

Б.18

ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

18

ПРЕПРИНТ ИЯФ 74 - 46

В.Н.Байер, Э.А.Кураев, В.С.Фадин

ВОЗМОЖНОСТЬ ИЗУЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ  
СВЕТА НА СВЕТЕ НА ВСТРЕЧНЫХ  
 $e^+e^-$  ПУЧКАХ

Новосибирск

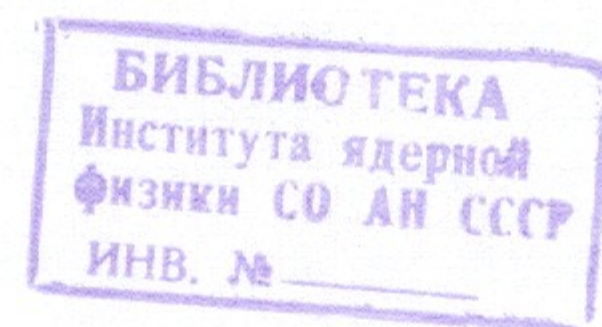
1974

ВОЗМОЖНОСТЬ ИЗУЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ СВЕТА НА СВЕТЕ  
НА ВСТРЕЧНЫХ  $e^+e^-$  ПУЧКАХ

В.Н.Байер, Э.А.Кураев, В.С.Фадин

А Н Н О Т А Ц И Я

Показана возможность экспериментального изучения процесса рассеяния света на свете в опытах на встречных  $e^+e^-$  пучках в постановке эксперимента, когда регистрируются фотоны с энергией  $\geq m$ , вылетающие под большим углом к линии соударения начальных частиц. Получены оценки для основных фоновых процессов: двойного тормозного излучения на большие углы и излучения двух фотонов при электророждении  $e^+e^-$  пары.



The possibility of investigation of  
photon-photon scattering at colliding  $e^- - e^+$  beams

V.N.Baier, V.S.Fadin, E.A.Kuraev

A b s t r a c t

Experimental investigation of photon-photon scattering process at colliding  $e^- - e^+$  beams has been proposed (Fig.1). In this experiment the photons with energy  $\omega \gg m$  produced at large angle with respect to the collision line of initial particles should be detected. The cross-section of this process has been found ( Eqs.(2.6),(2.7),(2.3) and (2.9) for  $k_i \gg m$  ), it's estimation (2.13) shows, that  $\sigma_{\text{large angle}} \approx 3 \cdot 10^{-33} \text{ cm}^2$  at  $\epsilon = 3 \text{ Gev}$ ,  $k_{i \text{ min}} \sim m$ . The cross-section of the main background processes have been estimated. This processes are double bremsstrahlung ( $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ 2\gamma$ ) and radiation of two photons at electroproduction of the  $e^- e^+$  pair ( $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+ e^- e^+ 2\gamma$ ). It is shown, that does exist kinematic region where the cross-section of the proposed process exceeds the cross-sections of the background processes.

I. В в е д е н и е

В последние годы значительно возрос интерес к нелинейным эффектам квантовой электродинамики, обусловленным явлением рассеяния света на свете. С одной стороны, это явление оказалось весьма существенным в теоретической картине, поскольку оно играет определяющую роль в высокоэнергетических асимптотиках сечений взаимодействия /1/, дает существенный вклад в  $(g-2)$  - фактор электрона в  $\alpha^3$  -порядке /2/ и т.д. С другой стороны, совершенствование экспериментальной техники позволяет ставить соответствующие опыты. В частности, совсем недавно было проведено тщательное изучение дельбрюкковского рассеяния (отклонения фотона в кулоновском поле), позволившее впервые провести количественное сравнение теории и эксперимента /3/. Однако при этом использовались ядра с большим зарядом  $Z$ , так что вклад в наблюдаемое сечение дает сумма диаграмм с разным числом взаимодействий с кулоновским полем, что затрудняет явное выделение амплитуды рассеяния света на свете. Другой нелинейный эффект - расщепление фотона в кулоновском поле ядра - экспериментально достоверно не наблюдался, хотя такие опыты явно находятся в пределах современных возможностей /4/. Что же касается непосредственного наблюдения рассеяния света на свете, то следует иметь в виду, что сечение этого процесса велико при энергии фотона (в  $U_C$  -системе)  $\omega \approx m$ , тогда  $\sigma_{\gamma\gamma} \approx 1,2 \alpha^2 Z^2 / \pi \approx 1,6 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$ , однако в области малых частот ( $\omega \ll m$ ), где можно было бы использовать лазерную технику, сечение  $\sigma_{\gamma\gamma} \approx 0,1 \alpha^2 Z^2 (\omega/m)^6 / \pi$ , т.е. составляет, например,

