

8

# И Н С Т И Т У Т ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р

ПРЕПРИНТ И Я Ф 73 - 73

В.А.Таюрский, Б.В.Чириков

## РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОГО ПОЗИТРОННОГО КОНВЕРТЕРА МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

4. Конверсия при низкой энергии

Новосибирск

1973

## § 1. Введение

Низкой называется такая энергия электронов, когда становится существенным многократное кулоновское рассеяние в конвертере. Средний квадрат угла рассеяния можно представить с достаточной точностью в виде /1/:

$$\bar{\theta}^2 \approx \left(\frac{35,5}{\gamma}\right)^2 t (1 + 0,09 \ln t) \quad (1.1)$$

где  $\gamma$  - энергия электрона ( $e = m = c = 1$ ), а  $t$  - истинная длина траектории в радиационных единицах

$$t_0 \approx \frac{717 A}{Z^2 \ln(183 Z^{-1/3})} \frac{1}{\text{см}^2} \quad (1.2)$$

где  $Z, A$  - атомный номер и вес вещества конвертера, соответственно. Последние данные по радиационным длинам и критическим энергиям см. в /2/.

Так как электронно-фотонный каскад развивается на длине  $t \sim 1$ , то рассеяние начинает играть существенную роль при

$$\gamma \leq \gamma_s = 35 (17 \text{ МэВ}) \quad (1.3)$$

Эту энергию можно сравнить с критической, при которой начинают играть роль ионизационные потери:

$$\beta \approx \frac{1230}{Z} \quad (1.4)$$

Эта зависимость нормирована на свинец ( $Z = 82; \beta = 15$ ). Обе границы (1,3,4) сравниваются при  $Z \approx 35$  (Вр). В соответствии с этим в тяжелом конвертере ( $Z \gg 35$ ) можно пренебречь, в первом приближении, ионизационными потерями. Следует, однако, иметь в виду, что при очень малых  $\gamma$  ( $\ll 35$ ) заметно увеличивается (при-

близительно в  $(\ln 35 / \ln \delta)$  раз) и достигает  $\delta_5$  при  $\delta \approx 5$  (для свинца).

Оптимальная толщина конвертера определяется рассеянием первичного электрона на угол  $\theta \sim 1$ . Решая уравнение (1.1) методом последовательных приближений, найдем ( $\theta^2 \approx 1$ ):

$$t_1 \approx \frac{\delta^2}{200(2,5 + \ln \delta)} \quad (1.5)$$

Дальнейшее увеличение толщины конвертера приводит лишь к незначительному увеличению выхода позитронов, так как тормозное излучение рассеянных электронов распределится теперь по полному телесному углу  $4\pi$ . Кроме того, значительная часть электронов выйдет из конвертера назад.

Хотя при низкой энергии начальных электронов коэффициент конверсии (число позитронов на один падающий электрон) очень мал (см. ниже), зато практически значительно легче получить большие электронные токи. Поэтому, в целом, низкоэнергетическая схема конверсии может иметь практическое значение и имеет смысл провести оценки её эффективности.

## § 1. Оценки

В рассматриваемой области низких энергий ( $\delta \ll 35$ ) оптимальная толщина конвертера  $t_1 \ll 1$ , так что достаточно учесть излучение одного тормозного кванта и рождение одной пары. Сечение тормозного излучения достаточно хорошо аппроксимируется выражением /3/:

$$\nu \Phi(\nu) \approx \frac{4}{3}(1-\nu) \quad (2.1)$$

где  $\Phi$  - дифференциальное сечение излучения на радиационной длине,  $\nu$  - относительная потеря энергии. Дифференциальное сечение  $\Psi$  параобразования можно принять в виде /3/:

$$\Psi(\omega, u) \approx \frac{1}{6} \ln \frac{\omega}{3} \quad (2.2)$$

где  $\omega$  - энергия фотона, а  $u$  - относительная энергия позитрона.

