

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р

ПРЕПРИНТ И Я Ф 69 - 73

Б.З.Персов

РАСЧЁТ ОВАЛЬНЫХ ВАКУУМНЫХ КАМЕР

Новосибирск

1973

РАСЧЕТ ОВАЛЬНЫХ ВАКУУМНЫХ КАМЕР

Б.З.Персов

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассмотрена задача расчета напряжений и деформаций в овальных вакуумных камерах. Изложена методика расчета и приведены выражения для определения напряжений и деформаций в поперечном сечении камеры. С целью сокращения времени при практическом расчете приведены графики для определения напряжений и деформаций в характерных точках поперечного сечения камеры.

Вакуумные камеры некруглого сечения являются типичным элементом конструкции циклических ускорителей заряженных частиц. Их расчету посвящены, в частности, работы / 1, 2 /, первая из которых содержит анализ напряжений в материале камер эллиптической и квазиэллиптической формы, а вторая касается расчета напряжений и деформаций в вакуумных камерах квадрупольных линз.

В данной работе рассматривается расчет напряжений и деформаций в вакуумных камерах с поперечным сечением, очерченным двумя полуокружностями, концы которых соединены прямолинейными участками (рис.1).

Рассматриваемая вакуумная камера представляет собой оболочку, поперечное сечение которой показано на рис.1, нагруженную равномерно распределенным по её поверхности внешним давлением q . В нагруженном состоянии напряжения изгиба в материале камеры не должны превышать допустимые напряжения для данного материала, а деформации камеры должны находиться

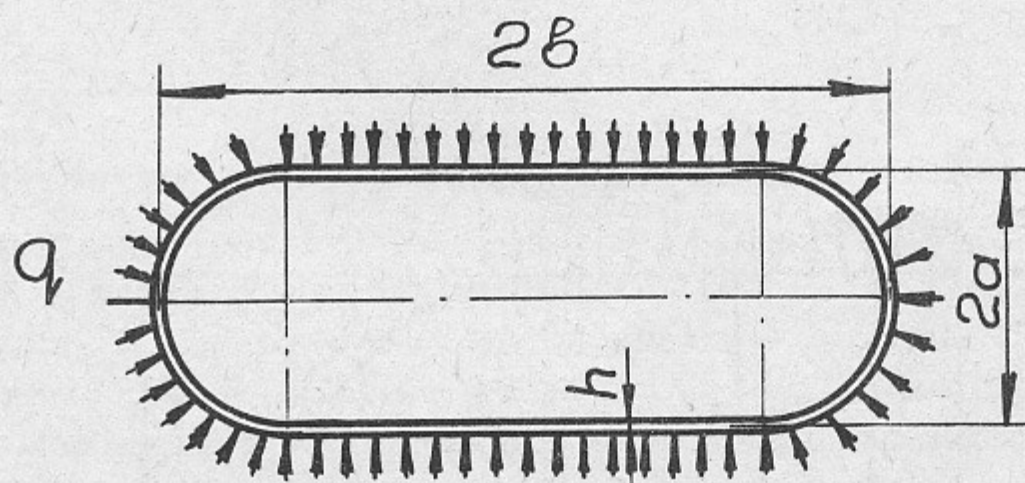


Рис.1.

ся в заданных заранее пределах. Выбор толщины стенки камеры h , удовлетворяющей этим требованиям, или, в случае, когда величина h задана, определение соответствующих ей напряжений и деформаций и является целью настоящего расчета. При этом расчет выполняется при следующих предположениях:

а) камера представляет собой тонкостенную оболочку / 3 /, то-
 есть выполняется условие

$$a \geq 5h$$

б) камера является длинной оболочкой, у которой

$$L \geq 2 \cdot (2b),$$

где L - длина камеры. В этом случае напряженное состояние
 вдали от закрепленных торцов камеры практически не зависит от
 условий закрепления / 3 /, и камера может рассчитываться как
 не закрепленная на торцах; для камер с $L < 2 \cdot (2b)$ приводимая
 методика расчета дает повышенный запас прочности.