$\sigma_{\gamma\gamma} \sim 10^{-65} \text{ см}^2$  при энергии фотонов  $\omega \sim 1 \text{ эв}$ ; измерение таких сечений лежит далеко за пределами возможностей эксперимента. В области  $\omega \gg m$  сечение также убывает:

$\sigma_{\gamma\gamma} \approx 15 \alpha^2 Z^2 (m/\omega)^2 / \pi$ . Поэтому для экспериментального изучения рассеяния фотона необходимо иметь плотные пучки фотонов с энергией  $\omega \sim m$ , что представляет задачу чрезвычайной сложности.

В данной работе мы хотим обратить внимание на возможность изучения рассеяния фотона на фотоне в опытах на встречных пучках (рис. I), когда конечные фотоны с энергией  $\omega_{3,4} \gg m$  вылетают под большим углом к линии соударения начальных частиц. Ниже будет показано, что сечение этого процесса достаточно велико, чтобы быть измеренным на современных установках, а сам процесс вполне надежно выделяется над уровнем фона. В разделе II найдено сечение процесса, дифференциальное по углам вылета фотонов. В разделе III рассмотрено двойное тормозное излучение ( $e^+e^- \rightarrow e^+e^- 2\gamma$ ) на большие углы, а также проведен анализ фонового процесса излучения двух фотонов при электророждении пары ( $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^- 2\gamma$ ).

II. Образование двух фотонов через механизм рассеяния света на свете

Общее выражение для сечения двухфотонного образования частиц при электрон-позитронном соударении (т.е. для диаграмм типа рис. I) в области квазиреальных фотонов, в которой

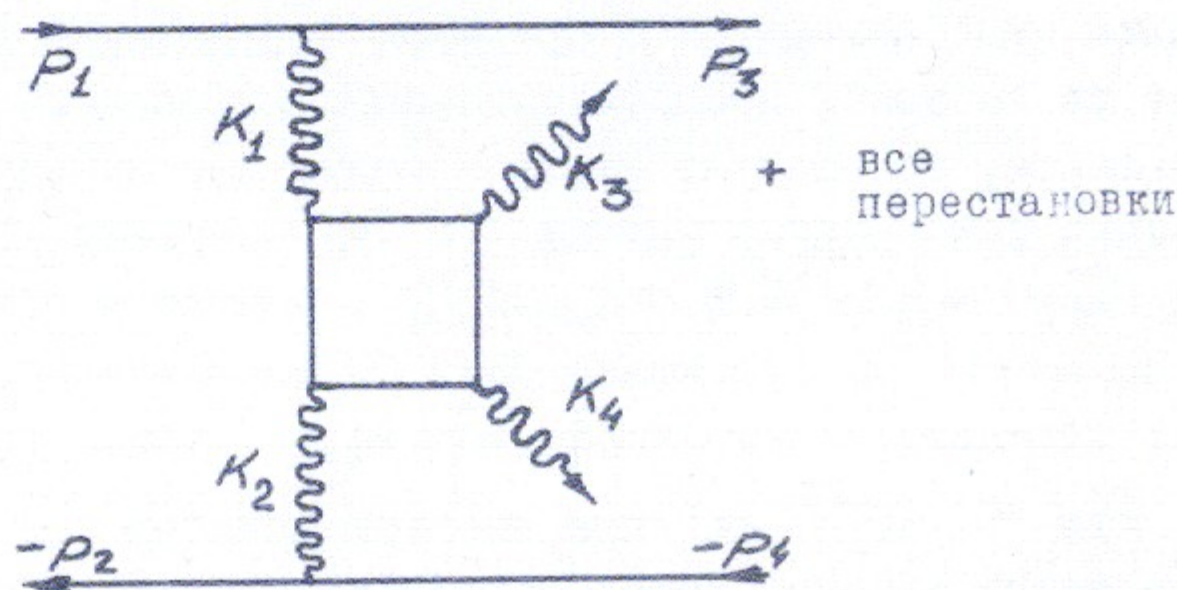


Рис. I.