Выход позитронов из конвертера также определяется рассеянием на угол  $\theta \sim 1$ . Согласно экспериментальным данным /4/ и расчетам /5/ распределение позитронов по энергиям имеет широкий максимум при  $\gamma_+ \approx \gamma/3$ . Можно считать поэтому, что позитроны эффективно выходят из слоя

$$t_+ \approx \frac{\gamma^2}{1800(1,4 + \ln \gamma)} \quad (2.3)$$

В результате получаем следующую оценку для выхода позитронов из плоского конвертера (на один первичный электрон):

$$N_+ \approx \frac{\alpha \Omega t \gamma^2 \ln(\gamma/4,7)}{1,4 + \ln \gamma}; \quad \frac{t_1}{10} \leq t \leq t_1 \quad (2.4)$$

где  $\Omega$  - телесный угол захвата. При  $t < t_1/10$  все позитроны оптимальной энергии выходят из конвертера, и зависимость от толщины  $t$  становится квадратичной. Для численного коэффициента непосредственная оценка дает:

$$\alpha \approx \frac{1}{6 \cdot 1800 \cdot 2} \approx 5 \cdot 10^{-5}$$

где принято, что полный телесный угол  $\Omega \approx 2/14$ . Обработка по формуле (2.4) экспериментальных данных /4/, а также других данных, собранных Ясновым /6/, дает:

$$\bar{\alpha} = 4,4 \cdot 10^{-5} \quad (2.5)$$

с разбросом от  $3,6 \cdot 10^{-5}$  до  $5,6 \cdot 10^{-5}$  в интервале энергий  $\gamma = 5 - 51$ . Для  $\gamma < 5$  требуется более аккуратная аппроксимация сечения паобразования нежели это дает (2.2).

Наконец, в /5/ получено выражение

$$N_+ \approx 10^{-5} \Omega t \delta^2 (\ln \delta - 1.28) \quad (2.6)$$

$$20 \leq \delta \leq 200; \quad t \leq 0.3$$

которое очень близко к (2.4). В частности, численный множитель в (2.6) совпадает с (2.5) при  $\delta \approx 20$ .

В реальной схеме конверсии /6/ позитроны захватываются в небольшой энергетический интервал  $\xi = \frac{\Delta \delta_+}{\delta_+} \ll 1$ . Тогда  $N_\xi = \frac{dN_+}{d\delta_+} \xi$ ,  $\delta_+ = 2N_+ \xi \delta_+ / \delta$  /5/. В максимуме спектра  $\delta_+ / \delta = 1/3$ . Если использовать "доускорение" позитронов на энергию  $\delta - 1$  \*  $\times (\delta_+ \rightarrow \delta_+ + \delta - 1 \approx \delta_+ + \delta)$ , то  $\delta_+ / \delta \approx 4/3$ , т.е. получается выигрыш в 4 раза. При этом также уменьшается угловой разброс позитронов. Полагая  $t = t_1$  и предполагая полный захват по углу ( $\Omega \approx 2$ ) находим окончательно:

$$N_\xi \approx 4 \cdot 10^{-7} \frac{\xi \delta^4 \ln(\delta/4, 7)}{(1.9 + \ln \delta)^2} \quad (2.7)$$

В частности, при  $\delta = 13$ ;  $N_\xi \approx 1.6 \cdot 10^{-3} \xi$ . На пределе применимости рассматриваемого приближения ( $t = t_1 \approx 1$ ;  $\delta = 35$ ) полный выход позитронов ( $\Omega = 2$ ) равен из (2.4):  $N_+ \approx 0.0444$ . По-видимому, более реалистическим пределом является  $t = t_1 = 0.5$  и, соответственно,  $\delta \approx 25$  (1.5). В этом случае полный выход  $N_+ \approx 0.01$ .

