

Ж.42

23

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

ПРЕПРИНТ И Я Ф 121-74

Т.А.Жданова, Ф.М.Израйлев

**К ВОПРОСУ О СТАТИСТИЧЕСКОМ
УСКОРЕНИИ ФЕРМИ**

Новосибирск

1974

Т.А.Жданова, Ф.М.Израйлев

К ВОПРОСУ О СТАТИСТИЧЕСКОМ УСКОРЕНИИ ФЕРМИ

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе приводятся результаты аналитического и численного исследования статистического ускорения Ферми. Подробно рассматривается вопрос о корреляциях при движении частицы в стохастической области. Обсуждается характер поведения частицы в переходной зоне.

БИБЛИОТЕКА
Института ядерной
физики СО АН СССР
ИНВ. № _____

ВВЕДЕНИЕ

В качестве одной из гипотез для объяснения происхождения космических лучей высоких энергий в работе Ферми /1/ был предложен статистический механизм ускорения заряженных частиц при взаимодействии их с магнитными полями ("облаками"). Согласно этому механизму частица многократно сталкивается с магнитными "облаками", неограниченно увеличивая свою энергию. Моделью такого механизма ускорения может служить движение легкой частицы между двумя колеблющимися массивными стенками, при этом взаимодействие частицы со стенками считается упругим. Численное исследование движения частицы в такой модели /1,2,3/ вопреки ожиданиям показало, что частица не получает неограниченного ускорения. После довольно большого числа соударений скорость частицы всего лишь в несколько раз превышала скорость колеблющейся стенки. Этот результат оставался непонятным вплоть до появления работы Чирикова и Заславского /4/, где был получен критерий, при выполнении которого происходит ускорение Ферми. Максимальная скорость частицы при этом все же ограничена сверху. Полученный в /4/ критерий стохастичности по существу определял условия, при которых к механической системе применимы статистические законы. Были найдены три качественно различные области скоростей частицы. В одной из них действует механизм Ферми (стохастическая область), в другой частица совершает устойчивые колебания, третья - промежуточная область, в которой движение чрезвычайно сложно. В работе /4/ было проведено также численное исследование и подтверждено наличие этих областей.

В последнее время возникли вопросы, связанные с более точными деталями поведения частицы в стохастической области и в переходной зоне. В частности, возникло подозрение, что в области стохастичности имеются корреляции при движении частицы, приводящие к нарушению стохастичности /5/.

С целью решения всех возникших вопросов нами было предпринято дополнительное исследование. В результате подробного анализа поведения функции распределения для модельной системы какого-либо противоречия между численными и аналитическими результатами обнаружено однако не было. Одновременно было выяснено,

что упомянутые корреляции не противоречат статистическому ускорению и связаны с неправильным выбором переменных. Попутно были выявлены некоторые особенности поведения частицы в промежуточной зоне.

Численное исследование проводилось на ЭРМ БЭСМ-6 Вычислительного центра СО АН СССР.

§ 1. Корреляции фаз и канонические переменные

Следуя работе /4/, приведем уравнения, описывающие движение частицы между двумя бесконечно тяжелыми стенками, одна из которых неподвижна, а другая колеблется строго периодически:

$$v_{n+1} = \pm v_n + V(\Psi_n - \frac{1}{2}) \quad (1.1)$$

$$\Psi_{n+1} = \frac{1}{2} - 2 \frac{v_{n+1}}{V} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - 2 \frac{v_{n+1}}{V}\right)^2 + 4\Psi_n \frac{v_{n+1}}{V}}; \left(v_{n+1} > \frac{V\Psi_n}{4}\right) \quad (1.2)$$

$$\Psi_{n+1} = 1 - \Psi_n + 4 \frac{v_{n+1}}{V}; \left(v_{n+1} \leq \frac{V\Psi_n}{4}\right) \quad (1.3)$$

$$\Psi_n = \left\{ \Psi_n + \left[\Psi_n(1 - \Psi_n) + \frac{l}{4a} \right] / 4 \cdot \frac{v_{n+1}}{V} \right\} \quad (1.4)$$

Здесь v_n - скорость частицы после n -го соударения с движущейся стенкой; $V/4$ - амплитуда скорости стенки; Ψ_n - фаза колеблющейся стенки в момент удара, изменяющаяся от 0 до $1/2$ при движении стенки в одну сторону и от $1/2$ до 1 при обратном движении, при этом скорость стенки в течение каждого полупериода линейно меняется со временем. Скобки $\{ \}$ означают дробную часть аргумента. Знак плюс в (1.1) соответствует формуле (1.2) на предыдущем шаге, знак минус - формуле (1.3); l - минимальное расстояние между стенками, $l+2a$ - максимальное расстояние между стенками.

В /4/ было получено, что существуют три качественно различные области скоростей частицы:

$$v \leq \frac{V}{4} \sqrt{\frac{l}{a}} \quad (\text{I}); \quad \frac{V}{4} \sqrt{\frac{l}{a}} \leq v \leq \frac{Ve}{16a} \quad (\text{II}); \quad v \geq \frac{Ve}{16a} \quad (\text{III}) \quad (1.5)$$

В области (I) действует механизм Ферми, в области (III) скорость частицы совершает устойчивые малые колебания, область (II) - промежуточная. Численные эксперименты /4/ по наблюдению за функцией распределения частицы $F(v, t)$ подтвердили оценки (1.5) и показали, что в области (I) имеется равномерное распределение по скоростям, это соответствует стохастическому ускорению Ферми.

Существование ускорения Ферми в стохастической области указывает на то, что соударения с движущейся стенкой для фаз $\Psi > 0.5$, когда стенка и частица имеют встречные скорости, предпочтительнее и, значит, есть корреляции фаз. Это связано с тем, что вероятность соударения в единицу времени для частицы с движущейся стенкой зависит от относительной скорости частицы и стенки. Аналогично /1/ введем величину: ξ :

$$\xi = \frac{\omega_+(v)}{\omega_-(v)} \quad (1.6)$$

где ω_+ - вероятность соударения при встречных скоростях частицы и стенки (т.е. для $\Psi > 0.5$), а ω_- - вероятность при скоростях, имеющих одно направление ($\Psi < 0.5$). Экспериментально величины $\omega_+(v)$ и $\omega_-(v)$ определяются по числу попаданий в интервал скоростей $(v, v + \Delta v)$ соответственно для фаз $\Psi > 0.5$ и $\Psi < 0.5$. На рис. 1 нанесено полученное значение ξ в зависимости от v^2 . Смысл зависимости $\xi(v^2)$, а не $\xi(v)$ будет объяснен ниже. На рисунке ясно видны корреляции, особо сильно проявляющиеся в области малых скоростей. Сплошная кривая - теоретическое значение ξ , вычисленное по формуле /1/:

$$\xi_{\text{теор}} = \frac{v + \sqrt{v^2 + l}}{v - \sqrt{v^2 + l}} \quad (1.7)$$

Здесь v - скорость частицы, $\overline{v_{\text{ср}}}$ - среднеквадратичная скорость стенки ($\overline{v_{\text{ср}}} = \sqrt{\langle v^2_{\text{ср}} \rangle} \approx 0.58$).

