

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

ПРЕПРИНТ И Я Ф 118 - 74

Е.А.Винокуров, Э.А.Кураев, Н.П.Меренков

**РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ОБРАЗОВАНИЮ
 e^+e^- ПАРЫ ФОТОНОМ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ НА
ЭЛЕКТРОНЕ И НА ЯДРЕ**

Новосибирск

1974

РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ОБРАЗОВАНИЮ e^+e^-
ПАРЫ ФОТОНОМ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ НА
ЭЛЕКТРОНЕ И НА ЯДРЕ

Е.А.Винокуров, Э.А.Кураев, Н.П.Меренков

А Н Н О Т А Ц И Я

В приближении Вайцзеккера-Вильямса в аналитическом виде найдена радиационная поправка к сечению образования e^+e^- пары фотоном высокой энергии на электроне. Получены выражения для спектра позитронов $d\sigma/d\Delta = f(\Delta)$, $\Delta = \varepsilon_+/\omega_0$ и фотонов $d\sigma/dp$ $\beta = \omega/\omega_0$, образованных в процессе $\gamma e^\pm \rightarrow \gamma e^+e^-e^\pm$ ($\omega_0, \varepsilon_+, \omega$ - энергии начального фотона, позитрона пары и конечного фотона соответственно в системе покоя начального электрона (позитрона)). Рассмотрен случай рождения пар в поле ядра. Используя несимметричность спектра позитронов относительно точки $\Delta = 1/2$, найдено выражение для $g(\Delta) = f(\Delta) - f(1-\Delta)$ которое может быть проверено экспериментально.

Процесс образования пары фотоном на электроне и ядре, а также радиационные поправки к нему изучались в большом числе экспериментальных и теоретических работ в течение многих лет /1/. Однако, необходимость во все более точном описании этого процесса постоянно возникает в связи с опытами по фотообразованию адронов на нуклонах, где его необходимо учитывать как фон. Учет радиационной поправки к процессу образования пары фотоном высокой энергии необходим, например, в задачах о восстановлении спектра начальных фотонов, если энергетическое разрешение компонент пары меньше 1%. На наш взгляд является желательным проведение программы изучения радиационных поправок к процессу образования e^+e^- пар фотоном на ядрах. В настоящее время на целом ряде установок можно поставить, скажем, эксперименты по измерению энергетических спектров фрагментов пары с большой статистикой и достаточно хорошим энергетическим разрешением; в известной авторам литературе нет указаний на подобные опыты /10/. Кроме того, процесс образования пары фотоном с излучением дополнительного фотона надо учитывать в качестве фонового в опытах по проверке нелинейных эффектов квантовой электродинамики (дельбрюксовское рассеяние, расщепление фотонов в поле ядра). В этой связи следует отметить недавний эксперимент в **DESY** по расщеплению фотона в поле ядра /3/. В этом эксперименте, основной целью которого было изучение дельбрюксовского рассеяния, фотоны большой энергии падали на мишень (Z_1, A_1), а регистрировался фотон с энергией 87% от энергии начального, излучавшийся под углом порядка нескольких миллирадиан. Авторы эксперимента все такие фотоны относили к образовавшимся в процессе расщепления начального фотона в поле ядра на два фотона. Однако, величина сечения, измеренного в этом эксперименте на два порядка превышает предсказываемую теоретически /4/. В то же время, к хорошему согласию с результатами этого эксперимента /2/ приводит учет процесса образования фотона вместе с электрон-позитронной парой начальным фотоном на ядре ($\gamma Z \rightarrow \gamma e^+e^- Z$) в одноактивном процессе ^{x)} Этот

^{x)} На необходимость учета процесса $\gamma Z \rightarrow \gamma e^+e^- Z$ при изучении процесса расщепления фотона в поле ядра $\gamma Z \rightarrow \gamma \gamma Z$ обратил внимание в 1964 г. Шкляревский /6/, но ввиду допущенных им ошибок количественная оценка сечения $d^3\sigma/d^3k$ найденная в /6/, неверна.

механизм рождения фотона, как следует из анализа обработки данных эксперимента /3/, был вынесен авторами из внимания.

В п.1 настоящей работы мы приводим найденное в приближении Вайцеккера-Вильямса (ВВ) аналитическое выражение для спектра фотонов, образованных в процессе $\gamma e^+ \rightarrow \gamma e^+ e^-$. В пункте 2 получен спектр позитронов, образовавшихся при рождении $e^+ e^-$ пары фотоном на электроне. В борновском приближении спектр определяется выражением:

$$\frac{d\sigma_0}{d\Delta} = 4\alpha z_0^2 \left\{ L \left[1 - \frac{4}{3} \Delta(1-\Delta) \right] + O(m_e^2/\beta) \right\} \quad (1)$$

где $L = \ln R$, $R = 3\Delta(1-\Delta)/(m_e^2 \cdot e^{1/2})$, $\beta = (k+p)^2$, $z_0 = \frac{2}{m_e}$, $e = 2,7128$

$\Delta = \frac{\epsilon_+}{\omega_0}$ - доля энергии начального фотона, уносимая позитроном.

$0 \leq \Delta \leq 1$, k и p - импульсы начальных фотона и электрона соответственно, $\omega_0 = 3/(2m_e)$ - энергия начального фотона в системе покоя электрона. В следующем порядке теории возмущений вклад в спектр позитрона можно представить в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Delta} = \left(\frac{d\sigma}{d\Delta} \right)_{\text{вирт.}} + \left(\frac{d\sigma}{d\Delta} \right)_{\text{мягк.}} + \left(\frac{d\sigma}{d\Delta} \right)_{\text{жестк.}} \quad (2)$$

где первые два слагаемых описывают поправку к спектру (1) за счет виртуальных и мягких реальных фотонов, а третье определяет вклад в радиационную поправку за счет излучения жесткого фотона. (Рис.1а,б). Вклад первых двух слагаемых в (2) впервые был получен аналитически в работе Морка и Олсена /5/. Там же было оценено третье слагаемое методом численного интегрирования. Используя полученное нами недавно дифференциальное по частотам фотонов сечение излучения двух фотонов одним электроном в $e^+ e^-$ столкновении /7/, а также закон подстановки /8/, мы получаем в аналитическом виде распределение по энергиям позитрона и фотона в процессе $\gamma e \rightarrow \gamma e^+ e^-$ (см.П(1)). Интегрирование (П1) по доле энергии фотона β при фиксированной доле энергии позитрона Δ , позволяет получить аналитическое выражение для радиационной поправки к спектру позитронов за счет излучения жесткого фотона. Полная радиационная поправка к спектру позитронов определяется формулой (7).