### § 3. Моделирование конверсии низкой энергии методом Монте-Карло

С помощью программы, описанной в /7/, были выполнены расчеты электронно-фотонных ливней при начальной энергии электронов равной 25 Мэв.. Расчеты производились для вольфрамовой мишени. В результате расчетов были получены энергетические и угловые спектры позитронов, выходящих из конвертера. Двойной дифференциальный спектр позитронов, в зависимости от их энергии изображен на рис.1. Там же приведена кривая, построенная соглас-

но /5/, а также экспериментальные точки, содержащиеся в этой работе. Как следует из рисунка, расчетный спектр в общем согласуется с результатами работы /5/, если учесть, что спектры в/5/ имеют неопределенный множитель  $\sim 2$ .

На рис.2 представлен полный выход позитронов всех энергий во все углы в зависимости от толщины мишени. Выход позитронов сначала линейно увеличивается с толщиной мишени, а затем рост прекращается, что находится в соответствии с качественными выводами § 1,2. Для коэффициента (первый участок кривой) получается значение  $7,5 \cdot 10^{-6}$ , которое больше (2,5). Отличие видимо связано с тем, что энергия  $\gamma = 50$  находится на границе применимости рассмотренного приближения. В целом, результаты расчетов показывают, что программу /7/ можно использовать для достаточно аккуратных расчетов конверсии при низкой энергии.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Г.И.Яснову за обсуждение вопросов, связанных с работой.