Расчет напряжений

В соответствии с предположением "б" расчет камеры сво-
 дится к расчету оболочки единичной длины с поперечным сечени-
 ем, аналогичным показанному на рис.1. При этом в силу симмет-
 рии может рассматриваться лишь четверть сечения камеры, т.е.
 балка единичной ширины, изображенная на рис.2, а влияние от -

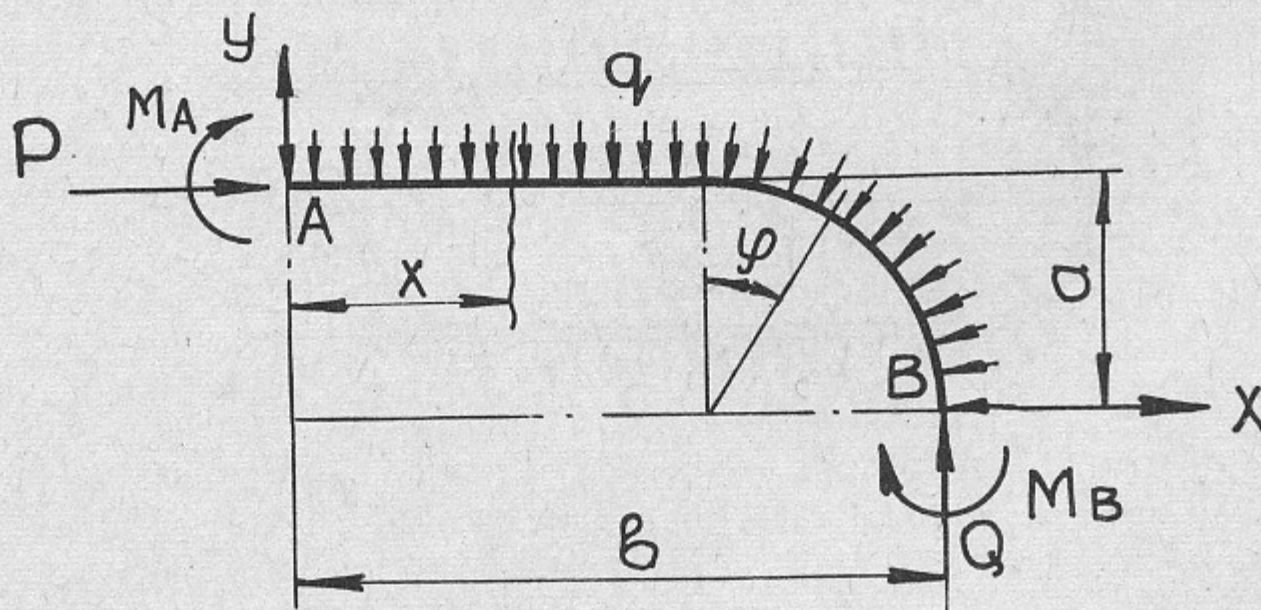


Рис.2.

брошенных частей поперечного сечения камеры заменяется сосре-
 доточенными силами P и Q и моментами M_A и M_B . Уравне-

ния равновесия балки

$$\left. \begin{aligned} P - \int_0^{\pi/2} qa \sin \varphi d\varphi &= 0 \\ Q - q(b-a) - \int_0^{\pi/2} qa \cos \varphi d\varphi &= 0 \\ P \cdot a + M_A - q(b-a) \left(a + \frac{b-a}{2} \right) - \int_0^{\pi/2} qa^2 \cos \varphi d\varphi + M_B &= 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

дают значения сил

$$\left. \begin{aligned} P &= qa \\ Q &= qb \end{aligned} \right\} (2)$$

и соотношение между моментами M_A и M_B :

$$M_B = q \frac{b^2 - a^2}{2} - M_A \quad (3)$$

Статически неопределимый изгибающий момент M_A может быть определен при помощи теоремы Кастильяно / 4 /, в соответствии с которой частная производная от потенциальной энергии по силовому фактору равна перемещению, соответствующему этому силовому фактору. При этом производная по силе дает линейное перемещение в направлении этой силы, производная по моменту - угловое перемещение.