В пункте 3 полученные результаты переносятся на случай рождения пар в экранированном поле ядра и находится поправка к полному сечению поглощения фотонов. При постановке эксперимента по проверке радиационных поправок к процессу образования пары фотоном на ядре необходимо учитывать неасимптотические в пределе больших энергий члены, происходящие от спектра в борновском приближении (в(1) члены $\sim \alpha z_0^2 L / (3m_e^2)$). Оценка показывает, что для энергий фотона в системе покоя ядра $\omega_0 = 1,5$ Гэв, вклад радиационной поправки одного порядка со вкладом неасимптотических членов и составляет $\approx 1\%$ от борновского сечения. Таким образом, есть определенная трудность в учете фона.

В пункте 4 мы показываем, что существует, однако, возможность выделить из сечения часть, ответственную за радиационную поправку, определяемую излучением жесткого фотона. Эта возможность основывается на том, что спектр позитронов не является симметричным относительно точки $\Delta = 1/2$, причем нарушение этой симметрии происходит полностью за счет вклада радиационной поправки, учитывающей излучение жесткого кванта.

1. В недавней работе /7/, было получено в приближении В.В. дифференциальное по энергиям фотонов сечение излучения двух фотонов одним из электронов при $e^+ e^-$ столкновениях $d^2\sigma^{\beta_2}/d\beta_1 d\beta_2 = F^{\beta_2}(\Delta, \beta_2)$, $\beta_i = \omega_i/\epsilon_0$, ω_i, ϵ_0 - энергии фотонов и начального электрона в с.п.и. соответственно, $\Delta = 1 - \beta_1 - \beta_2$. Из этого спектра с помощью процедуры "закона подстановки" /8/ можно получить дифференциальное по энергиям конечных фотона и позитрона сечение образования $e^+ e^-$ пары на электроне с излучением дополнительного фотона одной из компонент пары (рис.1) $d^2\sigma^{\beta_1}/d\Delta d\beta = \Phi^{\beta_1}(\Delta, \beta)$, где $\Delta = \epsilon_+/\omega_0$, $\beta = \omega/\omega_0$, ϵ_+, ω - энергии позитрона и фотона в с.п.и. начальных частиц. Функции $F^{\beta_2}(\Delta, \beta)$ и $\Phi^{\beta_1}(\Delta, \beta)$ связаны следующим соотношением:

$$\Phi^{\beta_1}(\Delta, \beta) = -F^{\beta_2}\left(-\frac{\Delta}{\beta}, \frac{1}{\beta}\right). \quad (3)$$

Функция $\Phi^{\beta_1}(\Delta, \beta)$ приведена в приложении (П(1)).

Интегрирование П(1) по доле энергии позитрона пары Δ в пределах от 0 до $1-\beta$ дает следующее выражение для спектра фотонов, образованных в процессе $\gamma e \rightarrow \gamma e^+ e^-$

$$\frac{d\sigma}{d\beta} = 2(\alpha z_0)^2 (\ln(\beta/m_e^2)) \cdot \frac{(1-\beta)I(\beta)}{105\pi}, \quad I(\beta) = P_1 + P_2 \cdot \frac{\pi^2}{6} +$$

$$+P_3 \ln \gamma + P_4 \ln^2 \beta + (P_5 + P_6 \ln \gamma) \eta \ln \beta + P_7 \cdot \eta \cdot \mathcal{D} \quad (4)$$

где

$$\delta_1 = \delta \Delta (1-\Delta), \quad \gamma = \frac{(1-\beta)^2}{\beta}, \quad \eta = \frac{1-\beta}{1+\beta}, \quad \mathcal{D} = \int_{1-\frac{1}{\beta}}^{1-\beta} dx \frac{\ln(1-x)}{x},$$

$$P_1 = -\frac{1}{105} (25528\gamma^2 + 116044\gamma + 151556), \quad P_2 = 256\gamma^3 + 1092\gamma^2 + 1260\gamma + 420,$$

$$P_3 = \frac{1}{105} (676\gamma^3 + 9877\gamma^2 + 58415\gamma + 62160), \quad P_4 = 64\gamma^3 + 305\gamma^2 + 475\gamma + 269 - 276\gamma^{-1},$$

$$P_5 = \frac{1}{105} (676\gamma^3 + 38109\gamma^2 + 211637\gamma + 266660 - 53632\gamma^{-1}),$$

$$P_6 = 32\gamma^2 + 416\gamma + 1310 + 1184\gamma^{-1}, \quad P_7 = 128\gamma^3 + 802\gamma^2 + 1082\gamma - 470 - 1184\gamma^{-1}.$$

В пределе малых частот фотона $\beta \rightarrow 0$, $I(\beta) \sim \frac{1}{\beta} (128\pi^2 - 630)$ и при $\beta \rightarrow 1$, $I(\beta) \sim 70(\pi^2 - 4)$. Величина $(1-\beta) \cdot I(\beta) / (105\pi)$ приведена на рис. 2. Отметим, что $R(\beta) = (1-\beta) \cdot I(\beta)$ удовлетворяет соотношению: $R(\beta) = -\beta R(1/\beta)$, что является следствием кросс-симметрии.

Спектр (4) интересен тем, что он представляет главный элементарный (нелинейный) механизм "старения" фотона в веществе. Должен быть учтен в задачах о распространении фотонов больших энергий в очень разреженных средах, скажем в межзвездном веществе, где радиационная длина фотона имеет порядок галактических расстояний.

