

587

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

ПРЕПРИНТ И Я Ф 119 -74

Б.Н.Брейзман, Д.Д.Рютов

**МОЩНЫЕ РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ
ПУЧКИ В ПЛАЗМЕ И В ВАКУУМЕ**

Новосибирск

1974

МОЩНЫЕ РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ПУЧКИ В ПЛАЗМЕ И В ВАКУУМЕ

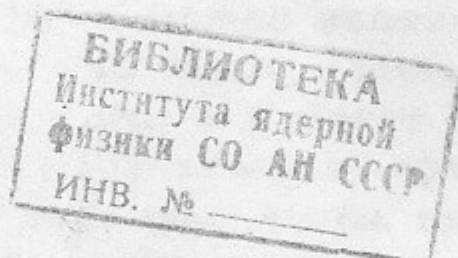
Б.Н.Брейзман, Д.Д.Рютов

А Н Н О Т А Ц И Я

В обзоре обсуждаются возможности использования мощных релятивистских электронных пучков (РЭП) для нагрева плазмы в открытых системах. В связи с этим рассматриваются следующие три группы вопросов:

1. Транспортировка РЭП в вакууме в сильном магнитном поле, равновесие, устойчивость и критические токи РЭП в вакууме.
2. Транспортировка пучка в плазме, зарядовая и токовая нейтрализация пучка; нагрев плазмы обратным током, макроскопические неустойчивости РЭП в плазме.
3. Теория коллективной релаксации РЭП в плазме, в том числе квазилинейная и нелинейная модели релаксации; роль неоднородности плазмы; макроскопические эффекты при релаксации РЭП.

Обзор охватывает результаты, опубликованные до сентября 1973 г.



1. Введение

Цель настоящего обзора состоит в том, чтобы рассмотреть взаимодействие мощных релятивистских электронных пучков (РЭП) с плазмой в связи с проблемой нагрева плазмы. Возможности использования РЭП в этом направлении довольно разнообразны.

Во-первых, это традиционный для нерелятивистских пучков метод нагрева плазмы в прямых системах: инжекция пучка в плазму с торца установки вдоль силовых линий магнитного поля. Именно таким образом были поставлены первые эксперименты по нагреву плазмы с помощью РЭП [1-9], давшие весьма обнадеживающие результаты.

Во-вторых, это нагрев плазмы в тороидальных системах пучком, циркулирующим вдоль большого обхода тора. Экспериментальные данные по взаимодействию инжектированного пучка с плазмой в такой ситуации отсутствуют, но естественно полагать, что это взаимодействие будет качественно таким же, как и в прямых системах. Наиболее сложную проблему здесь, видимо, представляет инжекция мощных РЭП сквозь сильное магнитное поле. Первые относящиеся к этой проблеме результаты опубликованы в работах [10,11].

Наконец, в-третьих, это предложенный Винтербергом и Завойским нагрев маленьких крупинки ДТ - смеси за счет коллективного поглощения сфокусированного электронного пучка (см. [12,13]). Экспериментальные результаты здесь пока отсутствуют.

В настоящем обзоре основное внимание будет уделено первой из упомянутых выше возможностей (т.е. нагреву плазмы в открытых системах), поскольку именно в этом направлении получено больше всего результатов как в эксперименте, так и в теории.

В случае открытых систем диапазон плотностей плазмы, представляющих интерес для задач управляемого термоядерного синтеза, простирается от $n \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ (обычные открытые ловушки) до $n \sim 10^{18} \text{ - } 10^{19} \text{ см}^{-3}$ (θ - пинчи с лайнером [14] и многопробочные ловушки [15]). Энергия, которая необходима, чтобы нагреть плазму в указанных установках до $T \sim 10^4$ эв, лежит в области от десятков килоджоулей до десятков мегаджоулей. В настоящее время уже имеются источники РЭП с энергией ~ 1 Мдж [16] и можно надеяться на появление в ближайшем будущем источников с энергией ~ 10 Мдж. Поэтому энергетические требования не кажутся безнадежными. Более того, они могут стать совсем умеренными, если иметь в виду использование РЭП в качестве средства предварительного нагрева плазмы, скажем, до $T \sim 10^3$ эв с тем, чтобы окончательный нагрев был обеспечен другим способом (например, адиабатическим сжатием).

Во всех упомянутых открытых системах существенным для продольной теплоизоляции плазмы является отсутствие контакта плазмы с торцами установки. Иными словами, между источником электронного пучка и плазмой обязательно должен быть вакуумный промежуток (либо промежуток, заполненный плазмой настолько малой плотности, чтобы тепловым потоком сквозь нее можно было пренебречь). Поэтому нагрев основного объема плазмы можно осуществить только в том случае, если удастся обеспечить транспортировку пучка сквозь этот промежуток без значительных потерь энергии.

Вопросы транспортировки пучка обсуждаются нами в разделах 2,3,4,6. При этом мы с самого начала учитываем, что в рассматриваемых нами системах имеется сильное продольное магнитное поле. Оно в значительной мере предопределяет движение частиц пучка и сильно облегчает решение задачи о его равновесии. В частности, снимается вопрос о запираании пучка за счет искривления траекторий электронов в собственном магнитном поле. Однако и в этом относительно простом случае в задаче о вакуумной транспортировке остаются достаточно интересные и, видимо, не общеизвестные физические эффекты, и поэтому мы уделили ей некоторое место (разд. 2,3).

Транспортировка пучка в случае, когда промежуток между источником и основным плазменным объемом заполнен плазмой (редкой по сравнению с основной плазмой, но не обязательно редкой по сравнению с пучком), обсуждается в разделах 4,6. Здесь решаются задачи о зарядовой и токовой компенсации пучка и рассматривается вопрос о макроскопических неустойчивостях пучка в плазме (под макроскопическими мы имеем в виду неустойчивости с масштабом, не меньшим поперечного размера пучка). Такого рода неустойчивости весьма опасны, поскольку они могут приводить к "разбалтыванию" пучка как целого и его высыпанию на стенки вакуумной камеры.

Следующая (и, видимо, самая важная для пучкового нагрева) проблема связана с отысканием механизма, который бы приводил к эффективной передаче энергии пучка к основному объему плазмы. Эта проблема возникает потому, что длина торможения отдельных релятивистских электронов в плазме с $n \leq 10^{19}$ см⁻³ слишком велика (≥ 1 км), чтобы обеспечить эффективную диссипацию энергии пучка при разумной длине установки. Поэтому все надежды здесь связаны с коллективными эффектами, возникающими при развитии мелкомасштабной пучковой неустойчивости и способными, в принципе, сильно уменьшить длину релаксации пучка в плазме. Соответствующие вопросы обсуждаются во второй части обзора. Рассмотрение задачи о релаксации ведется на основе теории слабой турбулентности, условия применимости которой позволяют рассмотреть ряд достаточно интересных для приложений эффектов. Наиболее трудная задача состоит в отыскании спектра турбулентных колебаний, который определяется балансом между процессом линейного возбуждения колебаний пучком и процессами нелинейной перекачки колебаний по спектру. Если эта задача решена, не представляет труда найти скорость торможения пучка электронов и, соответственно, длину релаксации. Во второй части обсуждается несколько моделей релаксации, относящихся к различным физическим условиям.

Таков общий план обзора. В затронутой в нем области физики плазмы ситуация еще очень далека от того, чтобы можно было давать конкретные рекомендации по строительству установок. Многие еще подлежат выяснению и уточнению (особенно это относится к задаче о релаксации РЭП в плазме). Поэтому мы стремились только к тому, чтобы дать читателю общую ориентировку в полученных к настоящему времени результатах и указать на проблемы, требующие решения.

2. Транспортировка пучка в вакууме.

Критические токи

Обычная схема эксперимента по транспортировке релятивистского электронного пучка в вакууме изображена на рисунке 1. Пучок, эмиттированный катодом 1 и ускоренный в диодном промежутке, проникает сквозь анод 2 (анод может представлять собой тонкую металлическую фольгу или сетку) в дрейфовое пространство 3, после прохождения которого попадает на коллектор 4, соединенный с анодом обратным токопроводом 5. Ниже всюду мы будем считать обратный токопровод цилиндрическим.

Длительность пучка τ в экспериментах по транспортировке обычно велика по сравнению со временем пролета электронов через дрейфовое пространство (L/c). Поэтому мы будем говорить преимущественно о стационарной транспортировке. Эффекты нестационарности при $c\tau \gg L$ сводятся, главным образом, к некоторому замедлению частиц на переднем фронте тока и ускорению на заднем (за счет индукционной ЭДС).

Чтобы обеспечить вакуумную транспортировку пучка на значительные расстояния, применяется сильное продольное магнитное поле, которое подавляет поперечное распыливание пучка. В этом разделе мы будем считать, что магнитное поле бесконечно велико, так что электроны пучка "нанизаны" на силовые линии и могут двигаться только в продольном направлении. Условия, при которых такое приближение справед-

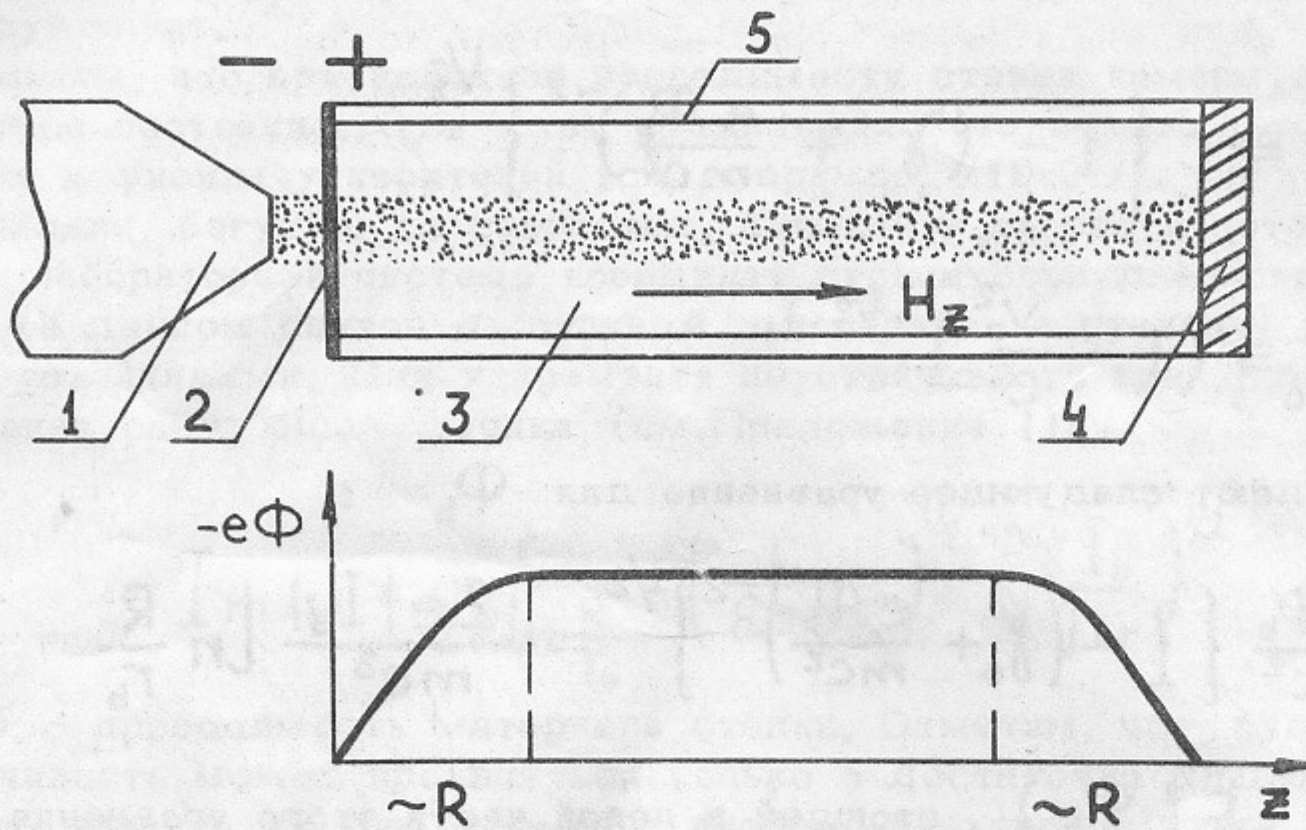


Рис.1. Схема эксперимента по транспортировке РЭП в вакууме: 1-катод, 2-анод, 3-дрейфовое пространство, 4-коллектор, 5-обратный токопровод. Внизу показано распределение потенциала Φ вдоль оси установки.

ливо, будут сформулированы ниже (см. формулу (19)). Наличие сильного магнитного поля препятствует поперечному распылению пучка под действием пространственного заряда, но тем не менее существует ограничение сверху на величину тока, пропускаемого системой при задачной энергии частиц. Указанное ограничение связано с действием z -составляющей электрического поля вблизи входа пучка в дрейфовое пространство, но при нахождении критического тока оказывается возможным (см. /17/) обойти очень трудную задачу об отыскании структуры поля в этой области и ограничиться вычислением поля в удаленной от торцов области^х).

Мы начнем с простого случая, когда пучок в поперечном сечении имеет форму тонкого кольца (толщина кольца α считается малой как по сравнению с радиусом пучка r_b , так и по сравнению с расстоянием от границы пучка до стенки камеры).

В стационарном состоянии вдали от торцов системы (на расстоянии, в несколько раз превышающем радиус обратного токопровода R) распределение электростатического потенциала Φ почти однородно по длине (оно зависит только от радиуса). Для трубчатого пучка

$$\Phi(r) = -2 \frac{|I_b|}{v} \begin{cases} \ln \frac{R}{r}, & r_b \leq r \leq R \\ \ln \frac{R}{r_b}, & r \leq r_b \end{cases} \quad (1)$$

Здесь I_b - полный ток, v - скорость электронов (пучок считается моноэнергетическим). На стенке камеры потенциал выбран равным нулю. Скорость частиц связана с величиной $\Phi_b \equiv \Phi(r_b)$ законом сохранения энергии. Обозначая через v_0 скорость электронов на входе в дрейфовое пространство, получим:

^х) Здесь подразумевается, что длина дрейфовой трубки существенно превышает ее радиус. Задача о критическом токе в коротком ($L \ll R$) промежутке рассматривалась в работе /18/.

$$v = c \left\{ 1 - \left(\gamma_0 + \frac{e\Phi_b}{mc^2} \right)^{-2} \right\}^{1/2}, \quad (2)$$

где

$$\gamma_0 \equiv \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2} \right)^{-1/2}$$

Формулы (1) и (2) дают следующее уравнение для Φ_b :

$$F(\Phi_b) \equiv -\frac{e\Phi_b}{mc^2} \left\{ 1 - \left(\gamma_0 + \frac{e\Phi_b}{mc^2} \right)^{-2} \right\}^{1/2} = \frac{2e|I_b|}{mc^3} \ln \frac{R}{r_b} \quad (3)$$

График функции $F(\Phi_b)$, стоящей в левой части этого уравнения, изображен на рисунке 2. Функция $F(\Phi_b)$ имеет максимум в точке $e\Phi_b/mc^2 = -\gamma_0 + \gamma_0^{1/3}$

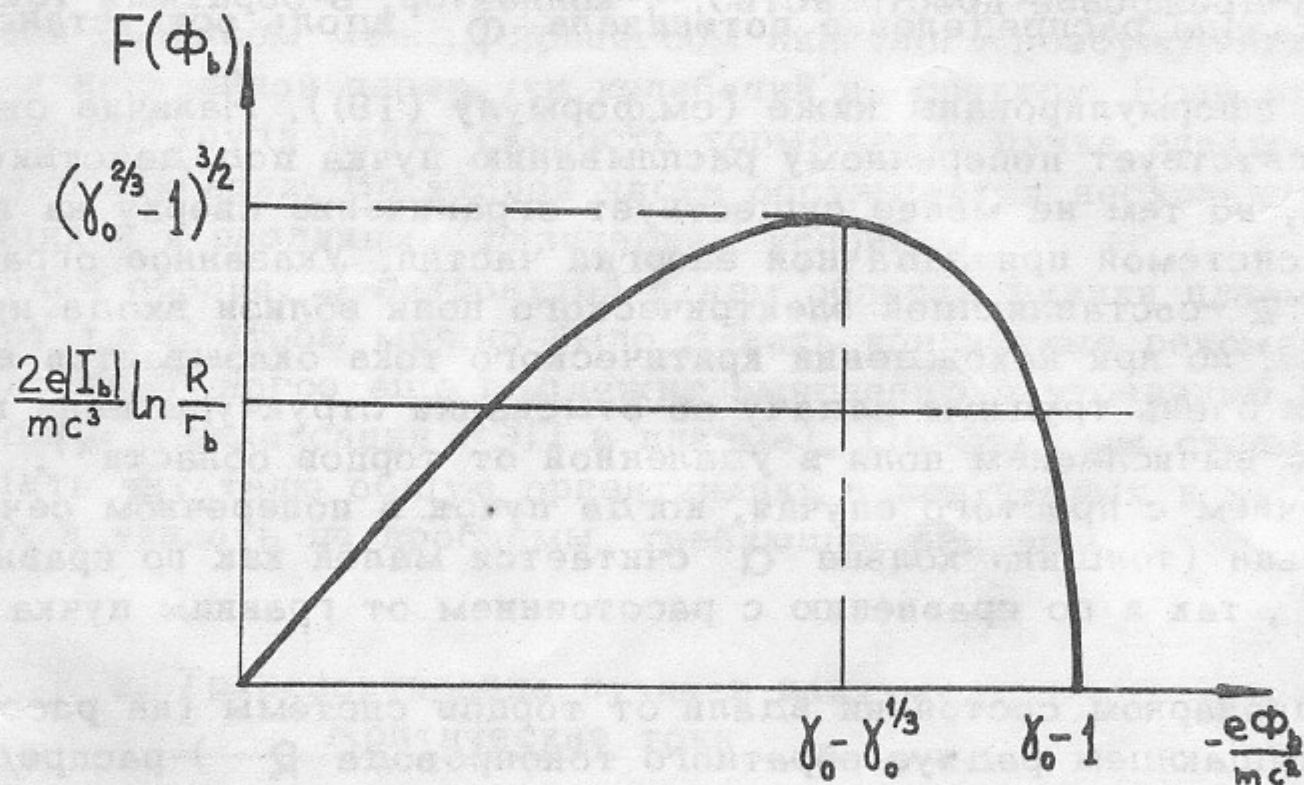


Рис.2. График функции $F(\Phi_b)$.

Величина максимума равна $(\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2}$. Из графика видно, что при малых токах

$$|I_b| < I_{cr} \equiv \frac{mc^3}{2e \ln \frac{R}{r_b}} (\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2} \quad (4)$$

уравнение (3) имеет два решения. Первое решение соответствует малому тормозящему потенциалу, т.е. большой скорости и малой плотности частиц внутри дрейфового пространства. Второе - большому тормозящему потенциалу, малой установившейся скорости и большой плотности частиц.

Легко проверить, что полная энергия системы (сумма кинетической энергии частиц и энергии поля) в первом состоянии меньше, чем во втором. Поэтому можно предположить, что второе состояние неустойчиво, и система обязательно переходит

из него в первое состояние. Впрочем, строгое доказательство этого утверждения пока отсутствует.

Заметим, что при конечной проводимости стенок камеры неустойчивым становится и первое состояние. Это — так называемая "стеночная" неустойчивость, хорошо известная в физике ускорителей (см., например, /19-21/). Ее причина состоит в том, что колебания, бегущие со скоростью, близкой к скорости потока (но меньшей ее), имеют в лабораторной системе координат отрицательную энергию. При наличии диссипации (в данном случае джоулевой диссипации в стенках) такие колебания становятся неустойчивыми. Для инкремента неустойчивости при $\gamma \gg 1$, $I_b/I_{cr} \ll 1$ справедлива следующая оценка (см. Приложение 1):

$$I_m \omega \approx \frac{c}{2R \ln \frac{R}{r_b}} \left(\frac{c}{8\pi\sigma R} \right)^{1/2} \left(\frac{\gamma I_b}{I_{cr}} \right)^{1/2} \quad (5)$$

Здесь σ — проводимость материала стенки. Отметим, что, будучи сносовой, эта неустойчивость может проявляться только в достаточно длинных системах. Стабилизирующее влияние на нее оказывает разброс электронов пучка по продольным скоростям. В типичных условиях опытов с импульсными сильноточными пучками (см., например, /3/, /7/) диссипативная неустойчивость не развивается из-за ограниченности

системы в продольном направлении, а также из-за малой длительности пучка.

При $|I_b| > I_{cr}$ решение уравнения (3) отсутствует, что свидетельствует о невозможности стационарного пропускания через дрейфовый промежуток тока, превышающего критический. Как видно из выражения (4), при $r_b \rightarrow R$ критический ток трубчатого пучка, вычисленный формально, обращается в бесконечность. В действительности при $r_b \rightarrow R$ необходимо учитывать конечную ширину пучка a . Тогда получается следующий результат (см. /22/):

$$I_{cr} = \frac{mc^3}{e} (\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2} \frac{R}{a} \quad (6)$$

При выводе формулы (4) мы считали пучок трубчатым. Нетрудно, однако, показать, что эта же формула определяет критический ток для произвольного аксиально-симметричного пучка, если только его радиус достаточно мал ($r_b \ll R$). Точнее, при $r_b \ll R$ формула (4) дает первый член разложения I_{cr} по параметру $(\ln R/r_b)^{-1}$. Зависимость критического тока от конфигурации пучка проявляется в следующем порядке по $(\ln R/r_b)^{-1}$:

$$I_{cr} = \frac{mc^3}{2e \ln \frac{R}{r_b}} (\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2} \cdot \left[1 - \frac{1}{\ln \frac{R}{r_b}} \int_0^{r_b} r dr \int_r^{r_b} \frac{dr'}{r'} \int_0^{r'} r'' f(r) f(r'') dr'' \right] \quad (7)$$

Здесь $f(r) \equiv 2\pi j_b(r)/I_b$, где $j_b(r)$ — плотность тока, а I_b — полный ток пучка.

Второе слагаемое в правой части (7) вычислено в предположении, что $\ln R/r_b \gg \gamma_0^{2/3} - 1$. В обратном предельном случае ($\gamma_0^{2/3} - 1 \gg \ln R/r_b$) можно вычислять критический ток, считая электроны пучка ультрарелятивистскими и не делая дополнительного предположения о том, что $R \gg r_b$. Результат имеет следующий вид:

$$I_{cr} = \frac{mc^3 \gamma_0}{2e} \left[\ln \frac{R}{r_b} + \int_0^{r_b} \frac{dr}{r} \int_0^r r' f(r') dr' \right]^{-1} \quad (8)$$

Для пучка с однородным распределением тока по сечению эта формула приведена в работе /22/.

Количественная проверка изложенных выше достаточно очевидных результатов была предпринята в экспериментах /23,24/. Было обнаружено разумное согласие с теорией.

Не исключено, что инжектируя пучок в виде отдельных сгустков или иным способом модулируя входной ток во времени, можно добиться некоторого превышения среднего тока \bar{I}_b над величиной I_{cr} . Однако кажется очевидным, что по порядку величины соотношение $\bar{I}_b \leq I_{cr}$ остается справедливым при любом способе модуляции входного тока. Действительно, при $\bar{I}_b \sim I_{cr}$ потенциал пространства по порядку величины равен энергии инжектируемых электронов, а при $\bar{I}_b \gg I_{cr}$ он бы значительно превосходил эту энергию, что с неизбежностью привело бы к отражению большей части тока.

Отметим интересное обстоятельство, относящееся к стационарной инжекции пучка. Легко проверить, что для всех рассмотренных выше случаев (формулы (4), (6) - (8)) при $\bar{I}_b = I_{cr}$ потенциал пространства несколько меньше начальной кинетической энергии электронов. Так, для случая (4)

$$\frac{e\Phi_b}{mc^2} + \gamma_0 - 1 = \gamma_0^{1/3} - 1,$$

т.е. при $\gamma_0 = 2 \div 3$ остаток кинетической энергии составляет около 20% начальной. На первый взгляд кажется неясным, почему в стационарных условиях нельзя получить сверхкритический ток, если в критическом состоянии у каждой частицы есть конечный запас энергии. Причину этого можно понять, рассмотрев малые отклонения системы от стационарного состояния. Мы сделаем это на примере трубчатого пучка.

Вдали от торца волновода, где в стационарном состоянии все величины не зависят от продольной координаты z , распространение аксиально-симметричных малых возмущений описывается следующим дисперсионным уравнением (см. Приложение 1):

$$\frac{I_0(xR)}{I_0(xr_b)} = \frac{2e|I_b|}{mv^3 \gamma^3} \frac{x^2}{(k_z - \frac{\omega}{v})^2} \left[I_0(xR) K_0(xr_b) - I_0(xr_b) K_0(xR) \right] \quad (9)$$

Здесь I_0 и K_0 - модифицированные функции Бесселя нулевого порядка, а $x^2 = k_z^2 - \omega^2/c^2$. Для длинных волн ($|xR| \ll 1$) соотношение (9) можно существенно упростить:

$$1 = \frac{k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}{(k_z - \frac{\omega}{v})^2} \frac{2e|I_b|}{mv^3 \gamma^3} \ln \frac{R}{r_b} \quad (10)$$

Как видно из этой формулы, длинноволновые колебания обладают линейным законом дисперсии ($\omega = \text{const} \cdot k_z$), причем имеются два типа возмущений: быстрые и медленные. Несложное исследование показывает, что при малых значениях тока оба типа возмущений распространяются в направлении движения электронов x).

Как отмечалось выше, при малых (докритических) токах возможны два стационарных состояния с различными значениями скорости частиц v . Наше утверждение относится к решению с большей скоростью. В случае решения с меньшей скоростью медленные возмущения распространяются навстречу электронному потоку.

По мере приближения тока к критическому значению скорость медленных возмущений стремится к нулю^{х)}. Предположим теперь, что в начальный момент система находилась в стационарном состоянии с током I_b , а затем ток на входе в волновод увеличился на малую величину ΔI_b . Тогда в докритическом режиме связанные с этим изменением тока медленные возмущения будут сноситься вместе с потоком, и система перейдет в новое стационарное состояние с током $I_b + \Delta I_b$. В критическом же режиме медленные возмущения потенциала будут накапливаться до тех пор, пока не приведут к заклиниванию потока. Дальнейшее исследование этой ситуации в рамках линеаризованных уравнений, естественно, невозможно.

На вопрос о том, что будет происходить при инжекции в волновод тока, большего, чем критический, сейчас пока нельзя дать однозначного ответа. Здесь имеются следующие возможности:

1. Стационарное состояние, при котором в системе устанавливается немонотонное распределение потенциала по длине (см. рис. 3) и избыточная часть тока отража-

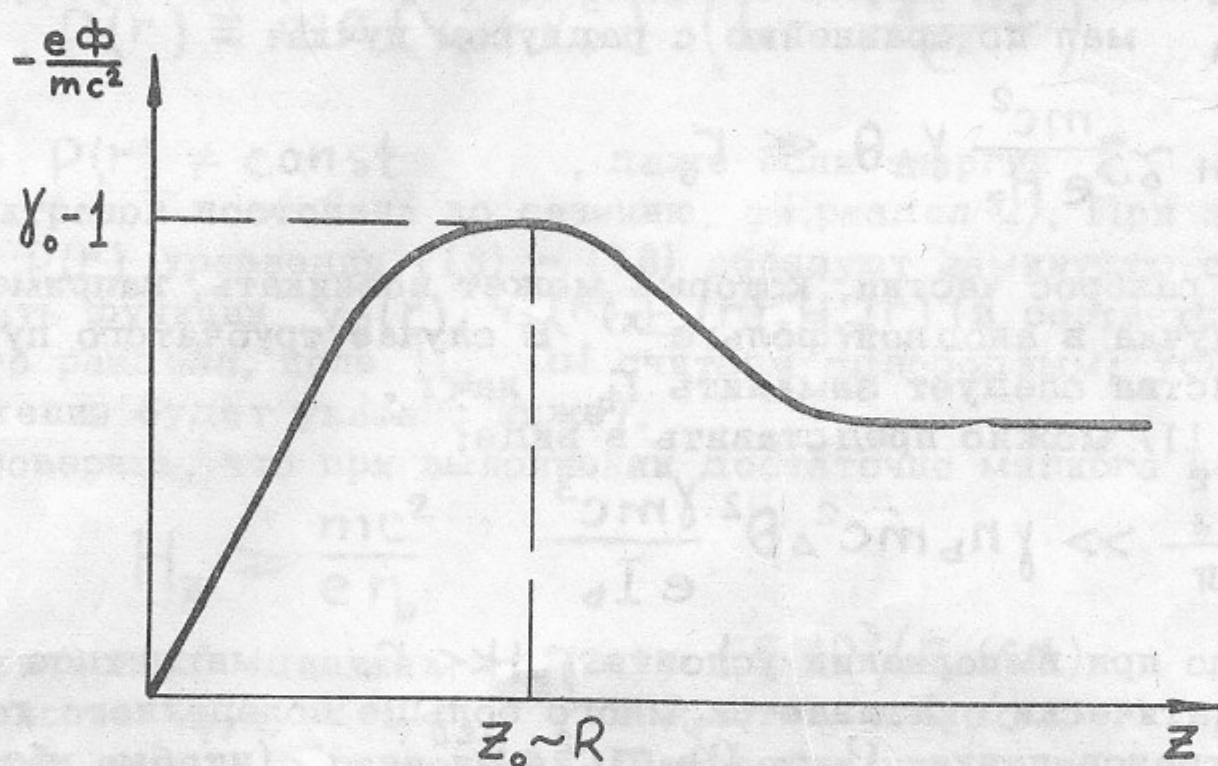


Рис. 3. Распределение потенциала по длине установки при инжекции сверхкритического тока.

