

6

И Н С Т И Т У Т ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р

ПРЕПРИНТ И Я Ф 20 - 73

В.Ф.Дмитриев

СПОНТАННО ДЕЛЯЩИЕСЯ ИЗОМЕРЫ И
ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЕ μ - МЕЗОАТОМОВ

Новосибирск

1973

В.Ф.Дмитриев

СПОНТАННО ДЕЛЯЩИЕСЯ ИЗОМЕРЫ И ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЕ μ -МЕЗОАТОМОВ

АННОТАЦИЯ

Рассматривается возможность использования электророждения μ -мезоатомов на внутренней мишени в накопителе электронов для изучения процессов безрадиационного деления и образования спонтанно делящихся изомеров. Показано, что на накопителе типа ВЭПП-2 на тяжёлых мишенях будет рождаться ~ 100 мезоатомов в секунду.

Рис. 1.

В этом случае средние возбужденные состояния ядра будут такие, волновая функция которых сосредоточена в области второго минимума. Различная деформация ядра в таких состояниях значительно больше деформации в основном состоянии и поэтому о таких состояниях говорят как об «экстремальных» формах. Легко видеть, что такая модель качественно правильно описывает особенности поведения спонтанно делящихся изомеров, т.е. малое время жизни их по отношению к основным и отсутствию переходов в основное состояние.

Прямые экспериментальные доказательства справедливости этой модели, вообще говоря, отсутствуют. Основными аргументами в пользу этой модели могут служить реакции с малыми нейтронами [2], в которых ядра возбуждались так же, как и в реакциях с быстрыми частицами, и эксперимент по измерению момента инерции спонтанно делящегося изомера [3].

2. Другой интересной возможностью, которая отмечена в обзоре [4], является использование безрадиационных переходов в

1. Одной из актуальных задач ядерной физики низких энергий является, в последние годы, изучение природы спонтанно делящихся изомеров. Согласно гипотезе, выдвинутой в работах Струтинского и Бьернхольма /1/, спонтанно делящиеся изомеры являются изомерами формы. Под словами изомер формы понимается следующее: предполагается на основании расчетов /1/, что потенциальная энергия ядра, как функция деформации имеет вид примерно такой, как изображено на рис.1.