Наличие корреляций отмечалось в работе /5/, где в результате численных экспериментов было обнаружено неравномерное заполнение фазовой плоскости (Ψ, v) в области малых скоростей.

Тем не менее, наличие такого рода корреляций не может служить основанием для сомнений в "истинной" стохастичности движения. Наоборот, как уже указывалось, они являются причиной стохастического ускорения. "Настоящая" стохастичность, а, следовательно, и отсутствие любых корреляций (точнее, достаточное быстрое их убывание со временем) должна проявляться в канонических переменных. В нашем же случае, как уже было отмечено в работе /6/, переменные (Ψ, v) таковыми не являются. В /6/ было показано, что детерминант преобразования (1.1-1.4) равен единице для переменных (t, v^2), где t - момент соударения с неподвижной стенкой. Это говорит о том, что каноническими переменными в нашем случае являются (t, v^2) или эквивалентные переменные (Ψ', v^2), где Ψ' - фаза движущейся стенки в момент соударения частицы с неподвижной стенкой.

На рис.2 приведена та же экспериментальная величина Σ , но уже для $\Psi' < 1/2$ и $\Psi' > 1/2$. В отличие от рис.1, как и ожидалось, корреляции Ψ' отсутствуют. Очевидно, что на фазовой плоскости (Ψ', v^2) в стохастической области распределение будет равномерным не только по Ψ' , но и по v^2 (см. §2).

§2. Функция распределения

Перейдем к рассмотрению эволюции функции распределения $f(v, n)$, где n - число соударений. В стохастической области, предполагая процесс марковским, мы можем написать уравнения Фоккера-Планка (далее обозначения те же, что в /5/):

$$\frac{\partial f}{\partial n} = -\frac{\partial}{\partial v} (B \cdot f) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial v^2} (D \cdot f) \quad (2.1)$$

Здесь $B(v)$ - коэффициент трения, определяемый как

$$B(v) = \frac{1}{n} \int \Delta v \cdot P_n(v - \Delta v, v) d(\Delta v) \quad (2.2)$$

а $D(v)$ - коэффициент диффузии:

$$D(v) = \frac{1}{n} \int (\Delta v)^2 P_n(v - \Delta v, v) d(\Delta v) \quad (2.3)$$

$P_n(v - \Delta v, v)$ - вероятность изменения скорости частицы от $v - \Delta v$ до v через n столкновений; с помощью P_n функция распределения $f(v, n)$ определяется как

$$f(v, n) = \int f(v - \Delta v, 0) P_n(v - \Delta v, v) d(\Delta v) \quad (2.4)$$

Из решения уравнения (2.1) и экспериментальных (численных) данных для $f(v, n \rightarrow \infty)$ в работе /5/ получена следующая зависимость коэффициента трения от скорости:

$$B(v) = \frac{v}{24v} \quad (2.5)$$

Используя разностные уравнения (1.1-1.4), покажем, что непосредственное вычисление $B(v)$ для $n=1$ и $n=2$ дает такую же зависимость как и при решении Фоккера-Планка, если усреднение производить по канонической фазе Ψ' . Для $n=1$, обозначая $u = v/v$ имеем:

$$B(u_n) = \langle u_{n+1} - u_n \rangle = \int_0^1 (\Psi_n - 1/2) d\Psi'_n \quad (2.6)$$

Предполагая $u \gg 1$, получим

$$\Psi_n \approx \left(1 + \frac{1}{4u_n}\right) \Psi_n - \frac{1}{4u_n} \cdot \Psi_n^2 \quad (2.7)$$

где

$$\Psi_n = \left\{ \frac{\ell}{32 \cdot a u_n} + \Psi'_n \right\}$$

В (2.6) интегрирование по Ψ'_n можно заменить интегрированием по Ψ_n , т.к. равномерное распределение по фазе Ψ'_n влечет за собой равномерное распределение по Ψ_n . Получаем

$$B(u) = \int_0^1 \left\{ \left(1 + \frac{1}{4u}\right) \varphi - \frac{1}{4u} \varphi^2 - \frac{1}{2} \right\} d\varphi = \frac{1}{24u} \quad (2.8)$$

Для $n=2$:

$$B(u_n) = \frac{\langle u_{n+2} - u_n \rangle}{2} = \frac{1}{2} \langle \Psi_n - 1 + \Psi_{n+1} \rangle \quad (2.9)$$

Среднее значение для Ψ_n равно:

$$\langle \Psi_n \rangle = \int_0^1 \Psi_n d\Psi_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{24u}$$

$$\Psi_{n+1} \approx \Psi_{n+1} \left(1 + \frac{1}{4u_{n+1}}\right) - \frac{1}{4u_{n+1}} \cdot \Psi_{n+1}^2 \quad (2.10)$$

где $\Psi_{n+1} = \left\{ \frac{l}{32a \cdot u_{n+1}} + \Psi'_{n+1} \right\}$

Связь между Ψ'_{n+1} и Ψ_n дается следующей формулой:

$$\Psi'_{n+1} = \left\{ \frac{l}{32a u_{n+1}} + \frac{1}{4u_{n+1}} (\Psi_n - \Psi_n^2) + \Psi_n \right\} \quad (2.11)$$

Используя разложение (2.7) и пренебрегая членами второго порядка малости, получим

$$\Psi'_{n+1} \approx \left\{ \frac{l}{32a u_{n+1}} + \left(\frac{\Psi_n}{4u_{n+1}} - \frac{\Psi_n^2}{4u_{n+1}} + \frac{\Psi_n}{4u_n} - \frac{\Psi_n^2}{4u_n} \right) + \Psi_n \right\} \quad (2.12)$$

Далее, предполагая $l/32a \gg u_n$, что соответствует нашим параметрам, величиной в круглых скобках можно пренебречь, поэтому

$$\Psi'_{n+1} \approx \left\{ \frac{l}{32a u_{n+1}} + \Psi_n \right\} \quad (2.13)$$

Усредняя по малому интервалу $\Delta u \approx 1$ и по Ψ_n , имеем

$\Psi'_{n+1} \approx 1/2$, т.е. фазу Ψ'_{n+1} можно считать распределенной равномерно. В том же приближении можно считать равномерно распределенной и Ψ_{n+1} и тогда, используя (2.10), окончательно получим: $B(u) = 1/24u$.