Вследствие симметрии сечения оболочки и схемы нагружения относительно осей X и Y угловое перемещение в точке A должно отсутствовать, т.е.

$$\frac{\partial U}{\partial M_A} = 0 \quad (4)$$

где U - потенциальная энергия, равная / 4 /

$$U = \int_S \frac{[M(s)]^2}{2EJ} ds \quad (5)$$

В выражении 5 :

S - координата, совпадающая с упругой линией балки;

$M(S)$ - текущий изгибающий момент;

E - модуль упругости материала балки;

J - момент инерции сечения балки.

Для балки, изображенной на рис.2, выражение 5 имеет вид:

$$U = \frac{1}{2EJ} \left[\int_0^{b-a} M_n^2(x) dx + a \int_0^{\pi/2} M_k^2(\varphi) d\varphi \right] \quad (6)$$

где $M_n(x)$ и $M_k(\varphi)$ - текущие изгибающие моменты соответственно на прямолинейном и криволинейном участках балки.

В соответствии с расчетной схемой (рис.2) выражения для моментов $M_n(x)$ и $M_k(\varphi)$ записываются в виде:

$$M_n(x) = \frac{qx^2}{2} - M_A$$

$$M_k(\varphi) = qa(b-a) \sin \varphi + \frac{q}{2}(b-a)^2 - M_A$$

Подстановка этих выражений в соотношение 6 и дифференцирование в соответствии с условием 4 дают значение момента M_A :

$$M_A = q \frac{\frac{(b-a)^3}{3} + 2a^2(b-a) + \frac{\pi a}{2}(b-a)^2}{2(b-a) + \pi a}$$

С учетом этого и вводя безразмерные параметры

$$\beta = \frac{b}{a} \quad \text{и} \quad \alpha = \frac{x}{a} \quad ,$$

получаем окончательные выражения для текущих изгибающих моментов:

$$M_n(x) = qa^2 \left[\frac{x^2}{2} - \frac{2 + \frac{\pi}{2}(\beta-1) + \frac{1}{3}(\beta-1)^2}{2 + \frac{\pi}{\beta-1}} \right]$$

$$M_k(\varphi) = qa^2 \left[\frac{(\beta-1)^2}{2} - \frac{2 + \frac{\pi}{2}(\beta-1) + \frac{1}{3}(\beta-1)^2}{2 + \frac{\pi}{\beta-1}} + (\beta-1) \sin \varphi \right]$$

Напряжение изгиба для балки единичной ширины равно / 4 /

$$\sigma = \frac{6M}{h^2},$$

что для нашего случая дает:

а) напряжение изгиба на прямолинейном участке

$$\sigma(x) = \frac{qa^2}{h^2} \left[3x^2 - \frac{12 + 3\pi(\beta-1) + 2(\beta-1)^2}{2 + \frac{\pi}{\beta-1}} \right] \quad (7)$$

б) напряжение изгиба на криволинейном участке:

$$\sigma(\varphi) = \frac{qa^2}{h^2} \left[3(\beta-1)^2 + 6(\beta-1) \sin \varphi - \frac{12 + 3\pi(\beta-1) + 2(\beta-1)^2}{2 + \frac{\pi}{\beta-1}} \right] \quad (8)$$

При $\beta = 1$ камера превращается в трубу круглого сечения, в которой при равномерно распределенном внешнем давлении напряжения изгиба отсутствуют.