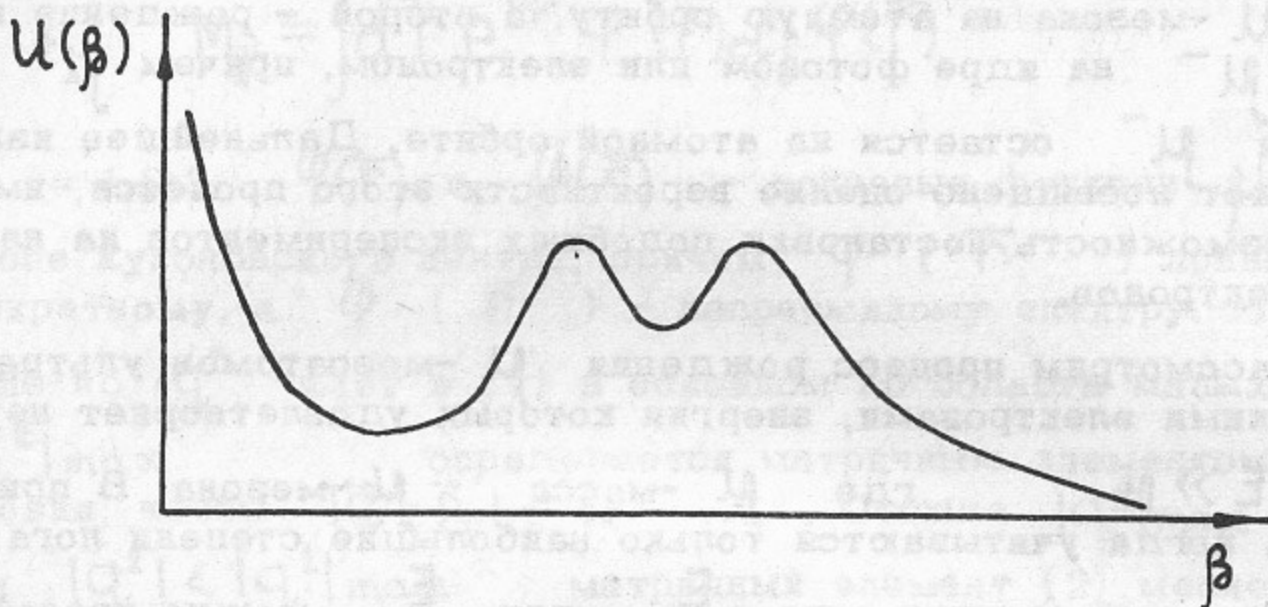


Рис.1.

В этом случае среди всех возбужденных состояний ядра будут такие, волновая функция которых сосредоточена в области второго минимума. Равновесная деформация ядра в таких состояниях значительно больше деформации в основном состоянии и поэтому о таких состояниях говорят как об изомерах формы. Легко видеть, что такая модель качественно правильно описывает особенности поведения спонтанно делящихся изомеров, т.е. малое время жизни их по отношению к делению и отсутствие γ -переходов в основное состояние.

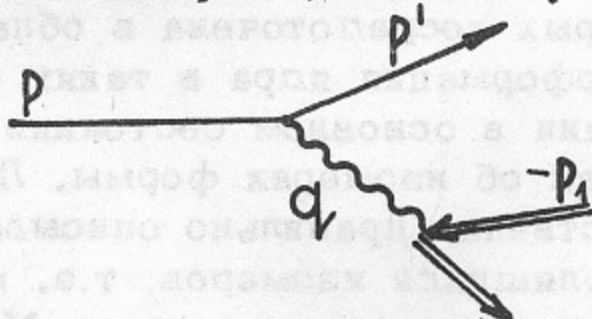
Прямые экспериментальные доказательства справедливости этой модели, вообще говоря, отсутствуют. Косвенными аргументами в пользу этой модели могут служить реакции с медленными нейтронами /2/, в которых изомеры возбуждались так же, как и в реакциях с быстрыми частицами, и эксперимент по измерению момента инерции спонтанно делящегося изомера /3/.

2. Другой интересной возможностью, которая отмечена в обзоре /4/, является использование безрадиационных переходов в

μ -мезоатомах для возбуждения ядра до энергий ~ 6 Мэв с последующим образованием спонтанно делящихся изомеров. При наличии μ -мезона на орбите атома может влиять на форму и величину барьера деления и регистрация этих изменений позволит с большей определенностью судить о форме ядра в изомерном состоянии.

μ -мезоатомы можно создавать двумя путями. Первый способ это остановка пучка мюонов в мишени с дальнейшим захватом μ -мезона на атомную орбиту, а второй - рождение пары $\mu^+ \mu^-$ на ядре фотоном или электроном, причем μ^+ улетает, а μ^- остается на атомной орбите. Дальнейшее изложение будет посвящено оценке вероятности этого процесса, имея в виду возможность постановки подобных экспериментов на накопителе электронов.

3. Рассмотрим процесс рождения μ -мезоатомов ультрарелятивистскими электронами, энергия которых удовлетворяет неравенству $E \gg \mu$, где μ - масса μ -мезона. В приближении, когда учитываются только наибольшие степени логарифмов больших величин типа $\frac{E}{m}$ или $\frac{E}{\mu}$, можно пренебречь влиянием кулоновского поля на движение электронов. В этом случае процесс изображается следующим графиком



где тонкие линии отвечают свободным частицам, а двойные - точным состояниям в кулоновском поле. Сечение, проинтегрированное по азимутальным углам между \vec{p}' и \vec{p} , и \vec{p}_1 и \vec{q} , можно представить в виде