2. В этом пункте мы рассмотрим спектр позитронов, образованных в результате столкновения фотона высокой энергии с электроном. В борновском приближении спектр определяется выражением (1). Первые два слагаемых в радиационной поправке к борновскому спектру (см. (2)), учитывающие соответственно вклад виртуальных и мягких реальных фотонов, частота которых в с.ц.и. не превосходит $\varepsilon\sqrt{3}/2$, $\varepsilon \ll 1$ были вычислены в приближении В.В. в работе /Б/. Мы находим, однако, нужным привести

здесь результаты расчета этих членов, исправив допущенные в /Б/ опечатки:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Delta}\right)_{\text{вирт.}} + \left(\frac{d\sigma}{d\Delta}\right)_{\text{м.л.к.}} = \frac{2(dz_0)^2}{105\pi} (\ln \beta_1) [G_1 + (\ln \varepsilon) G_2] \quad (5)$$

$$G_1 = -C_1 - C_2 \eta_1 - \alpha_3 \eta_1 \mathcal{D}_1 - (C_3 + C_4 \ln \gamma_1) \ln \gamma_1 - \alpha_3 \bar{\gamma}^2 [\alpha_9 + C_5 \ln \gamma_1 - \alpha_{12} h(\bar{\gamma}/2) + C_6 h(\bar{\gamma})] \bar{\gamma} \eta_2, \quad G_2 = 2[\alpha_2 + \alpha_7 \ln \gamma_1 + \alpha_{10} \bar{\gamma} \eta_1],$$

$$\delta_1 = \frac{1}{\Delta(1-\Delta)}, \quad \eta_1 = 1-2\Delta, \quad \bar{\gamma} = \ln \frac{\Delta}{1-\Delta}, \quad \mathcal{D}_1 = \int_{1-\Delta}^{\Delta} dx \frac{\ln(1-x)}{x}, \quad h(x) = x^{-1} \int_0^x dt \cdot t \cdot \text{ctht},$$

$$C_1 = \frac{\pi^2}{6} (16\delta_1^2 - 518\delta_1 + 630 + 420\delta_1^{-1} + 840\delta_1^{-2}) + 32\delta_1 + \frac{59941 - 48916\delta_1^{-1}}{105},$$

$$C_2 = \frac{\pi^2}{6} (-48\delta_1^2 + 576\delta_1 - 1044 + 552\delta_1^{-1}), \quad C_4 = 8\delta_1^2 - \frac{763}{4}\delta_1 + \frac{1085}{4},$$

$$C_3 = \frac{1}{105} (-11333\delta_1 + \frac{144655}{2} - 22260\delta_1^{-1}), \quad C_5 = -96\delta_1 + \frac{327}{2} - 211\delta_1^{-1},$$

$$C_6 = -42\delta_1 + 56 + 448\delta_1^{-1}, \quad \alpha_2 = -16\delta_1 + 200 - 184\delta_1^{-1},$$

$$\alpha_3 = -16\delta_1^2 + \frac{785}{4}\delta_1 - \frac{1763}{4} + 424\delta_1^{-1} - 396\delta_1^{-2}, \quad \alpha_7 = 8\delta_1^2 - 96\delta_1 + 174 - 92\delta_1^{-1},$$

$$\alpha_9 = \frac{1}{105} (-11333\delta_1 + \frac{9443}{2} - 6608\delta_1^{-1}), \quad \alpha_5 = 315\delta_1 - 175 - 210\delta_1^{-1}, \quad (5b)$$

$$\alpha_{10} = 8\delta_1^2 - 96\delta_1 + 174 - 92\delta_1^{-1}, \quad \alpha_{12} = 32\delta_1^2 - 426\delta_1 + 752 + 80\delta_1^{-1}.$$

В работе /Б/ допущены опечатки в C_2 и C_4 .

Поправка к спектру (1) за счет излучения жесткого фотона получается интегрированием $\Pi(1)$ по доле энергии фотона β от ε до $1-\Delta$ при фиксированном Δ :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Delta}\right)_{\text{посл.}} = \frac{2(\alpha z_0)^2}{105\pi} (\ln S_1) \left\{ -A_1 - A_2 \ln(1-\Delta) - A_3 \ln \Delta - A_4 \ln^2(1-\Delta) - \right. \\ \left. - A_5 \ln \Delta \ln(1-\Delta) - A_6 \ln^2 \Delta - A_7 \frac{\pi^2}{6} - A_8 \int_0^{1-\Delta} dx \frac{\ln(1-x)}{x} + G_2 \ln \varepsilon \right\}, \quad (6)$$

$$A_1 = -\frac{3842}{15} \Delta^3 - \frac{3852}{5} \Delta^2 + \frac{26017}{30} \Delta + \frac{1234}{5} - 144(1-\Delta)^{-1} - 32 \Delta^{-1},$$

$$A_2 = \frac{418}{15} \Delta^4 - \frac{1615}{3} \Delta^3 + 1194 \Delta^2 - \frac{3245}{3} \Delta + \frac{3154}{3} - 32(1-\Delta)^{-1} - \frac{1426}{5} \Delta^{-1},$$

$$A_3 = -\frac{418}{15} \Delta^4 + \frac{763}{3} \Delta^3 - 230 \Delta^2 - 144 \Delta - \frac{1365}{2} + 660(1-\Delta)^{-1} - 272(1-\Delta)^{-2} + \frac{1266}{5} \Delta^{-1},$$

$$A_4 = 368 \Delta^3 - 552 \Delta^2 + 880 \Delta - 628 + 384 \Delta^{-1} - 32 \Delta^{-2},$$

$$A_5 = -400 \Delta^3 + 744 \Delta^2 - 954 \Delta - 6 + 192 \Delta^{-1} - 32 \Delta^{-2} + 384(1-\Delta)^{-1} - 32(1-\Delta)^{-2},$$

$$A_6 = 142 \Delta^4 - 353 \Delta^3 + 435 \Delta^2 - 280 \Delta + \frac{611}{2} - 354(1-\Delta)^{-1} + 334(1-\Delta)^{-2} - 128(1-\Delta)^{-3}, \quad (6a)$$

$$A_7 = 284 \Delta^4 - 770 \Delta^3 + 1518 \Delta^2 - 1042 \Delta + 587 - 504 \Delta^{-1} + 32 \Delta^{-2},$$

$$A_8 = -284 \Delta^4 + 770 \Delta^3 - 1254 \Delta^2 + 918 \Delta - 253 - 504 \Delta^{-1} + 32 \Delta^{-2}.$$