$\vec{\Delta}_\perp^2 \ll \vec{k}_{3,4}^2$  ( $\vec{\Delta}_\perp = (\vec{k}_3 + \vec{k}_4)_\perp$ ,  $\vec{\Delta}_\perp \vec{p}_i = 0$ ), было получено в работе двух из авторов (/5/, формула (I7)). Это сечение выражается через 5 комбинаций амплитуд фотопроецесса  $k_1 + k_2 \rightarrow$  "конечные частицы" (в нашем случае, амплитуд рассеяния фотона на фотоне на массовой оболочке  $k_1^2 = k_2^2 = 0$ ). Однако для того, чтобы определить все эти комбинации необходима высокая

точность измерения углов вылета и энергий конечных фотонов, с тем, чтобы выделить события с данным  $\vec{\Delta}_\perp$ . Если же на опыте углы или энергии определяются с невысокой точностью, то происходит эффективное усреднение по вектору  $\vec{\Delta}_\perp$ , после чего остается только две комбинации амплитуд фотопроецесса. Первая из них пропорциональна сечению рассеяния фотона на фотоне, а коэффициент при второй комбинации существует только в узкой области  $\vec{\Delta}_\perp^2 \lesssim m^2 \omega_{1,2}^2 / \varepsilon^2$ , вклад которой не содержит больших логарифмов (эта область не представляет также интереса для предлагаемого эксперимента). По этой причине мы сохраним в сечении только первую комбинацию, тогда сечение исследуемого процесса (рис. I) в  $u_y$ -системе начальных частиц имеет вид:

$$d\sigma_{e^+e^- \gamma\gamma} = \frac{\alpha^6}{4\pi^3 \omega_1^2 \omega_2^2} F(\vec{\Delta}_\perp^2) \cdot 2 \overline{|M|^2} \frac{d^3k_3}{\pi \omega_3} \frac{d^3k_4}{\pi \omega_4}, \quad (2.1)$$

где  $\omega_i = k_i^0$  - энергии фотонов,  $\Sigma(m)$  - энергия (масса) начальной частицы,

$$F(\vec{\Delta}_\perp^2) = \left[ \vec{\Delta}_\perp^2 + m^2 (\omega_1^2 + \omega_2^2) / \varepsilon^2 \right]^{-1} \ln \left( \frac{\vec{\Delta}_\perp^2 + \frac{m^2}{\varepsilon^2} (\omega_1^2 + \omega_2^2)}{\frac{m^2}{\varepsilon^2} \omega_1 \omega_2} \right), \quad (2.2)$$

$\overline{|M|^2}$  - квадрат матричного элемента рассеяния фотона на фотоне, усредненный по поляризациям начальных фотонов и просуммированный по поляризациям конечных фотонов. Наиболее компактно процесс рассеяния света на свете представляется в терминах спиральных амплитуд /6/. Тогда

$$\overline{|M|^2} = \frac{1}{2} \left[ |M_{++++}|^2 + |M_{+--+}|^2 + |M_{-+-+}|^2 + |M_{-+--}|^2 + 4|M_{+++-}|^2 \right] \quad (2.3)$$

Явный вид спиральных амплитуд приведен в Приложении. Они зависят от инвариантных переменных

$$z = \frac{1}{2} k_3 k_4, \quad \beta = -\frac{1}{2} k_1 k_3, \quad t = -\frac{1}{2} k_1 k_4, \quad (z + \beta + t = 0). \quad (2.4)$$

Изучаемый процесс (рис. I) должен быть отделен от процесса двойного тормозного излучения ( $e^+e^- \rightarrow e^+e^- 2\gamma$ ), имеющего те же конечные состояния, но с другим механизмом образования фотонов, причем его сечение  $\sigma_{e^+e^- 2\gamma} \sim \alpha^4$ , т.е. полное сечение двойного тормозного излучения в  $(1/\alpha)^2$  раз превышает

полное сечение изучаемого процесса. Тем не менее можно создать условия, в которых процесс рассеяния фотона на фотоне доминирует. Дело в том, что сечение двойного тормозного излучения на большие углы  $\theta$  вылета фотонов имеет вид  $\sigma_{e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma} \sim \alpha^4 / (\varepsilon^2 \theta^2)$  /7/ (этот процесс проанализирован ниже), тогда как сечение изучаемого процесса (2.1) при больших углах вылета фотонов  $\sigma_{e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma} \sim \alpha^6 / k_{3,4}^2$ , т.е. в области больших углов  $\theta \sim 1$  и относительно малых частот  $\omega_{3,4}$  конечных фотонов, таких что  $1/\varepsilon^2 < \alpha^2/\omega_{3,4}^2$ , сечение образования двух фотонов по механизму рассеяния света на свете превышает сечение двойного тормозного излучения. Именно эту область мы будем рассматривать в дальнейшем.