ется от горба потенциала^{хх)}. При не слишком больших превышениях I_b над I_{cr} поворот частиц должен происходить на расстоянии порядка нескольких радиусов от входа пучка в волновод (в задаче нет другого масштаба).

2. Существенно нестационарное протекание надкритического тока. Дело в том, что стационарное решение (даже если оно и существует) может оказаться неустойчивым из-за двухпотокового характера движения в области $z < z_0$ (рис. 3). Исследование устойчивости представляется сейчас очень сложной задачей, поскольку даже стационарное распределение потенциала вблизи от входа пучка в волновод пока не найдено. Некоторым указанием на то, что картина действительно нестационарна, могут служить эксперименты [25], в которых при инжекции в вакуум сверх-

х) Подчеркнем, что в формулу (10) входит значение V , соответствующее энергии электронов за тормозящим слоем.

хх) Вообще говоря, вопрос о монотонности решения существует и при подкритических токах. Доказательство монотонности имеется лишь для некоторых частных случаев.

критических токов наблюдались СВЧ-колебания. Впрочем, экспериментальные данные не позволяют с уверенностью утверждать, что генерация СВЧ связана именно с надкритичностью инжектируемого тока, а не с какими-то другими причинами: наличием остаточной плазмы, слипчиво-неустойчивостью, связанной с конечностью магнитного поля (см. ниже) и т.д.

3. Эффекты, связанные с конечностью магнитного поля

При переходе от случая $H_z \rightarrow \infty$ к конечным магнитным полям необходимо прежде всего рассмотреть задачу о радиальном равновесии пучка. Характер возникающих проблем мы проиллюстрируем на примере ультрарелятивистского пучка ($\gamma \gg 1$), предполагая к тому же, что поле H_z не слишком мало, так что собственные электрическое и магнитное поля пучка можно рассматривать как возмущение (ср./26/). Кроме того, будем считать, что характерный ларморовский радиус электронов пучка r_H мал по сравнению с радиусом пучка:

$$r_H \sim \frac{mc^2}{eH_z} \gamma \Delta\theta \ll r_b \quad (11)$$

где $\Delta\theta$ - угловой разброс частиц, который может возникать, например, из-за рассеяния электронов пучка в анодной фольге ^{х)}. В случае трубчатого пучка в правой части этого неравенства следует заменить r_b на a .

Неравенство (11) можно представить в виде:

$$\frac{H_z^2}{8\pi} \gg \gamma n_b mc^2 \Delta\theta^2 \frac{\gamma mc^3}{e I_b} \quad (12)$$

Отсюда следует, что при выполнении условия $r_H \ll r_b$ магнитное давление $H_z^2/8\pi$ автоматически оказывается много больше поперечного газокинетического давления электронов пучка $P_{\perp} \sim \gamma n_b mc^2 \Delta\theta^2$ (чтобы убедиться в этом, следует заметить, что $I_b < I_{cr} \leq \gamma_0 mc^3/e$). Поэтому мы сначала рассмотрим равновесие пучка вообще без углового разброса.

В этом случае проекции траекторий частиц на плоскость, перпендикулярную оси Z , представляют собой окружности ^{хх)}, и условие равновесия пучка можно записать в виде:

$$\frac{v_{\varphi} P_{\varphi}}{r} - e E_r + \frac{e}{c} v_z H_{\varphi} - \frac{e}{c} v_{\varphi} H_z = 0 \quad (13)$$

х) Причиной появления углового разброса может быть также неколлинеарность электрического и магнитного полей в диодном промежутке. Этот эффект, естественно, убывает с увеличением продольного магнитного поля.

хх) Если имеется разброс, то траектории из-за ларморовского вращения делаются циклоидальными, причем при условии (11) амплитуда циклоиды мала по сравнению с радиусом пучка.

(здесь мы пользуемся цилиндрической системой координат r, φ, z). Азимутальное магнитное поле H_φ и радиальное электрическое поле E_r , соответственно, равны:

$$H_\varphi = \frac{4\pi}{rc} \int_0^r r' j_z(r') dr' \quad (14)$$

$$E_r = \frac{4\pi}{r} \int_0^r \frac{r' j_z(r')}{v_z(r')} dr' \quad (15)$$

Функция $j_z(r')$ определяется источником пучка, и мы будем считать ее заданной. Чтобы замкнуть систему уравнений, мы зададим также функцию

$$\rho(r) \equiv mc (v_z^2 + v_\varphi^2)^{1/2} \left(1 - \frac{v_z^2 + v_\varphi^2}{c^2} \right)^{-1/2} \quad (16)$$

(заметим, что $\rho(r) \neq \text{const}$, даже если энергия ξ_0 инжектируемых в установку электронов постоянна по сечению, см. раздел 2). При заданных функциях $j_z(r)$ и $\rho(r)$ уравнения (13) - (16) образуют замкнутую систему, позволяющую определить функции $v_\varphi(r), v_z(r), E_r(r), H_\varphi(r)$ (в соответствии со сказанным в начале этого раздела, поле H_z мы считаем однородным; условие применимости этого приближения будет указано ниже).

Легко проверить, что при выполнении достаточно мягкого неравенства

$$H_z \geq \frac{mc^2}{er_b} \quad (17)$$

(или, в "практических" единицах, $H_z(2c) \geq 1,5 \cdot 10^3 / r_b$ (см) автоматически выполняются неравенства $v_\varphi/c < 1/\gamma$ и $\rho/r < eH_z/c$, которые сильно облегчают решение задачи о равновесии. Первое из них позволяет выразить v_z через $\rho(r)$,

$$v_z = c \left[1 - \frac{1}{2\gamma^2(r)} \right], \quad \gamma(r) \equiv \left[\frac{\rho^2(r)}{m^2 c^4} + 1 \right]^{1/2},$$

а второе позволяет пренебречь первым слагаемым в левой части уравнения (13) по сравнению с последним. В результате оказывается, что

$$E_r(r) = H_\varphi + \frac{2\pi}{rc} \int_0^r \frac{r' j_z(r')}{\gamma^2(r')} dr' \quad (18)$$

$$v_\varphi(r) = -\frac{2\pi}{rH_z} \left[\frac{1}{\gamma^2(r)} \int_0^r r' j_z(r') dr' + \int_0^r \frac{r' j_z(r')}{\gamma^2(r')} dr' \right]$$

Легко убедиться в том, что при условии (17) искажение z -составляющей магнитного поля за счет азимутального тока j_φ мало: $\Delta H_z / H_z \ll 1$.

Тем не менее, мы приведем формулу для изменения магнитного потока

$$\Delta \Psi = 2\pi \int_0^{r_b} r \Delta H_z dr, \quad \text{поскольку величина } \Delta \Psi \text{ легко измеряется (см. напри-}$$

мер /4/) и позволяет судить о параметрах пучка ^{x)}:

$$\Delta \Psi = - \frac{4\pi^2 I_b}{c^2 H_z} \int_0^{r_b} \frac{r j_b(r)}{\gamma^2(r)} dr, \quad \gamma \gg 1$$

При достаточно реалистическом допущении $\gamma(r) = \text{const}$ эта формула упрощается:

$$\Delta \Psi = - \frac{2\pi I_b^2}{\gamma^2 c^2 H_z}$$

(распределение тока по сечению может быть произвольным).

Угловой разброс частиц пучка приводит к двум новым эффектам. Во-первых, возникает поперечное газокINETическое давление $\mathcal{P}_1 \sim n_b m c^2 \gamma \Delta \theta^2$. Во-вторых, изменяется электростатическая сила расталкивания. Изменения становятся существенными, если угловой разброс превышает γ^{-1} . При этом разность $c - \bar{v}_z$ (где \bar{v}_z - средняя скорость электронов пучка) становится равной примерно $c \Delta \theta^2 / 2$ (а не c / γ^2 , как это было при $\Delta \theta = 0$). В связи с этим изменяются условия компенсации электрической и магнитной сил, и результирующая радиальная сила $e(E_r - H_\varphi \bar{v}_z / c)$ по порядку величины оказывается равной $e E_r \Delta \theta^2$ (вместо $e E_r / \gamma^2$). Вместе с тем можно проверить, что при $\Delta \theta > \gamma^{-1}$, $I_b \ll I_{cr}$ в уравнениях равновесия можно пренебречь собственными полями пучка по сравнению с газокINETическим давлением \mathcal{P}_1 , так что изменение магнитного потока определяется формулой

$$\Delta \Psi \approx - \frac{4\pi}{H_z} \int_0^{r_b} r \mathcal{P}_1 dr$$

В заключение подчеркнем, что все приведенные результаты справедливы при выполнении всего лишь двух условий (11) и (17), которые можно объединить:

$$H_z \geq \frac{m c^2}{e r_b} \max \{ 1; \gamma \Delta \theta \} \quad (19)$$

Следует только помнить, что речь идет о равновесии пучка далеко за переходным слоем, имеющимся у входа в дрейфовое пространство, так что можно считать автоматически выполненным неравенство $I_b < I_{cr}$. В самом переходном слое при инжекции сверхкритических токов условия применимости теории возмущений в задаче о радиальном равновесии будут более жесткими (т.к. при инжекции сверхкритических токов в переходном слое присутствуют прямой и обратный потоки, и их давления сказываются).

Перейдем теперь к вопросу об устойчивости пучка в конечном магнитном поле. Как видно из формулы (18), угловая скорость v_φ / r дрейфового вращения электронов, вообще говоря, зависит от радиуса (вращение оказывается дифференциальным). Дифференциальное вращение может быть причиной так называемой диокотронной неустойчивости /27/. Мы рассмотрим ее на примере пучка, угловой разброс которого пренебрежимо мал, а продольные скорости всех частиц одинаковы.

Перейдем в систему координат, связанную с пучком, и рассмотрим в этой системе низкочастотные ($\omega \ll \omega_H$) потенциальные колебания с $K_z = 0$. Принимая

^{x)} Приводимое выражение для $\Delta \Psi$ относится к случаю, когда в обратном токовом проводе имеется продольный разрез, допускающий вытеснение магнитного потока.

во внимание, что Z - составляющие электрического поля и тока в волне равны нулю, а поперечное движение электронов при условии (19) является дрейфовым, можно получить следующее уравнение для электрического потенциала волны $\delta\Phi$:

$$r \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \delta\Phi}{\partial r} + \delta\Phi \left[-l^2 + \frac{2lr}{1 - \frac{lv'_\varphi}{\omega r}} \frac{\partial}{\partial r} \frac{\Omega}{\omega} \right] = 0 \quad (20)$$

Здесь $V'_\varphi(r)$ - невозмущенное значение дрейфовой скорости электронов, $\Omega(r) \equiv \frac{2\pi e c}{H_z^2} n'_b(r)$ - так называемая диокотронная частота, l - номер азимутальной гармоники ($l \neq 0$). Штрих у величин n_b и V_φ показывает, что они берутся в системе пучка, а не в лабораторной системе ($n'_b = n_b/\gamma$, $V'_\varphi = \frac{4\pi e c}{H_z} \int_0^r r' n'_b(r') dr'$). Отметим, что хотя при выводе уравнения (20) мы и полагали $k_z = 0$, оно применимо также и при конечных значениях k_z , если только k_z не слишком велико

$$k_z r_b \ll \left(\frac{n'_b m c^2}{H_z^2} \right)^{1/2} \quad (21)$$

В наиболее простом случае, когда радиальное распределение концентрации $n'_b(r)$ имеет вид, изображенный на рисунке 4, уравнение (20) с учетом граничных условий

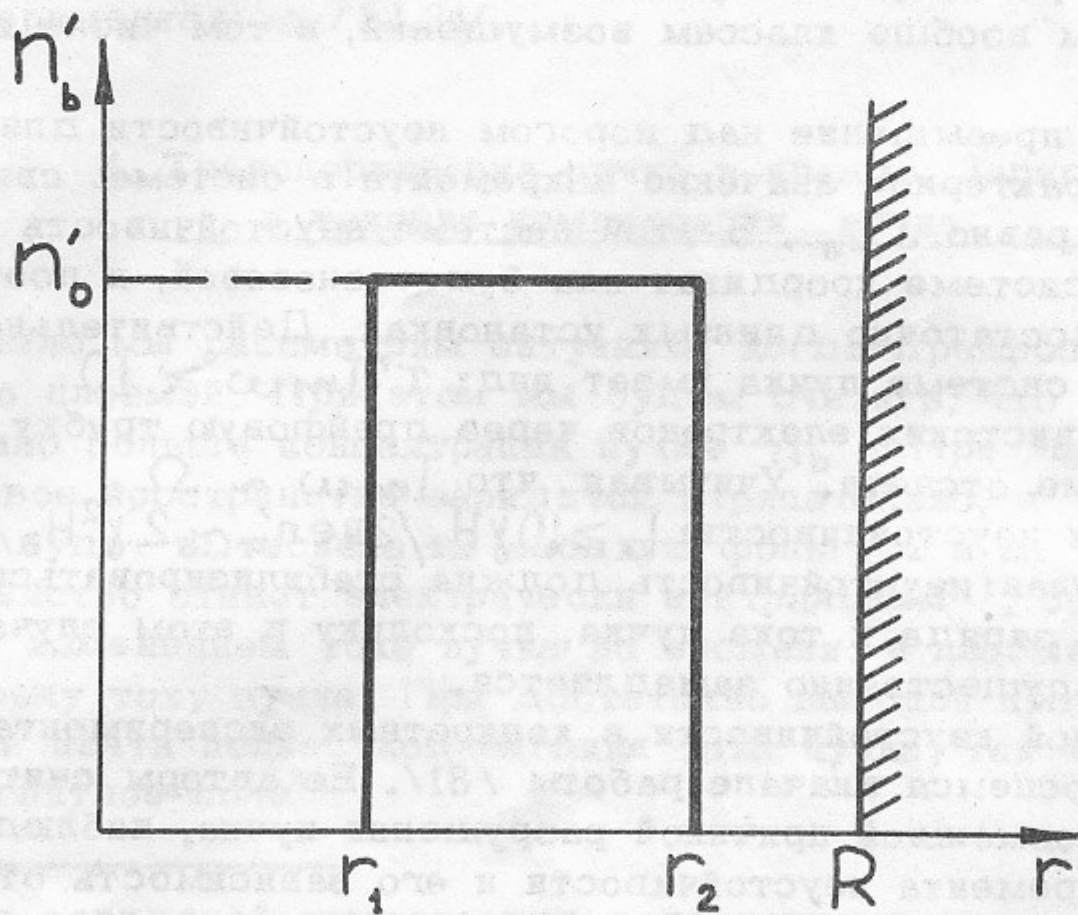


Рис.4. Профиль концентрации, используемый при решении уравнения (20).

при $r \rightarrow 0$ и $r = R$ дает следующее дисперсионное соотношение (подробности см. в /27/):

$$\frac{\omega^2}{\Omega_0^2} - \frac{\omega}{\Omega_0} \left(\frac{n_2^{2l} - r_1^{2l}}{R^{2l}} + l \frac{n_2^2 - r_1^2}{r_2^2} \right) - \left(\frac{R^{2l} - r_2^{2l}}{R^{2l}} \frac{r_2^{2l} - r_1^{2l}}{r_2^{2l}} - l \frac{R^{2l} - r_1^{2l}}{R^{2l}} \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2} \right) = 0 \quad (22)$$

Здесь $\Omega_0 \equiv \frac{2\pi e c}{H_z} n'_0$, остальные обозначения указаны на рисунке 4. Из соотношения (22) видно, что в критерий устойчивости

$$\left(\frac{r_2^{2l} - r_1^{2l}}{R^{2l}} + \sqrt{\frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2}} \right)^2 + 4 \left(\frac{R^{2l} - r_2^{2l}}{R^{2l}} \frac{r_2^{2l} - r_1^{2l}}{r_2^{2l}} - \sqrt{\frac{R^{2l} - r_1^{2l}}{R^{2l}} \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2}} \right) > 0 \quad (23)$$

входят только геометрические характеристики задачи и номер гармоники.

Укажем еще простое достаточное условие устойчивости для уравнения (20), справедливое при произвольном распределении плотности $n'_b(r)$. Оно получается стандартным методом (см., например, /28, 29/: уравнение (20) домножается на $\delta\Phi^*/r$ и интегрируется по промежутку $0 < r < R$. Это приводит к следующему равенству:

$$0 = \text{Im} \int_0^R \frac{|\delta\Phi|^2 \frac{d\Omega}{dr}}{\omega - \frac{L v \phi'}{r}} dr \equiv -\text{Im} \omega \cdot \left(\int_0^R \frac{|\delta\Phi|^2 \frac{d\Omega}{dr}}{|\omega - \frac{L v \phi'}{r}|^2} dr \right)$$

Отсюда видно, что при монотонной зависимости $\Omega(r)$ все решения уравнения (20) устойчивы. Так, в частности, устойчиво состояние с однородным распределением концентрации по радиусу. Интересно отметить, что такое состояние устойчиво по отношению ко всем вообще классам возмущений, в том числе и электромагнитным (см./30/).

В случае, когда превышение над порогом неустойчивости для уравнения (22) не слишком мало, характерное значение инкремента в системе, связанной с пучком, по порядку величины равно Ω_0 . В этой системе неустойчивость является абсолютной. В лабораторной системе координат она будет сносовой, и поэтому может наблюдаться только в достаточно длинных установках. Действительно, условие развития неустойчивости в системе пучка имеет вид: $\tau' \text{Im} \omega \geq 10$, где $\tau' \sim L/\gamma c$ - время пролета релятивистских электронов через дрейфовую трубку, вычисленное в их собственной системе отсчета. Учитывая, что $\text{Im} \omega \sim \Omega_0$, находим следующее условие развития неустойчивости: $L \geq 10 \gamma H_z / 2\pi e n'_b \sim 2 \gamma^2 H_z / e n'_b$. Заметим также, что диокотронная неустойчивость должна стабилизироваться при достаточно хорошей компенсации заряда и тока пучка, поскольку в этом случае дрейфовое вращение электронов существенно замедляется.

Роль диокотронной неустойчивости в конкретных экспериментах обсуждалась в работах /31,32/. Коснемся вначале работы /31/. Ее авторы считают рассмотренную неустойчивость возможной причиной разрушения пучка, наблюдавшегося в их опытах. Величина инкремента неустойчивости и его зависимость от напряженности магнитного поля находятся в удовлетворительном согласии с теоретическими оценками. Интересная особенность опытов состоит в том, что неустойчивость приводит к заполнению полости внутри трубчатого пучка. Этот результат кажется естественным, если считать, что пучок релаксирует к устойчивому состоянию, а состояние с однородным распределением плотности по сечению, как уже отмечалось, устойчиво. Уменьшение тока по длине установки, измеренное цилиндрами Фарадея, может быть связано с тем, что ток инжектируемый в систему, был близок к критическому. Поскольку критический ток для сплошного пучка несколько меньше, чем для трубчатого, "размазывание" пучка по сечению могло сопровождаться отражением некоторой части электронов.

Что касается работы /32/, то в ней для объяснения наблюдавшейся стационарной картины разбиения пучка на сгустки по азимуту рассматриваются колебания с нулевой (в лабораторной системе) частотой. Однако остается неясным, почему именно эти колебания в условиях эксперимента нарастают (в пространстве) быстрее

всех остальных. Кроме того, при выводе дисперсионного соотношения авторы работы /32/ пренебрегли возмущениями магнитного поля в лабораторной системе координат. Учет влияния этих возмущений на движение частиц дает поправку порядка единицы, и кажется поэтому необходимым при количественной интерпретации опытов.

Еще одним источником неустойчивости при распространении пучка в вакууме может быть анизотропия функции распределения электронов в системе координат, движущейся со средней скоростью пучка /33,34/. Появление анизотропии может быть связано, в частности, с рассеянием пучка в анодной фольге. Действительно, если фольга изготовлена из материала с $Z \gg 1$, то относительный разброс электронов по энергиям будет мал по сравнению с угловым разбросом $\Delta\theta$. Поэтому можно считать, что электроны пучка после прохождения фольги моноэнергетичны. В таких условиях для разброса частиц пучка по продольным и поперечным импульсам в системе пучка справедливы следующие оценки:

$$\Delta P'_2 \sim \gamma mc \frac{\Delta\theta^2}{\Delta\theta + \gamma^{-1}}, \quad \Delta P'_1 \sim \gamma mc \Delta\theta$$

Отсюда видно, что при $\Delta\theta \leq \gamma^{-1}$ выполняется неравенство $\Delta P'_1 > \Delta P'_2$, и возможна циклотронная раскачка собственных колебаний волновода за счет нормального эффекта Доплера. При этом продольный волновой вектор возбуждаемой волны определяется из условия резонанса, которое в лабораторной системе координат имеет вид: $\omega(k_z) - k_z v_z = e H_z / \gamma mc$, где $\omega(k_z)$ - частота волноводной моды. Анизотропная неустойчивость, видимо, наблюдалась экспериментально /33,34/.

4. Транспортировка пучка в плазме. Зарядовая и токовая компенсация пучка

В этом разделе мы рассмотрим ситуацию, когда дрейфовое пространство 3 на рис.1 заполнено плазмой. При этом мы будем считать, что концентрация плазмы n существенно больше концентрации пучка n_b . При инжекции первых порций пучка дрейфовое пространство зарядится отрицательно, и часть электронов плазмы $\Delta n \approx n_b$ будет вытеснена на анодную фольгу 2 и на коллектор 4, так что дрейфовое пространство станет электрически нейтральным^{х)}. За счет индукционной ЭДС, связанной с изменением тока пучка во времени, в плазме возникает ток, направленный навстречу току пучка. При достаточно высокой проводимости плазмы может происходить почти полная компенсация тока пучка, так что будет исчезать и собственное магнитное поле^{хх)}.

х) В принципе для зарядовой компенсации достаточно иметь плазму с $n = n_b$. При этом после вытеснения электронов плазмы в дрейфовой трубе останутся ионы с $n_i = n_b$. Однако из-за того, что плотность пучка обычно быстро меняется во времени (длительность импульса инжекции ~ 100 нсек), условие точной компенсации $n_i = n_b$ в течение всего импульса выполнить невозможно. Поэтому мы с самого начала рассматриваем случай $n \gg n_b$.

хх) Компенсация тока наблюдалась в экспериментах /4,6,9,35/. См. также обзор экспериментальных работ по транспортировке пучка /36/.

Вследствие зарядовой компенсации исчезают ограничения на предельный ток, связанные с электростатическим запираем (раздел 2), и причиной ограничения тока становятся те или иные неустойчивости, обусловленные движением пучка относительно плазмы. Соответствующие вопросы обсуждаются в разделе 6. В настоящем же разделе мы, оставляя пока в стороне вопрос об устойчивости, ограничимся изучением чисто "ламинарных" эффектов, связанных с зарядовой и токовой компенсацией пучка.

Эти эффекты были предметом многочисленных теоретических исследований /26,37-41/. Во всех указанных работах плазма считалась безграничной^{х)}. Влиянием электрического и магнитного полей, создаваемых пучком, на движение частиц пучка пренебрегалось^{хх)}. Отличие работ /26,37-41/ друг от друга заключалось, главным образом, в учете тех или иных специфических эффектов, влияющих на плазменный ток (наличие или отсутствие электрон-ионных столкновений, направление и величина магнитного поля и т.п.).

Наиболее детально исследован случай, когда ток пучка однородно распределен по сечению пучка и является ступенчатой функцией времени. Соответствующие вычисления весьма громоздки, и мы не будем их приводить. Читатель может найти их в оригинальных работах. Интерес, в частности, представляет статья Ли и Судана /38/, в которой прослежен переход от бесконечно слабых к бесконечно сильным продольным магнитным полям в задаче о нейтрализации тока пучка.

Для рассматриваемой нами схемы эксперимента (рис.1) изложенная выше постановка задачи, основанная на приближении бесконечной плазмы, представляет интерес, если длительность электронного пучка τ достаточно мала, $\tau \ll L/c$ (L - длина дрейфового пространства). Между тем, экспериментально чаще осуществляется обратный предельный случай, $\tau \gg L/c$ (в типичных условиях $\tau \sim 100$ нсек, $L = 2-3$ м). В этом случае задача о компенсации делается значительно более тривиальной, в частности, в вычислительном отношении.

Конкретные вычисления зависят от формы закона Ома. Мы проведем их для случая, когда в установке имеется сильное продольное магнитное поле, которое подавляет поперечную проводимость, т.е. будем считать, что

$$j_r = j_\varphi = 0, \quad j_z = \hat{\sigma} E_z$$

где $\hat{\sigma}$ - оператор продольной проводимости:

$$\hat{\sigma} = \frac{\omega_p^2}{4\pi} \left(\nu + \frac{\partial}{\partial t} \right)^{-1}$$

ν - частота столкновений электронов с ионами (которую так же, как и ω_p , мы будем для краткости считать не зависящей от координат и времени). В этом случае в плазме будут возникать r и z - составляющие электрического и φ - составляющая магнитного поля (ср. Приложение 1), так что задачу можно описать следующими уравнениями:

х) Исключение составляет работа /40/, в которой учитывалось наличие проводящего цилиндрического кожуха, но длина плазмы по-прежнему считалась бесконечной.

хх) Последнее справедливо либо при достаточно полной зарядовой и токовой компенсации, либо при инжекции токов, значительно меньших критических.

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} \quad (24)$$

$$\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial E_r}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) = \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (\hat{\sigma} E_z + j_b),$$

где $j_b(r, z, t)$ - ток пучка. Считая, что частицы пучка движутся с постоянной скоростью V и полагая известной функцией $j_{b_0}(r; t) \equiv j_b(r; 0; t)$, можно найти ток в произвольной точке плазмы

$$j_b(r; z; t) = j_{b_0}(r; t - \frac{z}{V})$$

Наличие проводящих границ дрейфового пространства учитывается граничными условиями

$$\begin{aligned} E_z &= 0 && \text{при } r = R \\ E_r &= 0 && \text{при } z = 0; L \end{aligned} \quad (25)$$

Формальное решение уравнений (24) не представляет затруднений, но отличается громоздкостью. Поэтому здесь мы ограничимся исследованием предельного случая $\tau \gg L/c$. При этом для определенности будем считать, что ток пучка $j_{b_0}(r; t)$ является плавной функцией времени (типа изображенной на рис.5),

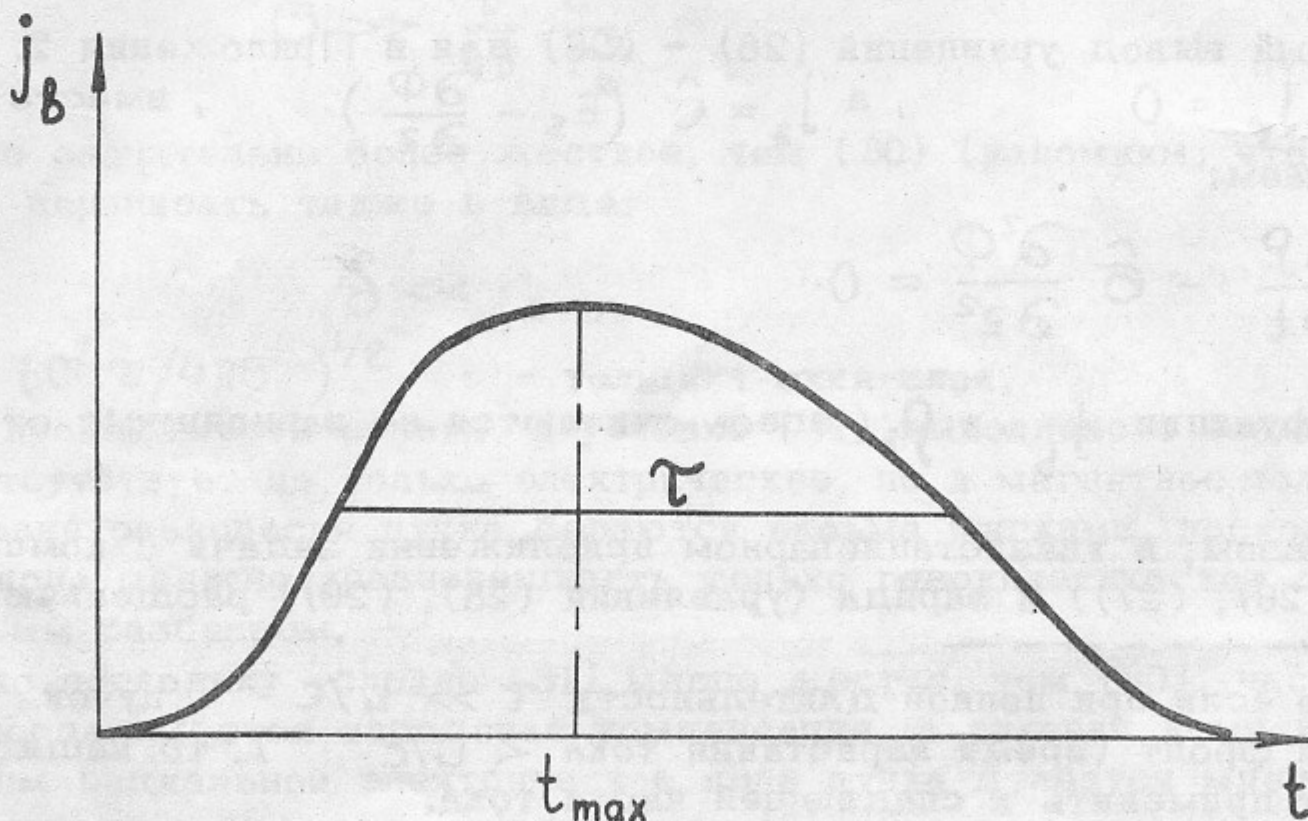


Рис.5. Зависимость плотности тока пучка от времени (при некотором фиксированном r).