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{4\pi} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{EE' \cos^2 \theta/2}{q^2} \right) |M^+|^2 - \frac{q^2}{\omega^2} \frac{2EE' \cos^2 \theta/2}{q^2} |M''|^2 \right] \frac{dt}{E^2} \frac{d(-q^2)}{q^2} \frac{d\omega}{|q|} \quad (1)$$

здесь E и E' - начальная и конечная энергии электрона, ω и \vec{q} - энергия и импульс виртуального гамма-кванта, $q^2 = \omega^2 - \vec{q}^2 = -4EE' \sin^2 \theta / 2$, θ - угол рассеяния электрона, $t = \vec{p}_1 \cdot \vec{q}$, M_j^{\perp} и M_j^{\parallel} - поперечная и продольная части матричного элемента процесса рождения пары виртуальным фотоном

$$M_j = \int d^3r e^{i\vec{q}\vec{r}} \varphi^+(\vec{r}) \alpha_j \tilde{\varphi}(\vec{r}) \quad (2)$$

$j = 1, 2, 3$, $\varphi(\vec{r})$ и $\tilde{\varphi}(\vec{r})$ - волновые функции μ^- и μ^+ в поле кулоновского центра, причем $\varphi(\vec{r})$ принадлежит дискретному, а $\tilde{\varphi}(\vec{r})$ - непрерывному спектру. Интегрирование по q^2 идет в (1) в основном по области малых $|q^2|$.

$|q^2|_{\max}$ определяется матричным элементом (2) из условия, чтобы $|\vec{q} - \vec{p}_1| \sim \mu$. Отсюда $|q^2|_{\max} \sim \mu\omega$. При $|q^2| < |q^2|_{\max}$ матричный элемент (2) меняется слабо и его можно вынести из под интеграла по q^2 . Таким образом

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{4\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{EE'}{\omega^2} \right) |M^{\perp}|^2 \frac{dt}{E^2} \ln \left(\frac{EE'}{m^2} \frac{\mu}{\omega} \right) \frac{d\omega}{\omega} \quad (3)$$

где m - масса электрона.

4. Для того, чтобы получить представление о порядках величин, характеризующих наш процесс, рассмотрим самый простой случай, когда $Z\alpha \ll 1$ и $\frac{Z\alpha}{v_1} \ll 1$ и $v \ll 1$

, т.е., когда вылетающая частица нерелятивистская. Выражение (3) для сечения в этом случае еще более упрощается

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{2\pi} |M^{\perp}|^2 \frac{dt}{\omega^2} \ln \left(\frac{E}{m} \right) \frac{d\omega}{\omega} \quad (4)$$

Матричный элемент (2) перепишем в импульсном представлении

$$M_j = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \varphi^+(\vec{q} - \vec{p}) \alpha_j \tilde{\varphi}(\vec{p}) \quad (5)$$

При выполнении условий $Zd \ll 1$ и $\frac{Zd}{v_1} \ll 1$ и $v_1 \ll 1$, подинтегральное выражение имеет два резко выраженных максимума вблизи $p \sim p_1$ и $|\vec{q} - \vec{p}| \sim \mu Zd$. В области максимума одной из функций другая функция меняется плавно, т.к.

$|\vec{q}| \gg \Delta p$ - расстояния между максимумами. Поэтому мы получаем, что

$$M_j \approx \varphi^+(\vec{q}) \alpha_j \tilde{\varphi}(0) + \varphi^+(0) \alpha_j \tilde{\varphi}(\vec{q}) \quad (6)$$

Здесь $\varphi(0) = \varphi(\vec{r})|_{\vec{r}=0}$

В (6) входят Фурье-компоненты волновых функций с большим импульсом $|\vec{q}| \sim 2\mu$. Для них можно получить замкнутое выражение. Из уравнения Дирака для $\tilde{\varphi}(\vec{q})$

$$\varphi(\vec{q})(\hat{q} - \mu) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \tilde{\varphi}(\vec{p}) \gamma_0 V(\vec{q} - \vec{p})$$