В сечение исследуемого процесса (2.1) основной (дважды логарифмический) вклад дает область малых значений  $\Delta_{\perp}^2$ , в которой зависимостью от  $\Delta_{\perp}^2$  во всех членах, кроме выделенного быстроменяющегося множителя  $F(\Delta_{\perp}^2)$ , можно пренебречь. Тогда кинематические соотношения будут как при лобовом соударении фотонов с импульсами  $k_1$  и  $k_2$ :

$$z = \omega_1 \omega_2, \quad \beta = -\frac{\omega_1 \omega_3}{2} (1 - \cos \theta_3), \quad t = -\frac{\omega_1 \omega_4}{2} (1 - \cos \theta_4),$$

$$\vec{k}_{3\perp} = -\vec{k}_{4\perp} = \vec{k}_{\perp}, \quad |\vec{k}_{\perp}| = \omega_3 \sin \theta_3 = \omega_4 \sin \theta_4, \quad (2.5)$$

$$\omega_1 = \frac{|\vec{k}_{\perp}| \sin(\frac{\theta_3 + \theta_4}{2})}{\sin \frac{\theta_3}{2} \sin \frac{\theta_4}{2}}, \quad \omega_2 = \frac{|\vec{k}_{\perp}| \sin(\frac{\theta_3 + \theta_4}{2})}{\cos \frac{\theta_3}{2} \cos \frac{\theta_4}{2}},$$

где  $\theta_{3,4}$  - углы между векторами  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_{3,4}$  соответственно.

Интегрирование сечения (2.1) сводится к интегрированию указанного быстроменяющегося множителя  $F(\Delta_{\perp}^2)$  (в качестве переменной удобно выбрать  $|\vec{k}_{4\perp}| / |\vec{k}_{3\perp}|$ ). В итоге получаем:

$$d\sigma_{e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{\alpha^6}{4\pi^4} 2|\overline{M}|^2 \frac{L_{\varphi}}{[\varphi^2 + \frac{m^2}{\varepsilon^2} d^2]^{\frac{1}{2}}} \frac{d\vec{k}_{\perp}^2}{2k_{\perp}^4} \frac{d\Omega_3 d\Omega_4}{(\sin(\frac{\theta_3 + \theta_4}{2}))^4} \quad (2.6)$$

где

$$L_{\varphi} = \ln \left( \frac{\varepsilon^2 \sin \theta_3 \sin \theta_4 [\varphi^2 + \frac{m^2}{\varepsilon^2} d^2]}{m^2 (\sin(\frac{\theta_3 + \theta_4}{2}))^2} \right), \quad d^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{k_{\perp}^2} \quad (2.7)$$

$\varphi = \pi - |\varphi_3 - \varphi_4|$  ( $\varphi_{3,4}$  - азимутальные углы  $\vec{k}_{3,4}$  в системе, где ось  $z$  направлена по  $\vec{k}_1$ ) - угол неколлинеарности между плоскостями вылета конечных фотонов. Видно, что сечение (2.6) имеет характерный логарифмический пик /8/ в области малых  $\varphi$ , который удобно использовать для экспериментального выделения процесса, как это уже имело место при наблюдении электророждения  $e^+e^-$  - пары ( $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ ) /9/.

Проведем обсуждение (2.6). В области  $|\vec{k}_{\perp}| \ll m$  сечение мало, поскольку (как уже отмечалось) квадрат матричного элемента содержит фактор  $(k_{\perp}/m)^6$ . Сечение максимально в области, где  $k_{\perp}^2 \sim m^2$  (в этой области максимально сечение рассеяния фотона на фотоне). Наконец, при  $k_{\perp}^2 \gg m^2$  выражение для квадрата матричного элемента  $|\overline{M}|^2$  существенно упрощается, причем спиральные амплитуды зависят от отношений (см. Приложение) типа

$$\frac{t}{z} = -\chi, \quad \frac{\beta}{z} = -(1-\chi), \quad \chi = \frac{\cos \frac{\theta_3}{2} \sin \frac{\theta_4}{2}}{\sin(\frac{\theta_3 + \theta_4}{2})} \quad (2.8)$$

содержащих только углы  $\theta_{3,4}$ . В этом случае, интегрирование по  $k_{\perp}^2$  в (2.6) выполняется элементарно. Если кроме этого провести интегрирование по азимутальным углам, то мы получим сечение в форме, удобной для проведения оценок (сечение в этой форме получается при использовании стандартного метода эквивалентных фотонов):

$$d\sigma_{e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{\alpha^4 z_0^2}{8\pi^3} \frac{m^2}{(k_{\perp})_{\min}^2} 2|\overline{M}|^2 \left( \ln \left( \frac{\varepsilon^2}{m^2} \right) \right)^2 \frac{d\cos \theta_3 d\cos \theta_4}{(\sin(\frac{\theta_3 + \theta_4}{2}))^4} \quad (2.9)$$

Видно, что с ростом  $(k_{\perp})_{\min}$  сечение убывает  $\sim (k_{\perp})_{\min}^{-2}$ .