Таким образом, полученная зависимость коэффициента трения B от скорости подтверждает справедливость применения уравнения Фоккера-Планка, которое формально будет иметь одинаковый вид как в переменных (Ψ, ν) , так и в переменных (Ψ', ν) . Усреднение же по фазе Ψ , проведенное в работе /5/, не является правоммерным, т.к. фаза Ψ распределена неравномерно.

Для коэффициента диффузии $D(u)$ усреднение как по Ψ так и по Ψ' дает одну и ту же величину: $D = 1/12$

Стационарная функция распределения (предполагая, что при $\nu=0$, $\nu=\nu_s$ имеется отражающий барьер) для нашего случая имеет вид /5/:

$$f(\nu) \sim \exp\left(a \int B(\nu) d\nu\right) \quad (2.14)$$

Поскольку $B(\nu) \sim 1/\nu$, имеем: $f(\nu) \sim \nu$. Такая зависимость $f(\nu)$ и была ранее получена численно (см. например, /5/). Однако зависимость функции распределения от ν не означает нарушение стохастичности, а связана опять же с тем, что (Ψ, ν) не являются каноническими переменными. Нетрудно видеть, что для канонической переменной ν^2 распределение равномерно:

$$f(\nu^2) = \frac{dN}{d(\nu^2)} = \frac{dN}{d\nu} \cdot \frac{d\nu}{d\nu^2} = \text{const}. \text{ Представленная на рис. 3 зависимость } f(\nu), \text{ полученная экспериментально, согласуется с аналитич.}$$

ческими предсказаниями не только качественно, но и количественно. Действительно, вплоть до v_s - граничной скорости, функцию распределения можно считать постоянной, само значение v_s , взятое из рис.3, довольно хорошо соответствует аналитическому значению $v_s \approx 50$ (4/). Кроме того, из рис.3 видно, что имеется довольно широкая переходная зона с $v > v_s$. Общий вид фазовой плоскости (ψ^1, v^2) для выбранных параметров представлен на рис.5, где хорошо можно рассмотреть структуру переходной зоны (подробнее об этом см. §4). Зная зависимость $f(v)$, можно найти среднюю скорость, которую получает частица после каждого соударения за достаточно большое число соударений N . Для этого, учитывая нормировку функции распределения, запишем:

$$f(v) = \frac{2}{v_s} \cdot v \quad (2.15)$$

Далее, усредняя по стохастической области, имеем:

$$\langle v \rangle = \int_0^{v_s} v \cdot f(v) dv = \frac{2}{3} v_s \approx 32 \quad (2.16)$$

Полученная таким образом средняя скорость фактически является средней фазовой скоростью для фазового пространства с каноническими переменными (ψ^1, v^2) . Необходимо отметить, что такое фазовое пространство введено для дискретного преобразования (1.1-1.4) и его не следует путать с обычным фазовым пространством для непрерывного движения, где есть явная зависимость от времени.

§ 3. Зависимость средней скорости от времени

В качестве дополнительной проверки стохастичности движения мы проследили за поведением средней скорости частицы (как фазовой, так и временной) в зависимости от времени. Средняя временная скорость определялась по формуле:

$$\overline{v(t)} = \frac{\sum_{i=1}^m v_i(t)}{m} \quad (3.1)$$

где для уменьшения флуктуаций проводится усреднение по m частицам. Для отдельной частицы средняя временная скорость определялась обычным образом:

$$\overline{v_i(t)} = \frac{1}{t} \int_0^t v_i(\tau) d\tau \quad (3.2)$$

Определение (3.1) соответствует тому, что последовательно обрабатывается m частиц (вплоть до времени $t=T$ с шагом Δt). Начальные скорости частиц малы и распределены случайно.

Под средней фазовой скоростью понимается величина

$$\langle v(t) \rangle = \frac{\sum_{i=1}^m v_i(t)}{m} \quad (3.3)$$

Для определения $\langle v(t) \rangle$ по (3.3) между стенками запускается m частиц (с малыми различными скоростями), затем, через равные промежутки времени Δt фиксируется распределение по скоростям и вычисляется средняя скорость частиц.

Были выбраны следующие параметры: $\alpha=1$, $V \approx 4$, $\ell = 10^4$, $m=100$, $\Delta t = 10^5$, $T = 10^7$. На рис.4 приведены соответственно средняя временная и средняя фазовая скорость частицы. Видно, что вначале скорость растет линейно со временем, а затем выходит на плато. Коэффициент пропорциональности на линейном участке равен

$$K = (2.5 \pm 0.5) \cdot 10^{-5}$$

Полученный результат согласуется с аналитическими оценками для K (4/). Действительно, для коэффициента пропорциональности имеем:

$$K = \left\langle \frac{\Delta v}{\Delta t} \right\rangle = \frac{1}{2} \frac{\partial D_t}{\partial v} = \frac{V^2}{48\ell} \approx 3.3 \cdot 10^{-5} \quad (3.4)$$

где $D_t(v) = \frac{vV}{24\ell}$ (см. 4/). Используя формулу Ферми для среднего увеличения энергии частицы в нерелятивистском приближении, получаем:

$$\langle v \rangle = \frac{\langle V_{\alpha}^2 \rangle}{\ell} \cdot t \quad (3.5)$$

где $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ - средняя квадратичная скорость отражающей стенки. Для нашего случая $v_s = \frac{V}{2} \left(\frac{1}{2} - \Psi \right)$, $\Psi = \frac{t}{T}$, $T = \frac{32a}{V}$ это дает $\langle v^2 \rangle = \frac{1}{3}$. Таким образом снова получаем значение (1.9): $k = \frac{1}{3}e$

Плато на рис.4 для средней скорости соответствует примерно $v_1 = 30 \pm 36$. Можно сравнить это значение с теоретическим. Для этого найдем временную скорость для отдельной частицы (3.1) при $t \rightarrow \infty$. Поскольку вероятность получить частице после соударения скорость v пропорциональна v (см. §2), а время в течение которого эта скорость сохраняется $\sim 1/v$ имеем: (для стохастической области):

$$\overline{v_i(t)}_{t \rightarrow \infty} = \int_0^{v_s} v \cdot dF = \int_0^{v_s} v \cdot \frac{c}{v} \cdot v \cdot dv = \frac{v_s}{2} = 25 \quad (3.6)$$

где dF - вероятность частице в течение всего времени иметь скорость v (или доля времени, в течение которого частица имеет скорость v), c - коэффициент пропорциональности, из условия нормировки F он равен $1/v_s$. Значения для F в точности совпадают с полученным в работе /4/ аналитическим значением $F(v, t \rightarrow \infty) = 1/v_s$. Экспериментальное значение для v_1 заметно выше полученного (3.6). Это вполне объяснимо, поскольку в действительности нет резкой границы стохастичности и частица некоторое время проводит в довольно широкой переходной зоне, где v может быть много больше граничной скорости v_s .