Суммируя (5) и (6), получаем для полной радиационной поправки к спектру позитрона

$$\frac{d\sigma}{d\Delta} = \frac{2(\alpha z_0)^2}{105\pi} (\ln S_1) \cdot \Psi(\Delta), \quad \Psi(\Delta) = -B_1 - B_2 \frac{\pi^2}{6} - B_3 \ln(1-\Delta) \\ - B_4 \ln \Delta - B_5 \ln^2 \Delta - B_6 \ln^2(1-\Delta) - B_7 \ln \Delta \ln(1-\Delta) - B_8 \mathcal{J}(\Delta) - B_9 \mathcal{I}(\Delta),$$

$$\mathcal{J}(\Delta) = \int_0^{1-\Delta} dx \frac{\ln(1-x)}{x}, \quad \mathcal{I}(\Delta) = \int_1^{\Delta/(1-\Delta)} dx \frac{\ln x}{x-1}, \quad (7)$$

$$B_1 = -\frac{3842}{15} \Delta^3 - \frac{4568}{15} \Delta^2 + \frac{12041}{30} \Delta + \frac{2453}{3} - 112(1-\Delta)^{-1},$$

$$B_2 = |1-2\Delta| \left(-552 \Delta^2 + 552 \Delta - 1044 + 480(1-\Delta)^{-1} + 480 \Delta^{-1} - 48(1-\Delta)^{-2} - 48 \Delta^{-2} \right) \\ + 1124 \Delta^4 - 2478 \Delta^3 + 1980 \Delta^2 - 930 \Delta + 1364 - 1284 \Delta^{-1} + 48 \Delta^{-2} - 192(1-\Delta)^{-1} + 16(1-\Delta)^{-2},$$

$$B_3 = \frac{418}{15} \Delta^4 - \frac{6187}{15} \Delta^3 + \frac{3966}{5} \Delta^2 - \frac{3584}{5} \Delta + \frac{4763}{15} - 32(1-\Delta)^{-1} - \frac{208}{3} \Delta^{-1},$$

$$B_4 = -\frac{418}{15} \Delta^4 + \frac{1927}{15} \Delta^3 - \frac{1266}{5} \Delta^2 - \frac{1273}{15} \Delta - \frac{39791}{30} + \frac{13138}{15} (1-\Delta)^{-1} - 272(1-\Delta)^{-2},$$

$$B_5 = -254\Delta^4 + 453\Delta^3 - 406\Delta^2 + 158\Delta + \frac{265}{2} - 375(\Delta)^{-1} + 318(\Delta)^{-2} - 128(\Delta)^{-3},$$

$$B_6 = -396\Delta^4 + 778\Delta^3 - 799\Delta^2 + 410\Delta - 446 + 171\Delta^{-1} - 32\Delta^{-2} + 192(\Delta)^{-1} - 16(\Delta)^{-2},$$

$$B_7 = 792\Delta^4 - 1588\Delta^3 + 1790\Delta^2 - 614\Delta + 923 - 780(\Delta)^{-1} + 32(\Delta)^{-2}, \quad (7a)$$

$$B_8 = -284\Delta^4 + 714\Delta^3 - 1170\Delta^2 + 302\Delta + 41 - 1092\Delta^{-1} + 32\Delta^{-2} + 588(\Delta)^{-1},$$

$$B_9 = 736\Delta^3 - 1104\Delta^2 + 1760\Delta - 696 + 384\Delta^{-1} - 32\Delta^{-2} - 384(\Delta)^{-1} + 32(\Delta)^{-2}.$$

Как и следовало ожидать, параметр ξ выпадает из полной радиационной поправки к спектру (1). Функция $\Psi(\Delta)/(105\pi)$ приведена на рис. 3. В предельно малых энергиях позитрона $\Delta \rightarrow 0$, $\Psi(\Delta) \sim \frac{105}{2} \ln^2 \Delta$, а в случае, когда позитрон уносит почти всю энергию фотона, $\Delta \rightarrow 1$, $\Psi(\Delta) \sim -210 \ln^2(1-\Delta)$. Эти предельные случаи для $\Psi(\Delta)$ имеют дважды логарифмическую природу: энергетический инвариант $\xi = (k_1 + k_2)^2$ для процесса $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$ пропорционален $1/(\Delta(1-\Delta))$ и будет велик в обоих случаях. Главная часть амплитуды $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ на угол нуль, которая соответствует $e^+e^- \gamma$ - промежуточному состоянию при фиксированной доле энергии позитрона Δ , пропорциональна $(\ln^2 \Delta)/(\xi \Delta)$, $\Delta \rightarrow 0$.

Отметим, что распределение (6), учитывающее вклад жестких фотонов, а также полная поправка к спектру позитронов $\Psi(\Delta)$ не являются симметричными относительно точки $\Delta = 1/2$, в отличие от вклада виртуальных и мягких реальных фотонов ((1) инвариантно при замене $\Delta \rightarrow 1-\Delta$). Нарушение этой симметрии происходит из-за того, что в случае излучения жесткого фотона сумма долей энергий, уносимых позитроном и электроном не будет равна единице.

3. В случае рождения пар в поле ядра необходимо учитывать экранировку кулоновского поля ядра атомными электронами, а также поправки, вследствие многократного взаимодействия с ядром. Борновское выражение для спектра позитрона (1) в случае частичной экранировки перейдет в

$$\frac{d\sigma_0}{d\Delta} \rightarrow z^2 \alpha^2 z_0^2 [(\Delta^2 + (1-\Delta)^2) \Psi_1 + \frac{2}{3} \Delta(1-\Delta) \Psi_2], \quad (8)$$

$$\Psi_{1,2} = \Phi_{1,2} - \frac{4}{3} \ln z - 4f(z), \quad f(z) = (z\alpha)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + z^2 \alpha^2)}$$

Функции $\Phi_{1,2}(\omega, z, \Delta)$ протабулированы Бете и Гайтлером (см., например /9/).