Расчет деформаций

Согласно теореме Кастильяно, деформация в точке приложения некоторой силы N в направлении этой силы может быть определена из выражения / 4 /:

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial N} = \frac{1}{EJ} \int_S M(s) \frac{\partial M(s)}{\partial N} ds$$

Прикладывая силу N сначала к горизонтальному поперечнику камеры (рис.3,а), а затем к вертикальному (рис.3,б), и записывая для каждого случая выражения для моментов и их производных по силе N , найдем следующие выражения для деформации поперечников камеры:

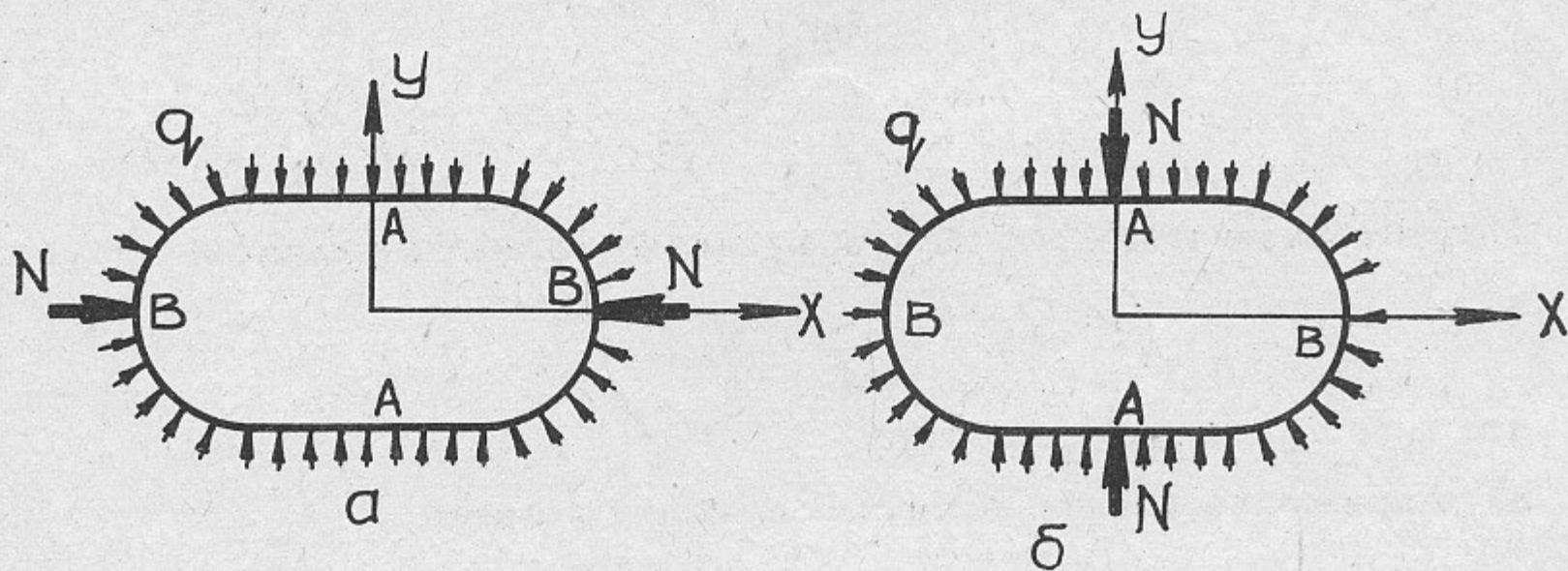


Рис.3.

а) изменение горизонтального поперечника камеры:

$$\delta_x = \frac{qa^4}{Eh^3} \left\{ 12(\beta-1) + 4\left(\frac{\pi}{2}-1\right) \left[3(\beta-1)^2 - \frac{12+3\pi(\beta-1)+2(\beta-1)^2}{2+\frac{\pi}{\beta-1}} \right] \right\}$$

б) изменение вертикального поперечника камеры:

$$\delta_y = \frac{qa^4}{Eh^3} \left\{ (\beta-1) \left[(\beta-1)^2(\beta+3) - 2(\beta+1) \frac{12+3\pi(\beta-1)+2(\beta-1)^2}{2+\frac{\pi}{\beta-1}} \right] + \right. \\ \left. + 6\pi(\beta-1)(\beta-2) - 4\left(\frac{\pi}{2}-1\right) \cdot \frac{12+3\pi(\beta-1)+2(\beta-1)^2}{2+\frac{\pi}{\beta-1}} - 12(\beta-1)(\beta-3) \right\}$$