при $|\vec{q}| \gg p_0$, где p_0 - характерный импульс частицы

$$\tilde{\varphi}(\vec{q}) \approx \tilde{\varphi}(0) V(\vec{q}) \frac{\epsilon - \vec{\alpha} \vec{q} + \mu \gamma_0}{-\vec{q}^2} = \tilde{\varphi}(0) V(\vec{q}) \frac{2\mu - \vec{\alpha} \vec{q}}{-\vec{q}^2} \quad (7)$$

$$\tilde{\varphi}(\vec{q}) \approx \frac{2E_1 + \vec{\alpha} \vec{q}}{\vec{q}^2} V(\vec{q}) \tilde{\varphi}(0)$$

Таким образом

$$M_j \approx \frac{V(\vec{q})}{\vec{q}^2} \tilde{\varphi}(0) [\gamma_j (\vec{\alpha} \vec{q}) + (\vec{\alpha} \vec{q}) \gamma_j] \tilde{\varphi}(0)$$

Состояния обеих частиц нерелятивистские, поэтому мы можем заменить $\vec{\alpha}$ на нерелятивистский оператор скорости. Переходя затем к двухкомпонентным нерелятивистским волновым функциям, получаем

$$M_j \approx \frac{V(\vec{q})}{\vec{q}^2} \sqrt{\frac{2}{\mu}} \Psi^+(0) [\sigma_j (\vec{q}) p_{1j} - \sigma_j (\vec{p}_1 \cdot \vec{q})] \quad (8)$$

Возведя это выражение в квадрат по модулю, просуммировав по поляризациям и проинтегрировав по углам μ^+ , находим

$$d\sigma = \frac{1}{3} r_\mu^2 (z\alpha)^5 \ln\left(\frac{E}{m}\right) \frac{p_1^3}{\mu^3} \frac{d\omega}{\mu} \quad (9)$$

r_μ - классический радиус μ - мезона.

5. Теперь обратимся к случаю, когда $z\alpha \ll 1$ по-прежнему, но положительная частица уже релятивистская. Ясно, что поскольку нерелятивистское сечение (9) растет с энергией вылетающей частицы, то именно та область, в которой $p_1 \sim \mu$

будет давать наибольший вклад в сечение рождения мезоатома. В этом случае все вычисления делаются аналогично тому, как вычисляется фотоэффект в релятивистской области /5/. Нужный нам матричный элемент получается из матричного элемента фотоэффекта (57,5) в /5/ путем комплексного сопряжения и замены $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$, $\vec{k} \rightarrow -\vec{k}$ и $\varepsilon \rightarrow -\varepsilon$. В наших обозначениях

$$M_j = \frac{4\pi^{1/2} \mu^{3/2} (z\alpha)^{5/2}}{(\vec{q}_1 - \vec{p}_1)^2} \bar{u} \left[\frac{2\mu - \alpha(\vec{q}_1 - \vec{p}_1)}{(\vec{q}_1 - \vec{p}_1)^2} \gamma_j - \right. \\ \left. - \gamma_j \frac{2E_1 + \alpha(\vec{q}_1 - \vec{p}_1)}{\vec{q}_1^2 - \vec{p}_1^2} \right] u(-p_1) \quad (10)$$

Возводя поперечную часть этого матричного элемента в квадрат по модулю и суммируя по спинам конечных частиц, находим

$$|M^+|^2 = \frac{32\pi \mu^3 (z\alpha)^5}{(\vec{q}_1 - \vec{p}_1)^4} \left\{ \frac{[\alpha \vec{p}_1 + (\omega - 2\mu)(\vec{b} - \vec{c})]^2}{2\mu - \omega} + 2(2\mu - \omega)(\vec{b} \cdot \vec{c}) - \right. \\ \left. - 2(2\mu - \omega) \frac{(\vec{b} \cdot \vec{q}_1)(\vec{c} \cdot \vec{q}_1)}{\omega^2} - 2\alpha(\vec{c} \cdot \vec{p}_1) + 2\alpha \frac{(\vec{q}_1 \cdot \vec{c})}{\omega^2} t \right\}$$