и форма тока может характеризоваться единственным параметром τ^x ; ток пучка будет считаться также плавной функцией радиуса.

В пределе $c\tau \gg L$ сторонний ток, вносимый пучком в плазму, можно считать не зависящим от z :

$$|j_b(z=L) - j_b(z=0)| \approx \left| \frac{L}{c} \frac{\partial j_b}{\partial t} \right| \ll j_b$$

То же самое относится, естественно, и к заряду $\rho_b \equiv j_b/v$. Однако самое существенное упрощение состоит в том, что при $c\tau \gg L$ можно ограничиться квазистационарным приближением (см./42/). В этом случае происходит естественное расщепление электрического поля на две части: не зависящую от z соленоидальную, $\vec{E}_s = (0; 0; E_s(r, t))$, и зависящую от z потенциальную, $\vec{E}_p = -(\partial\Phi(r, z, t)/\partial r; 0; \partial\Phi(r, z, t)/\partial z)$, где Φ - электростатический потенциал.

Соленоидальная часть поля определяется из уравнений

$$\frac{\partial E_s}{\partial r} = \frac{1}{c} \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} \quad (26)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) = \frac{4\pi}{c} (\hat{\sigma} E_s + j_b), \quad (27)$$

а потенциал Φ - из уравнений

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -4\pi (\rho + \rho_b) \quad (28)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0$$

Более формальный вывод уравнений (26) - (28) дан в Приложении 2. Имея в виду, что $j_r = j_\varphi = 0$, а $j_z = \hat{\sigma} \cdot (E_s - \frac{\partial \Phi}{\partial z})$, вместо последнего уравнения получаем:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \hat{\sigma} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (29)$$

Напомним, что функции j_b и ρ_b здесь считаются не зависящими от координаты z .

Таким образом, в квазистационарном приближении задачи о компенсации тока (уравнения (26), (27)) и заряда (уравнения (28), (29)) расщепляются^{хх)}.

х) Заметим, что если при полной длительности $\tau \gg L/c$ пучок имеет крутой передний фронт (время нарастания тока $< L/c$), то наши результаты можно будет применить к спадающей части тока.

хх) Заметим, что поскольку соленоидальная часть электрического поля имеет только z -составляющую, то задача о компенсации тока не зависит от поперечной проводимости; в частности, система уравнений (26), (27) не меняется, если проводимость изотропна. В этом смысле рассматриваемая нами квазистационарная задача существенно отличается от задачи о компенсации тока в безграничной ($L \rightarrow \infty$) плазме: в последнем случае эффект компенсации существенно зависит от поперечной проводимости /38/.

Мы не будем здесь приводить полного решения уравнений (26) - (29), а ограничимся выяснением условий, при которых компенсация имеет место.

В частности, чтобы найти условия хорошей компенсации заряда, мы, считая проводимость достаточно высокой, получим решение системы уравнений (28), (29) в виде разложения по обратным степеням σ ^{x)}. Очевидно, что $\rho^{(0)} = -\rho_b(r, t)$, $\Phi^{(0)} = 0$. Подставляя $\rho^{(0)}$ в уравнение (29) и учитывая симметрию задачи относительно плоскости $z = L/2$, находим $\Phi^{(1)}$:

$$\Phi^{(1)} = -\frac{2\pi}{\omega_p^2} \left[\left(z - \frac{L}{2} \right)^2 - \frac{L^2}{4} \right] \left(\nu + \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \rho_b(r; t)}{\partial t}$$

Наконец, подставляя $\Phi^{(1)}$ в (28), получаем поправку к $\rho^{(0)}$ (которая, собственно, и равняется нескомпенсированной плотности заряда):

$$\rho^{(1)} = \frac{2\pi}{\omega_p^2} \left[\left(z - \frac{L}{2} \right)^2 - \frac{L^2}{4} \right] \left(\nu + \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \rho_b(r, t)}{\partial r} \right]$$

(здесь мы учли, что $L \gg R$, и пренебрегли вторым слагаемым в левой части уравнения (28)). Условие зарядовой компенсации $|\rho^{(1)}| \ll |\rho^{(0)}|$ может быть, таким образом, записано в виде следующей оценки:

$$\sigma \gg \frac{1}{\tau} \frac{L^2}{r_b^2} \quad (30)$$

Аналогичным образом из уравнений (26), (27) можно найти выражение для тока:

$$j = -j_b(r; t) - \frac{c^2}{\omega_p^2} \int_0^t dt' \left(\nu + \frac{\partial}{\partial t'} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial j_b(r; t')}{\partial r}$$

Отсюда видно, что условие токовой компенсации имеет вид:

$$\sigma \gg \frac{\tau}{4\pi} \frac{c^2}{r_b^2} \quad (31)$$

Это условие значительно более жесткое, чем (30) (напомним, что $c\tau \gg L$). Его можно переписать также в виде:

$$\delta \ll r_b, \quad (31')$$

где $\delta \sim (c^2 \tau / 4\pi \sigma)^{1/2}$ - толщина скин-слоя.

Если проводимость велика, и условие (31) выполнено с большим запасом, то в плазме отсутствует не только электрическое, но и магнитное поле пучка. В этом случае условия равновесия пучка делаются весьма мягкими, поскольку внешнее магнитное поле должно уравновешивать только газокINETическое давление, связанное с угловым разбросом.

Однако поскольку условие (31) много жестче, чем (30), часто встречается ситуация, когда имеется зарядовая компенсация, а токовая компенсация отсутствует. При этом радиальное электрическое поле пучка делается много меньше, чем в

x) В оценках мы будем понимать под σ величину порядка $\omega_p^2 / 4\pi \left(\nu + \frac{1}{\tau} \right)$

вакуумном случае, а азимутальное магнитное поле остается прежним. В результате радиальное расталкивание пучка сменяется на сжатие. Равновесие пучка в этом случае исследуется аналогично тому, как это делалось в разделе 3, но ввиду того, что отсутствует компенсация электрической и магнитной сил, условия применимости теории возмущений в задаче о равновесии становятся более жесткими (см./26/). Однако очевидно, что создавая достаточно сильное продольное магнитное поле можно (в условиях зарядовой компенсации) пропустить через плазму сколь угодно большой ток^{х)}. Равновесие пучка при частичной и полной зарядовой компенсации подробно изучалось в работах /43-51/.

Интересные эффекты возникают в том случае, когда проводимость плазмы имеет аксиально-несимметричные неоднородности. В этом случае встречный ток, вообще говоря, смещен относительно пучка, и поэтому в магнитном поле встречного тока может происходить смещение пучка как целого. Чтобы проиллюстрировать возникающую ситуацию, рассмотрим крайний случай, изображенный на рис. 6а, когда

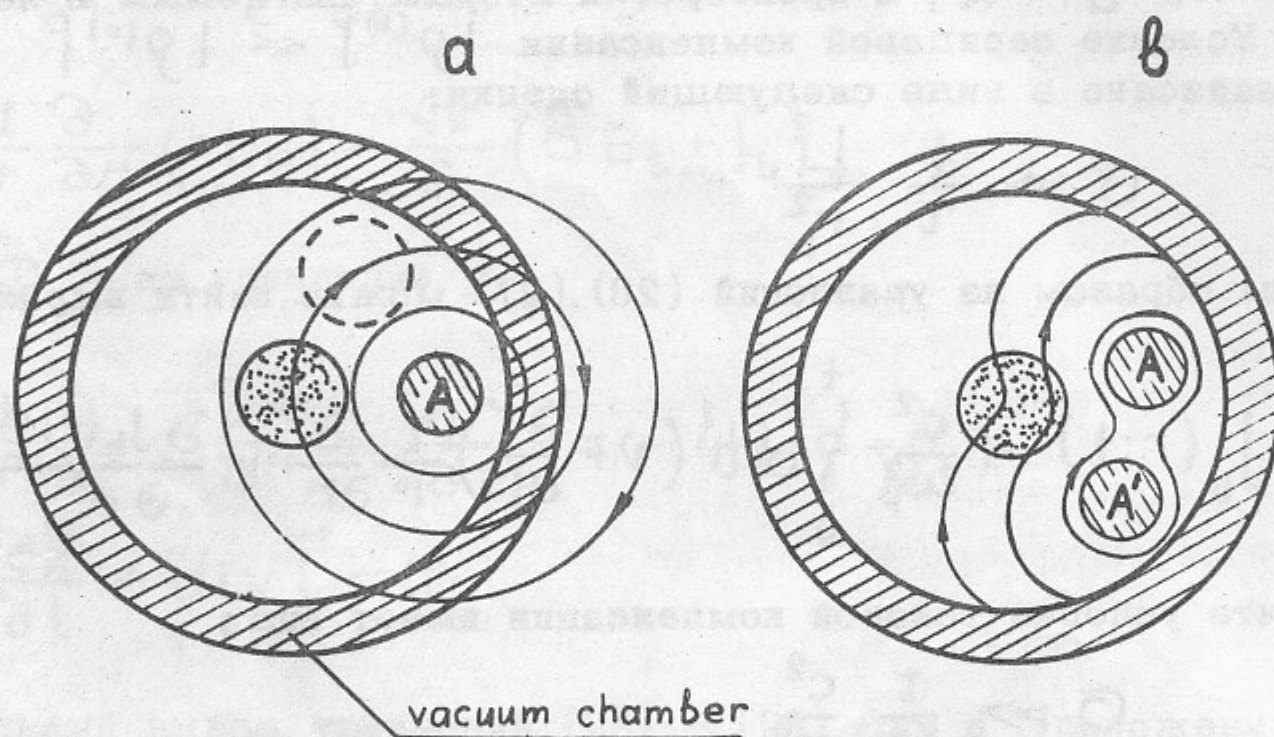


Рис. 6. Влияние неоднородности проводимости плазмы на смещение пучка:

а - одна область высокой проводимости (заштрихована); кружок в центре - начальное положение пучка; окружности с центром в точке А представляют собой силовые линии магнитного поля обратного тока, пунктиром обозначено положение пучка на некотором расстоянии от входа в дрейфовое пространство.

б - две области высокой проводимости.

проводимость плазмы высока внутри цилиндрической области, ось которой смещена на расстояние Δ от оси пучка, и мала вне этой области. Встречный ток, очевидно, будет течь только в области высокой проводимости, так что силовые линии магнитного поля, создаваемого встречным током, будут представлять собой окружности с центром в точке А (рис. 6а), смещенной относительно оси пучка. Под действием продольного магнитного поля и поля встречного тока пучок будет двигаться по спирали, навивающейся на область высокой проводимости. Очевидно, что вследствие этого пучок может сместиться на расстояние 2Δ относительно своего первоначального положения и при достаточно большом Δ удариться о стенку дрейфовой трубки. Шаг спирали равен $2\pi (N_2/N_1) \Delta$, где N_1 - поле встречного тока на оси пучка. Указанные выше эффекты, разумеется, существенны только когда длина установки сравнима с шагом спирали или превышает его (иначе пучок не успеет сместиться по азимуту). Если проводимость плазмы распреде-

х) Мы говорим здесь только об ограничениях, связанных с равновесием пучка, не касаясь вопроса об устойчивости.

лена более сложным образом, чем на рис.6а (например, если имеются две области хорошей проводимости, смещенные друг относительно друга, рис.6б), то блуждания пучка могут приобрести весьма сложный и нерегулярный характер. Возможно, наблюдавшееся в некоторых экспериментах (например /3/) нерегулярное размытие пучка при его транспортировке через плазму объясняется именно этим эффектом.

5. Нагрев плазмы обратным током

Вопрос о джоулевой диссипации обратного тока относится, скорее, к проблеме нагрева плазмы, чем к проблеме транспортировки пучка. Однако поскольку этот вопрос непосредственно связан с задачей о токовой компенсации, мы рассмотрим его сейчас (а не в разделе, посвященном пучковому нагреву).

Джоулева диссипация обратного тока обсуждалась в работах /1,52,53/. Наиболее подробные вычисления проделаны Ловеласом и Суданом /53/. Однако они фактически рассмотрели пучок в безграничной в продольном направлении плазме. Мы же приведем соответствующие вычисления для случая $L \ll c\tau$, который в настоящее время кажется наиболее реалистическим с экспериментальной точки зрения.

Считая, что длительность пучка τ превышает время рассеяния электронов плазмы на ионах (или на флуктуациях электрического поля, если речь идет об аномальном сопротивлении плазмы), мы воспользуемся следующим законом Ома:

$$j_z = \sigma E_z, \quad \sigma = \sigma(r;t) = \omega_p^2 / 4\pi\nu$$

(как уже отмечалось выше, в квазистационарном случае поперечная проводимость в задачу не входит). Задача о диссипации встречного тока при этом описывается уравнениями (26), (27), в которых следует только заменить σ на $\sigma(r;t)$ ^{х)}.

Энергия, диссипированная обратным током и отнесенная к единице длины плазменного столба, равна:

$$Q = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_0^R \frac{r j_z^2(r;t)}{\sigma(r;t)} dr$$

С помощью уравнений (26), (27) нетрудно убедиться в том, что

$$Q = \frac{2}{c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_0^R \frac{dr}{r} [I^*(r;t) + I_b^*(r;t)] \frac{\partial I^*(r;t)}{\partial t}, \quad (32)$$

где введены обозначения

$$\left. \begin{aligned} I^*(r;t) \\ I_b^*(r;t) \end{aligned} \right\} = 2\pi \int_0^r \left\{ \begin{aligned} j(r';t) \\ j_b(r';t) \end{aligned} \right\} dr'$$

Полные токи пучка и плазмы (т.е. $I_b^*(R;t)$ и $I^*(R;t)$) мы будем ниже обозначать просто через $I_b(t)$ и $I(t)$.

В случае "ступенчатого" включения пучка

$$j_b(r;t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ j_b(r), & t > 0 \end{cases}$$

соотношение (32) приводится к виду:

^{х)} В этом разделе мы не будем пользоваться предположением о независимости σ от координат и времени.

$$Q = \frac{1}{c^2} \int_0^R \frac{dr}{r} I_b^{*2}(r) \equiv W_M,$$

где через W_M обозначена магнитная энергия, приходящаяся на единицу длины пучка в вакууме. Подчеркнем, что этот результат не зависит от конкретного вида функции $\sigma(r, t)$.

Энергия W_M выделяется в плазме за время порядка скин-слоя^{х)}; $\tau_s \sim \sim 4\pi r_p^2 \sigma / c^2$. Действительно, в интеграл (32) вносят вклад те значения t , при которых величина $I^*(r; t) + I_b^*(r; t)$ становится существенно отличной от нуля, а это происходит как раз за скин-слоевые времена. На верхнем пределе, при $t > \tau_s$, интеграл сходится за счет затухания плазменного тока.

Если пучок имеет резкий задний фронт, причем длительность пучка больше τ_s , то после выключения пучка в плазме дополнительно выделится энергия W_M , так что полная диссипация энергии будет равна $2W_M$.

Простая оценка Q существует и в более общем случае: $I_b^*(r; t) = f(r)g(t)$. Здесь без ограничения общности можно считать $f, g > 0$. В отношении функции $g(t)$ предполагается к тому же, что она имеет единственный максимум, т.е. $g(t)$ имеет вид, изображенный на рис.5. Тогда справедливо следующее неравенство (см. Приложение 3):

$$Q \leq 2\eta \max W_M(t),$$

где η - численный множитель порядка единицы, зависящий от распределения тока пучка по сечению (точное выражение для η приведено в Приложении 3). Подчеркнем, что при выводе этого неравенства не делается никаких предположений относительно зависимости $\sigma(r; t)$.

Учитывая, что полная энергия пучка, сообщаемая ему ускорителем, по порядку величины равна $I_b U c \tau$, где U - напряжение на ускорительном диоде, нетрудно проверить, что при $\tau \leq \tau_s$ к.п.д. нагрева можно оценить следующим образом

$$\text{к.п.д.} \sim \left(\frac{L I_b^2}{c^2} \frac{\tau}{\tau_s} \right) (I_b U c \tau)^{-1} \sim \frac{I_b}{I_{cr}} \frac{L}{c \tau_s}, \quad (33)$$

при $\tau > \tau_s$ к.п.д. убывает пропорционально τ^{-1} . Видно, что к.п.д. может быть порядка единицы только в случае, когда ток пучка значительно превышает критический вакуумный ток, а именно при $I_b \sim I_{cr} c \tau_s / L$. В этом случае наводимая в плазме индукционная ЭДС как раз порядка кинетической энергии электронов пучка (пропускание тока $I_b > I_{cr} (c \tau_s / L)$ невозможно, т.к. при этом ЭДС индукции стала бы больше энергии электронов).

х) Мы считаем, что $r_b \sim r_p \sim R$; если же $r_b \ll r_p$, то время диссипации будет порядка скин-слоевого времени, рассчитанного по радиусу пучка. Интересно отметить, что если при $r_b \ll r_p$ длительность пучка удовлетворяет условиям $4\pi r_b^2 \sigma / c^2 \ll \tau \ll 4\pi r_p^2 \sigma / c^2$, то во все время инжекции пучка полный ток, измеренный внешним по отношению к плазме поясом Роговского, будет экспоненциально мал, так что грубая электротехническая оценка нагрева $Q \sim \int I U dt$ (где $U = -\mathcal{L} d(I + I_b)/dt$ - индукционная ЭДС) даст сильно заниженный результат.

К сожалению, оказывается, что в условиях, когда проводимость определяется кулоновскими столкновениями, скин-слоевое время настолько велико, что оптимальный ток пучка $I_b \sim I_{cr} (c\tau_s/L)$ оказывается слишком большим. Так, в интересных для термоядерных приложений случаях τ_s составляет $10^{-2} + 1$ сек, и при разумных значениях L ($L \leq 10^4$ см) оптимальный ток превышает $3 \cdot 10^4 I_{cr}$.

Нагрев обратным током может стать приемлемым, если в плазме возникает аномальное сопротивление, и частота столкновений делается много больше кулоновской /52,53/. Условие возникновения аномального сопротивления состоит в том, чтобы направленная скорость электронов плазмы u превышала пороговое значение, равное αV_{Te} , где V_{Te} — тепловая скорость электронов плазмы, а α — численный множитель, зависящий от отношения электронной и ионной температур и от формы электронной функции распределения. Он лежит в пределах от $(m/M)^{1/2}$ (для плазмы с $T_e \gg T_i$ и с функцией распределения электронов, изотропной в системе координат, движущейся со скоростью u) до единицы (для плазмы с $T_e \sim T_i$).

Учитывая, что в условиях компенсации тока $u \sim c n_b/n$, получаем следующий критерий существования аномального сопротивления:

$$\alpha V_{Te} \leq c n_b/n$$

и, соответственно, следующую оценку предельной температуры, до которой плазма может быть нагрета за счет аномального сопротивления:

$$\frac{T_e}{mc^2} \leq \frac{1}{2\alpha^2} \left(\frac{n_b}{n} \right)^2$$

Нагрев до $T_e \sim 10^4$ эв возможен при $n_b/n \geq 0,2\alpha$. Даже при минимально возможном значении α ($\alpha \sim 2 \cdot 10^{-2}$ для дейтериевой плазмы) это условие в применении к плазмам с $n \geq 10^{14} + 10^{15}$ см⁻³ приводит к необходимости использования весьма плотных пучков. Кроме того, следует заметить, что в процессе нагрева плазмы электронная функция распределения может "вытягиваться" вдоль электрического поля /54,55/. При этом даже при $T_e \gg T_i$ (под T_e и T_i мы понимаем среднюю энергию частиц в системе координат, движущейся со средней скоростью частиц данного сорта) параметр α может стать много больше $(m/M)^{1/2}$, вплоть до $\alpha \sim 1$ (см. теоретические работы /54-55/ и результаты машинных расчетов /56/), а рост α в свою очередь приведет к тому, что условие $n_b/n > 0,2\alpha$ будет требовать слишком больших плотностей пучка.

Возможность деформации функции распределения не учитывалась в работе /57/, где возбуждение ионно-звуковых колебаний обратным током исследовалось в предположении о лоренцевском характере функций распределения электронов и ионов. По этой причине выводы, содержащиеся в работе /57/, нельзя считать достоверными. Аналогичное возражение вызывает работа /53/. Использование в этой работе формулы Сагдеева /58/ для эффективной частоты столкновений не кажется вполне обоснованным, поскольку эта формула, строго говоря, относится только к случаю тока, перпендикулярного к магнитному полю, когда имеется эффект циклотронного размещивания, и функция распределения электронов не может "вытягиваться" вдоль электрического поля.

Ситуацию при $\alpha \gg (m/M)^{1/2}$ можно несколько улучшить, создавая неоднородное распределение плотности плазмы по длине установки. При этом в областях пониженной плотности плазмы условия нагрева будут облегчены, и выделяющаяся в этих областях энергия за счет электронной теплопроводности будет равномерно распределяться по длине установки. Однако в целом перспективы нагрева плазмы с $n \geq 10^{15}$ см⁻³ обратным током в настоящее время не кажутся слишком оптимистическими. Вместе с тем не вызывает сомнений возможность применения этого метода нагрева в области относительных низких концентраций плазмы $n \sim 10^{14}$ см⁻³.

6. Макроскопические неустойчивости при транспортировке пучка в плазме

Как было показано в разделе 4, при транспортировке пучка в плазме сравнительно легко обеспечивается нейтрализация объемного заряда. Поэтому исчезают ограничения на величину тока, связанные с электростатическим запирающим пучка. Если к тому же имеется компенсация тока, то условия равновесия пучка даже при $I_b > I_{cr}$ не налагают особенно жестких ограничений на величину продольного магнитного поля. Соответствующие ограничения связаны, как будет видно из дальнейшего, с требованием устойчивости.

Неустойчивые колебания в системе плазма-пучок удобно подразделить на две группы: крупномасштабные (макроскопические) и мелкомасштабные. В первую группу мы включим колебания с характерным продольным масштабом порядка (или больше) радиуса пучка. Во вторую — более коротковолновые возмущения. Это деление в известной степени условно, поскольку в зависимости от соотношений между параметрами плазмы и пучка неустойчивости, имеющие одинаковую физическую природу, могут попадать то в одну, то в другую группу. Тем не менее мы будем придерживаться такой классификации, так как макро- и микронеустойчивости различаются по своим внешним проявлениям. Первые приводят к существенным искажениям равновесной конфигурации пучка (перетяжкам, извиваниям и т.д.), вторые, главным образом, — к нагреву и диффузии частиц.

В этом разделе мы рассмотрим крупномасштабные неустойчивости, поскольку они представляют наиболее явную опасность при транспортировке пучков (мелкомасштабные неустойчивости будут подробно исследованы ниже в связи с проблемой нагрева плазмы).

Имея в виду импульсные пучки, мы уделим здесь основное внимание чисто электронным колебаниям. Что касается колебаний с участием ионов, то они (если исключить из рассмотрения ионно-звуковую неустойчивость обратного тока, которая обсуждалась отдельно в разделе 5) имеют существенно меньшие характерные частоты и инкременты, и в реальных условиях часто не успевают нарасти за время инжекции пучка.

Рассмотрим сначала бесстолкновительные неустойчивости, т.е. такие, частоты и инкременты которых велики по сравнению с эффективной частотой столкновений ν_{eff} , учитывающей как кулоновские столкновения электронов с ионами, так и рассеяние электронов на микрофлуктуациях. Примером такой неустойчивости может служить раскачка волн с частотой ниже циклотронной частоты пучка в плотной ($\omega_p \gg \omega_H$) плазме. Эти волны по существу, представляют собой геликоны (см./59/). Ниже будет показано, что они оказываются неустойчивыми, если плотность кинетической энергии пучка превышает плотность энергии внешнего магнитного поля.

Для определенности решим задачу об устойчивости пучка, движущегося вдоль внешнего магнитного поля H_z по металлическому волноводу радиуса $R \gg \lambda_D \gg c/\omega_p$, заполненному плазмой с концентрацией $n \gg n_b$. Равновесное распределение концентрации пучка n_b и скорости электронов V_z по сечению волновода будем считать однородным. Ток и объемный заряд пучка в равновесном состоянии предполагаются полностью скомпенсированными.

Учитывая компенсацию заряда и тока, можно получить следующие выражения для поперечных компонент возмущения тока в волне:

$$\delta j_r = -i \frac{\omega}{4\pi} \frac{k_z^2 c^2}{\omega^2} \beta_b E_r - \frac{\omega_p^2}{4\pi \omega_H} E_\varphi \quad (34)$$

$$\delta j_\varphi = \frac{\omega_p^2}{4\pi \omega_H} E_r - i \frac{\omega}{4\pi} \frac{k_z^2 c^2}{\omega^2} \beta_b E_\varphi \quad (35)$$

$$\text{Здесь } \beta_b \equiv 4\pi n_b m v_z^2 \gamma / H_z^2$$

Вместо закона Ома для продольной составляющей тока мы будем пользоваться условием $E_z = 0$, означающим, что продольная проводимость в системе существенно превышает поперечную. При распространении геликона в плазме без пучка это условие, как известно, дает ограничение сверху на величину волнового вектора ($k_c \ll \omega_p$). Можно показать, что при наличии пучка появляется дополнительное ограничение

$$\beta_b \ll \frac{\omega_p}{\omega_H} \frac{v_z}{c} \gamma, \quad (36)$$

которое мы будем считать выполненным.

Подставим токи (34), (35) в уравнения Максвелла и рассмотрим аксиально-симметричные возмущения. В результате получим следующее уравнение для φ -компоненты электрического поля волны:

$$(1 - \beta_b) \left(1 - \beta_b - \frac{1}{k_z^2} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \right) E_\varphi = \Omega^2 E_\varphi, \quad (37)$$

$$\text{где } \Omega^2 \equiv \omega^2 \omega_p^4 / \omega_H^2 k_z^4 c^4$$

Регулярное в нуле решение этого уравнения имеет вид:

$$E_\varphi = \alpha J_1 \left[k_z r \left(\beta_b - 1 - \frac{\Omega^2}{\beta_b - 1} \right)^{1/2} \right] \quad (38)$$

(здесь α - произвольная константа, J_1 - функция Бесселя).

Граничное условие на стенке волновода ($E_\varphi(R) = 0$) дает следующее дисперсионное соотношение:

$$\omega^2 = \omega_H^2 \frac{k_z^4 c^4}{\omega_p^4} \left(\beta_b - 1 \right) \left(\beta_b - 1 - \frac{\mu_L^2}{k_z^2 R^2} \right), \quad (39)$$

μ_L ($L = 1, 2, \dots$) - корни функции J_1 .

При $\beta_b = 0$ (в отсутствие пучка) эта формула дает закон дисперсии геликонов в волноводе. С увеличением β_b дисперсия волны несколько изменяется, но вплоть до $\beta_b = 1$ все колебания остаются устойчивыми. Если же β_b превышает единицу, то при $\mu_L^2 / k_z^2 R^2 > \beta_b - 1$ возникает апериодическая неустойчивость.

Максимум инкремента по k_z достигается при $k_z^2 = \mu_L^2 / 2R^2 (\beta_b - 1)$

$$\max \text{Im } \omega = \omega_H \frac{\mu_L^2 c^2}{2 R^2 \omega_p^2} \quad (40)$$

По мере увеличения номера гармоники инкремент возрастает пропорционально μ_L^2 , однако при больших значениях μ_L ($\mu_L \sim R \omega_p / c$) нарушаются условия применимости формулы (39), поскольку при выводе дисперсионного соотношения уже нельзя пренебрегать продольным электрическим полем E_z . Что же касается величины k_z , то она ограничена сверху условием $k_z c \ll \omega_H / \gamma$ (при $k_z c \gtrsim \omega_H / \gamma$ необходимо учитывать поправки порядка $k_z c \gamma / \omega_H$ в выражениях для поперечного тока (34), (35)).

Полностью компенсированный пучок, вообще говоря, неустойчив и в сильном магнитном поле ($\omega_H \gg \omega_p$). Характерная частота неустойчивых возмущений в этом случае $\sim \omega_p$. Хотя эта неустойчивость, видимо, не может привести к

"высыпанию" пучка на стенки камеры (есть сильное продольное магнитное поле), она может вызвать появление значительного разброса пучка по продольным скоростям, что во многих отношениях нежелательно. Поэтому мы рассмотрим подробнее условия возникновения этой неустойчивости.

При условии $\omega_H > \omega_p$ можно пренебречь поперечными смещениями частиц пучка и плазмы и воспользоваться следующим законом Ома:

$$\delta j_1 = 0, \quad \delta j_z = \frac{i \omega_p^2}{4\pi\omega} \left(1 + \frac{\omega^2}{(\omega - k_z v)^2} \frac{n_b}{n \gamma^3} \right) E_z \quad (41)$$

(см. формулу (П.1.1)).

При таком законе Ома наличие пучка и плазмы внутри дрейфовой трубки влияет только на ТМ-моду (ТЕ-мода отщепляется и описывается теми же уравнениями, что и в вакуумном случае, см. Приложение 1).