В предельно больших энергиях начального фотона реализуется случай полной экранировки:

$$\frac{d\sigma_0}{d\Delta} \rightarrow 4z^2 \alpha^2 z_0^2 \left\{ \left[\ln(183z^{-1/2}) - f(z) \right] \left(1 - \frac{4}{3} \Delta(1-\Delta) \right) - \frac{1}{9} \Delta(1-\Delta) \right\} \quad (8a)$$

Спектр позитрона с учетом радиационной поправки принимает вид

$$\frac{d\sigma}{d\Delta} = \frac{d\sigma_0}{d\Delta} \left[1 + \frac{\alpha}{105\pi} \frac{\Psi(\Delta)}{\alpha(\Delta)} \right], \quad \alpha(\Delta) = 2 - \frac{8}{3} \Delta(1-\Delta), \quad (9)$$

$\frac{d\sigma_0}{d\Delta}$ и $\Psi(\Delta)$ даются формулами (8,8a) и (7,7a) соответственно. В случае полного экранирования спектр фотонов, образованных в процессе $\gamma\gamma \rightarrow \gamma e^+ e^-$ получается из (4) заменой множителя $2\alpha^2 z_0^2 (\ln 3)$ на $2(\alpha z z_0)^2 (\ln(183z^{-1/2}))$.

Найдем изменение полного сечения образования пары фотоном в поле ядра, обусловленное радиационной поправкой. Интегрирование (5) по Δ от 0 до 1 дает для вклада первых двух слагаемых в (2) в полное сечение

$$\sigma_1 = \frac{2(\alpha z z_0)^2}{105\pi} \ln(183z^{-1/2}) \left\{ (128\pi^2 - 630) \ln \xi + 3012 \zeta(3) + \frac{4424}{5} \zeta(2) - \frac{6283}{2} \right\} \quad (10)$$

где $\zeta(2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} = 1.645$, $\zeta(3) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} = 1.202$. Это выражение совпадает с приведенным в работе /6/, если учесть, что $L_3(2) = \int_0^1 \frac{dx}{x} \ln x \ln |1-x| = \frac{7}{8} \zeta(3) + \frac{1}{4} \pi^2 \ln 2$. Вклад жесткой части получаем интегрированием (6)

$$\sigma_2 = \frac{2(\alpha z z_0)^2}{105\pi} \ln(183z^{-1/2}) \left\{ (-128\pi^2 + 630) \ln \xi + 372 \zeta(3) - \frac{4424}{5} \zeta(2) - 344 \right\} \quad (10a)$$

Полное сечение поглощения фотона полностью экранированным полем ядра определяется суммой (10) и (10а)

$$\sigma = \frac{28}{9} \alpha^2 Z^2 \left[h(183Z^{-1/2}) - \frac{1}{42} f(z) \right] (1 + \delta^p), \quad \delta^p = \frac{9\alpha}{14\pi} \left(\frac{1123}{35} f(z) - \frac{6971}{210} \right) \sim 0.009. \quad (11)$$

4. Как отмечалось выше, в задаче об экспериментальной проверке радиационных поправок к сечению образования пары фотоном возникает трудность в учете асимптотически неглавных членов из борновского сечения. Эти члены являются фоном, который превышает вклад поправки вплоть до энергий фотона 1,5 Гэв в лабораторной системе. Имеется однако, возможность измерить часть радиационной поправки, соответствующую излучению жесткого фотона ^{x)}. Эта возможность основывается на том, что вклад неасимптотических членов борновского приближения ($\sim \alpha^3 h(\frac{1}{2})/3$ или $\sim \alpha^3 h(183Z^{-1/2})/3$) в спектр позитрона симметрии относительно замены $\Delta \rightarrow 1-\Delta$, т.к. сумма долей энергии электрона и позитрона для событий с e^+e^- парой в конечном состоянии (при условии, что состояние мишени не меняется), равна единице. В этой связи отметим, что число случаев рождения пар (без учета тормозного излучения), в которых этот баланс энергий не выполняется, составляет M_e^2/m_p^2 от общего числа случаев рождения пар (тормозной механизм рождения пары). Предлагается поэтому измерять величину $g(\Delta) = \frac{d\sigma}{d\Delta}(\Delta) - \frac{d\sigma}{d\Delta}(1-\Delta)$, которая представляет собой разность числа событий с долями энергии позитрона Δ и $1-\Delta$. Поскольку энергия начального фотона при этом может быть не очень велика (порядка сотен Мэв), то реализуется случай частичной экранировки:

$$g(\Delta) = \frac{d\sigma_0}{d\Delta} \cdot \frac{d}{\alpha(\Delta)} \cdot \frac{g_1(\Delta)}{105\pi}, \quad \frac{d\sigma_0}{d\Delta} \text{ дается формулой (8).}$$

$$g_1(\Delta) = \eta_1 \left[\tilde{P}_1 - \tilde{P}_2 h\gamma_1 + \tilde{P}_3 \frac{\pi^2}{6} + \tilde{P}_4 h^2 \gamma_1 + \tilde{P}_5 h \Delta h(1-\Delta) \right] + \eta_2 \left[\tilde{P}_6 - \tilde{P}_7 h\gamma_1 \right] - \tilde{P}_8 \mathcal{D}_1, \quad (12)$$

^{x)} Мы благодарим Л.Н.Липатова за указание этой возможности.

$$\tilde{P}_1 = \frac{3842}{15} \gamma_1^{-1} - \frac{1593}{10} - 112\gamma_1, \quad \tilde{P}_2 = 142\gamma_1^{-1} - \frac{1637}{6} + \frac{2283}{5} \gamma_1 - 136\gamma_1^2, \quad \tilde{P}_3 = 303\gamma_1^{-1} - 95 + 252\gamma_1 - 16\gamma_1^2,$$

$$\tilde{P}_4 = -\frac{299}{2} \gamma_1^{-1} + 320 - 369\gamma_1 + 247\gamma_1^2 - 64\gamma_1^3, \quad \tilde{P}_5 = 598\gamma_1^{-1} - 1175 + 1182\gamma_1 - 510\gamma_1^2 + 128\gamma_1^3,$$

$$\tilde{P}_6 = \frac{836}{15} \gamma_1^{-2} - \frac{5197}{15} \gamma_1^{-1} + \frac{24128}{15} - \frac{3803}{5} \gamma_1 + 136\gamma_1^2, \quad \tilde{P}_7 = 284\gamma_1^{-2} - 667\gamma_1^{-1} + 178 + 284\gamma_1 - 16\gamma_1^2,$$

$$\tilde{P}_8 = -142\gamma_1^{-2} + \frac{379}{2} \gamma_1^{-1} - \frac{1115}{2} + 735\gamma_1 - 375\gamma_1^2 + 64\gamma_1^3,$$

$\eta_1, \eta_2, \gamma_1, \mathcal{D}_1$ определены формулами (5а), см рис 3.