где $a = \frac{2\mu}{(\vec{q}_1 - \vec{p}_1)^2} - \frac{\omega - \mu}{\mu\omega}$, $\vec{b} = -\frac{\vec{q}_1 - \vec{p}_1}{2\mu\omega}$, $\vec{c} = \frac{\vec{q}_1 - \vec{p}_1}{(\vec{q}_1 - \vec{p}_1)^2}$

Интегрируя это выражение по углу между \vec{p}_1 и \vec{q} , получаем

$$\int |M|^2 dt = 16\pi (z\alpha)^5 \left[\frac{p_1}{\mu} \frac{3\omega^2 - 4\mu\omega + 5\mu^2}{3\omega^2} - \frac{\mu(\omega + \mu)}{\omega^2} \ln \frac{\omega - \mu + p_1}{\mu} \right] \quad (11)$$

Подставляя это в (3), находим

$$d\sigma = \frac{4\alpha^2 (z\alpha)^5}{E^2} \left(\frac{1}{2} + \frac{EE'}{\omega^2} \right) \left[\frac{p_1}{\mu} \frac{3\omega^2 - 4\mu\omega + 5\mu^2}{3\omega^2} - \frac{\mu(\omega + \mu)}{\omega^2} \ln \frac{\omega - \mu + p_1}{\mu} \right] \ln \left(\frac{EE'\mu}{m^2\omega} \right) \frac{d\omega}{\omega} \quad (12)$$

При $p_1 \ll \mu$ выражение (12) переходит в (9). При больших ω сечение падает как $\frac{d\omega}{\omega^3}$. Таким образом, действительно основной вклад в сечение идет от области $p_1 \sim \mu$. Интегрируя (12) по ω , находим полное сечение рождения μ -мезона

$$\sigma = \frac{548}{315} r_\mu^2 (z\alpha)^5 \ln \left(\frac{E}{m} \right) \quad (13)$$

6. Рассмотрим теперь случай, когда $Z\alpha \sim 1$. Именно этот случай представляет интерес, так как все делящиеся ядра расположены в этой области. К сожалению, точный расчет полного сечения оказывается очень сложной задачей, поэтому мы рассмотрим только случай нерелятивистской положительной частицы. Конечно, из-за наличия кулоновского барьера эта область дает очень незначительный вклад в полное сечение, поэтому нас будет, главным образом, интересовать зависимость сечения от $Z\alpha$. В частности, интересно выяснить, во что перейдет множитель

$(Z\alpha)^5$. Ясно, что зависимость от $Z\alpha$ дается, в основном, волновой функцией связанного мюона и поэтому должна слабо зависеть от импульса положительной частицы. Тогда можно ожидать, что полное сечение будет зависеть от $Z\alpha$ так же, как и нерелятивистское и все отличие полного сечения от нерелятивистского сведется к тому, что исчезнет кулоновский барьер, т.к. полное се-

чение набирается, в основном, в релятивистской области, где барьер отсутствует. Для нерелятивистского случая матричный элемент (2) можно оценить следующим образом

$$M_j \approx \int d^3r e^{i\vec{q}\vec{r}} \varphi^\dagger(r) \alpha_j \tilde{\varphi}(0) = \varphi^\dagger(\vec{q}) \alpha_j \varphi(0) \quad (14)$$

Это приближение представляется оправданным, поскольку характерные расстояния для волновой функции связанного мюона

$$r_- \sim \frac{1}{\mu} \sim \frac{1}{q}, \quad \text{в то время как для положительной частицы}$$

$r_+ \sim \frac{1}{p_1} \gg r_-$. Это означает, что на тех расстояниях, которые дают основной вклад в интеграл (2), волновая функция μ^+ меняется слабо и поэтому мы ее можем вынести, взяв ее в точке $r = 0$. Таким образом, в нижнем порядке по $\frac{p_1}{\mu}$

$$M_i \approx 4\pi f_{je}^*(q) \Omega_{jem}^+(\hat{q}) \sigma_i \chi_\sigma F_{кул}(0) (2\mu)^{1/2} \quad (15)$$