Известно, что в стохастической области должно выполняться равенство средних временных и средних фазовых. Поэтому может возникнуть вопрос, почему средняя фазовая скорость (2.15) в нашем случае не равна средней временной (3.6). Ответ заключается в том, что соотношение (2.15) получено для дискретного фазового пространства (Ψ^1, v^2) для которого в принципе нет непрерывного времени t . Равенство же временных и фазовых средних должно выполняться для обычного фазового пространства с непрерывным временем. Канонические переменные в этом случае обычные - импульс и координата, и функция распределения для стохастического движения в этих переменных должна быть константой. Этому и соответствует полученное значение для $F(v) = 1/v_s = \text{const}$. С другой стороны, экспериментальное определение средней фазовой скорости по формуле (3.3) ничего не имеет общего с дискретным фа-

зовым пространством (Ψ^1, v^2) , поскольку фиксация скоростей проводится не в моменты соударения частицы со стенкой, а в произвольные моменты времени. Усреднение по ансамблю частиц в соотношении (3.3) вполне эквивалентно наблюдению за отдельной частицей за большой промежуток времени (в стохастической области) и поэтому определенная таким образом средняя фазовая скорость должна совпадать со средней временной. Численные результаты (рис.4) вполне соответствуют этому.

§ 4. Некоторые особенности поведения системы в переходной зоне

Как известно, переходная зона, отделяющая область стохастичности от области устойчивости, по своей структуре чрезвычайно сложна /7,8,9/. Численное исследование переходной зоны нелинейного резонанса /10/ показало, что она, в основном, состоит из резонансов различных гармоник и порядков, зацепляющихся друг за друга стохастическими слоями вблизи сепаратрис. Движение в этой зоне происходит между резонансами вдоль стохастических слоев, которые могут быть очень узкими. Внутри резонансов движение устойчиво, это приводит к резкой зависимости характера движения от начальных условий, что является отличительной особенностью переходной зоны.

На рис.5 в координатах (Ψ, v^2) приведена фазовая плоскость системы (1.1 - 1.4) для $N=2 \cdot 10^5$, $V \approx 4.07$, $\ell=10^4$, $v_s \approx 1.53$. Цифры и знаки указывают на относительную плотность заполнения (цифре 9 соответствует плотность (0.9 ± 1) и т.д., знаку \times - плотность 0.05 ± 0.1 ; $+$ - плотность 0.01 ± 0.05 ; $-$ - плотность 0.005 ± 0.01 ; M - ячейка с максимальным числом попаданий). Ясно видны различные резонансные области, увеличивающиеся с увеличением v^2 и разделяющие их стохастические слои. Переходная зона, как видно из рис.5, очень широкая, явно больше стохастической области. При увеличении N характер заполнения не меняется.

Исследование переходной зоны уже частично проводилось /5,6/ поэтому мы не ставили своей целью её детальное изучение. Однако, исследуя функцию распределения, мы натолкнулись на редкий случай ($v_s \approx 1.536$, $\Psi_s \approx 0.131$), когда частица большую часть времени находилась в переходной области. Так, в течение первых $N=7 \cdot 10^5$ соударений скорость частицы достигала $v \approx 100$ и за последующие

$N = 10^6$ соударений находилась в области $100 < v < 250$. Чтобы посмотреть как изменится поведение частицы при небольшом возмущении, были сделаны добавки к скорости на $N_1 = 7 \cdot 10^3$ шаге и на $N_2 = 2 \cdot 10^4$ шаге. Оказалось, что характер движения очень чувствителен к величине возмущения. Так, при увеличении скорости на $\Delta v_1 \approx 3 \cdot 10^{-10}$ частица быстро вернулась в стохастическую область и в течение 10^5 соударений находилась в ней. Совсем иным было поведение частицы при увеличении скорости на $\Delta v_2 \approx 5,3 \cdot 10^{-3}$, после чего частица начала "застревать" в узком интервале скоростей $99 \leq v \leq 105$. На рис.6 приведена гистограмма области $97,4 \leq v \leq 100$ (в координатах $[\exp(v^2), \Psi]$) в момент "застревания" частицы. Видно, что в центре располагается большой остров устойчивого движения и частица может двигаться только вдоль узких слоев по краям острова, который перекрывает почти все фазы. Следующий большой остров располагается при $v \approx 104$. Между этими островами находится область чрезвычайно тонкой структуры, ширина которой в узких местах может достигать очень малых размеров. Численное исследование показало, что заполнение области, показанной на рис.6, происходит при многократном попадании частицы в этот интервал. Частица много раз покидает этот участок и снова в него возвращается, надолго в нем застревая. Тем не менее, можно ожидать, что при дальнейшем увеличении числа соударений частица большую часть времени будет проводить в области с $v < v_s$.

Все сказанное дает наглядное представление о сложности поведения частицы в переходной зоне.

В заключение пользуемся случаем выразить искреннюю благодарность Б.В.Чирикову за многочисленные полезные дискуссии и критические замечания.