Заметим, однако, что практическое использование (12) встречает трудность, которая заключается в том, что на опыте необходимо измерять доли энергий позитрона и электрона пары с ошибкой, не превышающей 1%, т.к. $g(\Delta)$ при Δ не близких к 0 и 1 примерно в 100 раз меньше $d\sigma/d\Delta$, определяемого формулой (8). Требование на энергетическое разрешение при $\Delta \rightarrow 0$ несколько смягчается, т.к. $g_1(\Delta)/(105\pi) \sim \frac{\pi}{27} h^2 \Delta$.

В заключение мы выражаем благодарность А.И.Ахизерову, В.Н.Байеру, Д.В.Волкову, А.Н.Липатову и В.С.Фадину за внимание и интерес к работе, В.Страховенко и С.Середнякову за помощь в расчетах на ЭВМ.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Используя формулу (8) работы /7/ и соотношение (3), получим

$$\Phi^P(\Delta, \beta) [h(\gamma_{m_2})]^{-1} = \frac{2(\alpha Z_0)^2}{105\pi} \left\{ -\tilde{A}_1 - \tilde{A}_2 h_m \frac{\beta}{(1+\Delta)(\Delta+\beta)} - \tilde{A}_3 h_m \frac{\Delta(1-\beta)}{(\Delta+\beta)(1-\Delta)} - \right. \quad (\text{П1})$$

$$\left. - (I+R_1)(I+R_2) \tilde{A}_4 h_m \frac{(\Delta+\beta)(1-\beta)}{\Delta} \right\},$$

$$\tilde{A}_1 = 35\beta [(1-\Delta)^{-2} + (\beta+\Delta)^{-2}] - 280(1+\beta) [(1-\Delta)^{-1} + (\beta+\Delta)^{-1}] + 96\beta^2 + 110\beta + 642 + 110\beta^{-1} + 96\beta^{-2} + \Delta [-60\beta^{-2} - 604\beta^{-1} + 604 + 60\beta] + \Delta^2 [92\beta^{-2} + 600\beta^{-1} + 92] + 64\Delta^3 (\beta^{-1} - \beta^{-2}) + 32\Delta^4 \beta^{-2},$$

$$\tilde{A}_2 = [(1-\beta-\Delta)^{-1} + \Delta^{-1}] (16\beta^{-2} - 96\beta^{-1} + 243 + 33\beta + 96\beta^2 - 16\beta^3 - 276(1+\beta)^{-1}) + [(1-\Delta)^{-1} + (\Delta+\beta)^{-1}] \times (-16\beta^{-2} - 96\beta^{-1} + 33\beta - 243 - 96\beta^2 - 16\beta^3 + 276(1+\beta)^{-1}) + 280(\beta + \beta^{-1}),$$

$$\tilde{A}_3 = [(\Delta+\beta)^{-1} + (1-\Delta)^{-1}] (16\beta^{-2} + 96\beta^{-1} + 243 - 33\beta + 96\beta^2 + 16\beta^3 - 276(1+\beta)^{-1}) - 16(\beta^3 + \beta^{-3}) - 42(\beta^2 + \beta^{-2}) - 343(\beta + \beta^{-1}) + 210 + \Delta [68(\beta^{-3} - \beta^2) - 70(\beta^{-2} - \beta) + 462(\beta^{-1} - 1)] + \Delta^2 [-128(\beta^{-3} + \beta) + 210(\beta^2 + 1) - 756\beta^{-1}] + \Delta^3 [152(\beta^3 - 1) - 392(\beta^2 - \beta)] + \Delta^4 [-156(\beta^3 - \beta^{-1}) + 280\beta^{-2}] + 96\Delta^5 (\beta^{-3} - \beta^{-2}) - 32\Delta^6 \beta^{-3},$$

$$\tilde{A}_4 = (1-\beta-\Delta)^{-1} [-128\beta^{-3} + 334\beta^{-2} - 492\beta^{-1} + 453 - 247\beta + 96\beta^2 - 16\beta^3] + (\Delta+\beta)^{-1} [16\beta^{-2} + 96\beta^{-1} + 37 - 37\beta - 96\beta^2 - 16\beta^3] + 112\beta^{-3} - 232\beta^{-2} + 74\beta^{-1} + 80 - 34\beta + \Delta [196\beta^{-3} - 132\beta^{-2} + 276\beta^{-1} - 440] + \Delta^2 [276\beta^{-2} - 276\beta^{-1}] - 184\Delta^3 \beta^{-2},$$

где Δ, β - доли энергий позитрона и конечного фотона соответственно в процессе $\gamma e^+ \rightarrow \gamma e^+ e^-$. В (П1) введены следующие операции:

I - единичная замена

R_1 - замена $\beta \rightarrow \beta, \Delta \rightarrow 1 - \beta - \Delta,$

R_2 - замена $\beta \rightarrow \frac{1}{\beta}, \Delta \rightarrow -\frac{1-\beta-\Delta}{\beta}.$

(П2)