Будем считать, что пучок и плазма однородны и полностью заполняют дрейфовую трубку. Для краткости ограничимся рассмотрением аксиально-симметричных возмущений (они наиболее неустойчивы). В таких возмущениях Z - составляющая электрического поля удовлетворяет уравнению (которое получается аналогично (П.1.3)):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial E_z}{\partial r} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 \right) \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{n_b}{\gamma^3 n} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_z v)^2} \right] E_z = 0$$

Учитывая, что решение этого уравнения должно быть регулярным в нуле и должно обращаться в нуль при $r = R$, нетрудно получить следующее дисперсионное соотношение:

$$1 = \frac{k_{1L}^2}{\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{n_b}{\gamma^3 n} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_z v)^2}, \quad (42)$$

где $k_{1L} = \mu_L / R$, а μ_L - l -й корень уравнения $J_0(\mu) = 0$.

Исследование этого дисперсионного уравнения на устойчивость приводится стандартным способом (см., например, /60/). Легко убедиться в том, что для не слишком плотных пучков, $n_b \ll n/\gamma$, условие устойчивости имеет вид:

$$k_z^2 + \gamma^2 k_{1L}^2 > \frac{\omega_p^2}{c^2} \quad (43)$$

Отсюда получается следующий результат для максимально допустимого радиуса трубы, при котором пучок еще устойчив:

$$R_{\max} = \frac{\gamma \mu_1 c}{\omega_p}$$

Этот критерий получен из требования стабилизации наиболее неустойчивых колебаний с $k_z = 0$ х).

Более подробное исследование рассмотренной неустойчивости содержится в работе Берка /61/. В ней, в частности, описаны эффекты, связанные с конечностью продольного магнитного поля. Некоторые результаты, относящиеся к обсуждаемой задаче, содержатся также в заметке /62/.

Неустойчивости, возникающие при транспортировке пучка в плазме в магнитном поле, удовлетворяющем неравенству:

$$H_z^2 \gg 8\pi n_b \gamma m c^2 \quad (44)$$

х) В ограниченной по Z системе такие колебания, естественно, невозможны. Вопрос об устойчивости пучков, ограниченных в продольном направлении, обсуждается в обзоре /22/.

подробно обсуждаются в обзоре Богданкевич и Рухадзе /22/. Однако к результатам, содержащимся в этом обзоре, следует относиться с известной осторожностью, поскольку его авторы исходили из предположения, что при условии (44) неустойчивые колебания можно считать потенциальными. На самом же деле для колебаний с $\omega/k_z \approx c$ условие (44) (и даже $H_z \rightarrow \infty$), вообще говоря, не достаточно для потенциальности. Поэтому многие соотношения, приведенные в /22/, несправедливы количественно, а при $\gamma \gg 1$ и качественно (они дают неправильную зависимость от γ). В частности, в пределе $H_z \rightarrow \infty$ вместо дисперсионного соотношения (42) из /22/ следует другое дисперсионное соотношение:

$$1 = -\frac{K_{11}^2}{K_z^2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{n_b}{\gamma^3 n} \frac{\omega_p^2}{(\omega - k_z v)^2}$$

которое при $|\frac{\omega}{k_z} - c| \ll c$ сильно отличается от (42).

Рассмотрим теперь неустойчивости, причиной которых является неполная компенсация тока пучка. Поскольку условие зарядовой нейтрализации в плазме выполняется легче, чем условие компенсации тока, мы будем считать, что объемный заряд в равновесном состоянии отсутствует, а полный ток равен току пучка. Естественно ожидать, что при этом может развиваться винтовая неустойчивость, исследованная Крускалом и Шафрановым. Для ее инкремента справедлива следующая оценка:

$$\text{Im } \omega \sim \frac{2 I_b}{c r_b^2 (4\pi n M)^{1/2}} \quad (45)$$

(мы считаем радиус плазменного столба по порядку величины равным радиусу пучка r_b). Условие возникновения этой неустойчивости имеет вид:

$$\frac{I_b}{c r_b H_z} \geq \frac{\pi r_b}{L} \quad (46)$$

где L - длина системы, а H_z - внешнее магнитное поле. Специфические особенности возбуждения этой неустойчивости релятивистским электронным пучком рассмотрены Ли /63/.

Инкремент неустойчивости Крускала-Шафранова относительно невелик, поскольку магнитное поле в заморожено в плазму и в движение вовлекаются ионы. Если же из-за конечной проводимости (связанной, например, с неустойчивостью обратного тока) условие замороженности нарушается, то становится принципиально возможной раскачка чисто электронных винтовых колебаний. При этом время развития неустойчивости определяется временем диффузии возмущений магнитного поля в плазму. Такого типа неустойчивости исследовались Бенфордом в работе /64/ в предположении об однородности распределения тока по сечению пучка. Граница пучка считалась при этом резкой. Решение задачи в более реалистичной постановке (при плавно спадающем распределении тока) осложняется тем, что необходимо учитывать стабилизирующее влияние перекрещенности силовых линий.

В заключение отметим, что макроскопические неустойчивости пучка в плазме, естественно, могут развиваться и в том случае, когда продольное магнитное поле отсутствует или пренебрежимо мало. Такие неустойчивости обсуждались в работе Иванова и Рудакова /65/, где рассмотрены два конкретных примера: шланговая неустойчивость и неустойчивость относительно локального пинчевания.

7. Коллективные эффекты при релаксации РЭП в плазме. Общая постановка задачи о релаксации пучка

Как уже указывалось в разделе 1, одни только парные столкновения не могут обеспечить достаточно быстрой диссипации энергии релятивистского пучка в плазме. Поэтому основная роль в задаче о пучковом нагреве плазмы должна принадлежать коллективным эффектам. Коллективная релаксация пучка связана с развитием в плазме пучковой неустойчивости и последующим рассеянием пучка на возникающих флуктуациях электрического поля. Длина релаксации определяется при этом спектром флуктуаций^{х)}.

Поскольку время развития пучковой неустойчивости обычно весьма мало по сравнению с длительностью инжекции пучка и, соответственно, с характерным временем изменения параметров плазмы, основной интерес представляет решение задачи о стационарной инжекции пучка в плазму и отыскание установившегося спектра колебаний. Следующий шаг должен состоять в том, чтобы на основе полученных результатов описать изменение параметров плазмы под действием пучка.

Стационарный спектр колебаний в задаче о релаксации пучка устанавливается за счет того, что генерация волн компенсируется, во-первых, их выносом с групповой скоростью из области генерации и, во-вторых, различными нелинейными процессами. В зависимости от того, какой из двух эффектов существеннее, мы имеем либо так называемое квазилинейное, либо нелинейное приближение.

Квазилинейное приближение в применении к рассматриваемой задаче было развито в работах [52, 66, 67]. Оно дает очень большие значения плотности энергии колебаний, так что условия применимости квазилинейного приближения оказываются очень узкими, и в большинстве случаев необходимо учитывать нелинейное взаимодействие волн.

Во многих практически интересных ситуациях это удается сделать в рамках теории слабой турбулентности, которая использует относительную малость энергии колебаний по сравнению с тепловой энергией плазмы и включает в себя усреднение по случайным фазам взаимодействующих волн (см. обзоры [68-70]). Теории, выходящие за рамки приближения слабой турбулентности, по нашему мнению, пока лишены достаточно надежной формальной основы. С другой стороны, уже сейчас можно сформулировать ряд вопросов, ответа на которые теория слабой турбулентности, по-видимому, дать не может. Вообще следует отметить, что нелинейная теория релаксации сейчас только развивается и многие из ныне имеющихся результатов подлежат еще уточнению.

Для задачи о релаксации пучка характерно наличие большого числа физических параметров (n_b/n ; $\frac{m}{M}$; γ ; T_e/mc^2 ; T_e/T_i ; ω_H/ω_p ; v_{ei}/ω_p ; $c/\omega_p R$) и, соответственно, многообразии различных предельных случаев. Сколько-нибудь полное их обсуждение в рамках настоящего обзора не представляется возможным. Поэтому мы ограничимся тем, что подробно остановимся на наиболее исследованном случае релаксации пучка в изотермической плазме без магнитного поля, а затем обсудим некоторые возможные модификации теории.

8. Возбуждение ленгмюровских колебаний релятивистским электронным пучком

Если магнитное поле в плазме отсутствует или невелико, так что $\omega_H \ll \omega_p$, то из линейной теории следует, что пучок возбуждает по преимуществу ленгмюровские колебания [71]. Механизм возбуждения — черенковский. Как известно, условие черенковского взаимодействия между частицей со скоростью \vec{v} и колебанием с волновым вектором \vec{k} и частотой $\omega(\vec{k})$ имеет вид:

х) Под спектром флуктуаций мы понимаем распределение их энергии по волновым векторам, которое характеризуется спектральной функцией $W(\vec{k})$.

$$\omega - \vec{k} \vec{v} = 0 \quad (47)$$

Оценки инкремента неустойчивости существенно зависят от величины энергетического и углового разброса пучка. Для монохроматического пучка ($\Delta \vec{V} = 0$) неустойчивость носит гидродинамический характер, и инкремент, максимизированный по продольной составляющей волнового вектора, задается следующей формулой (см./66,72/):

$$\text{Im } \omega \sim \omega_p \left(\frac{n_b}{n \gamma} \right)^{1/3} \left(\frac{K_z^2}{k^2 \gamma^2} + \frac{K_\perp^2}{k^2} \right)^{1/3} \quad (48)$$

Здесь $K_z = \omega_p / v$. Этот результат справедлив при

$$|\vec{k} \Delta \vec{V}| < |\text{Im } \omega(\vec{k})| \quad (49)$$

Если же имеет место обратное неравенство, то неустойчивость переходит в кинетическую стадию, и оценка инкремента меняется, причем при не слишком больших значениях разброса электронов пучка по продольной составляющей скорости ΔV_z возможна ситуация, когда для одних значений K_\perp неустойчивость будет кинетической, а для других - гидродинамической. Наконец, если ΔV_z и ΔV_\perp достаточно велики (точный критерий см. ниже), то неустойчивость оказывается кинетической для всех значений K_\perp . Мы ограничимся здесь рассмотрением именно такой ситуации, имея в виду, что получение монохроматических пучков связано с большими экспериментальными трудностями. Подробное исследование зависимости $\text{Im } \omega(\vec{k})$ в промежуточном случае приведено в работе /52/, а описание гидродинамической и промежуточной стадий релаксации - в работах /52,66/.

Сформулируем условие применимости кинетического приближения для релятивистского ($\gamma \gg 1$) пучка с угловым разбросом $\Delta \theta \leq 1$ и энергетическим разбросом $\Delta \mathcal{E} \leq \mathcal{E}$. В этом случае можно считать, что $v \approx c$, а $\Delta V_\perp \approx c \Delta \theta$. Что же касается величины ΔV_z , то она определяется по формуле:

$$\Delta V_z \approx c \frac{\Delta \mathcal{E}}{\gamma^2 \mathcal{E}} + c \Delta \theta^2 \quad (50)$$

Отсюда видно, что при $\Delta \theta > \gamma^{-1} (\Delta \mathcal{E} / \mathcal{E})^{1/2}$ продольный разброс определяется, главным образом, угловой расходимостью пучка. Для пучка с энергией $2 \div 3$ Мэв при $\Delta \theta \approx 10 \div 15^\circ$ выполняется даже более сильное неравенство

$$\Delta \theta \approx \gamma^{-1} \quad (51)$$

Поскольку сейчас кажется маловероятным получение мощных пучков с меньшим угловым разбросом, мы будем считать условие (51) выполненным и полагать

$\Delta V_z \sim c \Delta \theta^2$. Тогда условие применимости кинетического приближения можно записать в виде:

$$K_z c \Delta \theta^2 + K_\perp c \Delta \theta \geq \omega_p \left(\frac{n_b}{n \gamma} \right)^{1/3} \left(\frac{K_z^2}{k^2 \gamma^2} + \frac{K_\perp^2}{k^2} \right)^{1/3} \quad (52)$$

где $K_z \sim \omega_p / c$. Нетрудно проверить, что при

$$\Delta \theta \geq \max \left[\left(\frac{n_b}{n \gamma} \right)^{1/4}; \left(\frac{n_b}{n \gamma^3} \right)^{1/6} \right] \quad (53)$$

неравенство (52) выполняется при всех значениях K_\perp .

Как видно из условия резонанса (47), при $\Delta \theta > \gamma^{-1} (\Delta \mathcal{E} / \mathcal{E})^{1/2}$ с пучком могут взаимодействовать только такие колебания, волновые векторы которых удовлетворяют следующему соотношению:

$$\left| K_z - \frac{\omega_p}{c} \right| \leq \frac{\omega_p}{c} \Delta \theta^2 + K_\perp \Delta \theta \quad (54)$$

Определяемая этим неравенством область в пространстве волновых векторов изображена на рисунке 7а. В дальнейшем мы будем называть эту область резонансной.

Резонансная область и инкремент пучковой неустойчивости:
 а - резонансная область, определяемая формулой (54) (заштрихована); границы области образуют угол $\Delta\theta$ с вертикалью; инкремент положителен в правой половине резонансной области и отрицателен в левой; пунктиром изображена линия максимума инкремента.

б - зависимость инкремента от продольной составляющей волнового вектора при некотором фиксированном значении K_{\perp} (обозначенном через $K_{\perp 0}$ на верхнем рисунке).

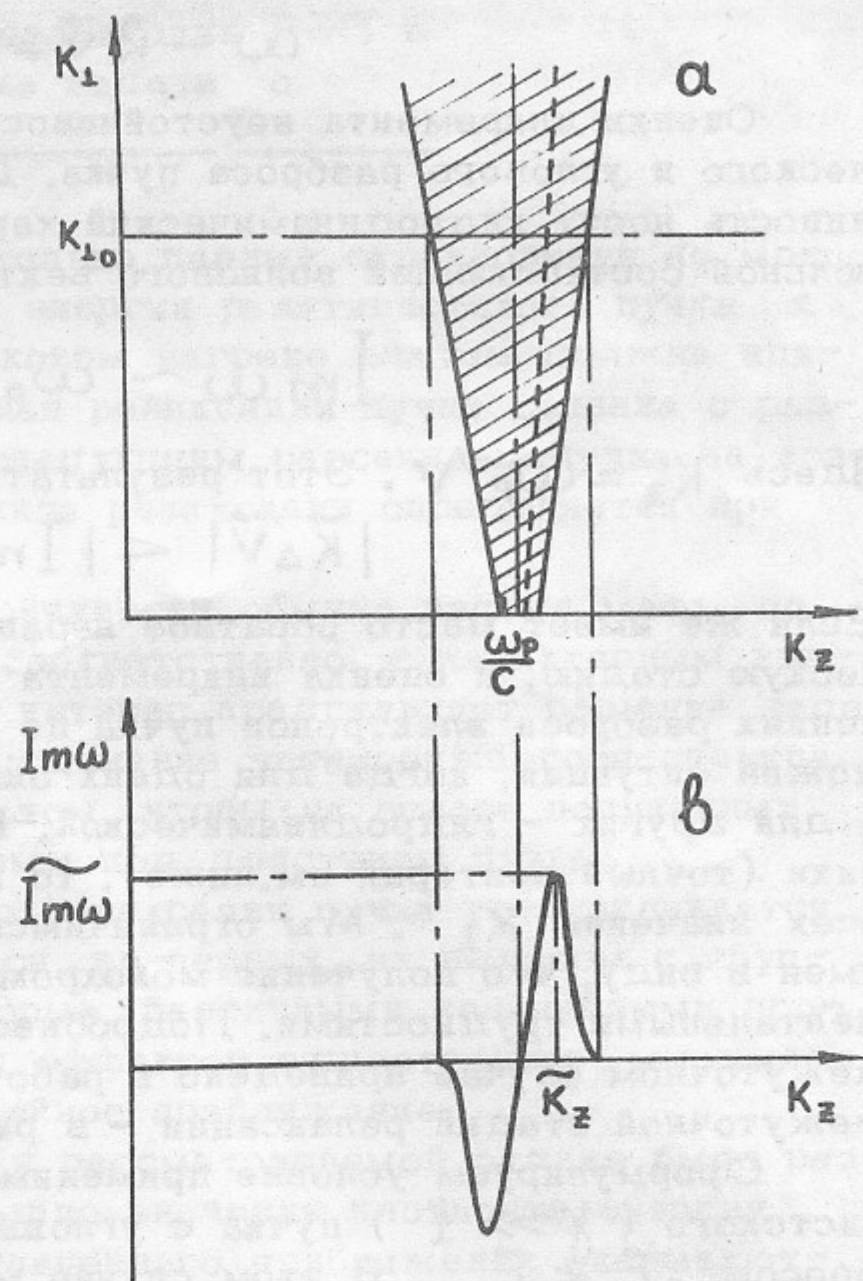


Рис. 7

Вычисления, проведенные в работе /73/, показывают, что выражение для инкремента в кинетическом пределе при сделанных выше предположениях имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \text{Im } \omega = \pi \omega_p \frac{n_b}{n} \left(\frac{\omega_p}{Kc} \right)^3 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{\left[(\cos \theta_1 - \cos \theta)(\cos \theta - \cos \theta_2) \right]^{1/2}} \cdot \\
 \cdot \left[-2g \sin \theta + \left(\cos \theta - \frac{Kc}{\omega_p} \cos \theta' \right) \frac{\partial g}{\partial \theta} \right] \quad (55)
 \end{aligned}$$

$$g = mc \int_0^{\infty} p f(p, \theta) dp,$$

$$\cos \theta_{1,2} = \frac{\omega_p}{Kc} \left(\cos \theta' \pm \sin \theta' \sqrt{\frac{K^2 c^2}{\omega_p^2} - 1} \right)$$

При вычислениях использованы сферические координаты p, θ, φ в пространстве импульсов и K, θ', φ' в пространстве волновых векторов. Углы θ и θ' отсчитываются от направления инжекции пучка. Через f обозначена функция распределения электронов пучка по импульсам, нормированная условием:

$$2\pi \int_0^{\infty} p^2 dp \int_0^{\pi} f \sin \theta d\theta = 1$$

Анализ выражения (55) позволяет установить, что инкремент положителен в правой половине резонансной области и отрицателен в левой (рисунок 7а). При фиксированном значении K_1 зависимость $\tilde{I}m\omega$ от K_z имеет вид, изображенный на рис.7б. Положение точки максимума инкремента \tilde{K}_z зависит от K_1 : $\tilde{K}_z = \tilde{K}_z(K_1)$. Точки максимума инкремента (по K_z) образуют линию, изображенную на рис.7б пунктиром. Зависимость инкремента на этой линии от K_1 имеет вид, изображенный на рисунке 8.

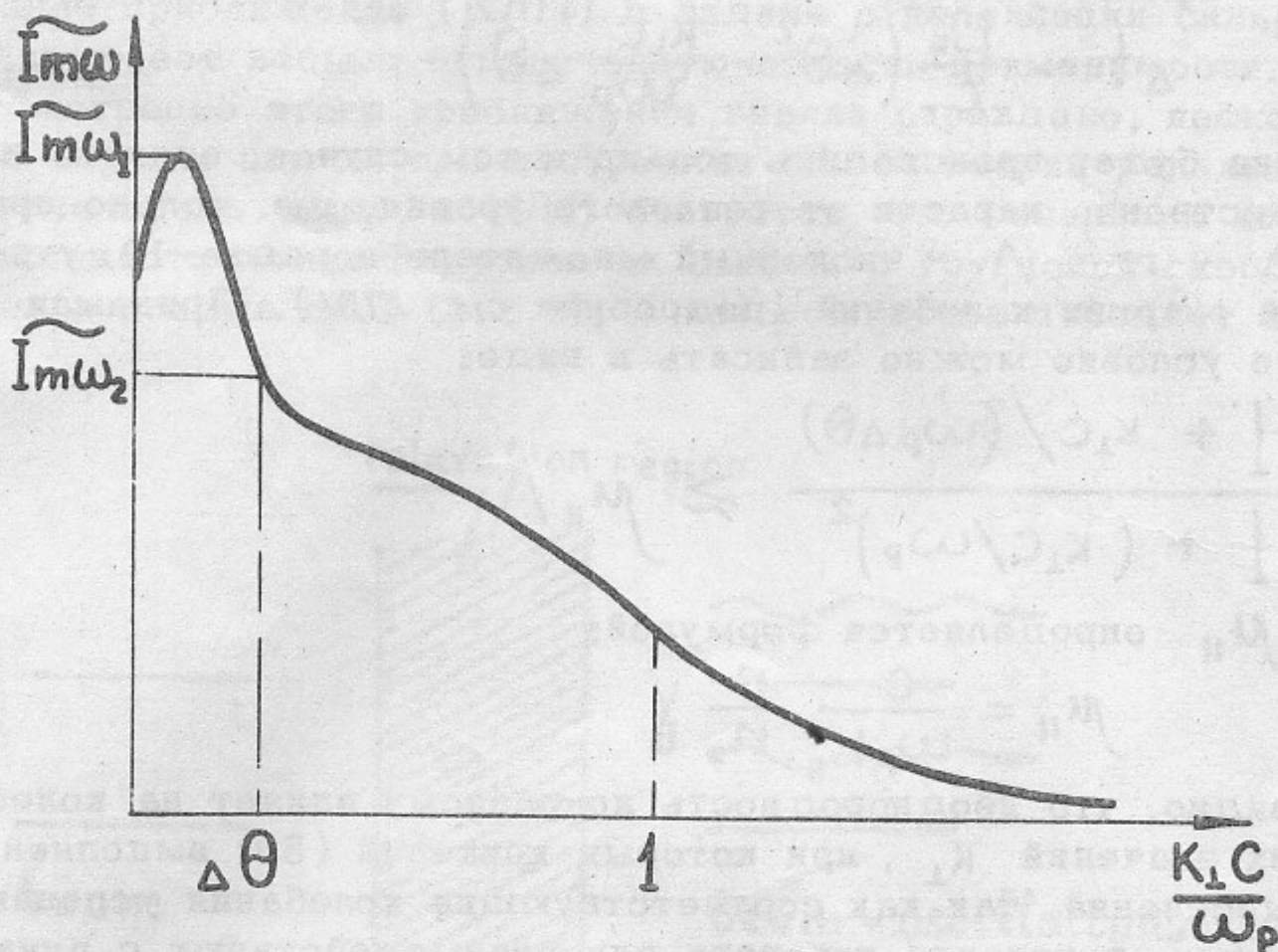


Рис.8. Зависимость инкремента пучковой неустойчивости, максимизированного по K_z , от поперечной составляющей волнового вектора (значения инкремента на линии, изображенной пунктиром на рис.7а). Отношение величин $\tilde{I}m\omega_1$ и $\tilde{I}m\omega_2$ порядка 1,5-2 и зависит от деталей функции распределения пучка.

Вне узкой области малых значений K_1 ($K_1 \sim \Delta\theta \omega_p / c$) зависимость $\tilde{I}m\omega$ от K_1 имеет вид:

$$\tilde{I}m\omega \sim \omega_p \frac{n_b}{n\gamma} \frac{1}{\Delta\theta^2} \frac{\omega_p^2}{\omega_p^2 + K_1^2 c^2} \quad (56)$$

При вычислении инкремента мы пренебрегли столкновениями электронов плазмы с ионами. Для учета столкновений необходимо включить в правую часть формулы (55) слагаемое $-\nu/2$. В плотной плазме столкновения могут привести к срыву неустойчивости.

9. Влияние неоднородности плазмы на процесс релаксации

При распространении колебания в неоднородной среде его волновой вектор меняется в соответствии с уравнением /74/

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = - \frac{\partial \omega}{\partial \vec{r}}, \quad (57)$$

где $\omega = \omega(\vec{k}; \vec{r})$ - решение дисперсионного соотношения. Рассмотрим сначала роль продольной неоднородности плазмы (т.е. будем считать, что ω зависит только от z). Тогда из (57) следует, что изменяется со временем только продольная составляющая волнового вектора:

$$\frac{dk_z}{dt} \sim \frac{\omega_p}{L_{||}}, \quad (58)$$

где $L_{||}$ - характерный масштаб продольной неоднородности ^{х)}. Далее заметим, что взаимодействовать с релятивистским пучком и, следовательно, раскачиваться, могут только те колебания, у которых K_z удовлетворяет неравенству (54). Но так как K_z изменяется со временем (см. (58)), то определенное колебание будет взаимодействовать с пучком лишь в течение малого промежутка времени

$$\Delta t \sim \frac{L_{||}}{c} \left(\Delta \theta^2 + \frac{K_{\perp} c}{\omega_p} \Delta \theta \right)$$

Релаксация пучка будет происходить только в том случае, если за время Δt колебание успеет существенно нарасти от теплового уровня, т.е. только при условии $\widetilde{Im} \omega \Delta t \geq \Lambda$, где Λ - численный множитель порядка 10, учитывающий малость начальной энергии колебаний (подробнее см. /75/). Принимая во внимание оценку (56), это условие можно записать в виде:

$$\frac{1 + K_{\perp} c / (\omega_p \Delta \theta)}{1 + (K_{\perp} c / \omega_p)^2} \geq \mu_{||} \Lambda \quad (59)$$

где параметр $\mu_{||}$ определяется формулой:

$$\mu_{||} = \frac{c}{\omega_p L_{||}} \frac{n}{n_b} \gamma$$

Из (59) видно, что неоднородность по-разному влияет на колебания с разными K_{\perp} . Для тех значений K_{\perp} , при которых критерий (59) выполнен, роль неоднородности незначительна, так как соответствующие колебания успевают значительно усилиться за время, в течение которого они взаимодействуют с пучком. Наоборот, если для некоторых значений K_{\perp} он не выполнен, то такие колебания фактически вообще не возбуждаются.

Легко видеть, что при $\mu_{||} \Lambda > 1$ и $\Delta \theta > 1/\mu_{||} \Lambda$ неравенство (59) не выполняется ни для одного значения K_{\perp} . Следовательно, если начальный угловой разброс пучка достаточно велик $\Delta \theta_0 \geq 1/\mu_{||} \Lambda$, то релаксация вовсе отсутствует. Если же $\Delta \theta_0 \leq 1/\mu_{||} \Lambda$, то релаксация идет, но как только в процессе релаксации угловой разброс достигает малого значения $\Delta \theta \sim 1/\mu_{||} \Lambda$, она прекращается /75/. Наконец, если

$$\mu_{||} \Lambda \leq 1, \quad (60)$$

то неоднородность не оказывает существенного влияния на релаксацию.

Аналогичные рассуждения показывают, что поперечная неоднородность не влияет на релаксацию при условии /76/:

$$\mu_{\perp} \Lambda \leq 1, \quad (61)$$

где параметр μ_{\perp} определяется аналогично $\mu_{||}$.

Если релаксация идет в нелинейном режиме, то, как было отмечено в работе /52/, следует несколько смягчить условия (60), (61), заменив в них множитель Λ на единицу.

Поскольку в задаче о пучковом нагреве плазмы осуществляется именно нелинейный режим (см. ниже), рассмотрим, к каким ограничениям на масштаб неоднородности приводят условия $\mu_{||}, \mu_{\perp} < 1$. Полагая $n \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $n_b \sim 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $\gamma = 5$, получим: $L_{||}, L_{\perp} \geq 100 \text{ см}$. В отношении продольной неоднородности это неравенство может удовлетворяться без особого труда; в отношении же поперечной неоднородности при радиусе плазмы $\sim 10 \text{ см}$ оно означает, что изменение концентрации по радиусу не должно превышать 10%.

х) Под масштабом неоднородности мы понимаем величину $|\partial \ln n / \partial z|^{-1}$.

Регулируя неоднородность плазмы, можно, в принципе, "включать" и "выключать" пучковую неустойчивость. В частности, делая плазму намеренно сильно неоднородной, можно подавлять эту и некоторые другие неустойчивости при транспортировке пучка.

10. Квазилинейное приближение

Квазилинейное приближение (КЛП) в задаче о релаксации сильнооточного релятивистского пучка имеет весьма ограниченную область применимости. Тем не менее, специальное рассмотрение этого приближения вполне оправдано, поскольку оно является необходимым первым шагом при построении общей теории релаксации.