Практический расчет камеры

Задачей практического расчета камеры является определение напряжений и деформаций в некоторых характерных точках сечения, в которых эти величины максимальны и, таким образом, определяют прочность и жесткость конструкции. В данном случае такими характерными точками являются точки А и В (рис.3). Подстановка в выражения 7 и 8 соответствующих координат даст следующие значения напряжений изгиба в точках А и В:

$$\bar{\sigma}_A = -\frac{qa^2}{h^2} \cdot \frac{12 + 3\pi(\beta-1) + 2(\beta-1)^2}{2 + \frac{\pi}{\beta-1}} \quad (9)$$

$$\bar{\sigma}_B = \frac{qa^2}{h^2} \left[6(\beta-1) + 3(\beta-1)^2 - \frac{12 + 3\pi(\beta-1) + 2(\beta-1)^2}{2 + \frac{\pi}{\beta-1}} \right] \quad (10)$$

Изменения поперечных размеров камеры, измеренные в тех же точках А и В, рассчитываются по полученным выше выражениям:

$$\begin{aligned} \delta_{AA} = \frac{qa^4}{Eh^3} & \left\{ (\beta-1) \left[(\beta-1)^2(\beta+3) - 2(\beta+1) \frac{12 + 3\pi(\beta-1) + 2(\beta-1)^2}{2 + \frac{\pi}{\beta-1}} \right] + \right. \\ & \left. + 6\pi(\beta-1)(\beta-2) - 4\left(\frac{\pi}{2}-1\right) \cdot \frac{12 + 3\pi(\beta-1) + 2(\beta-1)^2}{2 + \frac{\pi}{\beta-1}} - 12(\beta-1)(\beta-3) \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

$$\delta_{BB} = \frac{qa^4}{Eh^3} \left\{ 12(\beta-1) + 4\left(\frac{\pi}{2}-1\right) \left[3(\beta-1)^2 - \frac{12 + 3\pi(\beta-1) + 2(\beta-1)^2}{2 + \frac{\pi}{\beta-1}} \right] \right\} \quad (12)$$

В выражениях 9 - 12:

σ_A, σ_B - напряжения изгиба в точках А и В, кг/см²;

$\delta_{AA}, \delta'_{BB}$ - изменение вертикального и горизонтального поперечников камеры, см.;

q - внешнее давление, кг/см²;

E - модуль упругости материала камеры, кг/см²;

a - радиус кривизны криволинейного участка камеры, см;

h - толщина стенки камеры, см;

$\beta = \frac{b}{a}$, где b - половина горизонтального поперечника камеры, см.

При расчёте по выражениям 9 - 12 деформации, увеличивающие размер камеры, и соответствующие им напряжения получают со знаком "+", а деформации, уменьшающие размер камеры, и соответствующие им напряжения - со знаком "-".

Для большего удобства пользования и сокращения времени при расчёте величины

$$K_{\sigma_i} = \frac{\sigma_i}{qa^2/h^2} \quad \text{и} \quad K_{\delta_i} = \frac{\delta_i}{qa^4/Eh^3}$$

представлены в виде кривых на рис.4 и 5. С использованием этих кривых величины напряжений и деформаций определяются по выражениям:

$$\sigma_A = K_{\sigma_A} \cdot \frac{qa^2}{h^2}; \quad \sigma_B = K_{\sigma_B} \cdot \frac{qa^2}{h^2}$$

$$\delta_{AA} = K_{\delta_{AA}} \cdot \frac{qa^4}{Eh^3}; \quad \delta'_{BB} = K_{\delta'_{BB}} \cdot \frac{qa^4}{Eh^3}$$

