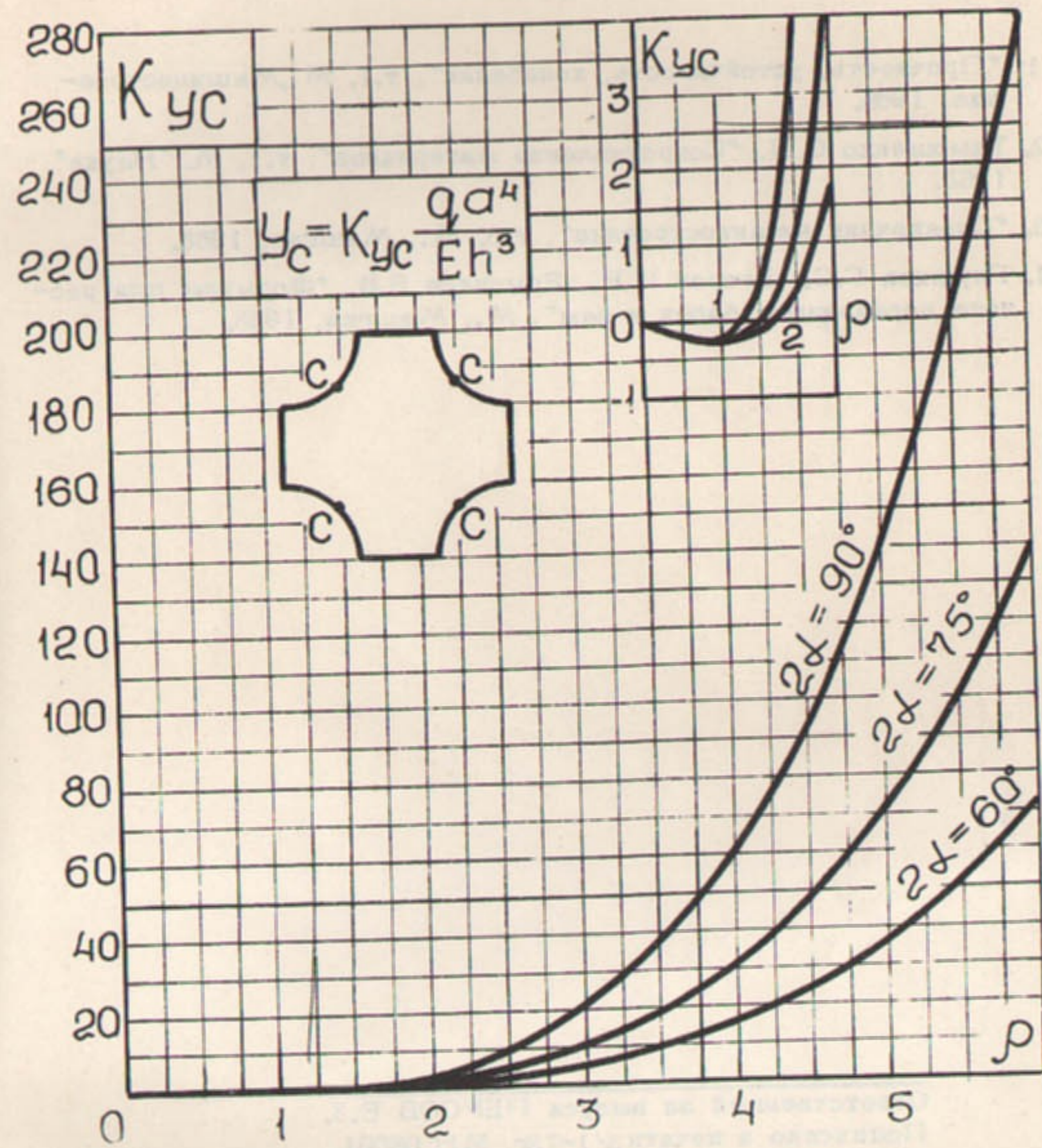


Рис. 8.

Л и т е р а т у р а

1. "Прочность, устойчивость, колебания", т.1, М.,Машиностроение, 1968.
2. Тимошенко С.П. "Сопротивление материалов", т.1, М., "Наука", 1965.
3. "Справочник машиностроения", т.3, М., Машгиз, 1955.
4. Глушков Г.С., Егоров И.Р., Ермолаев В.В. "Формулы для расчета неразрезных балок и рам", М., Машгиз, 1963.

Ответственный за выпуск ПЕРСОВ Б.З.

Подписано к печати 3/1-73г. МН 08001

Усл. 0,8 печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно.

Заказ № 1 . ПРЕПРИНТ

©печатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, вг