Л и т е р а т у р а

1. E. Fermi, Phys. Rev. 75, 1169 (1949).
2. S. Ulam, Proc. 4th Berkeley Symp. on Math. Stat. and Prob., Berkeley and Los Angeles Univ. Calif. Press, 1961, vol 3 (перевод - Математика), 7 : 5, 137 (1963). p.315
3. J. M. Hammersley, Proc. 4th Berkeley Symp. on Math. Stat. and Prob., Berkeley and Los Angeles, Univ. Calif. Press, 1961, v. 3, p.79
4. Г.М.Заславский, Б.В.Чириков, ДАН, 159, 306 (1964).
5. M. A. Liberman, A. J. Lichtenberg, Elec. Res. Lab. Univ. of Calif. Berkeley Tech. Memo. ERU. M298 (1971)
6. A. Brahe, Astron. and Astrophys. 12, 98 (1971)
7. Б.В.Чириков. Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности. Диссертация, 1969, ИЯФ СО АН СССР.
8. Г.М.Заславский, Б.В.Чириков. УФН 105, 4 (1971).
9. Ф.М.Израйлев, Б.В.Чириков. Стохастичность простейшей динамической модели с разделенным фазовым пространством, препринт ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1968.
10. Г.В.Гадяк, Ф.М.Израйлев. Переходная область нелинейного резонанса, препринт № 79-70, ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1970.

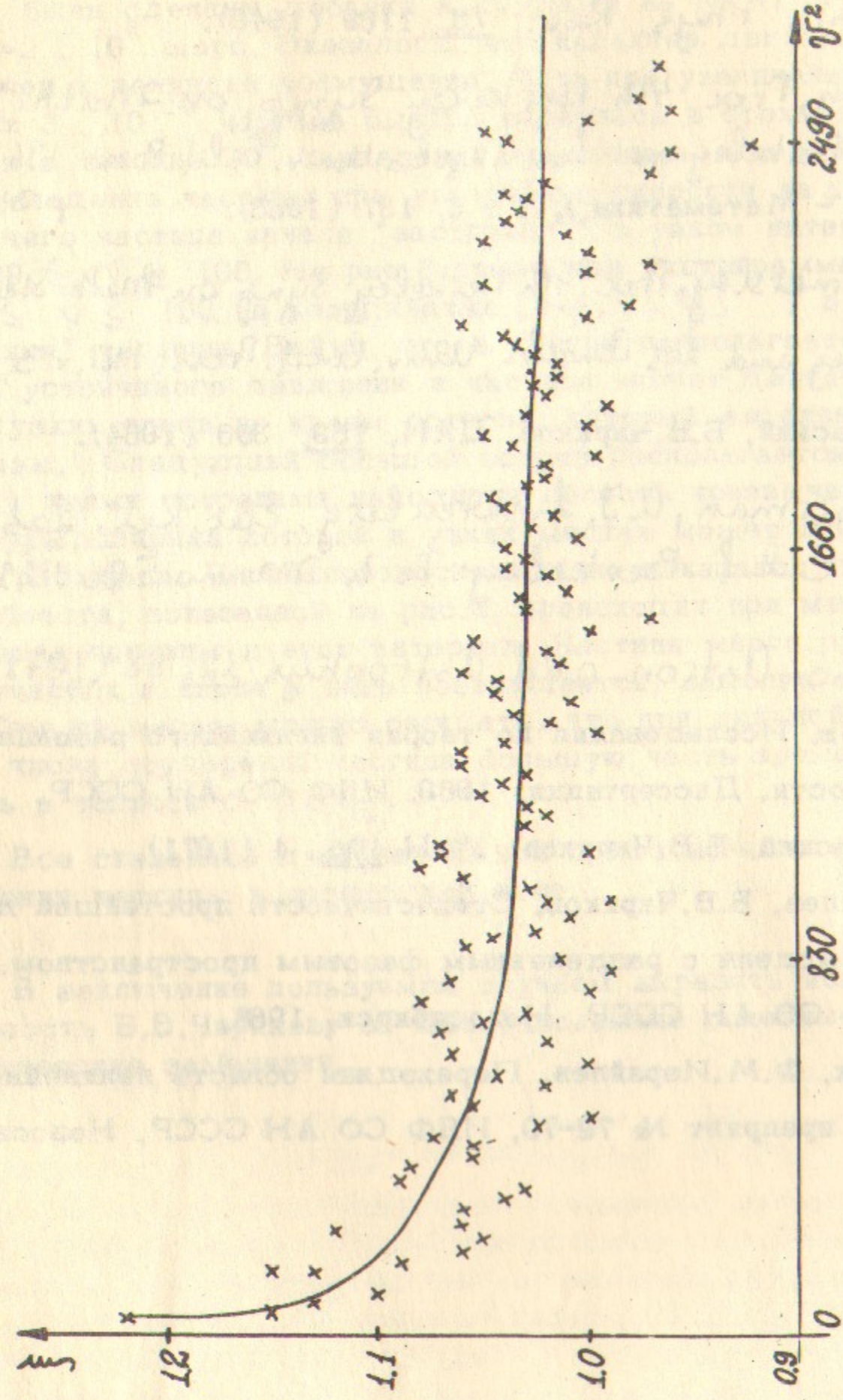


Рис.1. Корреляции $\zeta(v^2)$ для фаз : движущейся стенки
 $N \approx 4, \ell = 10^4, N = 10^5$.