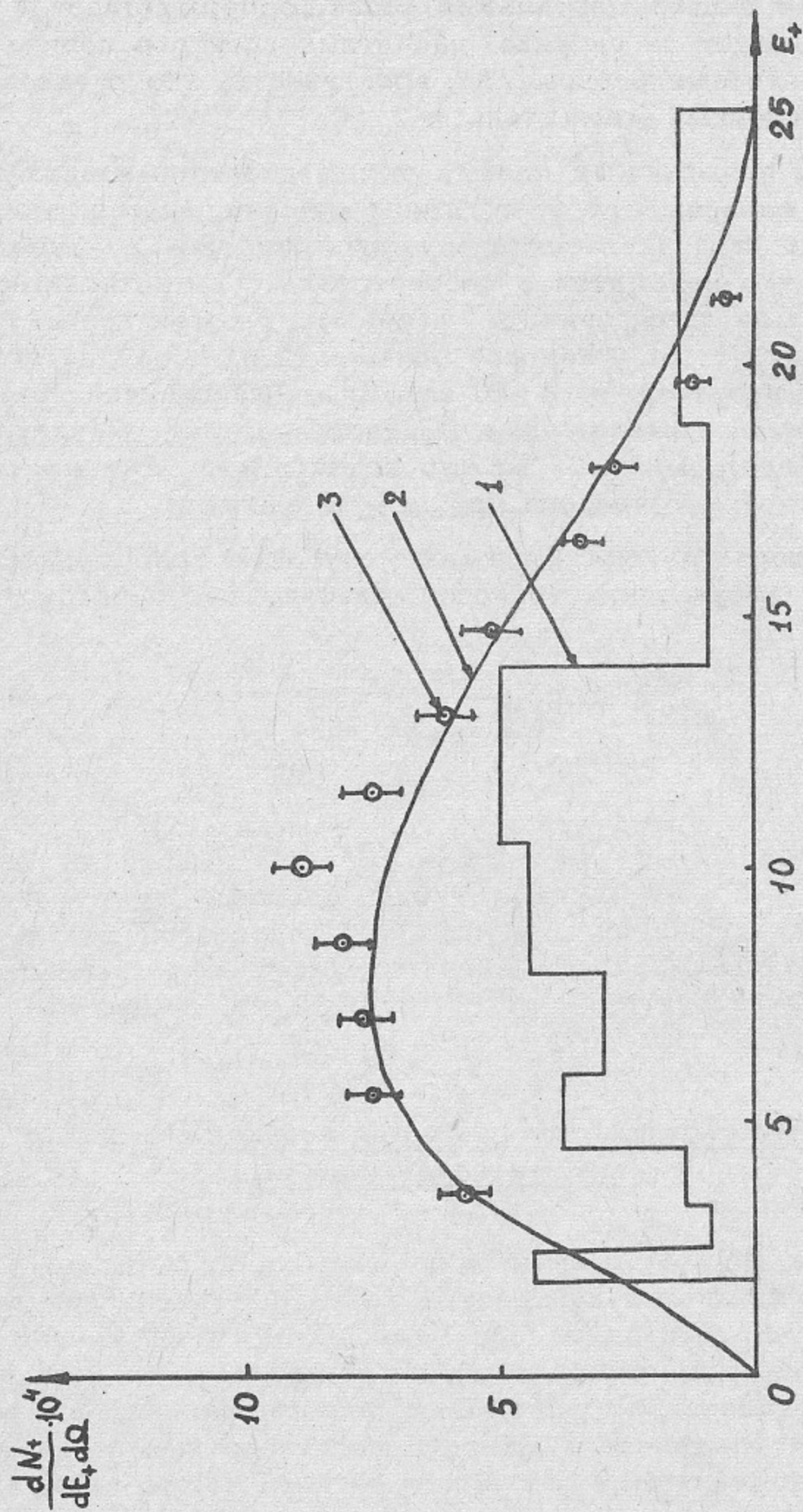


Рис.1. Спектры позитронов для  $E_0 = 25$  Мэв,  $z = 0,2$  рад.дл.  
 1 - расчеты методом Монте-Карло, 2 - эксперимент /5/,  
 3 - аналитические оценки /5/. Кривые нормированы на  
 один начальный электрон