Как уже отмечалось выше, в КЛП считается, что генерация колебаний за счет пучковой неустойчивости компенсируется их сносом с групповой скоростью в глубь плазмы. Выделим в плазме слой (рис.9), в котором пучок передает колебаниям, ска-

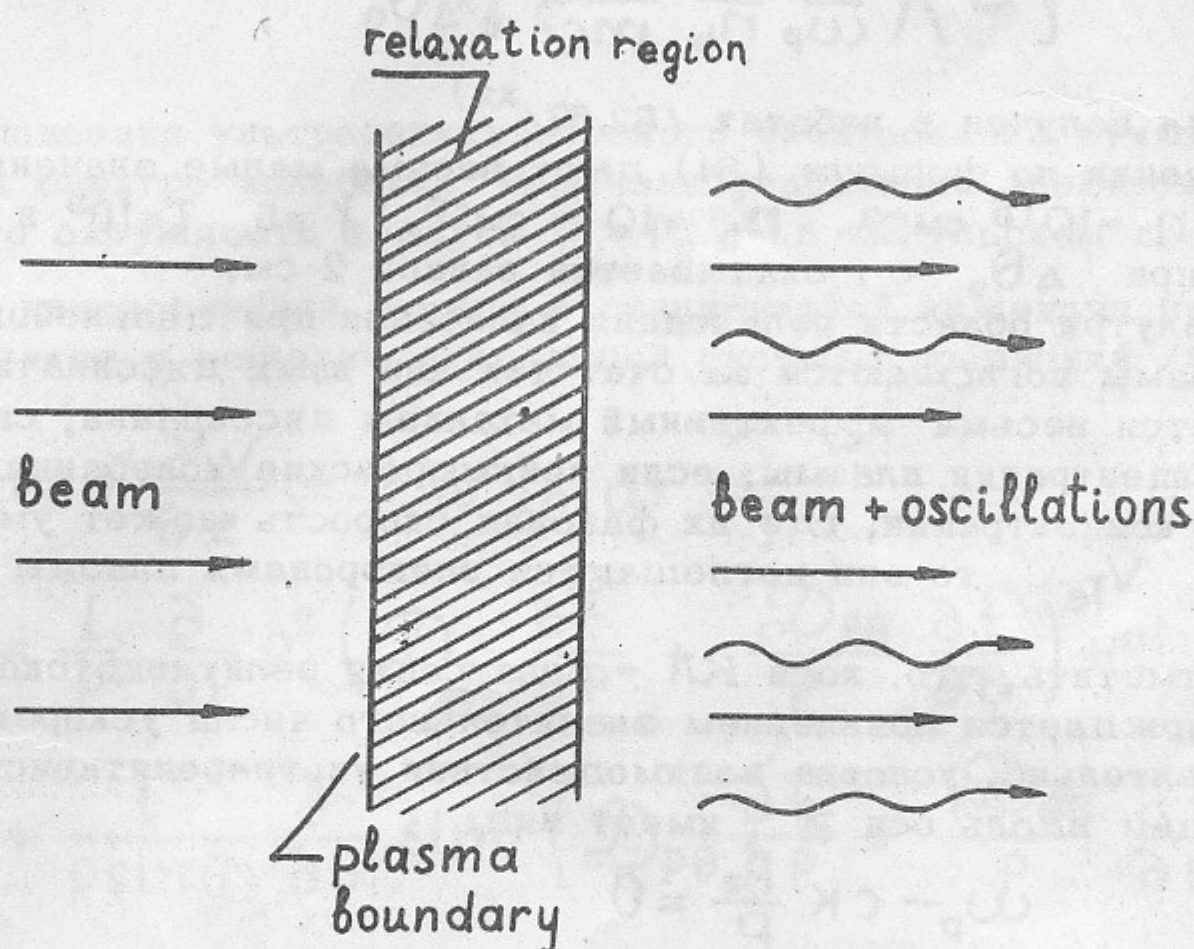


Рис.9. К определению длины релаксации.

жем, 50% своей начальной энергии, и условимся называть толщину этого слоя l длиной релаксации x).

Слева в этот слой влетает электронный пучок, а справа из него вылетают, кроме пучка, еще и колебания. Чтобы найти плотность энергии колебаний справа от области релаксации, заметим, что здесь поток энергии колебаний $V_g U_l$ (где U_l - плотность энергии ленгмюровских колебаний, а V_g - их характерная групповая скорость) по определению становится сравнимым с начальным потоком энергии пучка $\gamma n_b m c^3$. Поскольку групповая скорость ленгмюровских колебаний, возбуждаемых релятивистским электронным пучком, по порядку величины равна V_{Te}^2 / c , из указанного условия находим, что

$$U_l \sim \gamma n_b m c^2 \frac{m c^2}{T} \quad (62)$$

Перейдем теперь к вычислению длины релаксации. Ее следует оценивать из того условия, чтобы волна, распространяющаяся в глубь плазмы, успевала в достаточной мере нарасти на этой длине:

х) Ограниченность плазмы в поперечном направлении в рамках КЛП незначительна до тех пор, пока длина релаксации мала по сравнению с поперечным размером плазмы r_p . Если же $r_p < l$, то при построении теории необходимо учитывать что колебания с достаточно большими k_{\perp} покидают плазму, не успев нарасти. Таким образом, при $r_p \ll l$ спектр колебаний, возбуждаемых пучком, должен быть почти одномерным.

$$l \sim \Lambda \frac{v_g}{\text{Im} \omega}, \quad (63)$$

где $\text{Im} \omega$ - инкремент неустойчивости. Важной особенностью релятивистского пучка является наличие резкого (шириной $\sim \Delta \theta$) максимума инкремента для колебаний, распространяющихся почти вдоль пучка (рис.8). Соответственно этому, за счет взаимодействия с колебаниями у пучка будет появляться разброс только по продольной составляющей импульса. В этом случае даже при уменьшении энергии электронов на величину порядка единицы угол между импульсом электрона и осью пучка остается малым ($\sim 2 \Delta \theta_0$, где $\Delta \theta_0$ - начальный угловой разброс пучка, относительно которого предполагается, что он удовлетворяет неравенству (51)). Иными словами, пучок выделяет в плазме энергию порядка своей начальной энергии без существенного увеличения углового разброса ^{x)}. Поэтому в соотношение (63) следует подставлять значение $\text{Im} \omega$, рассчитанное по начальному угловому разбросу, в результате чего получится следующая оценка:

$$l \sim \Lambda \frac{c}{\omega_p} \frac{n}{n_b} \frac{T}{mc^2} \gamma \Delta \theta_0^2 \quad (64)$$

Этот результат был получен в работах /52,67/^{xx)}.

Численные оценки по формуле (64) дают весьма малые значения длины релаксации. Так, при $n = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $n_b = 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $\gamma = 5$, $T = 10^3$ и $\Lambda = 10$ длина релаксации даже при $\Delta \theta_0 \sim 1$ оказывается равной 2 см.

Рожденные внутри области релаксации колебания при дальнейшем распространении в глубь плазмы поглощаются за счет тех или иных диссипативных процессов. В частности, имеется весьма эффективный механизм диссипации, связанный с неоднородностью концентрации плазмы: если ленгмюровские колебания попадают в область пониженной концентрации, где их фазовая скорость может уменьшаться до величины порядка v_{Te} , то они поглощаются электронами плазмы за счет затухания Ландау.

Интересно отметить, что, хотя КЛ - релаксация релятивистского пучка одномерна, она сопровождается появлением значительного числа ускоренных электронов /67/^{xxx)}. Действительно, условие взаимодействия ультрарелятивистских частиц с колебанием, бегущим вдоль оси z , имеет вид:

$$\omega_p - ck \frac{p_z}{p} = 0$$

т.е. взаимодействовать с этим колебанием могут все электроны, лежащие на луче, образующем угол $\theta = \arccos(\omega_p / ck)$ с осью P_z в пространстве импульсов. Если же в плазме возбуждены колебания с волновыми векторами, лежащими в интервале от некоторого k_+ до некоторого k_- , то взаимодействуют с ними все электроны, лежащие на лучах с углами θ от $\theta = \theta_- = \arccos(\omega_p / ck_-)$ до $\theta = \theta_+ = \arccos(\omega_p / ck_+)$ (рис.10). Поскольку КЛ - взаимодействие электронов с колебаниями, бегущими вдоль оси z , приводит к диффузии электронов вдоль линий $P_z = \text{const}$, то, как видно из рис.10, релаксация пучка с неизбежностью сопровождается появлением ускоренных электронов.

x) Отметим, что в случае нерелятивистского пучка выделение энергии сопровождается увеличением углового разброса до значений $\Delta \theta \sim 1$.

xx) Первое указание на одномерность релаксации релятивистского пучка содержится в работе /66/.

xxx) Это тем более удивительно, что при одномерной релаксации нерелятивистского пучка ускоренных электронов не появляется (см./77/).

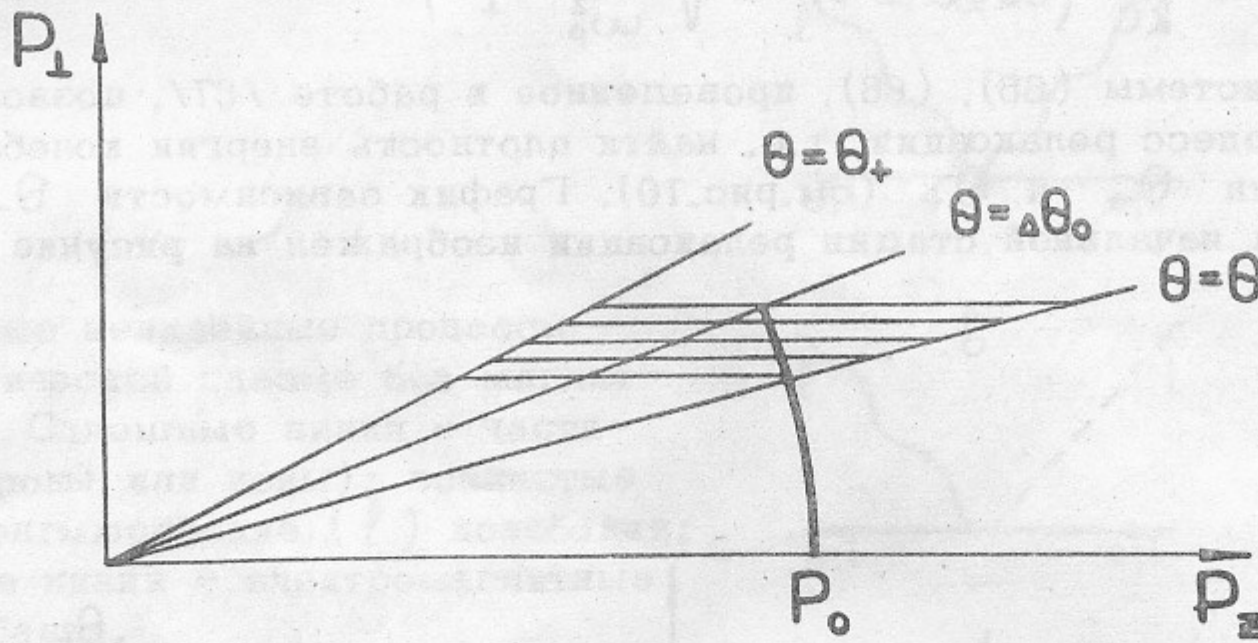


Рис.10. Релаксация ультрарелятивистского электронного пучка при одномерном спектре колебаний. В начале релаксации электроны лежат на дуге окружности радиуса $P = P_0$ в импульсном пространстве.

Формально квазилинейная задача о стационарной инжекции пучка в однородную плазму сводится к решению следующей системы уравнений [67]:

$$\frac{3kV_{Te}^2}{\omega_p} \cos\theta' \frac{\partial W}{\partial z} = 2W \operatorname{Im}\omega \quad (65)$$

$$c \cos\theta \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 \left(D_{pp} \frac{\partial f}{\partial p} + \frac{D_{p\theta}}{p} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{p \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin\theta \left(D_{p\theta} \frac{\partial f}{\partial p} + \frac{D_{\theta\theta}}{p} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) \quad (66)$$

Здесь использованы сферические системы координат p, θ, φ и k, θ', φ' .

Инкремент неустойчивости $\operatorname{Im}\omega$ выражается через функцию распределения электронов пучка f по формуле (55), а компоненты тензора диффузии - через спектральную плотность энергии колебаний $W(k, \theta', z)$:

$$\left. \begin{matrix} D_{pp} \\ D_{p\theta} \\ D_{\theta\theta} \end{matrix} \right\} = 2\pi \frac{m\omega_p^4}{nc^3} \int_{\frac{\omega_p}{c}}^{\infty} \frac{dk}{k} \int_{\theta_1'}^{\theta_2'} \frac{\sin\theta' W(k; \theta') d\theta'}{\sqrt{(\cos\theta_1' - \cos\theta')(\cos\theta' - \cos\theta_2')}} \left\{ \begin{matrix} 1 \\ \zeta \\ \zeta^2 \end{matrix} \right\} \quad (67)$$

$$\zeta = \left(\cos\theta - \frac{kc}{\omega_p} \cos\theta' \right) / \sin\theta.$$

Здесь

$$\cos \theta'_{1,2} = \frac{\omega_p}{kc} \left(\cos \theta \pm \sin \theta \sqrt{\frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} - 1} \right)$$

Исследование системы (65), (66), проведенное в работе /67/, позволило количественно описать процесс релаксации, т.е. найти плотность энергии колебаний и закон изменения величин θ_- и θ_+ (см.рис.10). График зависимости θ_- и θ_+ от координаты z на начальной стадии релаксации изображен на рисунке 11. Эти

Зависимость величин θ_- и θ_+ (см.рис.10) от продольной координаты z при релаксации ультра-релятивистского электронного пучка в плазме. Численное интегрирование выполнено для случая, когда начальная функция распределения постоянна вдоль дуги окружности $\rho = \rho_0$ на рис.10.

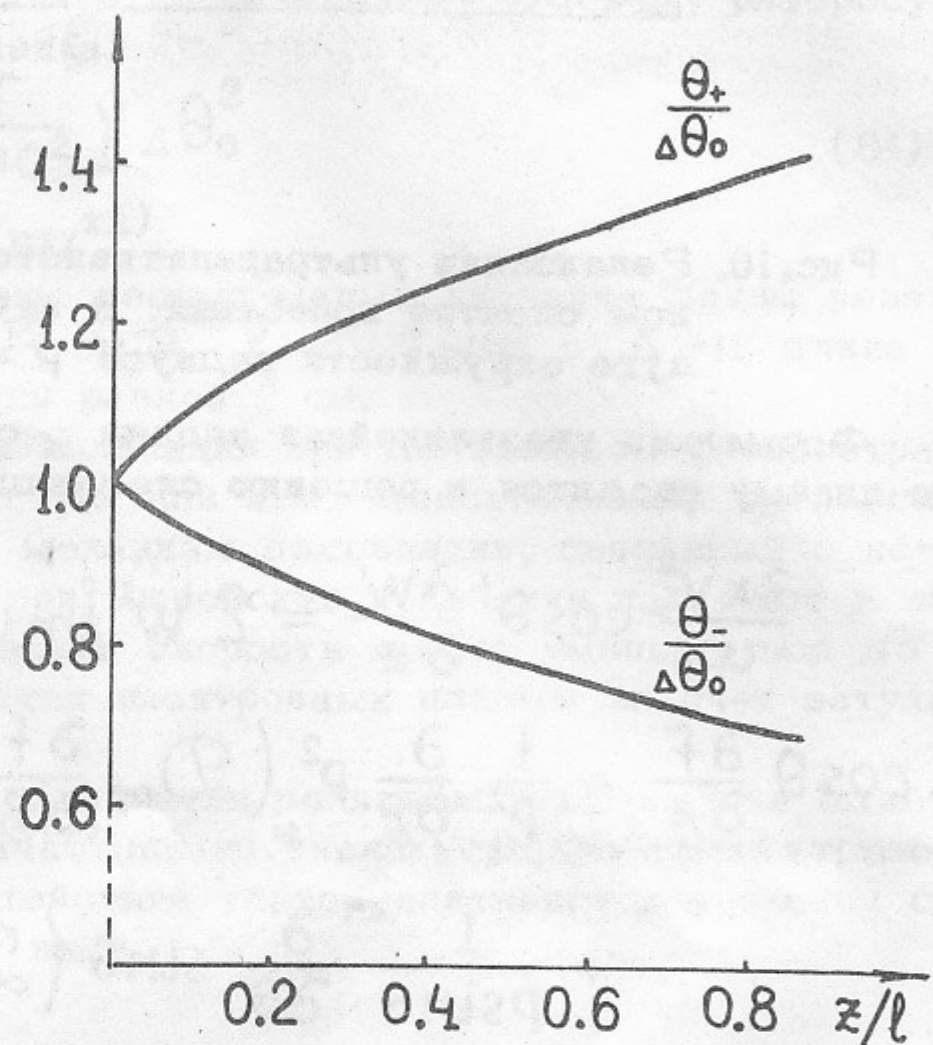


Рис. 11.

вычисления проведены для случая, когда функция распределения пучка на входе в плазму имеет следующий вид:

$$f|_{z=0} = \frac{n_b \delta(\rho - \rho_0)}{2\pi \rho_0^2} \begin{cases} \frac{2}{\Delta \theta_0^2}, & \theta < \Delta \theta_0 \\ 0, & \theta > \Delta \theta_0 \end{cases}$$

11. Классификация нелинейных процессов

При не слишком высоком уровне ленгмюровских колебаний (фактически в условиях применимости теории слабой турбулентности) можно ограничиться учетом нелинейных процессов в низшем (втором) порядке теории возмущений. Хорошо известно /69,70,78,79/, что в изотермической ($T_e = T_i = T$) плазме без магнитного поля ленгмюровские колебания могут участвовать в следующих процессах второго порядка (рис.12):

Основные нелинейные процессы в изотермической плазме без магнитного поля. Сплошные линии — частицы (электроны или ионы); волнистые линии — ленгмюровские (l) колебания; пунктирные линии — электромагнитные (t) колебания.

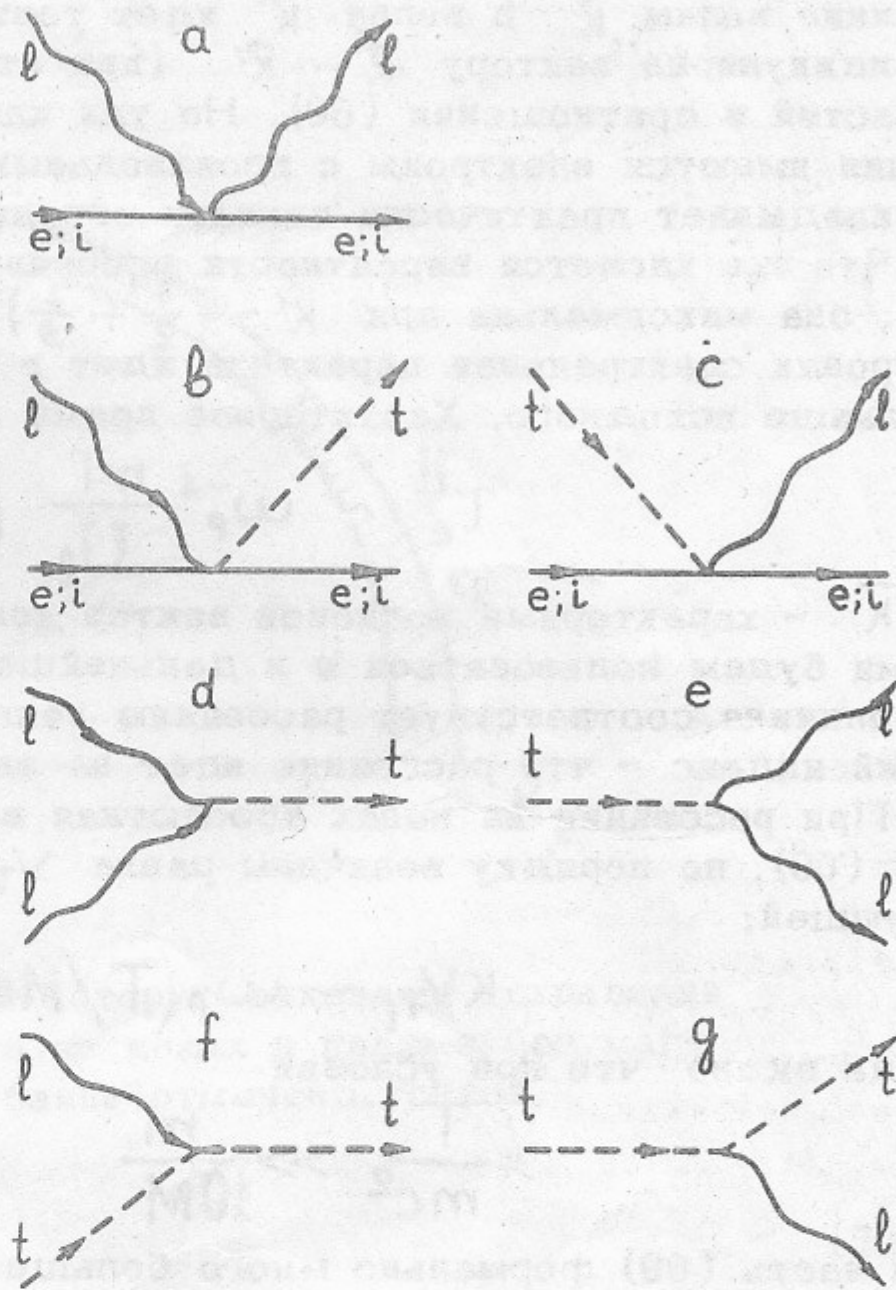


Рис.12.

- 1) рассеяние на электронах и ионах плазмы (рис.12а);
- 2) рассеяние на электронах и ионах плазмы с трансформацией в электромагнитные волны (рис.12б) и обратный процесс (рис.12с);
- 3) слияние двух ленгмюровских колебаний в электромагнитную волну (рис.12д) и обратный процесс (рис.12е);
- 4) слияние ленгмюровской и электромагнитной волн в электромагнитную волну (рис.12ф) и обратный процесс (рис.12г).

Охарактеризуем теперь каждый из этих процессов, начиная с первого.

Если волна, имеющая волновой вектор \vec{k} и частоту $\omega(\vec{k})$, рассеивается на частице, имеющей скорость \vec{v} , то волновой вектор \vec{k}' и частота $\omega(\vec{k}')$ вторичной волны удовлетворяют соотношению

$$\omega(\vec{k}) - \omega(\vec{k}') = (\vec{k} - \vec{k}') \vec{v}, \quad (68)$$

которое является тривиальным следствием законов сохранения энергии и импульса ($\hbar\omega$ — энергия волны, $\hbar\vec{k}$ — ее импульс). При этом, если рассеяние идет на частицах с максвелловским распределением, то волны в среднем отдают ^{энергию} частицам 79%. Поскольку число квантов в каждом элементарном акте рассеяния сохраняется, это означает, что частота вторичной волны делается меньше частоты первичной.

Для процесса (12а) соотношение (68) приобретает вид:

$$\frac{3}{2} \frac{v_{Te}^2 (k'^2 - k^2)}{\omega_p} = (\vec{k}' - \vec{k}) \vec{v} \quad (69)$$

При рассеянии на электронах абсолютная величина вектора \vec{v} , стоящего в правой части, по порядку величины равна ^{x)} v_{Te} , и правая часть, грубо оцененная как $k v_{Te} \sim \omega_p v_{Te} / c$, оказывается формально много больше левой, которую

x) Мы не рассматриваем рассеяние на электронах пучка, поскольку этих электронов очень мало, $n_b \ll n$.

можно оценить как $k^2 v_{Te}^2 / \omega_p \sim \omega_p (v_{Te}/c)^2$. Фактически же это означает, что рассеяние волны \vec{k} в волну \vec{k}' идет только на частицах, скорость которых почти перпендикулярна вектору $\vec{k} - \vec{k}'$ (при этом обеспечивается равенство левой и правой частей в соотношении (69)). Но так как в плазме с изотропной функцией распределения имеются электроны с произвольным направлением скорости, то условие (69) не накладывает практически никаких ограничений на допустимые значения \vec{k}' .

Что же касается вероятности рассеяния, то, как показывают вычисления (см. /78/), она максимальна при $k' \sim (\frac{1}{2} \div \frac{1}{3})k$. Иными словами, при рассеянии на электронах спектральная перекачка идет в колебания с волновым вектором в 2-3 раза меньше исходного. Характерное время перекачки определяется при этом оценкой:

$$\tau_e^{ll} \sim \omega_p^{-1} \frac{nT}{U_l} \left(\frac{\omega_p}{\bar{k} v_{Te}} \right)^3 \quad (70)$$

где \bar{k} - характерный волновой вектор колебаний. Здесь мы ввели обозначения, которыми будем пользоваться и в дальнейшем: верхний индекс у τ означает, что эта величина соответствует рассеянию ленгмюровских колебаний в ленгмюровские, а нижний индекс - что рассеяние идет на электронах.

При рассеянии на ионах абсолютная величина вектора \vec{V} , стоящего в правой части (69), по порядку величины равна v_{Ti} , и оценка правой части оказывается следующей:

$$k v_{Ti} \sim \omega_p (T/Mc^2)^{1/2}$$

Отсюда видно, что при условии

$$\frac{T}{mc^2} \gg \frac{m}{10M} \quad (71)$$

левая часть (69) формально много больше правой (в отличие от предыдущего случая), и имеется существенное ограничение на уменьшение модуля волнового вектора в одном акте рассеяния:

$$\Delta k \sim \frac{1}{3} \frac{\omega_p}{c} \left(\frac{m^2 c^2}{MT} \right)^{1/2} \ll k \quad (72)$$

Для водородной плазмы неравенство (71) выполняется при $T \gg 25$ эв, а для дейтериевой - при $T \gg 10$ эв. Таким образом, во всей практически интересной области температур в каждом элементарном акте рассеяния на ионах модуль волнового вектора уменьшается лишь на малую величину ($\Delta k \ll k$). Спектральную перекачку в этом случае принято называть "дифференциальной". На угол между \vec{k} и \vec{k}' условие (69) существенных ограничений не накладывает (разрешено, в частности, рассеяние на большие углы (см. рис.13).

Уменьшение волнового вектора на величину порядка его самого происходит за $k/\Delta k$ шагов. Вычисления показывают, что если спектр колебаний с самого начала имеет характерную ширину порядка k , то время этого процесса может быть оценено следующим образом:

$$\tau_i^{ll} \sim \omega_p^{-1} \frac{nT}{U_l} \left(\frac{k}{\Delta k} \right)^2 \quad (73)$$

Для дальнейшего существенно, что при не слишком высоких температурах $T \lesssim mc^2 (m/10M)^{2/5}$, т.е. $T \lesssim 10$ кэв в случае дейтериевой плазмы для колебаний, возбуждаемых пучком ($k \sim \omega_p/c$), рассеяние на ионах идет быстрее, чем рассеяние на электронах. Качественное объяснение этого явления см., например, в книге /79/, стр.67.

Рассмотрим теперь рассеяние ленгмюровских колебаний на частицах плазмы с трансформацией в поперечные (электромагнитные) волны, которые мы будем обозначать индексом "t" и, которые описываются дисперсионным соотношением

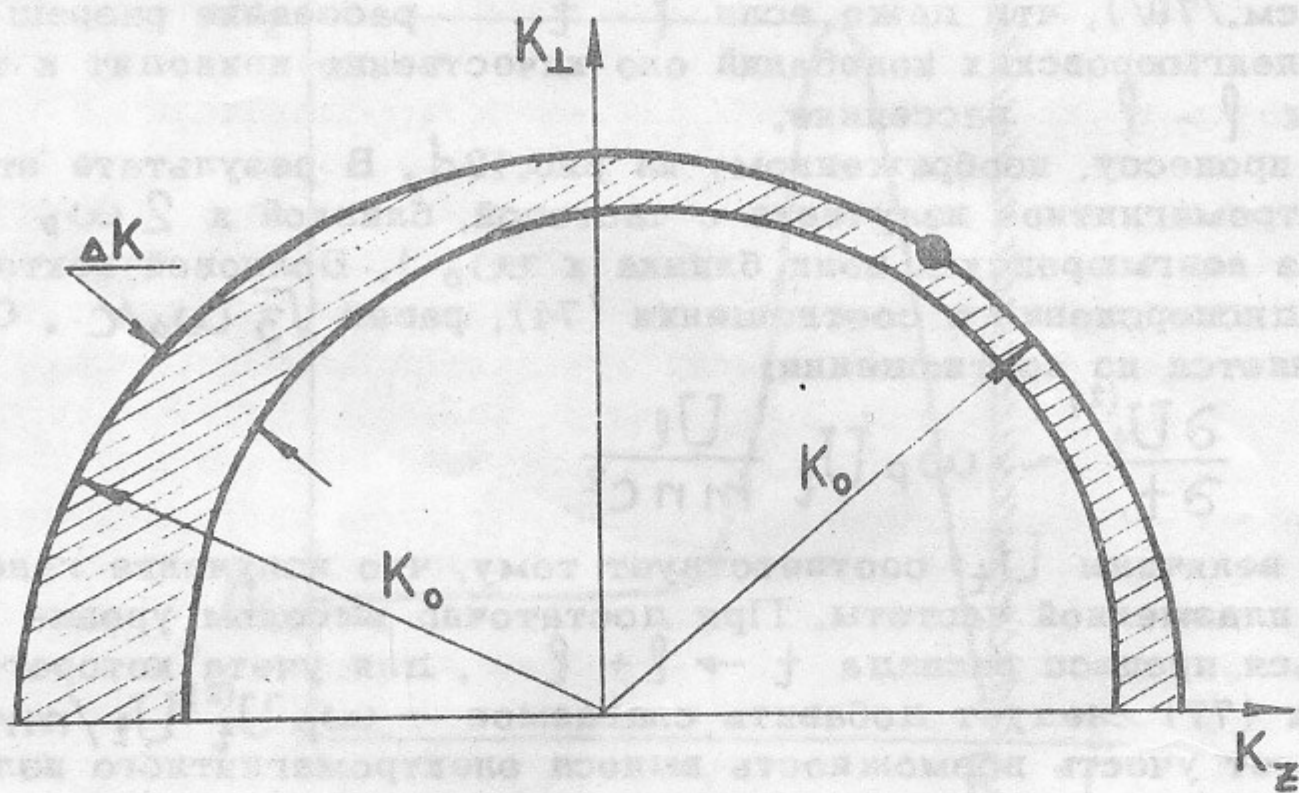


Рис.13. Область волновых векторов, в которую законами сохранения разрешено $l-l$ рассеяние на ионах в плазме без магнитного поля. Исходное колебание отмечено точкой.

$$\omega_t = \sqrt{\omega_p^2 + K_t^2 c^2} \quad (74)$$

В этот процесс также основной вклад вносят ионы плазмы.