Л и т е р а т у р а

1. J.W. Motz, H.A. Olsen, H.W. Koch *Rev. Mod. Ph.* 41, 1 №4 (1969).
2. Р.М. Джалкибаев, Э.А. Кураев, В.С. Фадин, В.А. Хозе, ПЖЭТФ.
3. G. Jarlskog *et al*, препринт DESY 73/4, 1973.
4. V.N. Baier, V.M. Katkov, E.A. Kuraev, V.S. Fadin *Phys. Lett* 46B in print
5. K. Morik and H. Olsen, *Phys. Rev.* 140, p1661 (1965).
6. Г.М. Шкляревский ЖЭТФ т.46 стр.690, 1964.
7. Э.А. Кураев, Л.Н. Липатов, Н.П. Меренков, В.С. Фадин, В.А. Хозе. ЯФ 18, 12 (1973).
8. Э.А. Кураев, Л.Н. Липатов, М.И. Стрикман ЯФ 18, 12, 1973.
9. А.И. Ахизер, В.Б. Берестецкий "Квантовая электродинамика" 1969 формулы 30.2.5, 28.5.5: В.Н. Байер, В.М. Катков, В.С. Фадин, "Излучение релятивистских электронов", 1973 г., № 19.
10. L.S. Maximon *Rev. Mod. Phys.* v.41 № 1 p193 (1969)

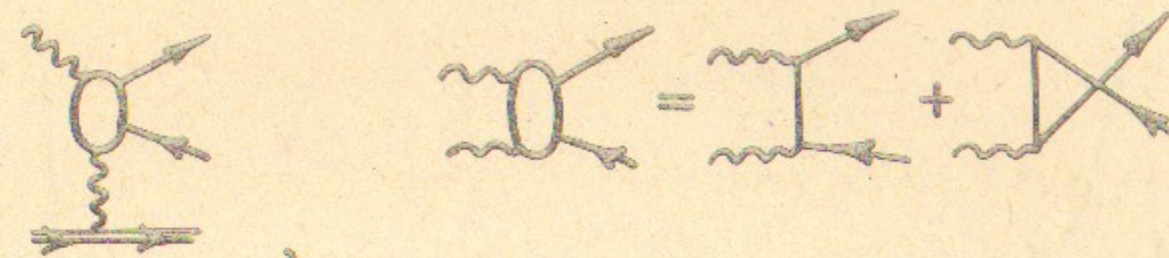
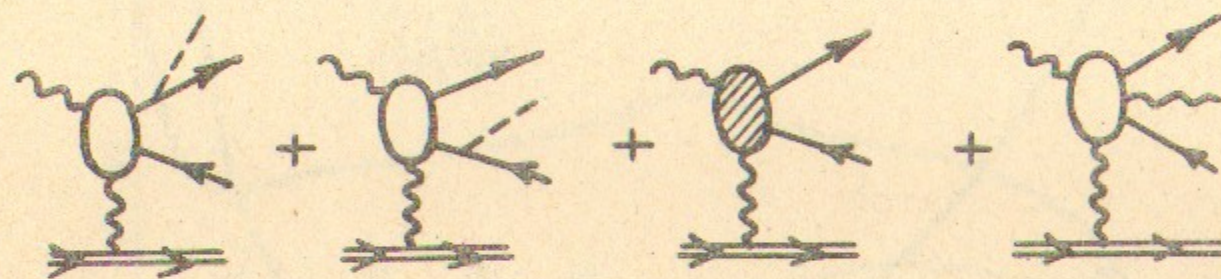