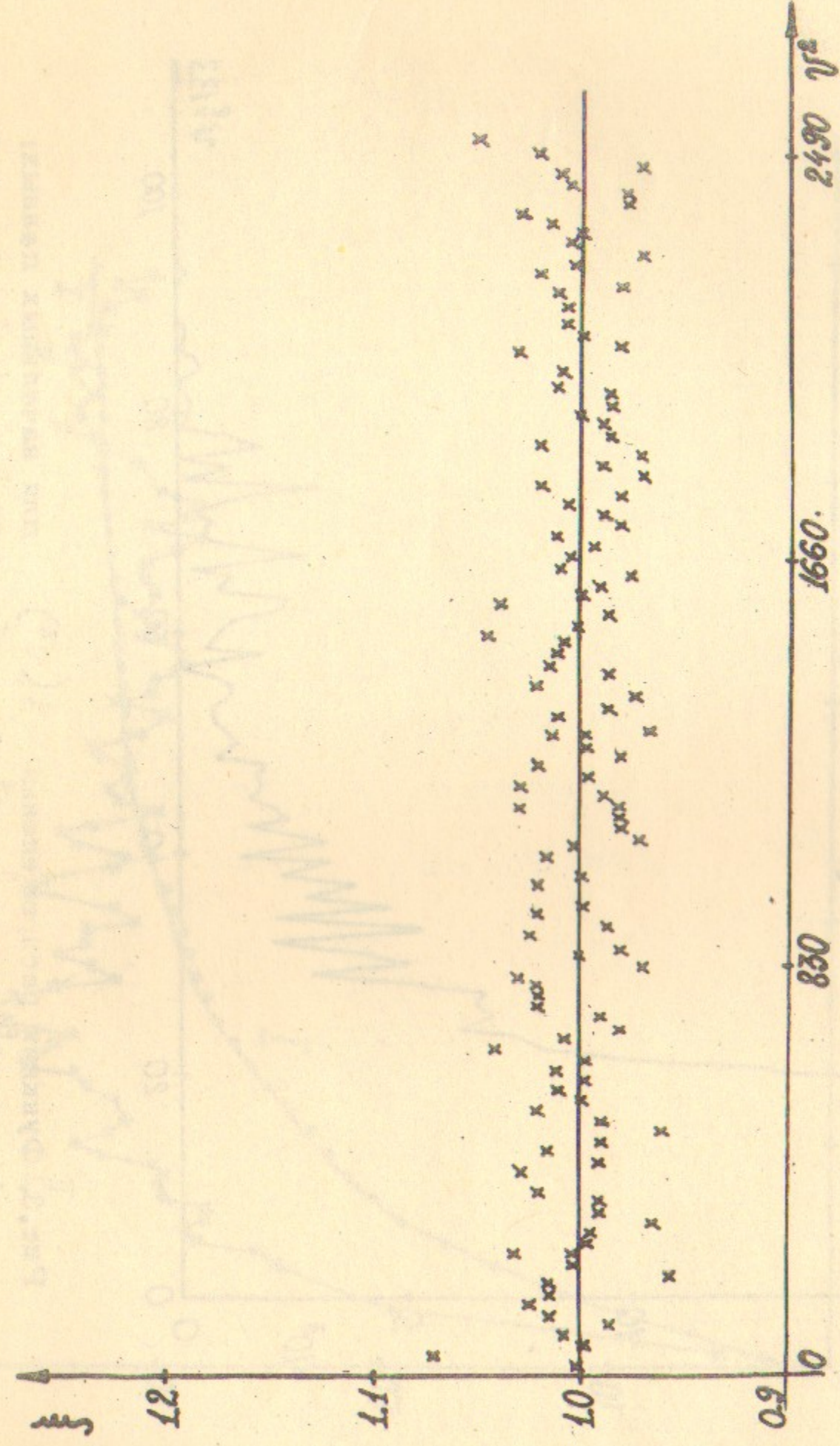


Рис.2. Зависимость $\zeta(v^2)$ для фаз Ψ^1 неподвижной стенки;
 начальные данные - те же, что и для рис. 2.

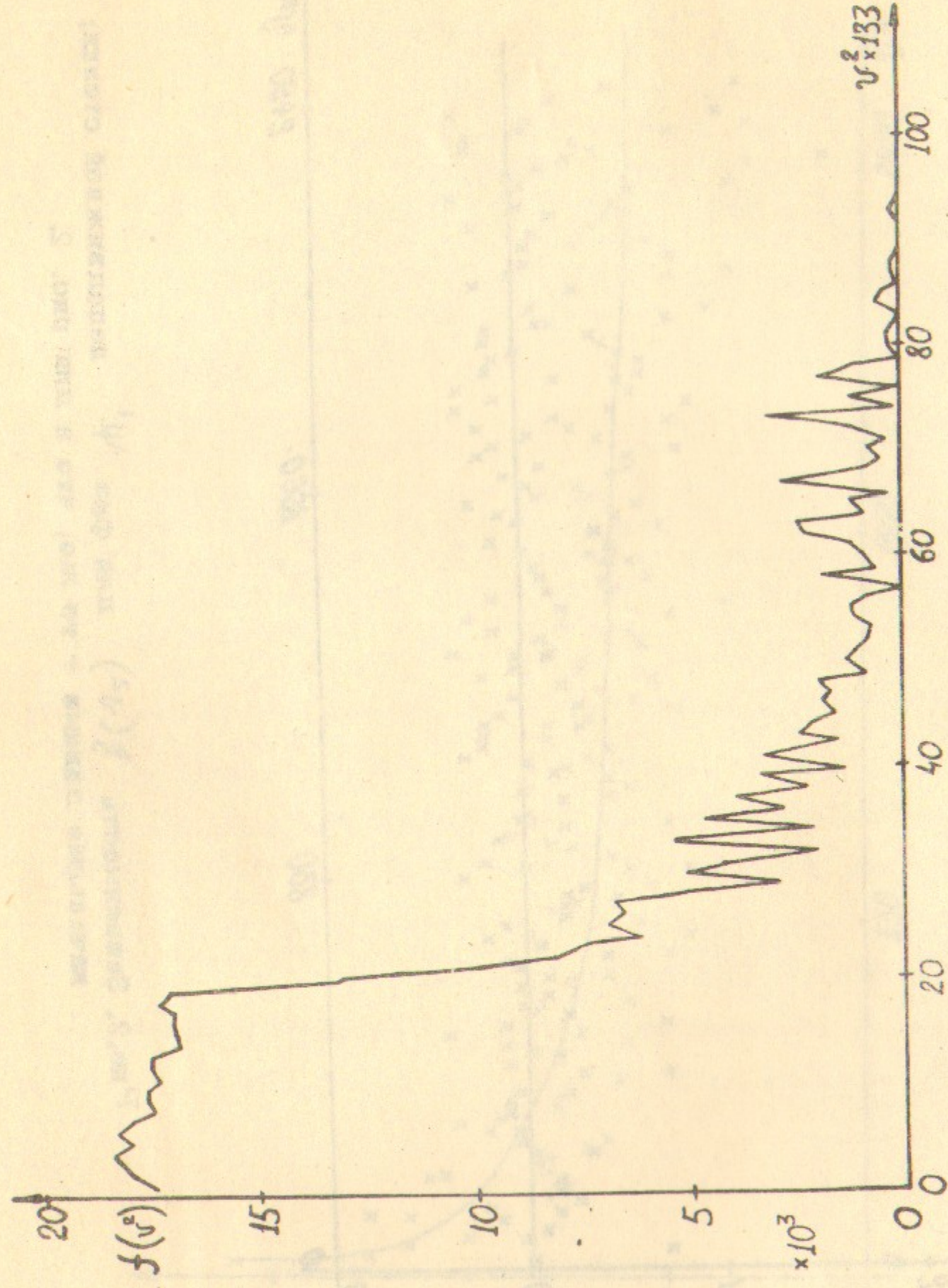


Рис.3. Функция распределения $f(v^2)$ для начальных данных:
 $N = 2 \cdot 10^6$, $V \approx 4$, $\xi = 10^4$, $\alpha = 1$, $\bar{v}_0 \approx 1.53$. Общий вид фазовой
 плоскости представлен на рис.5.