где $4\pi f_{je}^*(q) \Omega_{jem}^+(\hat{q})$ - Фурье-компонента верхнего спина дираковской волновой функции, χ_σ - спиновая функция вылетающей частицы

$$f_{je}^*(q) = (-i)^l \int_0^\infty r^2 dr f_{je}^*(r) j_e(qr)$$

$j_e(qr)$ - сферическая функция Бесселя, $F_{кул}(0)$ - кулоновская волновая функция, взятая при $r = 0$. Возводя (15) в квадрат по модулю, суммируя по проекциям момента μ^- и проекциям спина μ^+ , находим, используя (4)

$$d\sigma = (2j+1) 4\alpha^2 |f_{je}(q)|^2 \frac{2\pi \xi_1}{e^{2\pi\xi_1} - 1} \frac{p_1 d\omega}{\mu} \ln\left(\frac{E}{m}\right) \quad (16)$$

$$\xi_1 = \frac{Z\alpha}{v_1} \gg 1$$

Если мюон рождается в $1S_{1/2}$ состоянии,

то

$$d\sigma = 8r_\mu^2 \frac{1+\gamma}{\Gamma(2\gamma+1)} \Gamma^2(1+\gamma) 2^{2\gamma-2} (Z\alpha)^{2\gamma+1} \frac{\sin^2[(1+\gamma)\operatorname{arctg} \frac{2}{Z\alpha}]}{(4+Z^2\alpha^2)^{1+\gamma}} \times$$

$$\times \frac{2\pi \xi_1}{e^{2\pi\xi_1} - 1} \frac{\rho_1}{\mu} \frac{d\omega}{\mu} \ln\left(\frac{E}{m}\right) \quad (17)$$

где $\gamma = \sqrt{1 - Z^2\alpha^2}$.

Из (17) видно, что по сравнению со случаем $Z\alpha \ll 1$, степень с которой входит $Z\alpha$ в ответ, эффективно уменьшилась

$$(Z\alpha)^5 \longrightarrow (Z\alpha)^{2\gamma+1} \sin^2[(1+\gamma)\operatorname{arctg} \frac{2}{Z\alpha}]$$

Оценим долю частиц, которая будет приходиться на более высокие уровни. В случае $Z\alpha \ll 1$ ответ давался зависимостью $|\Psi(0)|^2$ от главного квантового числа n , $|\Psi|^2 \sim \frac{1}{n^3}$.

В случае же больших Z рождение на уровни с небольшими n будет идти с большей чем $\frac{1}{n^3}$ вероятностью. Режим $\frac{1}{n^3}$ на - ступает при достаточно больших n . Граница, начиная с кото - рой n можно считать большими, дается условием $\frac{Z\alpha}{N} \ll 1$,

где N - релятивистский аналог главного квантового числа

$N^2 = n^2 - 2n_r(j + \frac{1}{2} - \gamma)$, n_r - радиальное квантовое число. Это условие заведомо выполняется уже для $n=4$, поэтому заметная вероятность рождения будет только для уровней с $n=2$ и 3.

7. Обсудим влияние, которое оказывают конечные размеры ядра на вероятность рождения мезоатома. Рождение пары идет на расстояниях $r \sim \frac{1}{q}$, а образование мезоатома происходит на расстояниях $r \sim Na = \frac{N}{\mu Z\alpha}$. При $Z\alpha \sim 1$ все эти расстояния, для малых N , одного порядка и оказываются сравнимыми с размерами ядра. Это означает, что мы не можем, вообще говоря, пренебречь этим эффектом.