Рис 1а



где

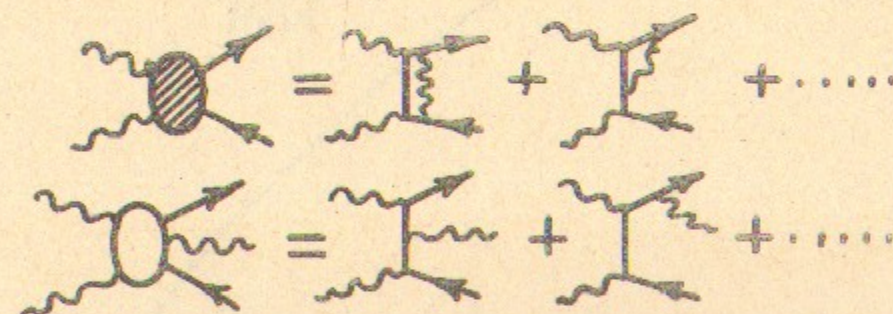
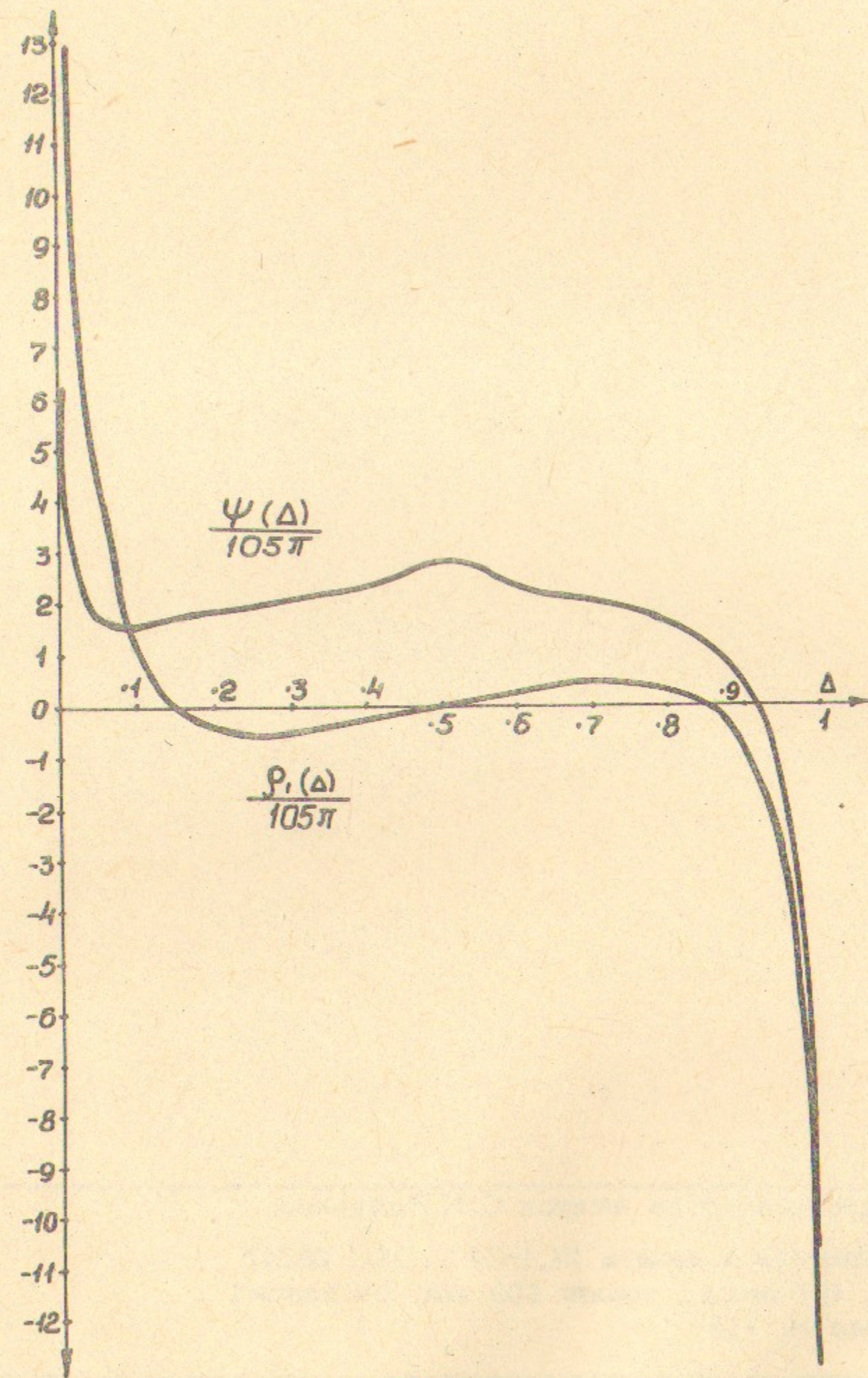
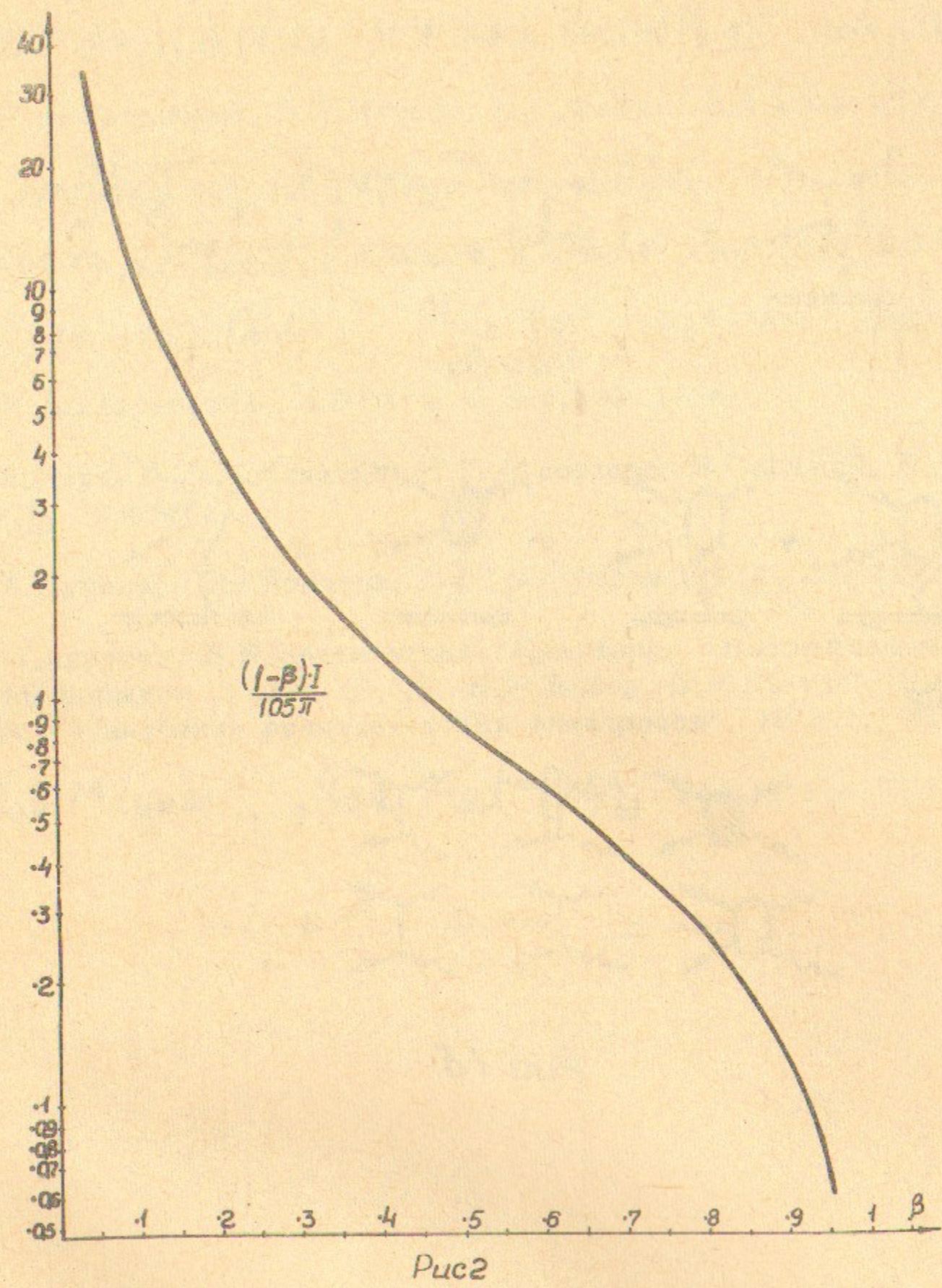


Рис 1б



Puc3

Ответственный за выпуск С.Н.Роднонов

Подписано к печати 24.1-74 г. МН 08042
Усл. 0,7 печ.л., тираж 150 экз. Бесплатно
Заказ № 118

Отпечатано на ротационной в ИЯФ СО АН СССР.