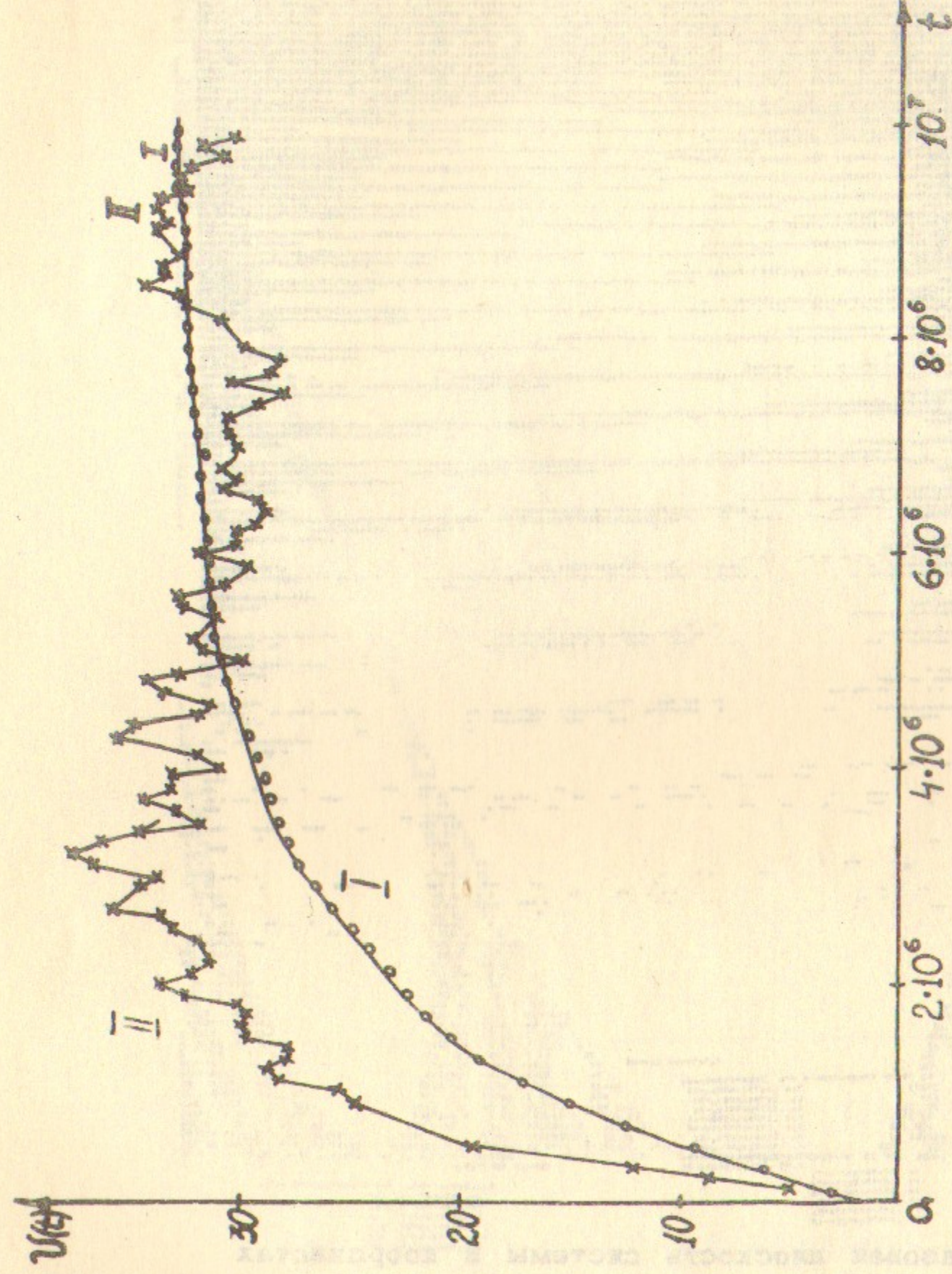


Рис.4. Зависимость средней скорости частицы от времени.
 I - средняя временная скорость, II - средняя фазовая
 скорость. Начальные данные: $V \approx 4$, $\xi = 10^4$, $\Delta t = 10^5$, $T = 10^7$.
 $m = 100$.