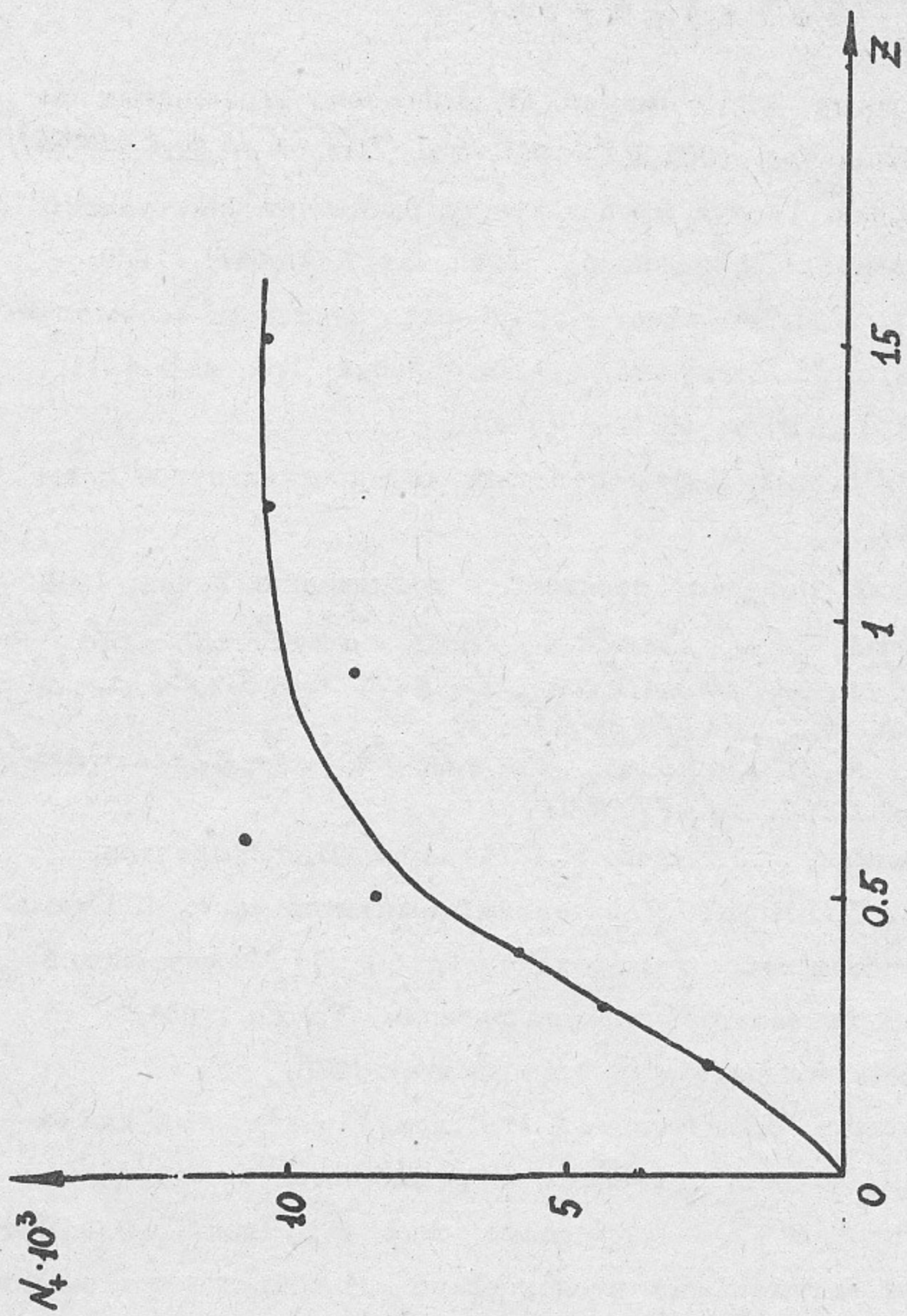


Рис.2. Полный выход позитронов из мишени с энергией  $E_+ > 2$  Мэв в зависимости от толщины.  $E_0 = 25$  Мэв



## Л и т е р а т у р а

1. С.В.Стародубцев, А.М.Романов. Прохождение заряженных частиц через вещество, 1962; *W.T. Scott, Rev. Mod. Phys.*, 35, 231 (1963);  
А.А.Поманский. Теория многократного рассеяния электронов с энергией выше 1 Мэв (обзор), Препринт 7, ФИАН, 1969.
2. В.С.Мурзин, Л.И.Сарычева, Космические лучи и их взаимодействие, 1968; А.И.Довженко, А.А.Поманский, Труды ФИАН, 26, 166 (1964); *ЖЭТФ*, 45, 268 (1963).
3. Б.Росси, К.Грейзен. Взаимодействие космических лучей с веществом, ИИЛ, 1948.  
С.З.Беленький, Лавинные процессы в космических лучах, 1948.
4. R.J. Jacobs, W.L. Creten, H.M. Ferdinande, V.J. Vanhuysse, *Nuclear Instruments and Methods*, 61, 157 (1968)
5. L. Katz, K.H. Lokan, *Nuclear Instruments and Methods*, 11, 7 (1961)
6. А.В.Кожемякин, Э.А.Купер, И.Г.Макаров, В.И.Нифонтов, А.Ф.Серов, Г.И.Яснов. Позитронный инжектор часть 1. Схема получения позитронов, конструкция. Труды УП Межвузовской конференции по электронным ускорителям. Томск, 1968.  
"Электронные ускорители" в.1.Атомиздат 1970.  
А.В.Кожемякин, В.В.Петров, Г.И.Яснов. Позитронный инжектор. часть II. Расчет конверсии. Эксперименты. Там же.
7. Ф.М.Израйлев, В.С.Сынах, В.А.Таюрский, Б.В.Чириков, В.Ф.Шмаков. Расчет оптимального позитронного конвертера методом Монте-Карло. 1.Описание программы счета. Препринт ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1973.

---

Ответственный за выпуск С.Н.Родионов  
Подписано к печати 16.8.73г. МН 08829  
Усл. 0,4 печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно.  
Заказ № 73 . ПРЕПРИНТ

---

Отпечатано на ротапринтере в ИЯФ СО АН СССР.вг