Для того, чтобы учесть конечные размеры ядра, нужно в матричном элементе (4) вместо кулоновских функций взять волновые функции μ мезонов в реальном потенциале, создаваемом протяженным ядром. При этом, Фурье-компоненты волновых функций, которые входят в матричный элемент (5), начинают убывать быстрее, начиная с $q \sim \frac{1}{R_{яд}}$, поскольку в потенциале исчезает особенность в нуле. Поэтому качественно можно сразу сказать, что вероятность рождения мезоатома с мюоном на нижнем уровне уменьшится. Вероятность захвата мюона на более высокие уровни почти не меняется, так как характерные импульсы для этих состояний $p_n < \frac{1}{R}$, а Фурье-компоненты с такими импульсами почти не меняются. Физически это уменьшение соответствует тому, что, если мюон захватывается на орбиту радиуса r_0 то на вероятность образования мезоатома влияет только заряд, находящийся внутри сферы радиуса r_0 . Ясно поэтому, что эффект будет заметен только для первого уровня, радиус которого порядка размеров ядра.

8. Теперь обсудим возможность постановки экспериментов на накопителе электронов с параметрами ВЭПП-2. Основной величиной, которая нас будет интересовать, является число мезоатомов, рождаемых пучком электронов в мишени. Это число можно оценить следующим образом:

$$N = N_0 \frac{\sigma}{\sigma_t}$$

где N_0 - число электронов, выбиваемых из пучка в единицу времени. Если обозначить σ_t - полное сечение выбивания из пучка, то величина $N_0 \frac{\sigma}{\sigma_t}$ - есть доля электронов, выбиваемых из пучка за счет нашего процесса. σ_t определяется в основном сечением тормозного излучения, которая в этой области Z составляет величину $\sigma_t \sim 10^{-21} \text{ см}^2$. N_0 в установившемся режиме совпадает с числом электронов инжектируемых в накопитель в единицу времени. Для ВЭПП-2 $N_0 \sim 10^{10} \frac{1}{\text{сек}}$.

Таким образом

$$N = 10^{31} \cdot \sigma$$

Для оценки, в качестве σ можно использовать выражение (13), которое в области больших Z дает нижнюю границу ис -

тинного сечения. При больших Z произведение $(Z\alpha)^5 \ln\left(\frac{E}{m}\right) \sim 1$, поэтому $\sigma \approx 10^{-29} \text{ см}^2$. Отсюда

$N \sim 100 \frac{1}{\text{сек}}$, т.е. в секунду будет рождаться около сот-

ни мезоатомов. Отсюда видно, что эксперименты по безрадиационному делению особых трудностей не представляют. Что же касается исследования спонтанно делящихся изомеров, то здесь дело обстоит гораздо сложнее. Если нет аномального увеличения вероятности образования изомера в безрадиационных переходах μ -мезоатома, то эта вероятность будет составлять величину $\sim 10^{-5} / 4$. Это значит, что один изомер будет рождаться примерно за 30 мин работы накопителя. Такая маленькая "производительность" существенно осложняет проведение эксперимента, становится существенным фон от деления ядер при захвате мюонов. По-видимому, окончательно вопрос об исследовании изомеров можно решить только экспериментально, измерив точно количество рождаемых мезоатомов и исследовав возможности отделения от фона.

В заключение автор выражает свою признательность С.Т.Беляеву, С.Г.Попову за обсуждение возможностей исследования изомеров и А.И.Вайнштейну и И.Б.Хриповичу за обсуждение вопросов электророждения.

Л и т е р а т у р а

1. Bjørnholm S., Strutinsky V.M., Nucl.Phys., A136,
I (1969).
2. Flerov G.N. et al., Nucl.Phys., A102, 443 (1969).
3. Specht H.I. et al., Phys.Lett., 41B, 43 (1972).
4. Поликанов С.М. УФН 107, 685 (1972).
5. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. "Реляти -
вистская квантовая теория", часть 1 "Наука" 1968.

Ответственный за выпуск С.Н.Родионов
Подписано к печати 29.3.73г. МН 08139
Усл. 0,6печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно.
Заказ № **20** . ПРЕПРИНТ

Отпечатано на ротапинтере в ИЯФ СО АН СССР, нв.