Учитывая, что изменение частоты при рассеянии на ионах весьма мало, можно утверждать, что частота t -волны будет близка к ω_p . Это означает, что $K_t \ll \omega_p/c$, и дисперсионное соотношение для t -волн может быть упрощено: $\omega_t = \omega_p \left(1 + \frac{1}{2} \frac{K_t^2 c^2}{\omega_p^2}\right)$. Соответственно, равенство (68) приобретает вид:

$$\frac{3}{2} K^2 V_{Te}^2 - \frac{1}{2} K_t^2 c^2 = \omega_p (\vec{K} \vec{V}_i) \quad (75)$$

(в правой части мы пренебрегли величиной K_t , так как $K_t \ll K \sim \omega_p/c$). При условии (71) можно в первом приближении пренебречь правой частью, после чего из (75) определяется волновой вектор t -волны: $K_t = \sqrt{3} K V_{Te} / c$. Характерное время $l-t$ рассеяния на ионах оценивается (см./78/) как $\omega_p^{-1} (nT/U_l) (K/\Delta K)^2$, где ΔK определяется соотношением (72), т.е. τ_i^{lt} по порядку величины равно времени $l-l$ рассеяния. Однако процесс $l-t$ рассеяния очень чувствителен к неоднородности плазмы. Действительно, в соответствии с уравнением (57), волновой вектор электромагнитной волны изменяется на величину порядка K_t за время:

$$\Delta t \sim r_p \frac{K_t}{\omega_p}$$

где подразумевается, что масштаб поперечной неоднородности совпадает с радиусом плазмы. Если этот масштаб достаточно мал, то t -колебание быстро покидает область значений K_t , допускаемых условием (75) и, соответственно, не возбуждается. Принимая во внимание приведенную выше оценку τ_i^{lt} , условие срыва $l-t$ рассеяния можно записать в виде:

$$r_p < 5 \frac{c}{\omega_p} \frac{nT}{U_l} \frac{M}{m} \frac{V_{Te}}{c} \quad (76)$$

Это неравенство легко выполняется даже при $U_p / nT \sim 1$, и поэтому в дальнейшем мы будем считать, что $l-t$ рассеяние отсутствует^{х)}. Впрочем, можно показать (см./79/), что даже если $l-t$ рассеяние разрешено, то в отношении спектра ленгмюровских колебаний оно качественно приводит к тем же последствиям, что и $l-l$ рассеяние.

Перейдем к процессу, изображенному на рис.12d. В результате этого процесса возникает электромагнитное излучение с частотой, близкой к $2\omega_p$ (поскольку частота каждой из ленгмюровских волн близка к ω_p). Волновой вектор t -волн, определяемый из дисперсионного соотношения (74), равен $\sqrt{3}\omega_p/c$. Скорость генерации определяется из соотношения:

$$\frac{\partial U_t^{(2)}}{\partial t} \sim \omega_p U_l \frac{U_l}{mnc^2} \quad (77)$$

где индекс "2" у величины U_t соответствует тому, что излучение генерируется на второй гармонике плазменной частоты. При достаточно высоком уровне t -колебаний может начаться процесс распада $t \rightarrow l+l$, для учета которого в правую часть соотношения (77) следует добавить слагаемое $-\omega_p U_t^{(2)} U_l / mnc^2$ /78/. Кроме того, следует учесть возможность выноса электромагнитного излучения с групповой скоростью (которая для колебаний с двойной плазменной частотой близка к c) и поглощение излучения за счет парных столкновений. В результате вместо (77) получаем следующее схематическое уравнение для $U_t^{(2)}$

$$\frac{\partial U_t^{(2)}}{\partial t} \sim \omega_p U_l \frac{U_l}{mnc^2} - U_t^{(2)} \left(\omega_p \frac{U_l}{mnc^2} + \frac{c}{r_p} + \nu_{ei} \right) \quad (78)$$

где ν_{ei} - частота электрон-ионных столкновений. Поскольку в горячей плазме обычно $\nu_{ei} \ll c/r_p$, то столкновениями в (78) можно пренебречь.

Если время выхода излучения из плазмы мало по сравнению со временем распада $t \rightarrow l+l$, т.е. выполнено условие

$$\frac{c}{r_p} > \omega_p \frac{U_l}{mnc^2} \quad (79)$$

то излучение свободно покидает плазму. При обратном условии излучение становится запертым, и плотность его энергии определяется из условия баланса прямого и обратного процессов, которое дает $U_t^{(2)} \sim U_l$.

Если излучение не заперто, то, как будет видно из дальнейшего, оно может выносить из плазмы очень много энергии, и нужно поэтому искать способы, которые позволили бы запереть излучение. В этом смысле определенную пользу может принести создание таких распределений концентрации, при которых она возросла бы более чем в 4 раза во все стороны от области релаксации (рис.14). Тогда излучение отражалось бы от областей повышенной концентрации и оказывалось бы запертым. Формально это означает, что в соотношении (78) можно опустить слагаемое $U_t^{(2)} c/r_p$. Теперь судьба излучения зависит от соотношения между величинами ν_{ei} и $\omega_p U_l / mnc^2$. Если первая больше второй^{хх)}, то излучение эффективно поглощается плазмой и ограничивается на низком уровне. Если же первая меньше второй, то величина $U_t^{(2)}$ достигает U_l . При таком уровне энергии электромагнитных колебаний начнутся процессы $t+l \rightleftharpoons t$ (рис.12f,g), которые приведут к появлению излучения на частоте $\sim 3\omega_p$, а последнее уже не будет удерживаться в плазме при разумном уровне ее неоднородности. Поэтому, быть может, имеет смысл окружать плазму отражающей оболочкой. Но для того, чтобы

х) Поскольку $K_t \ll \omega_p/c$, влияние неоднородности на $l-l$ рассеяние менее существенно.

хх) Отметим, что электромагнитные волны могут поглощаться вблизи точек отражения много эффективнее, чем в объеме плазмы. К этому приводят эффекты пространственной дисперсии /80/.

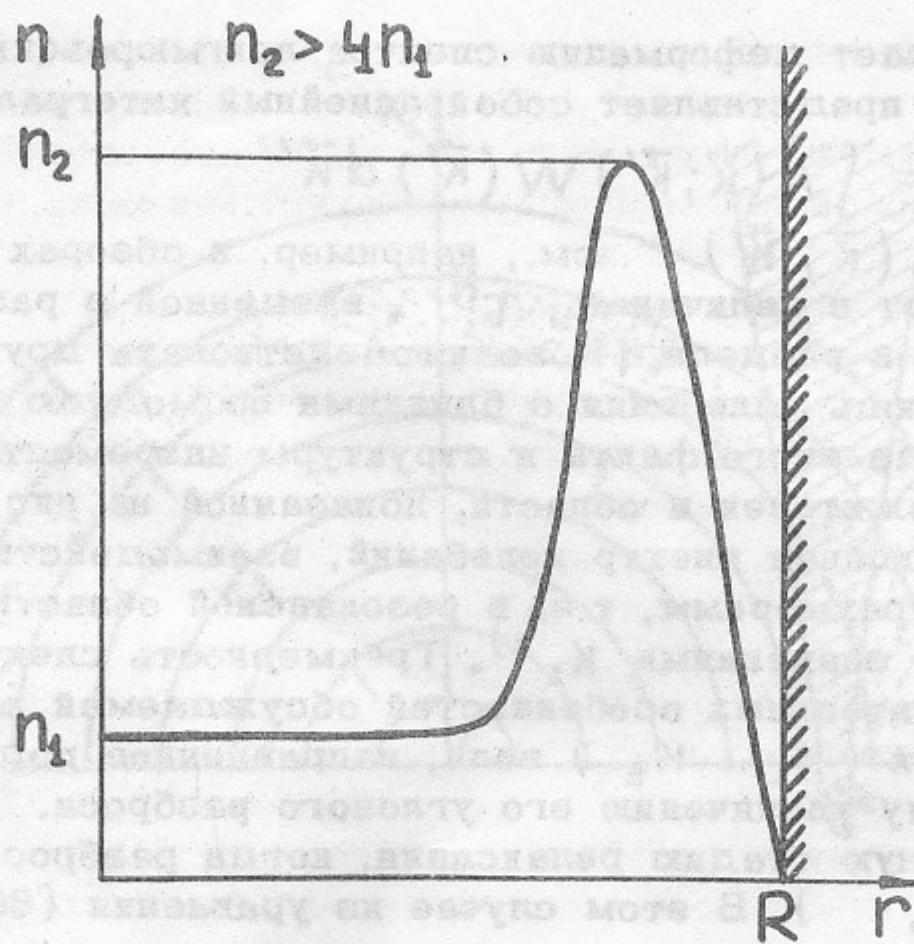


Рис. 14. Радиальное распределение концентрации плазмы, при котором отсутствует излучение на двойной плазменной частоте. Пучок проходит по области с концентрацией n_1 . Штриховкой обозначена стенка вакуумной камеры.

излучение поглощалось плазмой, а не стенками, последние должны обладать очень малым коэффициентом поглощения (меньше $\nu_{ei} r_p / c$).

12. Нелинейный режим релаксации

Роль нелинейных процессов в задаче о релаксации пучка мы рассмотрим в простейшем случае изотермической ($T_e = T_i = T$) плазмы без магнитного поля. Этот вопрос был исследован в работе /1/ и, более подробно, в работе /81/, которой мы и будем здесь придерживаться.

Если подставить найденную на основе КЛП по формуле (62) плотность энергии колебаний в выражение (73) для времени спектральной перекачки за счет главного нелинейного процесса ($\ell - \ell$ рассеяния на ионах), то это время практически всегда будет малым по сравнению с обратным инкрементом пучковой неустойчивости. Это означает, что на самом деле стационарный спектр устанавливается не за счет сноса колебаний, а за счет их перекачки из резонансной области спектра в нерезонансную. В результате плотность энергии резонансных колебаний существенно уменьшается, а длина релаксации возрастает по сравнению с квазилинейной. Длина релаксации может, в частности, стать существенно больше радиуса плазмы r_p . Тем не менее, если выполняется условие

$$r_p > \Lambda \nu_g / \text{Im} \omega$$

(а оно, как отмечалось в разделе 10, очень мягкое), то можно пренебречь выносом колебаний не только в продольном, но также и в поперечном направлении, и пользоваться следующим уравнением для спектральной функции $W(\vec{k}; z; t)$:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = 2 (\text{Im} \omega + \Gamma) W \quad (80)$$

Слагаемое ΓW описывает деформацию спектра ленгмюровских колебаний за счет рассеяния на ионах. Γ представляет собой линейный интегральный функционал W :

$$\Gamma = \int A(\vec{k}; \vec{k}') W(\vec{k}') d\vec{k}'$$

Выражение для ядра $A(\vec{k}; \vec{k}')$ см., например, в обзорах [70,78]. По порядку величины Γ^{-1} совпадает с величиной τ_i^{ll} , введенной в разделе 11.

Как было показано в разделе 11, взаимодействовать друг с другом при рассеянии на ионах могут лишь колебания с близкими по модулю волновыми векторами (см. формулу (72)). Из этого факта и структуры инкремента пучковой неустойчивости (инкремент положителен в области, показанной на рис.7) следует, что в нелинейном режиме релаксации спектр колебаний, взаимодействующих с пучком, должен быть существенно трехмерным, т.е. в резонансной области должны присутствовать колебания со всеми значениями k_{\perp} ^x). Трехмерность спектра резонансных колебаний — одна из отличительных особенностей обсуждаемой картины релаксации: электрическое поле косых ($k_{\perp} \sim k_z$) волн, направленное под углом к оси пучка, приводит к значительному увеличению его углового разброса.

Рассмотрим начальную стадию релаксации, когда разброс пучка по импульсам еще мал ($|\Delta \vec{p}| \ll p_0$). В этом случае из уравнения (66) по смыслу величины $D_{\theta\theta}$ следует, что

$$c \frac{d}{dz} \Delta \theta^2 \approx \frac{1}{p_0^2} D_{\theta\theta} \quad (81)$$

Учитывая к тому же, что для широкого по углу спектра колебаний ($k_{\perp} \sim k_z$) все три коэффициента диффузии по порядку величины одинаковы, можно утверждать, что увеличение углового разброса сопровождается расплыванием пучка по энергиям в сторону меньших энергий, причем при $\Delta \theta \gg \Delta \theta_0$

$$\frac{\Delta \xi}{\xi} \sim \Delta \theta \quad (82)$$

Чтобы найти длину релаксации, т.е. длину, на которой $\Delta \xi / \xi$ и, соответственно, $\Delta \theta$ делаются порядка единицы, необходимо определить спектр колебаний $W(\vec{k})$ и затем оценить коэффициент диффузии $D_{\theta\theta}$. В стационарном состоянии спектр определяется из условия

$$\begin{aligned} \text{Im } \omega(\vec{k}) + \Gamma(\vec{k}) &= 0, \text{ если } W(\vec{k}) \neq 0 \\ \text{Im } \omega(\vec{k}) + \Gamma(\vec{k}) &\leq 0, \text{ если } W(\vec{k}) = 0 \end{aligned} \quad (83)$$

Соответствующая задача сводится к решению интегрального уравнения первого рода, в отношении которого известно, что за исключением некоторых вырожденных случаев оно не имеет регулярных решений. Поэтому не ясно, существуют ли вообще стационарные спектры в рассматриваемой нами задаче. Однако из физических соображений очевидно, что даже в том случае, если стационарное решение отсутствует, в системе должно установиться квазистационарное состояние, в котором спектральная функция $W(\vec{k}, t)$ пульсирует вокруг некоторого среднего уровня $\langle W(\vec{k}, t) \rangle$. Угловые скобки означают усреднение по времени. При этом, поскольку законами сохранения разрешено рассеяние на большие углы (см. рис.15), естественно предположить, что спектр колебаний более или менее изотропен (анизотропия порядка единицы). Тогда из формулы (67) получается следующая оценка для $D_{\theta\theta}$:

$$D_{\theta\theta} \sim \frac{m \omega_p}{n} U_l \quad (84)$$

x) В принципе можно представить себе ситуацию, когда имеется спектр только нерезонансных колебаний, подавляющих шум в резонансной области. Однако, анализ показывает, что такие состояния невозможны.

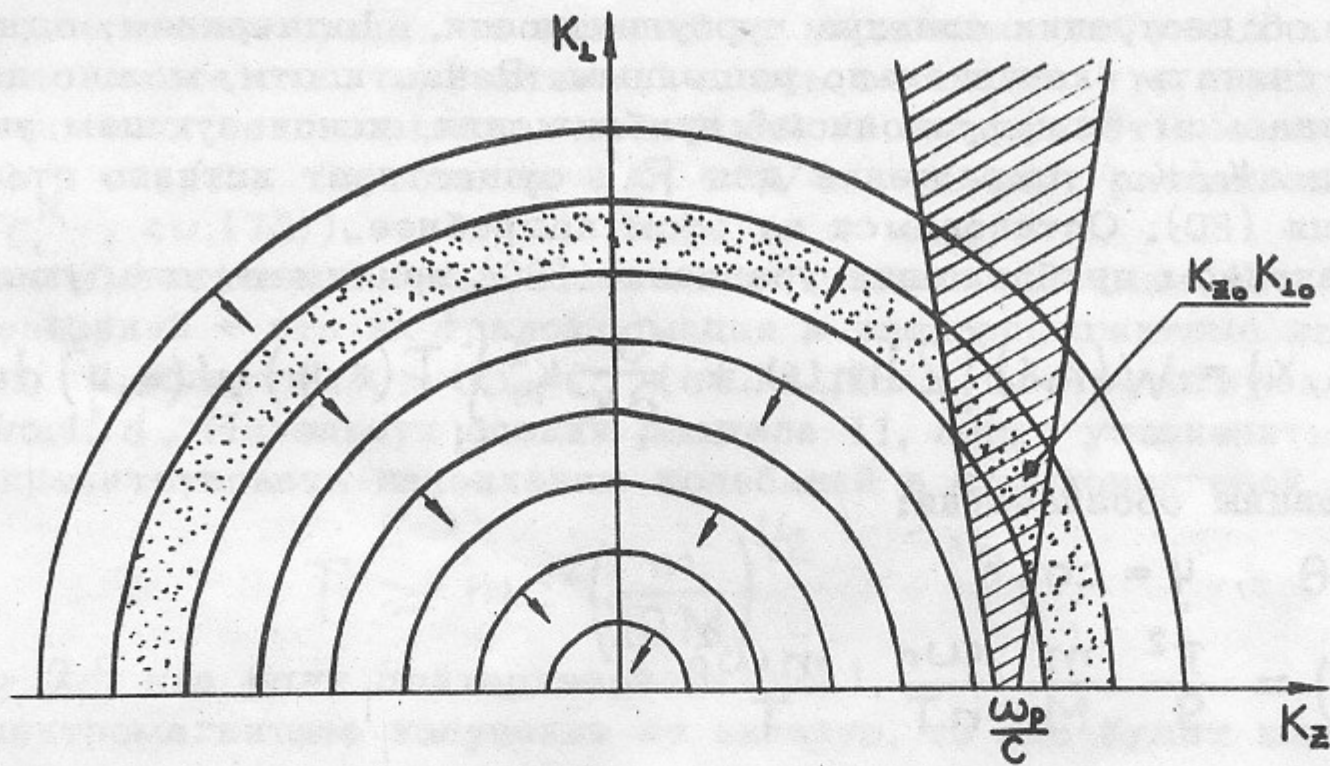


Рис.1Б. К теории нелинейного режима релаксации ультрарелятивистского пучка в плазме без магнитного поля. Концентрические окружности представляют собой линии, вдоль которых происходит изотропизация спектра колебаний. Стрелками указано направление спектральной перекачки. Резонансная область заштрихована. Выделена область, разрешенная законами сохранения при рассеянии волны K_{z0} , $K_{\perp 0}$.

Плотность энергии колебаний U_p оценивается из условия $\text{Im } \omega \sim \Gamma$ в области $k \sim \omega_p/c$. Принимая во внимание формулы (56), (73), получим

$$U_p \sim 10 n_b T \frac{M}{m} \frac{T}{mc^2} \frac{1}{\gamma_0 \Delta \theta^2} \quad (85)$$

и, следовательно,

$$c \frac{d}{dz} \Delta \theta^2 = 10 \omega_p \frac{n_b}{n} \frac{M}{m} \left(\frac{T}{mc^2} \right)^2 \frac{1}{\gamma_0^3 \Delta \theta^2}$$

то есть

$$\Delta \theta = \left(\Delta \theta_0^4 + \frac{z}{l} \right)^{1/4} \quad (86)$$

Здесь введено обозначение ^{х)}

$$l = \frac{1}{20} \frac{c}{\omega_p} \frac{n}{n_b} \frac{m}{M} \left(\frac{mc^2}{T} \right)^2 \gamma_0^3 \quad (87)$$

Величина l , очевидно, имеет смысл длины релаксации пучка.

Найдем теперь энергию q , выделяемую пучком в единице объема плазмы в единицу времени:

$$q = \frac{d}{dz} n_b c \Delta \mathcal{E} = \frac{n_b c \mathcal{E}}{4l} \frac{1}{\left(\Delta \theta_0^4 + \frac{z}{l} \right)^{3/4}} \quad (88)$$

Видно, что q имеет резкий максимум при малых z ($z \sim l \Delta \theta_0^4$), после чего быстро убывает. На расстоянии порядка $l \Delta \theta_0^4$ пучок теряет энергию порядка $\mathcal{E} \Delta \theta_0$ (в расчете на одну частицу пучка). Основную же долю энергии $\sim \mathcal{E}$ пучок теряет на значительно большем расстоянии ($\sim l$).

х) Отметим, что в работе /1/ имеется опечатка: пропущен множитель $\frac{K}{\Delta K}$ в оценке времени спектральной перекачки и в формуле для l .

Изложенные результаты были получены в предположении о нестационарности и, фактически, об изотропии спектра турбулентности. Подчеркнем, однако, что этот вопрос нельзя считать окончательно решенным. В частности, можно показать /82/, что в так называемом "диффузионном" приближении, использующем упрощенное с учетом малости $\Delta K/K$ выражение для Γ , существует истинно стационарное решение уравнения (80). Остановимся на этом подробнее.

В диффузионном приближении уравнение (80) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} W(k, x) = W(k, x) \left[2 \operatorname{Im} \omega + \frac{\partial}{\partial k} k^2 \int_{-1}^1 T(x, y) W(k, y) dy \right] \quad (89)$$

Здесь использованы обозначения:

$$x = \cos \theta, \quad y = \cos \theta'$$

$$T(x, y) = \frac{\pi^2}{9} \frac{m}{M} \frac{\omega_p}{nT} \frac{m\omega_p^2}{T} \cdot \quad (90)$$

$$\cdot \left[1 - x^2 - y^2 + 3x^2y^2 - 3xy + 3xy^3 + 3x^3y - 5x^3y^3 \right]$$

Ядро интеграла $T(x, y)$ вырождено - оно представляет собой многочлен третьего порядка по x . Что же касается инкремента неустойчивости $\operatorname{Im} \omega$, то его угловая зависимость, вообще говоря, не имеет такого вида. Отсюда сразу следует, что в истинно стационарном состоянии функция W при заданном K может быть отлична от нуля лишь на дискретном множестве значений x ($x = x_i(K)$). Линии $x_i(K)$, на которых сосредоточено спектральное распределение мы будем называть струями. В соответствии со сказанным, функция W должна иметь следующий вид:

$$W(k, x) = \sum_{i=1}^N W_i(k) \delta(x - x_i(k)) \quad (91)$$

Форму струй $x_i(K)$, их количество N и распределение интенсивностей $W_i(K)$ следует определять теперь из условий (83), которые дают систему $2N$ обыкновенных дифференциальных уравнений для $x_i(K)$ и $W_i(K)$. В случае, когда угловой разброс пучка мал ($\Delta \theta \ll 1$), струя, расположенная в резонансной области, фактически совпадает с линией максимума инкремента $\operatorname{Im} \omega(k, x)$ по x , причем в области больших K ($K \gg \omega_p/c$) другие струи отсутствуют /82/. В этой области $W \sim K^{-3}$. При меньших K зависимость $W(K)$ становится более сложной, но струйный характер спектра, естественно, сохраняется. Поскольку в данном случае в резонансной области сосредоточена большая доля энергии колебаний, чем при изотропном спектре ($\sim 1/2$ вместо $\sim \Delta \theta$), оценка коэффициента диффузии $D_{\theta\theta}$ меняется по сравнению с (84) и приобретает вид:

$$D_{\theta\theta} \sim \frac{m\omega_p}{n\Delta\theta} U_l \quad (92)$$

Однако это приводит лишь к незначительному изменению зависимости углового и энергетического разброса пучка от продольной координаты

$$\Delta \theta \sim \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} \sim (z/l)^{1/5} \quad (93)$$

Оценка же длины релаксации l остается прежней (см. (87)).

В обеих построенных выше схемах релаксации энергия, потерянная пучком, перекачивается за счет рассеяния на ионах в длинноволновую часть спектра. Мы укажем ниже некоторые из механизмов, ограничивающих уровень длинноволновых колебаний. Вопрос о том, какой из них является основным, должен решаться с учетом условий конкретного эксперимента. Подчеркнем, однако, что если отвод

энергии из длинноволновой части спектра достаточно эффективен, то результаты, относящиеся к релаксации пучка, не зависят от механизма гибели длинноволновых колебаний. Слова "достаточно эффективен" здесь означают, что характерное время гибели длинноволновых ленгмюровских колебаний не превышает времени их перекачки из области $k \sim \omega_p/c$ в область $k \ll \omega_p/c$ за счет рассеяния на ионах (которое равно τ_i^{II} , см.(73)).

Наиболее эффективный механизм гибели длинноволновых ($k < \omega_p/c$) ленгмюровских колебаний - это их трансформация в электромагнитные волны при слиянии с колебаниями из области $k > \omega_p/c$ (см./81,83/). Соответствующий процесс изображен на рис.12d. Используя оценки раздела 11, легко установить, что этот процесс может препятствовать накоплению колебаний в длинноволновой области при условии

$$T \geq mc^2 \left(\frac{m}{10M} \right)^{1/2}$$

т.е. при $T \geq 2,5$ кэв (для дейтериевой плазмы).

Если электромагнитное излучение не заперто, то оно будет выносить из плазмы значительную часть энергии, потерянной пучком, что, естественно, нежелательно в тех случаях, когда пучок используется как средство нагрева плазмы. Некоторые меры, которые можно принять для борьбы с этим эффектом, указаны в разделе 11.

При температурах, меньших 2,5 кэв, отвод энергии из длинноволновой области недостаточно эффективен, и спектральная перекачка за счет $\omega\omega$ рассеяния на ионах вызывает накопление этих колебаний в области $k \leq \Delta k$, где возникает очень большая концентрация энергии, т.н. керн /81/ (рис.16). Ограничение плотности

Форма спектра ленгмюровских колебаний:

а - в отсутствие затухания в области малых k ;

б - при наличии затухания.

В случае а) образуется высокая концентрация энергии в области малых k (керн).

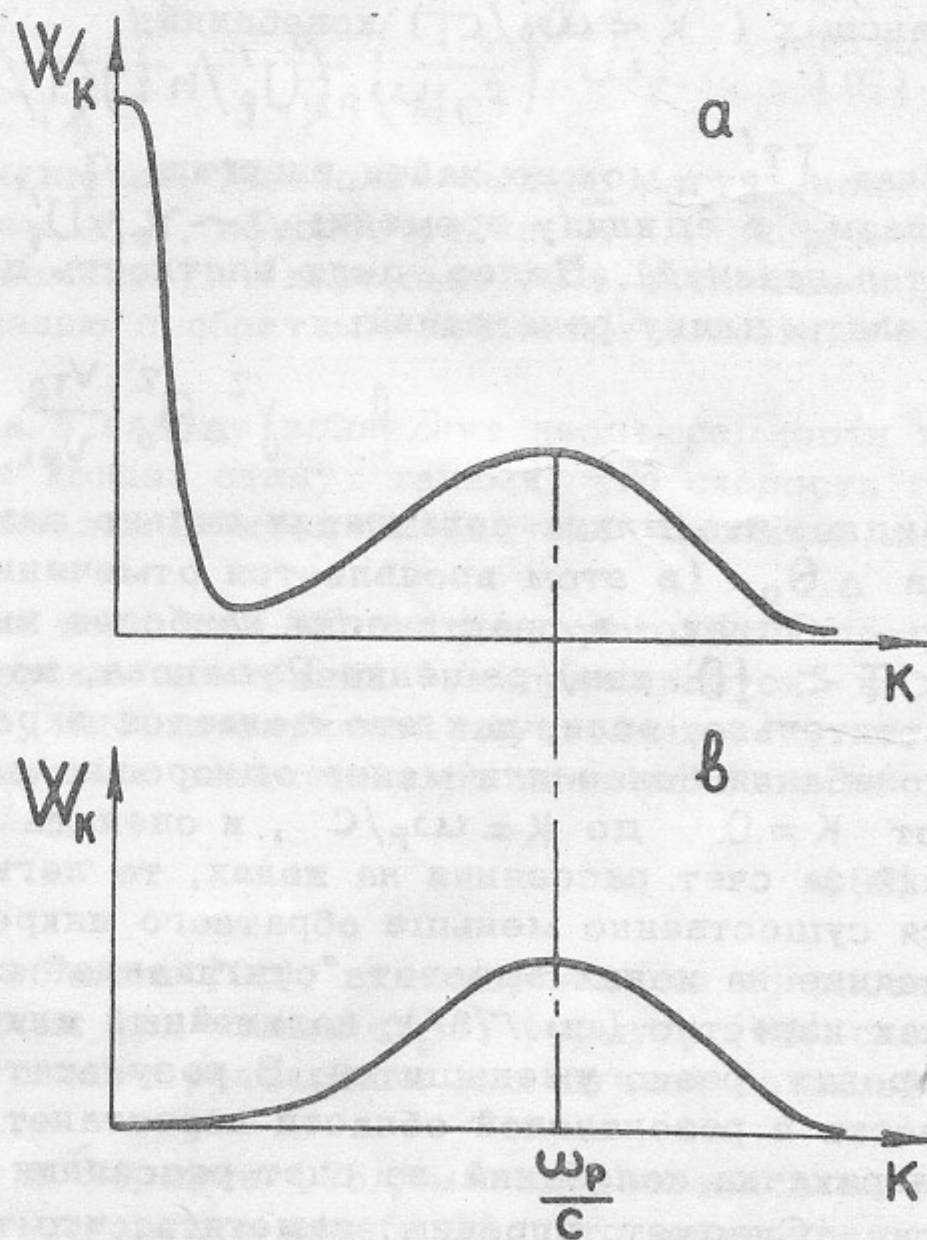


Рис. 16

энергии этих колебаний может происходить за счет парных столкновений. Если же частота парных столкновений мала, то для вычисления скорости поглощения колебаний в керне необходимо, видимо, привлекать эффекты, выходящие за рамки приближения слабой турбулентности (см. ниже).

Модель релаксации, существенно отличающаяся от рассмотренной выше, была построена Рудаковым /52/. Рудаков предполагал, что главным нелинейным процессом является рассеяние колебаний на электронах плазмы и фактически полностью пренебрегал рассеянием на ионах.

Цепочку явлений, приводящих к установлению стационарного состояния в этой модели, можно грубо представить себе следующим образом. Колебания рождаются пучком в резонансной области (см. рис. 7) и за счет рассеяния на электронах непрерывно перекачиваются в область $k < \omega_p/c$, где, как это предполагалось в работе /52/, поглощаются из-за парных столкновений. Плотность энергии колебаний в области $k < \omega_p/c$ оценивается в /52/ из того условия, чтобы время τ_e^{ll} , вычисленное по их плотности энергии U'_l , было как раз равно обратному значению максимального инкремента пучковой неустойчивости. Это означает, что нелинейные процессы подавляют неустойчивость всюду, за исключением точки максимума инкремента, т.е. в резонансной области присутствуют только колебания, бегущие почти строго вдоль пучка. В этом случае, как указывалось в разделе 10, будут выполнены неравенства $D_{pp} \gg D_{pe}, D_{ee}$ и релаксация будет почти одномерной (т.к. потери энергии пучка будут сопровождаться лишь малым увеличением углового разброса). В этом состоит самая характерная особенность обсуждаемой модели.