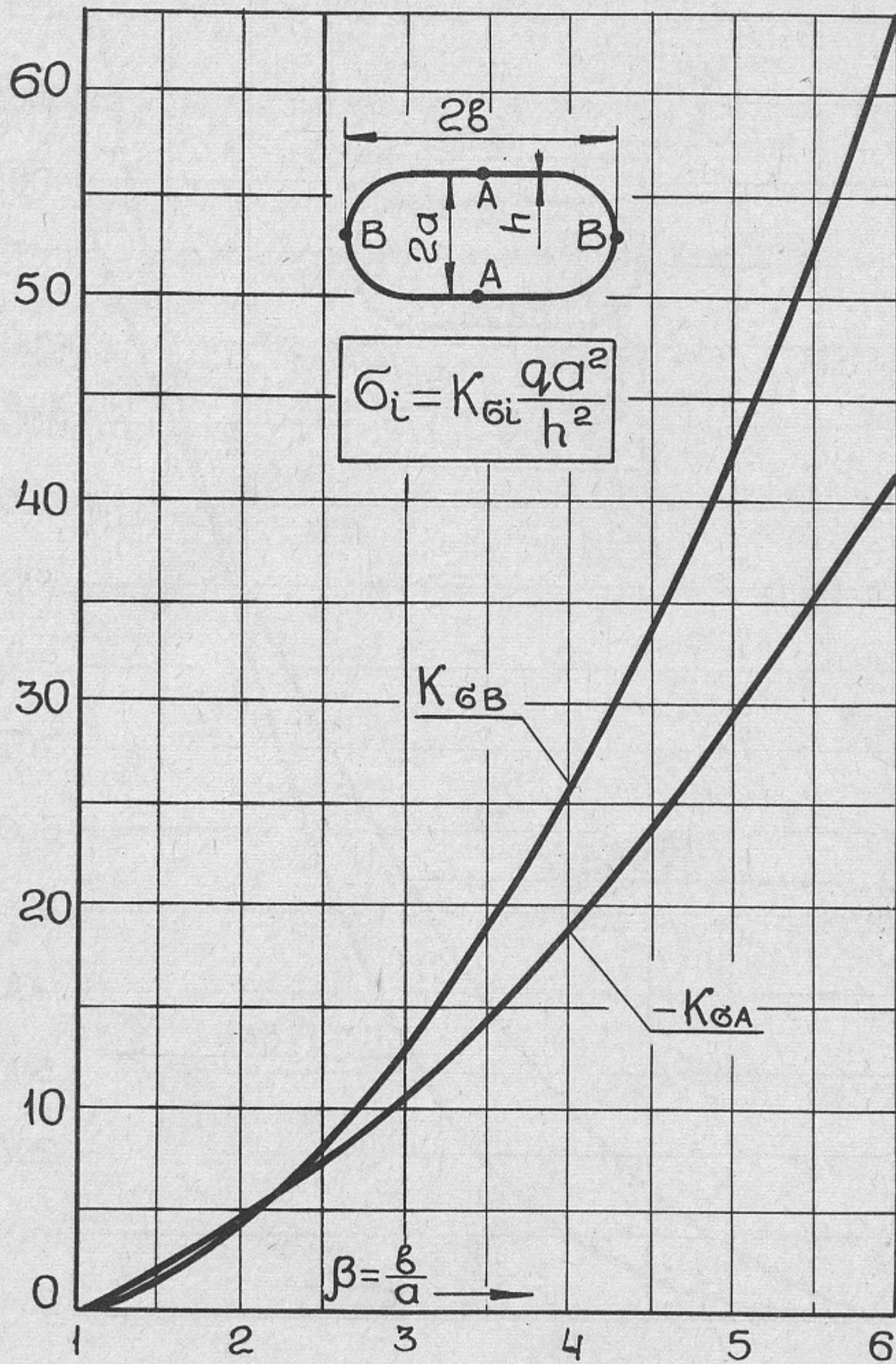


Рис.4.