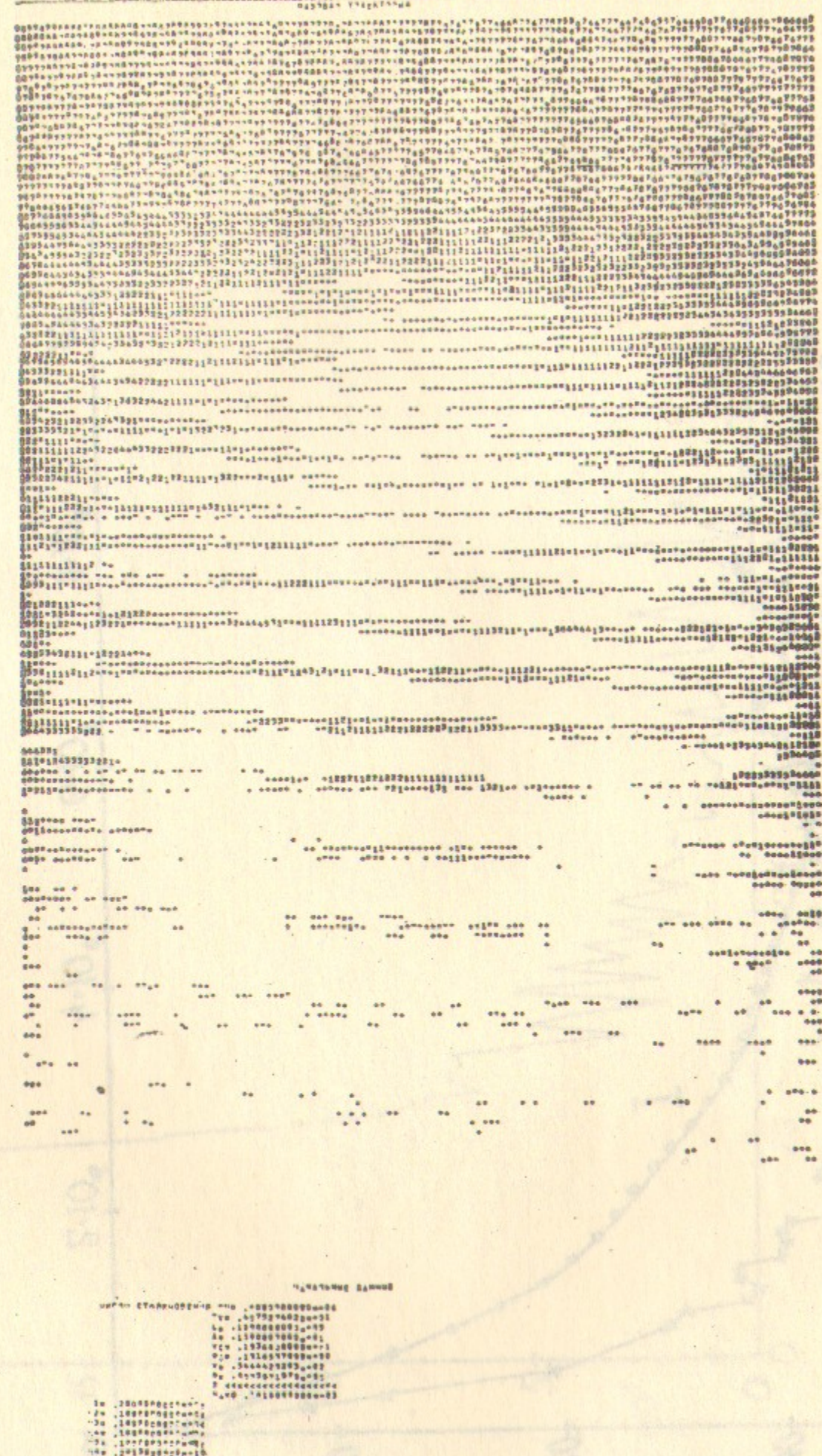


Рис.5. Фазовая плоскость системы в координатах (ψ, ψ^2) , $N=2 \cdot 10^6$, $\nu \approx 4$, $\ell = 10^4$, $\alpha = 1$, $\nu_0 \approx 1.53$.

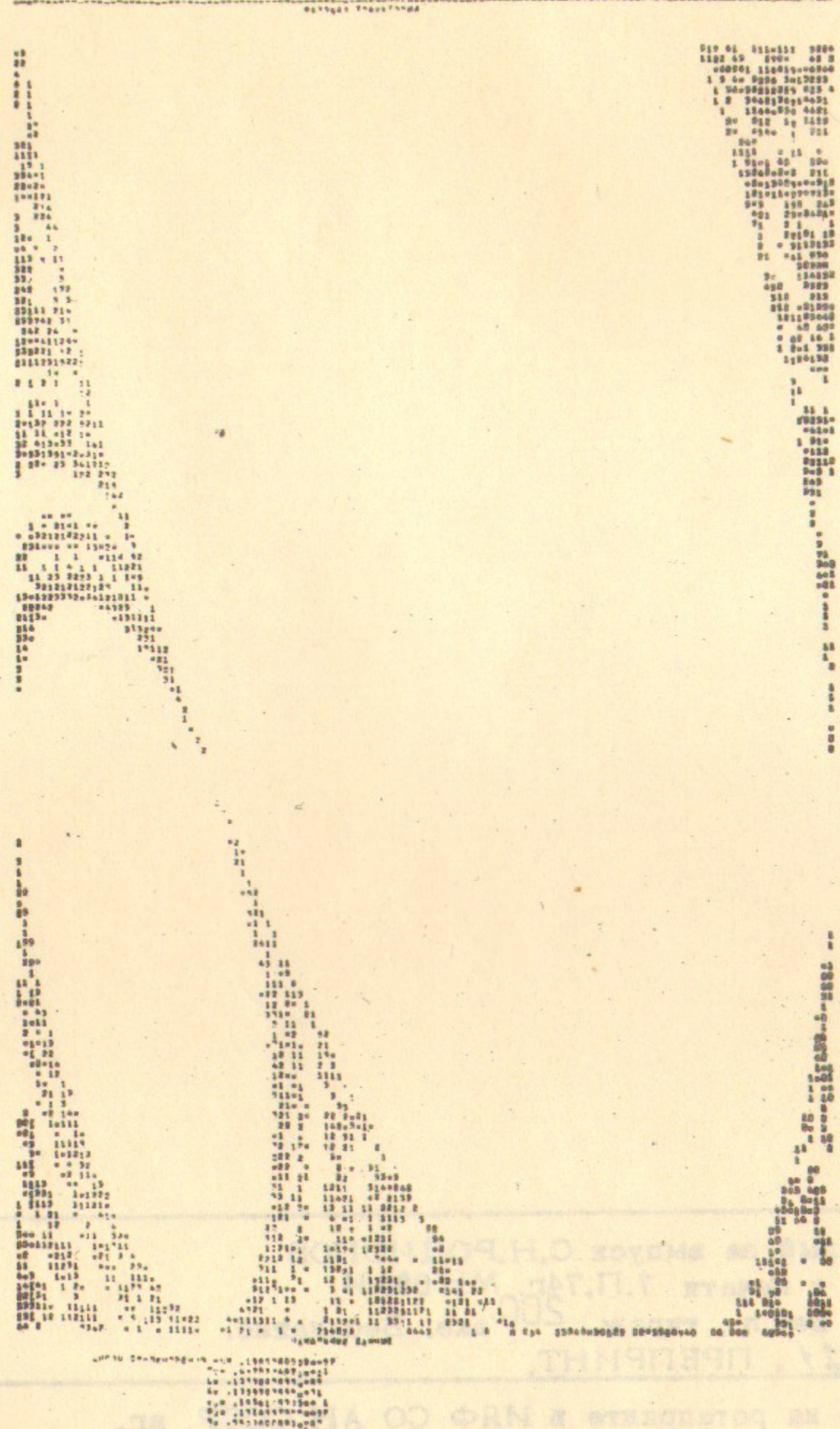


Рис.6. Участок фазовой плоскости системы для $87.4 \leq \nu \leq 100$ в координатах $[\exp(\psi^2), \psi]$, $N=10^6$, $\nu \approx 4$, $\ell = 10^4$, $\alpha = 1$, $\nu_0 \approx 1.53$.

Ответственный за выпуск С.Н.РОДИОНОВ
Подписано к печати 7.П.74г. МН 08064
Усл. 1,3 печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно.
Заказ № 121, ПРЕПРИНТ.

Отпечатано на ротаприфте в ИЯФ СО АН СССР, вг.