Длина релаксации в рамках этой модели вычисляется следующим образом. Из условия $\tau_e^{ll} \sim (\max \text{Im} \omega)^{-1}$ оценивается плотность энергии U'_l нерезонансных ($k < \omega_p/c$) колебаний:

$$\omega_p (U'_l/nT) (T/mc^2)^{3/2} \sim \max \text{Im} \omega$$

Зная U'_l , можно найти энергию q_l , диссипируемую пучком в единицу объема плазмы в единицу времени: $q_l \sim \nu_{ei} U'_l$ (где ν_{ei} - частота электрон-ионных столкновений). Далее, деля плотность потока энергии пучка на q_l , можно определить длину релаксации:

$$l \sim \gamma^2 \Delta\theta_0^2 \frac{\nu_{te}}{\nu_{ei}} \quad (94)$$

Видно, что длина релаксации сильно зависит от начального углового разброса пучка $\Delta\theta_0$ (в этом проявляется отмеченная выше одномерность релаксации).

Однако, в практически наиболее интересной области температур ($2,5 \text{ кэВ} < T < 10 \text{ кэВ}$) решение Рудакова, по-видимому, не может осуществляться. Действительно, если, как это делается в работе /52/, предположить, что резонансные колебания более или менее однородно заполняют весь интервал волновых векторов от $k=0$ до $k=\omega_p/c$, и оценить время спектральной перекачки этих колебаний за счет рассеяния на ионах, то легко убедиться, что это время ^{х)} оказывается существенно меньше обратного инкремента неустойчивости. Следовательно, рассеяние на ионах вызовет "стягивание" спектра колебаний в точку $k=0$, после чего, как известно (см. /78/), нелинейный инкремент, обусловленный рассеянием на электронах, резко уменьшится. В результате мы приходим к ситуации, когда неустойчивость в резонансной области перестанет компенсироваться и начнется ступенчатая перекачка колебаний за счет рассеяния на ионах, рассмотренная ранее.

Следует, впрочем, заметить, что модели типа предложенной Рудаковым, возможно, реализуются в тех случаях, когда в системе появляется керн с большой плотностью энергии колебаний (т.е., видимо, при $T \approx 2,5 \text{ кэВ}$). Однако и в этом случае длина релаксации будет отличаться от (94), поскольку из-за малости волновых векторов колебаний, образующих керн, изменится оценка для времени рассеяния ленгмюровских колебаний на электронах.

х) При $T \lesssim 10 \text{ кэВ}$ (см. раздел 11).

Остановимся теперь на вопросе о пределах применимости оценки (87) для длины релаксации. При увеличении плотности пучка n_b и, соответственно, энергии ленгмюровских колебаний возникают эффекты, не укладывающиеся в нарисованную выше схему. Суть этих эффектов состоит в изменении дисперсионных свойств плазмы под действием турбулентности. Особенно существенно модифицируется звуковая ветвь колебаний, которая при достаточно большом уровне турбулентности становится неустойчивой. Это обстоятельство связано с "отрицательностью" давления ленгмюровских колебаний: можно показать /84/, что при возмущении концентрации плазмы на величину δn давление газа ленгмюровских колебаний изменяется на величину:

$$\delta p \sim - \frac{\delta n}{n} \frac{U_l}{\bar{k}^2 r_D^2} \sim - \frac{\delta n}{n} \frac{T}{mc^2} U_l$$

причем $\delta p < 0$ при $\delta n > 0$. Отсюда видно, что при

$$U_l > nT (\bar{k} r_D)^2 \sim nT \frac{T}{mc^2} \quad (95)$$

в плазме будут самопроизвольно возникать низкочастотные флуктуации плотности. Имея в виду, что величину U_l можно с помощью соотношения (85) выразить через параметры пучка и плазмы, мы переформулируем последнее неравенство в виде ограничения на эти параметры:

$$\frac{n_b}{n} > \frac{1}{10} \frac{m}{M} \gamma \Delta \theta^2 \quad (96)$$

Инкремент неустойчивости, возникающей при условии (95), можно оценить следующим образом:

$$\text{Im } \omega \sim \alpha \left(\frac{U_l}{Mn \bar{k}^2 r_D^2} \right)^{1/2} \sim \frac{\alpha}{\bar{k}} \left(\frac{T}{Mc^2} \right)^{1/2} \omega_p \quad (97)$$

где α - волновой вектор звукового возмущения. Наиболее быстро растут возмущения с максимально возможным значением α , которое равно \bar{k} (при $\alpha > \bar{k}$ нельзя говорить о газе ленгмюровских плазмонов). Инкремент (97) в типичных условиях эксперимента очень велик по сравнению с обратным временем инжекции пучка.

В результате развития неустойчивости в плазме возникнут неоднородности концентрации, которые будут расти, и в конце концов станут такими, что скорость генерации ленгмюровских колебаний существенно замедлится вследствие эффектов, аналогичных описанным в разделе 9.

Надежные оценки длины релаксации в области (96) отсутствуют. Если предположить, что плотность энергии ленгмюровских колебаний "замораживается" на уровне (95), соответствующем порогу возбуждения звуковой неустойчивости, то для длины релаксации получается выражение, не зависящее от плотности пучка

$$l \sim \frac{c}{\omega_p} \left(\frac{\epsilon}{T} \right)^2 \quad (98)$$

Поскольку плотность энергии колебаний в области (96), видимо, все же возрастает с ростом n_b (хотя и более медленно, чем при малых n_b), формулу (98) следует скорее понимать как верхнюю оценку длины релаксации для пучков большой плотности.

Выше, при переходе от формулы (95) к формуле (96), мы пользовались выражением (85) для плотности энергии ленгмюровских колебаний. Это, естественно, справедливо только если отсутствует керн в области малых q . В противоположном случае источником неустойчивости может быть сам керн, и звуковые флуктуации могут появиться при существенно меньших (по сравнению с оценкой (96)) значениях U_l . Начальная стадия неустойчивости керна исследовалась в работе /85/.

В последнее время были предприняты попытки как аналитического /86/, так и численного /87,88/ исследования явлений в условиях, когда начинает проявляться описанная выше звуковая неустойчивость. Общая идея работ /86-88/ состоит в учете деформации спектра ленгмюровских колебаний за счет их взаимодействия с неоднородностями^{х)} (см. раздел 9). В результате этого взаимодействия, с одной стороны, уменьшается эффективный инкремент пучковой неустойчивости (ср./89/), а с другой стороны, при достаточно высоком уровне неоднородности появляется возможность поглощения колебаний электронами плазмы. К сожалению, все перечисленные здесь работы относятся к сильно идеализированному случаю одномерной турбулентности.

13. Влияние магнитного поля на релаксацию

Выше мы не учитывали эффектов, связанных с наличием в плазме магнитного поля. На самом же деле даже слабое магнитное поле ($\omega_H \ll \omega_p$) может существенно влиять на релаксацию пучка. Действительно, сделанные в разделах 11, 12 выводы о структуре спектра ленгмюровских колебаний и о перекачке этих колебаний в область малых волновых векторов были основаны на анализе закона сохранения (69), который существенно зависит от дисперсионных свойств ленгмюровских колебаний. Учет магнитного поля приводит к появлению добавки к частоте ленгмюровских колебаний, равной $\frac{1}{2} \omega_p \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \left(\frac{\omega_H}{\omega_p} \right)^2 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{k^2 c^2} \right)$. Из (69) видно, что роль магнитного поля существенна, если эта добавка превышает $\frac{3}{2} \omega_p k^2 r_D^2$. Полагая $k \sim \omega_p / c$ и $k_{\perp} \sim k$ (такова ситуация в случае рассмотренного выше спектра), получаем условие, при котором необходимо учитывать магнитное поле: $\omega_H^2 > \omega_p^2 v_{Te}^2 / c^2$. Это условие можно переписать и иначе: $\beta < 1$. Поскольку фактически в большинстве экспериментов выполняется именно это неравенство, весьма желательно усовершенствование теории в направлении учета магнитного поля.

Продвижение в этом направлении связано с определенными трудностями формального порядка: усложняются уравнения для спектра ленгмюровских колебаний, в процесс релаксации вовлекаются новые типы колебаний (геликоны, циклотронные колебания и т.д.). Впрочем, если предположить, что релаксация связана с возбуждением только ленгмюровских колебаний, плотность энергии которых ограничивается за счет рассеяния на ионах, то уже сейчас можно сделать некоторые качественные утверждения относительно роли магнитного поля.

Воспользуемся законом сохранения (69), видоизмененным с учетом магнитной добавки к частоте колебаний:

$$\frac{3}{2} \frac{v_{Te}^2 (k^2 - k'^2)}{\omega_p} + \frac{\omega_p}{2} \frac{\omega_H^2}{\omega_p^2} \left[\frac{k_{\perp}^2}{k^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{k^2 c^2} \right) - \frac{k'_{\perp}{}^2}{k'^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{k'^2 c^2} \right) \right] = (\vec{k} - \vec{k}') \vec{V}_i \quad (99)$$

Отсюда видно, что при $\beta \ll 1$ колебание с волновым вектором $k \sim \omega_p / c$ может рассеиваться в область \vec{k} -пространства, изображенную на рис.17, т.е. рассеяние в магнитном поле приводит, во-первых, к "размазыванию" спектра по модулю волнового вектора и, во-вторых, к медленной ("дифференциальной") перекачке по углу (угловой размер области, в которую разрешена перекачка, порядка $\beta \frac{k_{\perp} c^2}{\omega_p^2}$). Для $\tau_i^{||}$ в этом случае можно записать следующую оценку:

$$\tau_i^{||} \sim \frac{1}{\omega_p} \frac{n T}{U_e} \frac{M}{m} \frac{T}{m c^2 \beta} \quad (100)$$

^{х)} Аналогичные эффекты ранее обсуждались в применении к нерелятивистским пучкам /89-91/ в приближении фиксированной неоднородности.

Область волновых векторов, в которую законами сохранения разрешено $l-l$ рассеяние на ионах в магнитном поле при $\beta < 1$. Исходное колебание отмечено точкой.

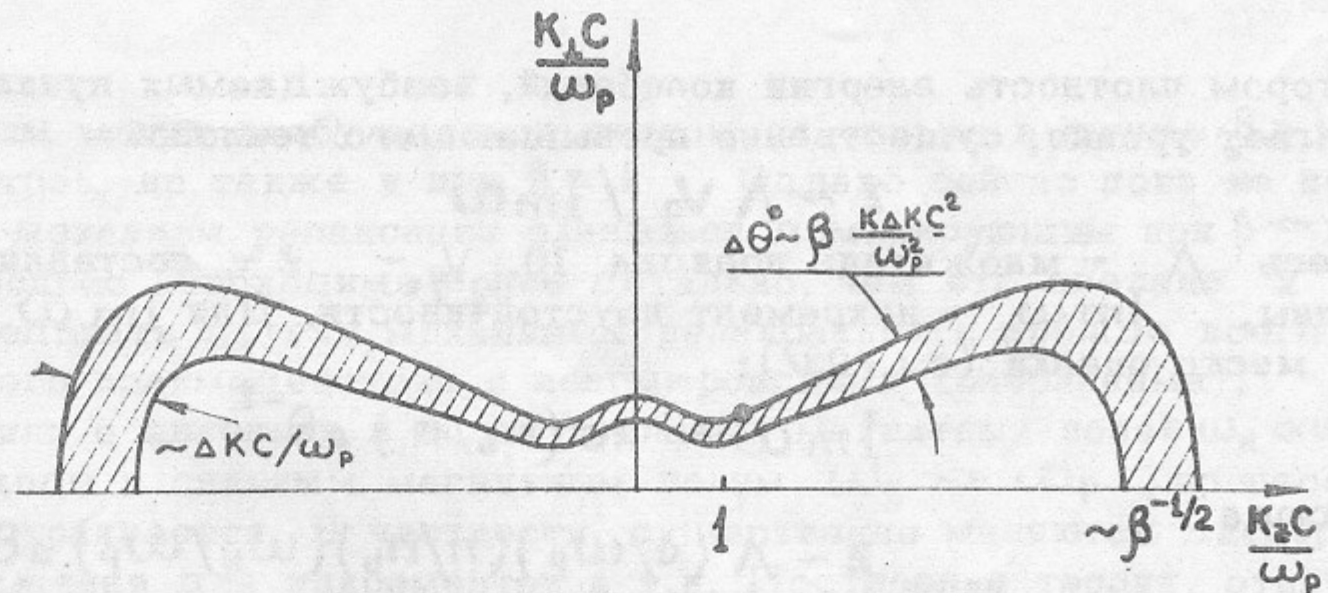


Рис.17

где дополнительный множитель β^{-1} связан с уменьшением фазового объема, в который разрешена перекачка. Сравнивая формулы (100) и (73), можно увидеть, что при $\beta < 1$ величина U_l , оцененная из условия $\text{Im } \omega \sim (\tau_{il})^{-1}$, возрастает в β^{-1} раз по сравнению с случаем нулевого поля, что приводит к уменьшению длины релаксации. Для учета этого эффекта в работе /1/ было предложено умножить длину релаксации, оцененную по формуле (87), на множитель β . Следует, впрочем, отметить, что этот вывод требует еще тщательной проверки.

В плазме с $\beta < 1$ рассеяние ленгмюровских колебаний имеет еще одну существенную особенность: с увеличением магнитного поля возрастает доля энергии, которую колебания передают ионам плазмы (эта величина пропорциональна магнитной добавке к частоте колебаний). Напомним, что в плазме без магнитного поля доля энергии, передаваемая ионам в процессе рассеяния, не превышает $\frac{3}{2} \frac{T}{m c^2}$.

Хотя при $\beta > 1$ магнитное поле слабо влияет на закон дисперсии ленгмюровских колебаний, взаимодействующих с пучком, и на нелинейные процессы с их участием, оно, тем не менее, может существенно менять картину релаксации и в этом случае. Причина состоит в том, что пучок возбуждает такие колебания, которые при $H=0$ отсутствуют. В частности, как отмечено в работах /92,93/, релаксация может быть связана с возбуждением геликонов.

Из линейной теории следует, что геликоны возбуждаются пучком слабее, чем ленгмюровские колебания. Однако в условиях, когда плотность энергии ленгмюровских колебаний ограничивается нелинейными процессами, за релаксацию пучка могут быть ответственны именно геликоны. Формальное решение задачи о взаимодействии пучка с геликонами получено в работе /93/. Здесь мы оценим роль этого эффекта из качественных соображений.

В магнитном поле H_z условие взаимодействия электрона пучка с волной имеет вид:

$$\omega(\vec{k}) - k_z v_z - n \omega'_H = 0 \quad (101)$$

где $\omega'_H \equiv \omega_H / \gamma$ - циклотронная частота для релятивистских электронов.

Соотношение (101) следует из законов сохранения энергии и импульса в элементарном акте излучения (или поглощения) волны частицей. При этом $\hbar \omega$ есть энергия излучаемой волны, а $\hbar n \omega'_H$ - изменение "поперечной" энергии частицы при излучении.

Как видно из дисперсионного соотношения для геликонов

$$\omega(\vec{k}) = \omega_H k |k_z| c^2 / \omega_p^2 \quad (102)$$

в слабом магнитном поле ($\omega_H \ll \omega_p$) фазовая скорость этих волн мала по сравнению со скоростью света. Поэтому черенковский ($n=0$) резонанс с электронами пучка для геликонов невозможен. Если же $n \neq 0$, то в условии резонанса (101) можно пренебречь величиной $\omega(\vec{k})$. Другими словами, изменение "поперечной" энергии частицы велико по сравнению с потерей энергии на излучение волны. Это означает, что воздействие геликонов на пучок приводит к почти упругому рассеянию частиц.

Получим закон изменения углового разброса частиц $\Delta\theta$ при стационарной инжекции пучка в плазму. Для этого оценим расстояние от границы плазмы, на

котором плотность энергии колебаний, возбуждаемых пучком с разбросом $\Delta\theta$, достигает уровня, существенно превышающего тепловой:

$$z \sim \Lambda V_{g_z} / \text{Im}\omega$$

Здесь Λ - множитель порядка 10, V_{g_z} - составляющая групповой скорости волны, $\text{Im}\omega$ - инкремент неустойчивости. Для $\text{Im}\omega$, в свою очередь, имеет место оценка (см./93/):

$$\text{Im}\omega \sim \text{kc} (n_b/n) \Delta\theta^{-2} \quad (103)$$

Отсюда

$$z \sim \Lambda (c/\omega_p) (n/n_b) (\omega_H/\omega_p) \Delta\theta^2$$

Если нелинейное взаимодействие волн друг с другом пренебрежимо мало, то это соотношение одновременно может рассматриваться, как зависимость углового разброса пучка от координаты z . Таким образом, в квазилинейном приближении ^{x)}

$$\Delta\theta(z) \sim (z/l_w)^{1/2} \quad (104)$$

где величина

$$l_w \equiv \Lambda \frac{c}{\omega_p} \frac{\omega_H}{\omega_p} \frac{n}{n_b} \quad (105)$$

представляет собой длину релаксации пучка в условиях, когда релаксация определяется именно возбуждением геликонов.

Плотность энергии геликонов U_w на расстоянии z от границы плазмы найдем из закона сохранения потока импульса. На входе в плазму колебания отсутствуют, а поток импульса электронов пучка равен $n_b v p$, где v и p - соответственно скорость и импульс электрона. Принимая во внимание, что релаксация сводится в основном к увеличению углового разброса пучка, получим:

$$n_b v p = n_b v p (1 - \Delta\theta^2(z)) + v_{g_z} k_z U_w / \omega(\vec{k})$$

Отсюда следует, что

$$U_w(z) \sim n_b v p \Delta\theta^2(z) \quad (106)$$

На расстоянии l_w от границы плазмы плотность энергии колебаний сравнивается с плотностью энергии пучка. При этом поток энергии колебаний, равный $V_{g_z} U_w$, остается существенно меньше, чем поток энергии пучка, т.е. относительная потеря энергии электронов $\Delta\varepsilon/\varepsilon$ оказывается малой:

$$\Delta\varepsilon/\varepsilon \sim (\omega_H/\omega_p)^2 \gamma^{-1} \ll 1$$

(мы учли, что при $\Delta\theta \sim 1$ пучок возбуждает колебания с волновым вектором $k \sim \omega'_H/c$).

Как видно из формулы (105), длина релаксации падает с уменьшением магнитного поля. Ограничение на величину поля снизу связано с тем обстоятельством, что при $H_z \rightarrow 0$ фазовая скорость геликонов становится порядка V_{Ti} , и необходимо учитывать их затухание на ионах плазмы. Учет этого факта дает следующее условие применимости оценки (105)

$$\omega_H > \omega_p (\gamma^2 T / M c^2)^{1/4}$$

Сравнивая выражения (105) и (87), получим условие, при котором возбуждение геликонов существенно влияет на процесс релаксации:

$$\omega_H < (\omega_p / 20 \Lambda) (m/M) (m c^2 / T)^2 \gamma^3$$

Отметим, что все эти результаты относятся к случаю, неограниченного в поперечном направлении пучка, т.е. подразумевается выполненным неравенство $r_b \gg l_w$, где r_b - радиус пучка. В противном случае ($r_b \ll l_w$) волны, распространяясь в радиальном направлении, покидают область взаимодействия с пучком, не успев нарасти. Однако ограничение $r_b \gg l_w$ может оказаться несущественным, если из-за радиальной неоднородности концентрации плазмы и магнитного поля плазменный столб представляет собой волновод. Для геликонов такая ситуация легко осуществима. Качественная картина релаксации при этом остается той же, что и в

x) Как показано в работе /93/, нелинейные процессы для геликонов в данном случае несущественны.

случае неограниченного пучка.

Очевидно, что геликоны могут возбуждаться пучком не только в случае $\beta > 1$ который был здесь рассмотрен, но также и при $\beta < 1$. Однако сейчас пока не ясно, может ли геликоновый механизм релаксации оказаться доминирующим при $\beta \ll 1$.

Для ответа на этот вопрос необходимо более детально, чем это сделано к настоящему времени, исследовать другие механизмы релаксации (и прежде всего релаксацию пучка за счет его взаимодействия с ленгмюровскими колебаниями).

До сих пор мы говорили о явлениях в области слабых магнитных полей $\omega_H \ll \omega_p$. Естественно, что при переходе к сильным магнитным полям, $\omega_H \gg \omega_p$, процесс релаксации полностью перестраивается. В частности, существенно меняются дисперсионные соотношения, выражения для инкрементов и т.п. Построение теории, относящейся к этой области параметров, до некоторой степени облегчается тем, что в сильном продольном поле движение электронов пучка и плазмы можно считать одномерным.

Аналитическое решение соответствующей задачи пока не получено. Имеются, правда, численные расчеты (см./87,88/), но они выполнены в предположении об одномерности не только движения частиц, но также и спектра колебаний. Такие модели, безусловно, полезны, однако следует иметь в виду, что в реальной ситуации даже при $\omega_H \rightarrow \infty$ спектр колебаний в нелинейном режиме релаксации, по-видимому, нельзя считать одномерным. Действительно, как видно из дисперсионного соотношения для электронных колебаний в бесконечно сильном продольном магнитном поле

$$\omega^4 - \omega^2(\omega_p^2 + k^2 c^2) + \omega_p^2 k^2 c^2 = 0,$$

их спектр является распадным, причем законами сохранения разрешен распад волны, распространяющейся строго вдоль поля, на две другие (с конечными значениями k_{\perp}). Распадная неустойчивость, как показывают оценки, может развиваться за времена, сравнимые с обратным инкрементом пучковой неустойчивости, и поэтому обязательно должна учитываться в рассматриваемой задаче.

14. Макроскопические эффекты при релаксации релятивистских электронных пучков в плазме

При исследовании релаксации электронного пучка мы предполагали, что параметры плазмы (профиль концентрации, температура) фиксированы. Если пучок используется для нагрева плазмы, то этим приближением можно ограничиться лишь в течение достаточно малого промежутка времени, пока параметры плазмы не успевают существенно измениться под действием пучка. Для описания всего процесса нагрева необходимо решить самосогласованную задачу о релаксации пучка и движении нагреваемой им плазмы.

При этом наиболее существенный эффект - это появление неоднородностей плотности плазмы. Действительно, если градиент плотности превышает некоторое критическое значение:

$$|\nabla n| > |\nabla n|_{\text{crit}} \equiv \frac{n_b \omega_p}{\gamma c}$$

(см. раздел 9), то релаксация срывается. Наиболее сильно этот эффект проявляется при условии

$$|\nabla n|_{\text{crit}} \ll n/l \tag{107}$$

где l - длина релаксации. Условие (107) - вполне реальное.

В качестве иллюстрации возникающих проблем рассмотрим пучковый нагрев первоначально однородной плазмы, заполняющей полупространство $z > 0$, предполагая к тому же выполненным условие (107). Непосредственно после включения пучка его энергия будет выделяться в слое толщиной $z \sim l$. По мере нагрева плазмы, находящейся в этом слое, она будет расширяться со все большей скоростью и делаться все более неоднородной. Когда характерный градиент концентрации достигнет критического значения, соответствующего срыву неустойчивости,

энергия начнет выделяться в следующем слое толщиной l , где плазма, в свою очередь, станет неоднородной и т.д. Естественно, что на самом деле область релаксации перемещается в глубь плазмы не скачками, а непрерывно (это явление можно назвать волной релаксации).

В зависимости от отношения длины свободного пробега электронов плазмы к l при решении задачи следует пользоваться той или иной системой газодинамических уравнений. Для определенности рассмотрим ситуацию, когда длина свободного пробега мала, а теплопроводностью можно пренебречь. Тогда можно утверждать, что за малый (по сравнению с $l(M/T)^{1/2}$) промежуток времени концентрация плазмы в той области, где выделяется энергия пучка, уменьшится на величину $\Delta n \sim (\Delta t^2 T / M l^2) n$, где T - температура, до которой плазма нагревается пучком за время Δt : $T \sim \epsilon (n_b/n) (c \Delta t / l)$. Продольный градиент концентрации достигает критического значения за время $\Delta t_0 \sim l (\epsilon M / T)^{1/2}$, где через ϵ обозначено малое отношение $l |\nabla n|_{crit} / n$. За это время область релаксации смещается в направлении $z > 0$ на расстояние порядка l , так что скорость волны релаксации может быть найдена по формуле

$$v \sim \frac{l}{\Delta t_0} \sim \left(\frac{T}{M \epsilon} \right)^{1/2} \gg \left(\frac{T}{M} \right)^{1/2} \quad (108)$$

где под T понимается теперь температура, которую плазма имеет за фронтом волны релаксации: $T \sim \frac{n_b}{n} \frac{c \Delta t_0}{l} \epsilon$. Из (108) видно, что волна релаксации распространяется со скоростью, существенно превышающей скорость звука в плазме, нагретой пучком.

Результаты более аккуратных машинных вычислений, выполненных в работе /81/, иллюстрируются рис.18, на котором изображены профили концентрации в последова-

Распространение волны релаксации (результат численного интегрирования). Изображены профили возмущений концентрации плазмы в три последовательных момента времени.

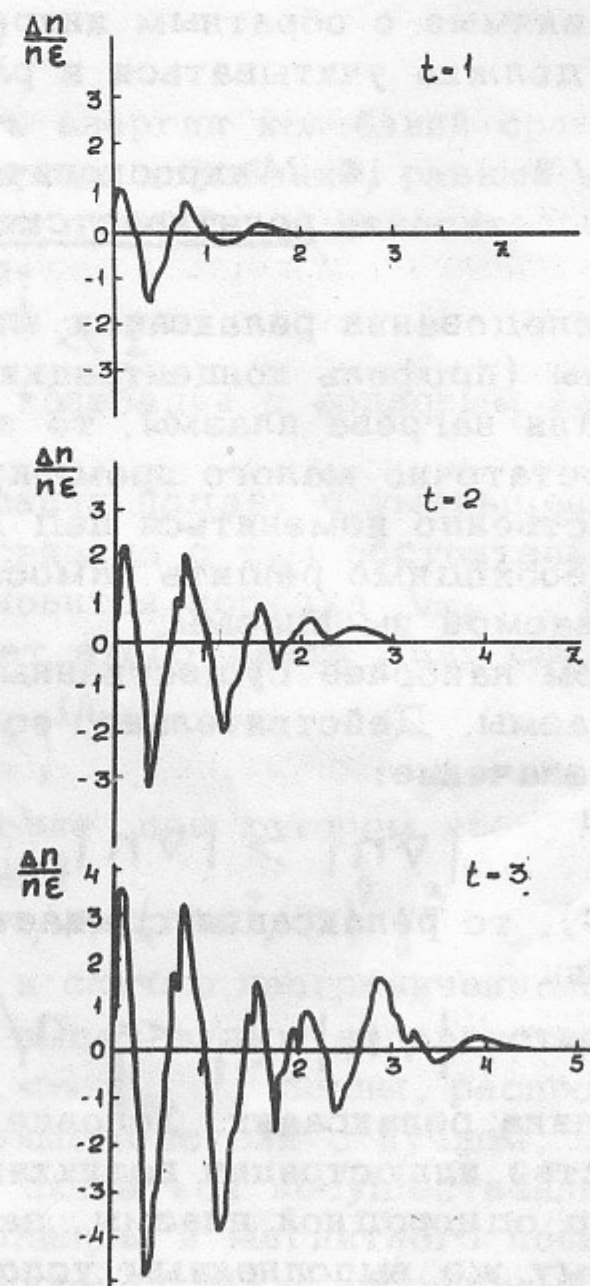


Рис.18

тельные моменты времени. Время измеряется в единицах Δt_0 , а расстояние - в единицах l .

15. З а к л ю ч е н и е

Проведенные к настоящему времени эксперименты /1-9/, показали, что коллективная диссипация энергии РЭП в плазме действительно существует. Так, в экспериментах /3,7/ было установлено, что пучок передает плазме до $20 \div 25\%$ своей начальной энергии в условиях, когда парные столкновения заведомо несущественны. Нагрев плазмы может быть связан либо с непосредственной диссипацией энергии пучка (пучковая неустойчивость), либо с джоулевой диссипацией обратного тока, обусловленной аномальным сопротивлением. В некоторых экспериментах удалось создать условия, при которых действует лишь один из этих двух механизмов, и таким образом наблюдать каждый из них в отдельности. Так, в работе /9/ нагрев с большой степенью достоверности может быть приписан обратному току, а в работах /1/ (при плотности плазмы $n < 10^{12} \text{ см}^{-3}$) и /2/ (при $n > 10^{14} \text{ см}^{-3}$) - пучковой неустойчивости.

Буквальное применение результатов разделов 7-13 для объяснения экспериментов типа /1-9/ невозможно, поскольку плазма в некоторых из них была сильно не-изотермической ($T_e \gg T_i$), а в такой плазме, как известно, появляются новые (по сравнению с рассмотренными) типы колебаний и, соответственно, новые нелинейные процессы. Наиболее эффектно их роль проявляется в случае, когда по плазме течет ток, создающий ионно-звуковую турбулентность с характерным пространственным масштабом порядка дебаевского радиуса (такова, например, ситуация при наличии аномального сопротивления). В этих условиях очень эффективно идут процессы $\ell - S$ рассеяния ленгмюровских колебаний на электронах и процесс двухквантового поглощения ℓ и S - плазмонов электронами (индекс S относится к звуковым колебаниям). Внешне эти процессы проявляются как столкновительное затухание ленгмюровских колебаний с декрементом порядка $\omega_p (U_s / n T_e)$. При достаточно больших значениях U_s пучковая неустойчивость может полностью подавляться.