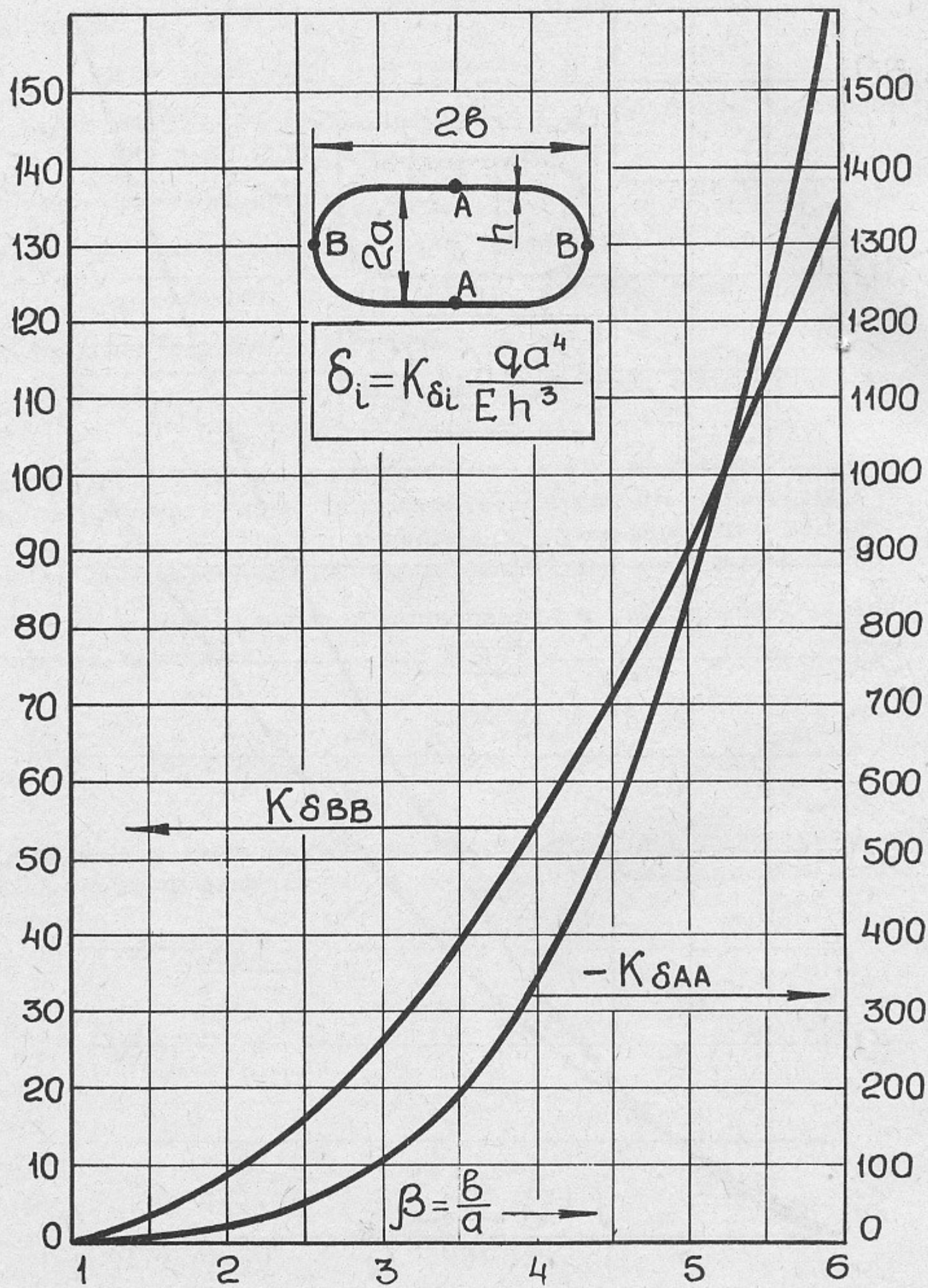


Рис.5.

Л и т е р а т у р а

1. H. Bartzmann and Jolande Marti,
CERN-JSR-GE/72-29
2. Персов Б.З. Препринт ИЯФ № 1-73.
3. "Прочность, устойчивость, колебания", т.1, М., Машиностроение, 1968.
4. Тимошенко С.П. "Сопротивление металлов", т.1, М., Наука, 1965.

Ответственный за выпуск С.Н.Родионов
Подписано к печати 15.8.73г. МН 08435
Усл. 0,5 печ.л., тираж 150 экз. Бесплатно.
Заказ № 69 . ПРЕПРИНТ

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, нв.