Прямое сопоставление теоретических результатов с данными работ /1-9/ невозможно и потому, что в этих работах отношение n_b/n не было достаточно малым. На пределе применимости результаты теории могут быть использованы для оценки длины релаксации лишь при самых малых имевшихся экспериментально значениях n_b/n ($n_b/n \sim 10^{-3} \div 5 \cdot 10^{-4}$). В этой области они не противоречат экспериментальным данным.

Если иметь в виду применение РЭП в исследованиях по управляемому термоядерному синтезу, то следует, видимо, ориентироваться на плазму с существенно более высокой, чем в /1-9/, плотностью ($n \gtrsim 10^{16} \text{ см}^{-3}$). В этом случае область параметров пучка и плазмы, представляющих интерес для эксперимента, широко перекрывается с областью применимости теории. В качестве иллюстрации приведем один численный пример: $n = 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $T = 5 \text{ кэВ}$, $n_b = 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $\gamma = 2$, $8\pi n T / n^2 \sim 1$. При этом выполнено условие применимости теории слабой турбулентности (см. (96)), так что длину релаксации следует оценивать по формуле (87). Оценка дает $\ell \sim 400 \text{ см}$ (для водородной плазмы), что кажется вполне приемлемым. Вообще при $T \sim 3 \cdot 10^3 \div 10^4 \text{ эВ}$ длины релаксации оказываются небольшими уже при весьма умеренных параметрах пучка.

Однако, поскольку при меньших температурах плазмы длина релаксации существенно возрастает, начальная стадия нагрева должна обеспечиваться не за счет пучковой неустойчивости, а каким-то другим механизмом (например, джоулевой диссипацией обратного тока).

Поскольку нагрев плазмы с плотностью $n > 10^{16} \text{ см}^{-3}$ потребует, видимо, использования пучков с существенно сверхкритическими токами, для транспортировки будет необходима плазменная нейтрализация пучка. Токовая нейтрализация не кажется необходимой, по крайней мере, в достаточно сильном магнитном поле. Ос-

новная трудность транспортировки в таких условиях - неустойчивости пучка. Однако наиболее опасные крупномасштабные неустойчивости подавляются сильным магнитным полем, а для борьбы с мелкомасштабными неустойчивостями можно искусственно сделать плазму сильно неоднородной.

В целом перспективы применения РЭП для нагрева плазмы можно считать обнадеживающими: в принципе кажется возможным решить обе основных задачи (обеспечить транспортировку пучка и его быструю релаксацию в основном объеме плазмы).

Примечание. Упомянем об одной работе, опубликованной уже после того, как обзор был подготовлен к печати: В.Н.Цытовичем /95/ рассмотрена роль нелинейных эффектов при релаксации пучка в предположении об одномерности спектра возбуждаемых колебаний. В качестве одного из основных нелинейных механизмов трансформации спектра обсуждается четырехплазмонное взаимодействие ($\omega(\vec{k}_1) + \omega(\vec{k}_2) = \omega(\vec{k}_3) + \omega(\vec{k}_4); \vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{k}_4$). Следует, однако, отметить, что в одномерном случае этот процесс сводится к тривиальному ($\vec{k}_1 = \vec{k}_3; \vec{k}_2 = \vec{k}_4$) и поэтому не влияет на форму спектра.

Приложение 1

В бесконечно сильном продольном магнитном поле можно пренебречь смещением частиц поперек силовых линий. Соответственно этому, в волне будет возмущаться только z - составляющая тока:

$$\delta j_z = -en_b \delta v - ev \delta n_b$$

Учитывая уравнение непрерывности

$$-i\omega \delta n_b + ik_z v \delta n_b + ik_z n_b \delta v = 0$$

и уравнение движения

$$-i\omega \delta v + ik_z v \delta v = -eE_z / m\gamma^3$$

получаем "закон Ома" в виде

$$\delta j_z = \frac{ie^2 n_b \omega E_z}{m\gamma^3 (\omega - k_z v)^2} \quad (\text{П.1.1})$$

Для такого закона Ома происходит расщепление уравнений Максвелла на уравнения для ТМ-волны, в которой возмущаются φ - составляющая магнитного поля и r - и z - составляющие электрического поля, и уравнения для ТЕ - волны, в которой возмущаются r - и z - составляющие магнитного поля и φ - составляющая электрического поля (речь идет об аксиально-симметричных возмущениях). На ТЕ - волну наличие пучка никакого влияния не оказывает, и мы поэтому рассмотрим только ТМ-волну:

$$ik_z E_r - \frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{i\omega}{c} H_\varphi \quad (\text{П.1.2})$$

$$k_z H_\varphi = \frac{\omega}{c} E_r$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) = -\frac{i\omega}{c} E_z + \frac{4\pi}{c} \delta j_z$$

Систему уравнений (П.1.1) - (П.1.2) можно свести к единственному уравнению для E_z :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial E_z}{\partial r} - \chi^2 \left[1 - \frac{\omega_b^2(r)}{\gamma^3 (\omega - k_z v)^2} \right] E_z = 0 \quad (\text{П.1.3})$$

где $\chi^2 \equiv k_z^2 - \omega^2/c^2$, а $\omega_b^2(r) \equiv 4\pi e^2 n_b(r)/m$.

Для бесконечно тонкого трубчатого пучка

$$n_b(r) = \frac{|I_b|}{2\pi e r_b v} \delta(r - r_b)$$

В этом случае с помощью интегрирования уравнения (П.1.3) по r от $r_b - 0$ до $r_b + 0$ нетрудно убедиться в справедливости соотношений:

$$E_z|_{r_b+0} = E_z|_{r_b-0} \quad (\text{П.1.4})$$

$$E_z'|_{r_b+0} - E_z'|_{r_b-0} + \frac{\chi^2}{(\omega - k_z v)^2} \frac{2e|I_b|}{mvr_b\gamma^3} E_z|_{r_b} = 0$$

В области $r < r_b$

$$E_z = A I_0(\chi r) \quad (\text{П.1.5})$$

(решение $K_0(\chi r)$ отбрасывается из условия регулярности поля в точке $r = 0$). В области $r > r_b$

$$E_z = B I_0(\alpha r) + C K_0(\alpha r) \quad (\text{П.1.6})$$

Считая, что проводимость σ стенки такова, что толщина скин-слоя мала по сравнению с радиусом трубы, в точке $r = R$ можно воспользоваться граничным условием Леонтовича (см./42/, стр.355)

$$E_z = (i-1) \left(\frac{\omega}{8\pi\sigma} \right)^{1/2} H_\varphi = - \frac{\omega c}{\omega^2 - k_z^2 c^2} (i+1) \left(\frac{\omega}{8\pi\sigma} \right)^{1/2} \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad (\text{П.1.7})$$

Подставляя решение (П.1.5), (П.1.6) в граничные условия (П.1.4), (П.1.7), получаем систему уравнений для констант А, В, С, из условия разрешимости которой находим дисперсионное соотношение:

$$\frac{\varepsilon I_0'(\alpha R) + I_0(\alpha R)}{I_0(\alpha r_b)} = \xi \frac{k_z^2 - \omega^2/c^2}{(k_z - \omega/v)^2} \left\{ \left[I_0(\alpha R) K_0(\alpha r_b) - I_0(\alpha r_b) K_0(\alpha R) \right] + \varepsilon \left[K_0(\alpha r_b) I_0'(\alpha R) - I_0(\alpha r_b) K_0'(\alpha R) \right] \right\}$$

$$\varepsilon = -(i+1) \frac{\omega}{\alpha c} \left(\frac{\omega}{8\pi\sigma} \right)^{1/2}, \quad \xi = \frac{2e |I_b|}{m v^3 \gamma^3}$$

В пределе $\sigma \rightarrow \infty$ оно переходит в (9), а при $\alpha R \ll 1$ - в соотношение

$$1 = \xi \frac{k_z^2 - \omega^2/c^2}{(k_z - \omega/v)^2} \left(\ln \frac{R}{r_b} + \frac{\varepsilon}{\alpha R} \right) \quad (\text{П.1.8})$$

Если здесь положить $\sigma = \infty$ (т.е. $\varepsilon = 0$), то получается дисперсионное соотношение (10).

"Стеночную" неустойчивость имеет смысл исследовать в пределе $\alpha R < 1$, так как при $\alpha R \gg 1$ поле колебаний экспоненциально быстро спадает от границы пучка к стенке^{х)}, и роль диссипации в стенке делается пренебрежимо малой. Поэтому мы воспользуемся приближенным дисперсионным соотношением (П.1.8). Считая параметр ε малым, нетрудно с помощью теории возмущений найти формулу для инкремента:

$$\text{Im } \omega = \xi \frac{v^2}{2Rc} \left(\frac{\omega}{8\pi\sigma} \right)^{1/2} \omega \left[k_z v - \omega \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \xi \ln \frac{R}{r_b} \right) \right]^{-1}$$

где ω определяется из "невозмущенного" дисперсионного соотношения (10). Последнее имеет два решения, быстрое и медленное:

$$\omega = \frac{k_z v}{1 + \frac{v^2}{c^2} \xi \ln \frac{R}{r_b}} \left\{ 1 \pm \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \xi \ln \frac{R}{r_b} + \frac{v^2}{c^2} \xi^2 \ln^2 \frac{R}{r_b} \right]^{1/2} \right\}$$

Неустойчивым, как легко проверить, является медленное решение. Непосредственной проверкой можно убедиться в том, что медленная волна имеет отрицательную (в лабораторной системе координат) энергию.

Мы не будем приводить громоздкого общего выражения для инкремента, а ограничимся частным случаем $\gamma \gg 1$; $I_b \ll I_{cr}$. При этом $\xi \ln \frac{R}{r_b} = \frac{I_b}{\gamma^2 I_{cr}}$

$$\text{Im } \omega \approx \frac{c}{2R \ln \frac{R}{r_b}} \left(\frac{k_z c}{8\pi\sigma} \frac{I_b}{I_{cr}} \right)^{1/2}$$

Максимальный инкремент достигается на пределе применимости теории, когда $\alpha R \sim 1$. Легко проверить, что этому соответствует $k_z R \sim \gamma$, т.е.

$$\text{Im } \omega \approx \frac{c}{2R \ln \frac{R}{r_b}} \left(\frac{c}{8\pi\sigma R} \frac{\gamma I_b}{I_{cr}} \right)^{1/2}$$

х) Мы считаем, что $R - r_b \sim R$.

Приложение 2

Представим функции E_r , E_z , H_φ и j_b в виде следующих рядов Фурье по z :

$$E_r = \sum_{l=1}^{\infty} E_r^{(l)} \sin \frac{l\pi}{L} z$$

$$\left. \begin{matrix} E_z \\ H_\varphi \\ j_b \end{matrix} \right\} = \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ \begin{matrix} E_z^{(l)} \\ H_\varphi^{(l)} \\ j_b^{(l)} \end{matrix} \right\} \cos \frac{l\pi}{L} z$$

Для коэффициентов Фурье имеются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{l^2 \pi^2}{L^2} \right) E_r^{(l)} &= \frac{l\pi}{L} \frac{\partial E_z^{(l)}}{\partial r} \\ \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{l^2 \pi^2}{L^2} \right) H_\varphi^{(l)} &= \frac{1}{c} \frac{\partial^2 E_z^{(l)}}{\partial r \partial t} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r H_\varphi^{(l)} &= \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} E_z^{(l)} + \frac{4\pi}{c} (\hat{G} E_z^{(l)} + j_b^{(l)}) \end{aligned} \quad (\text{П.2.1})$$

В квазистационарном случае $\frac{\partial}{\partial t} \sim \frac{1}{\tau} \ll c/L$. По этой причине имеется сильное различие между формулами с $l=0$ и $l \neq 0$. При $l=0$ имеем:

$$E_r^{(0)} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial r} E_z^{(0)} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} H_\varphi^{(0)}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r H_\varphi^{(0)} = \frac{4\pi}{c} (\hat{G} E_z^{(0)} + j_b^{(0)})$$

(током смещения можно пренебречь, т.к. заведомо $\frac{1}{\tau} \ll \frac{c}{r}$). Таким образом, для $E_z^{(0)}$ и $H_\varphi^{(0)}$ получаются как раз уравнения (26), (27), т.е. E_s следует отождествить с $E_z^{(0)}$.

При $l \neq 0$ в формулах (П.2.1) можно пренебречь слагаемыми $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$ по сравнению с $\frac{l^2 \pi^2}{L^2}$. В результате получается, что

$$\frac{l\pi}{L} E_r^{(l)} = \frac{\partial}{\partial r} E_z^{(l)}, \quad l \neq 0$$

Поэтому, вводя обозначения $E_{r_z} \equiv E_z - E_z^{(0)}$, $E_{r_r} \equiv E_r$, можно записать, что $\frac{\partial E_{r_z}}{\partial r} = \frac{\partial E_{r_r}}{\partial z}$. Следовательно, существует функция Φ такая, что выполняются соотношения

$$E_{r_z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}; \quad E_{r_r} = -\frac{\partial \Phi}{\partial r}$$

Далее, пользуясь точным уравнением $\text{div } \vec{E} = 4\pi(\rho + \rho_b)$, получаем (28).

П р и л о ж е н и е 3

Из уравнений (26), (27), в которых $\hat{\sigma}$ заменено на $\sigma(r, t)$, нетрудно получить следующее уравнение для функции $I^*(r, t)$:

$$\frac{\partial}{\partial t} I^* = \frac{c^2}{4\pi} r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r\sigma} \frac{\partial}{\partial r} I^* - \frac{\partial}{\partial t} I_b^* \quad (\text{П.3.1})$$

Начальные и граничные условия для уравнения (П.3.1) имеют вид:

$$I^* \Big|_{t=-\infty} = 0 \quad (\text{П.3.2})$$

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial r} I^* \Big|_{r=R} = 0 ; \quad I^* \Big|_{r \rightarrow 0} = O(r^2) \quad (\text{П.3.3})$$

Обозначим через $i(r, t', t)$ решение уравнения (П.3.1) при специальном виде функции $g(t) : g(t) = \theta(t-t')$, где $\theta = 0$ для отрицательных значений аргумента и $\theta = 1$ для положительных. Очевидно, что $i(r, t', t)$ представляет собой решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t} i = \frac{c^2}{4\pi} r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r\sigma} \frac{\partial}{\partial r} i \quad (\text{П.3.4})$$

при граничных условиях (П.3.3) и начальном условии

$$i \Big|_{t=t'} = -f(r)$$

В соответствии с принципом максимума для уравнения параболического типа (см., например, /84/) при $t > t'$

$$-\max f(r) < i(r; t'; t) < 0 \quad (\text{П.3.5})$$

Решение уравнения (П.3.1) при произвольном виде функции $g(t)$ выражается через $i(r, t', t)$ следующим образом:

$$I^*(r; t) = \int_{-\infty}^t \frac{\partial g}{\partial t''} i(r; t''; t) dt''$$

Имея в виду, что функция $g(t)$ имеет один максимум, а функция $i(r, t', t)$ удовлетворяет неравенствам (П.3.5), можно утверждать, что

$$|I^*(r; t)| \leq \max_r f(r) \max_t g(t) = \max I_b(t)$$

Далее воспользуемся соотношением (32). Из него следует, что

$$\begin{aligned} Q &\leq \frac{2}{c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_0^R \frac{dr}{r} |I^*(r; t)| \left| \frac{\partial I_b^*(r; t)}{\partial t} \right| \leq \\ &\leq \frac{2}{c^2} \max I_b(t) \int_0^R \frac{dr}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\partial I_b^*(r; t)}{\partial t} \right| dt = \\ &= \frac{4}{c^2} \max I_b(t) \int_0^R \frac{dr}{r} \max_t I_b^*(r; t) = 2\eta \max W_M, \end{aligned}$$

где
$$\eta = 2 \left[\int_0^R \frac{dr}{r} f^2(r) \right]^{-1} \left[f_{\max} \int_0^R \frac{dr}{r} f(r) \right]$$

Л и т е р а т у р а

1. Altyntsev A.T., Breizman B.N., Es'kov A.G., Zolotovskii O.A., Koroteev V.I., Kurtmullaev R.Kh., Masalov V.L., Ryutov D.D., Semenov V.N., Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fusion Res., Vol. 2 (IAEA, Vienna, 1971) p.309.
2. Koydan V.S., Lagunov V.M., Lukyanov V.N., Mekler K.I., Sobolev O.P., Proc. of the 5-th Europ. Conf. on Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fusion Res. (Grenoble, 1972) p.161.
3. Abrashitov Yu.I., Koydan V.S., Konyukhov V.V., Lagunov V.M., Lukyanov V.N., Mekler K.I., Proc. of the 6-th Europ. Conf. on Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fusion Res. (Moscow, 1973) p.495.
Абрашитов Ю.И., Койдан В.С., Конюхов В.В., Лагунов В.М., Лукьянов В.Н., Меклер К.И., Письма в ЖЭТФ, 18 (1973) 675.
4. Абрашитов Ю.И., Койдан В.С., Конюхов В.В., Лагунов В.М., Лукьянов В.Н., Меклер К.И., Рютов Д.Д., ЖЭТФ, 66 (1974), вып.4.
5. Smith D.R., Phys. Lett., 42A (1972) 211.
6. Miller P.A., Kuswa G.W., Phys. Rev. Lett., 30 (1973) 958.
7. Kapetanacos C.A., Hammer D.A., Appl. Phys. Lett., 23 (1973) 17.
8. Dove W.F., Gerber K.A., Goldenbaum G.C., Hammer D.A., Kapetanacos C.A., Logan B.G., Proc. of the 6-th Europ. Conf. on Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fusion Res. (Moscow, 1973) p.499.
9. Korn P., Sandel F., Wharton C.B., Proc. of the 6-th Europ. Conf. on Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fusion Res. (Moscow, 1973) p.503. Korn P., Sandel F., Wharton C.B., Phys. Rev. Lett., 31 (1973) 579.
10. Meixel G., Kusse B., Brower D., Bull. Amer. Phys. Soc., 17 (1972) 1006.
11. Рудаков Л.И., Смирнов В.П., Тарумов Э.З., Кингсеп С.С., Куба Ю.В., Королев В.Д., Максимов Г.П., Сидоров Ю.Л., Спектор А.М., Сухов А.Д., Доклад на 6-й Европейской конференции по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу (Москва, 1973).
12. Winterberg F., Phys. Rev., 174 (1968) 212.
13. Babykin M.V., Zavoiskii E.K., Ivanov A.A., Rudakov L.I., Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fusion Res., Vol.1 (IAEA, Vienna, 1971) p.635.
14. Велихов Е.П., Приглашенный доклад на 5-й Европейской конференции по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу (Гренобль, 1972).
15. Будкер Г.И., Мирнов В.В., Рютов Д.Д., Письма в ЖЭТФ, 14 (1971) 30; Будкер Г.И., Приглашенный доклад на 6-й Европейской конференции по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу (Москва, 1973).
16. Bernstein B., Smith I., IEEE, Nucl. Sci., 20 (1973) 294.
17. Smith L.P., Hartman P.L., J. Appl. Phys., 11 (1940) 220.
18. Годяк В.А., Дубовой Л.В., Заблочкина Г.Р., ЖЭТФ, 57 (1969), 1785.
19. Лопухин В.М., Веденов А.А., УФН, 53 (1954), 69.
20. Коломенский А.А., Атомная энергия, 17 (1964) 57.
21. Neil V.K., Sessler A.M., Rev. Sci. Instr., 36 (1965) 429.
22. Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А., УФН, 103 (1971) 609.
23. Мхеидзе Г.П., Пулия В.И., Райзер М.Д., Цолп Л.Э., ЖЭТФ, 63 (1972) 104.
24. Nation J.A., Read M., Appl. Phys. Lett., 23 (1973) 426.
25. Friedman M., Hammer D.A., Appl. Phys. Lett., 21 (1972) 174.
26. Hammer D., Rostoker N., Phys. Fluids, 13 (1970) 1831.
27. Levy R.N., Phys. Fluids, 8 (1965) 1288.

28. Михайловский А.Б., Теория плазменных неустойчивостей, т.2, Атомиздат, Москва (1971), стр.146.
29. Тимофеев А.В., УФН, 102 (1970) 185.
30. Wong H.W., Sloan M.L., Thompson J.R., Drobot A.T., Phys. Fluids, 16 (1973) 902.
31. Carmel Y., Nation J.A., Phys. Rev. Lett., 31 (1973) 286.
32. Kapetanakis C.A., Hammer D.A., Striffler C.D., Phys. Rev. Lett., 30 (1973) 1303.
33. Friedman M., Hammer D.A., Manheimer W.M., Sprangle P., Phys. Rev. Lett., 31 (1973) 752.
34. Carmel Y., Nation J.A., Phys. Rev. Lett., 31 (1973) 806.
35. Roberts T.G., Bennett W.H., Plasma Phys., 10 (1968) 381.
36. Агафонов А.В., Атомная техника за рубежом, вып.10 (1973) 31.
37. Cox J.L., Bennett W.H., Phys. Fluids, 13 (1970) 182.
38. Lee R., Sudan R.N., Phys. Fluids, 14 (1971) 1213.
39. Рухадзе А.А., Рухлин В.Г., ЖЭТФ, 61 (1971) 177.
40. Росинский С.Е., Рухадзе А.А., Рухлин В.Г., Эпельбаум Я.Г., ЖТФ, 42 (1972) ~~429~~.
41. Kuppers G., Salat A., Wimmel H.K., Plasma Phys., 15 (1973) 429.
42. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, Москва (1958).
43. Bennett W.H., Phys. Rev., 45 (1934) 890; *ibid.* 98 (1955) 1584.
44. Будкер Г.И., Атомная энергия, вып. 5 (1956) 9.
45. Benford G., Book D.L., Sudan R.N., Phys. Fluids, 13 (1970) 2621.
46. Yoshikawa S., Phys. Rev. Lett., 26 (1971) 295.
47. Kan J.R., Hon-Ming Lai, Phys. Fluids, 15 (1972) 204.
48. Данилов В.Н., ПМТФ, вып.4 (1972) 47.
49. Kuppers G., Salat A., Wimmel H.K., Plasma Phys., 15 (1973) 441.
50. Lawson J.D., Phys. Fluids, 16 (1973) 1298.
51. Lee E.P., Pearlstein L.D., Phys. Fluids, 16 (1973) 904.
52. Рудаков Л.И., ЖЭТФ, 59 (1970) 2091.
53. Lovelace R.V., Sudan R.N., Phys. Rev. Lett., 27 (1971) 1256.
54. Векштейн Г.Е., Рютов Д.Д., Сагдеев Р.З., Письма в ЖЭТФ, 12 (1970) 419.
55. Векштейн Г.Е., Рютов Д.Д., Сагдеев Р.З., ЖЭТФ, 60 (1971), 2142.
56. Biskamp D., Chodura R., Phys. Fluids, 16 (1973) 888.
57. Guillory J., Benford G., Plasma Phys., 14 (1972) 1131.
58. Sagdeev R.Z., Proc. of the Symp. in Appl. Math., ed. by H.Grad (Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1967) Vol. 18, p.18.
59. Шафранов В.Д., Вопросы теории плазмы, вып.3, Атомиздат, Москва (1963) стр.3.
60. Михайловский А.Б., Теория плазменных неустойчивостей, т.1, Атомиздат, Москва (1970).
61. Berk H.L., Preprint UCRL - 73951, Lawrence Livermore Lab., University of Calif./Livermore, Calif. (1972).
62. Гришин В.К., Коломенский А.А., ЖТФ 42 (1972) 2604.
63. Lee E.P., Phys. Fluids, 16 (1973) 1072.
64. Benford G., Plasma Phys., 15 (1973) 483.
65. Иванов А.А., Рудаков Л.И., ЖЭТФ, 58 (1970) 1332.
66. Файнберг Я.Б., Шапиро В.Д., Шевченко В.И., ЖЭТФ, 57 (1969) 966.

67. Брейзман Б.Н., Рютов Д.Д. ЖЭТФ, 60 (1971) 508.
68. Веденов А.А., Вопросы теории плазмы, вып.3, Атомиздат, Москва, (1963), стр.203.
69. Кадомцев Б.Б., Вопросы теории плазмы, вып.4, Атомиздат, Москва (1964), стр.188.
70. Галеев А.А., Карпман В.И., Сагдеев Р.З., Ядерный синтез, 5 (1965) 20.
71. Файнберг Я.Б., Атомная энергия, 11 (1961) 313.
72. Bludman S.A., Watson K.M., Rosenbluth M.N., Phys. Fluids, 5 (1960) 747.
73. Брейзман Б.Н., Мирнов В.В., Геомагнетизм и аэронавигация, 10 (1970) 34.
74. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теория поля, Наука (1967).
75. Брейзман Б.Н., Рютов Д.Д., Письма в ЖЭТФ, 11 (1970) 606.
76. Веденов А.А., Рютов Д.Д., Вопросы теории плазмы, вып.6, Атомиздат (1972), стр.3.
77. Изанов А.А., Рудаков Л.И., ЖЭТФ, 51 (1966) 1522.
78. Цытович В.Н., Теория турбулентной плазмы, Атомиздат, Москва (1971).
79. Каплан С.А., Цытович В.Н., Плазменная астрофизика, Наука, Москва (1972).
80. Голант В.Е., Пилюя А.Д., УФН, 104 (1971) 413.
81. Брейзман Б.Н., Рютов Д.Д., Чеботаев П.З., ЖЭТФ, 62 (1972) 1409.
82. Брейзман Б.Н., Захаров В.Е., Мушер С.Л., ЖЭТФ, 64 (1973) 1297.
83. Брейзман Б.Н., Рютов Д.Д., Доклад на конференции по теории плазмы, Киев (1971).
84. Веденов А.А., Рудаков Л.И., ДАН СССР, 159 (1964) 767.
85. Захаров В.Е., ЖЭТФ, 62 (1972) 1745.
86. Рудаков Л.И., ДАН СССР, 207 (1972) 821.
87. Toepfer A.J., Poukey J.W., Phys. Fluids, 16 (1973) 1546.
88. Thode L.E., Sudan R.N., Phys. Rev. Lett., 30 (1973) 732.
89. Рютов Д.Д., ЖЭТФ, 57 (1969) 232.
90. Брейзман Б.Н., Рютов Д.Д., ЖЭТФ, 57 (1969) 1401.
91. Krueger W.L., Phys. Fluids, 15 (1972) 2423.
92. Breizman B.N., Proc. of the 6-th Europ. Conf. on Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fusion Res. (Moscow, 1973) p.491.
93. Брейзман Б.Н., Феизов С.Г., ЖЭТФ, 66 (1974) 200.
94. Смирнов В.И., Курс высшей математики, т.2, Наука, Москва (1965) стр.645.
95. Цытович В.Н., Труды Физического института им.П.Н.Лебедева АН СССР, Наука, Москва (1973) стр.173.

1. ... (1971) ...

2. ... (1972) ...

3. ... (1973) ...

4. ... (1974) ...

5. ... (1975) ...

6. ... (1976) ...

7. ... (1977) ...

8. ... (1978) ...

9. ... (1979) ...

10. ... (1980) ...

11. ... (1981) ...

12. ... (1982) ...

13. ... (1983) ...

14. ... (1984) ...

15. ... (1985) ...

16. ... (1986) ...

17. ... (1987) ...

18. ... (1988) ...

19. ... (1989) ...

20. ... (1990) ...

21. ... (1991) ...

22. ... (1992) ...

23. ... (1993) ...

24. ... (1994) ...

25. ... (1995) ...

26. ... (1996) ...

27. ... (1997) ...

28. ... (1998) ...

29. ... (1999) ...

30. ... (2000) ...

31. ... (2001) ...

32. ... (2002) ...

33. ... (2003) ...

34. ... (2004) ...

35. ... (2005) ...

36. ... (2006) ...

37. ... (2007) ...

38. ... (2008) ...

39. ... (2009) ...

40. ... (2010) ...

41. ... (2011) ...

42. ... (2012) ...

43. ... (2013) ...

44. ... (2014) ...

45. ... (2015) ...

46. ... (2016) ...

47. ... (2017) ...

48. ... (2018) ...

49. ... (2019) ...

50. ... (2020) ...

Ответственный за выпуск С.Н.РОДИОНОВ
 Подписано к печати 24.1.74 № 08043
 Усл. 3 печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно
 Заказ № 119

Отпечатано на ротапинтере в ИЯФ СО АН СССР

О г л а в л е н и е

	стр.
1. Введение	3
2. Транспортировка пучка в вакууме. Критические токи	4
3. Эффекты, связанные с конечностью магнитного поля	10
4. Транспортировка пучка в плазме. Зарядовая и токовая компенсация пучка	15
5. Нагрев плазмы обратным током	21
6. Макроскопические неустойчивости при транспортировке пучка в плазме .	24
7. Коллективные эффекты при релаксации РЭП в плазме. Общая постановка задачи о релаксации пучка	28
8. Возбуждение ленгмюровских колебаний релятивистским электронным пучком	28
9. Влияние неоднородности плазмы на процесс релаксации	31
10. Квазилинейное приближение	33
11. Классификация нелинейных процессов	36
12. Нелинейный режим релаксации	41
13. Влияние магнитного поля на релаксацию	48
14. Макроскопические эффекты при релаксации релятивистских электронных пучков в плазме	51
15. З а к л ю ч е н и е	53
П р и л о ж е н и е 1	55
П р и л о ж е н и е 2	57
П р и л о ж е н и е 3	58
Л и т е р а т у р а	59