Для сравнения с фоновыми процессами полезно иметь сечение, проинтегрированное по углам вылета одного из фотонов. Взяв с логарифмической точностью интеграл по  $\varphi$  от сечения (2.6) и переходя от переменных  $k_{\perp}$ ,  $\cos \theta_4$  к переменным  $z$ ,  $\chi$  (2.5), имеем (с учетом тождественности конечных фотонов):

$$d\sigma_{e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{\alpha^6}{2\pi^3} \frac{d\cos \theta_3}{\sin^2 \theta_3} \left( \ln \left( \frac{\varepsilon^2}{m^2} \right) \right)^2 \frac{dz}{z^2} dx |\overline{M}|^2. \quad (2.10)$$

Учитывая, что

$$\frac{\alpha^4}{2\pi^2} \int |M|^2 dx = \sigma_{\gamma\gamma}^{tot} \quad \text{и} \quad \int \frac{d^2z}{z} \sigma_{\gamma\gamma}^{tot} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-29} \text{ см}^2 \quad (2.11)$$

найдем

$$d\sigma_{e^+e^-\gamma\gamma} = \frac{\alpha^2}{2\pi^2} \left( h\left(\frac{\epsilon^2}{m^2}\right) \right)^2 \frac{d\cos\theta_3}{\sin^2\theta_3} \cdot 10^{-29} \text{ см}^2. \quad (2.12)$$

Проведем оценки полученных сечений. Если один из углов  $\theta_{3(4)} \ll 1$ , а другой  $\theta_{4(3)} \sim 1$ , то сечение процесса мало, вследствие малости фазового объема. Поэтому мы будем проводить оценки для симметричной кинематики, когда  $\theta_3 \sim \theta_4$ . В случае, когда телесный угол  $\frac{1}{2} \int \frac{d\cos\theta_3 d\cos\theta_4}{[\sin(\theta_3+\theta_4)/2]^2} \sim 1$ , сечение (2.6) можно приближенно представить в форме

$$\sigma \sim 8 \cdot 10^{-36} \text{ см}^2 \cdot h\left(\frac{\epsilon^2}{m^2}\right) h\left(\frac{k_{\perp \min}}{m}\right), \quad (2.13)$$

где  $h(0,5) = 5$ ,  $h(1) = 5$ ,  $h(1,5) = 3$ ,  $h(2) = 2$ ,  
 $h(3) = 1$ ,  $h(4) = 0,7$ ,  $h(5) = 0,5$ ,

причем, начиная с  $k_{\perp} \geq 3m$ , можно пользоваться формулой (2.9), т.е.  $h(x) \approx 12/x^2$ . Основной вклад в сечение, как уже отмечалось, дает область  $k_{\perp} \approx m$ , поэтому экспериментальное изучение процесса рационально проводить при  $k_{\perp \min} \approx m$ , тогда для энергии  $\epsilon = 3$  Гэв сечение <sup>x)</sup> (2.13)  $\sigma = 3 \cdot 10^{-33} \text{ см}^2$ .

Такое сечение вполне измеримо на современных установках со встречными пучками, имеющими светимость  $L \sim 10^{29} + 10^{31} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1}$ . В области  $(k_{\perp})_{\min} \sim m$  вклад в сечение рассеяния света на свете дает только электронная петля, вклады мюонной петли и адронных петель в этой области пренебрежимо малы.

x) Заметим, что полное сечение процесса при этой энергии

$\sigma_{e^+e^-\gamma\gamma}^{tot} \sim 3 \cdot 10^{-32} \text{ см}^2$ , сечение процесса с вылетом фотонов на большой угол приблизительно в  $h\left(\frac{\epsilon^2}{m^2}\right)$  раз меньше полного.

### III. Фоновые процессы

Изучаемый процесс должен быть отделен от фоновых процессов, под которыми мы понимаем физические процессы, приводящие к излучению двух фотонов на большой угол при столкновении электрона и позитрона.

I. Рассмотрим свойства процесса двойного тормозного излучения, который приводит к тем же конечным состояниям, что и исследуемый процесс. Поскольку нас интересуют события с мягкими фотонами  $\omega_{3,4} \ll \epsilon$ , можно воспользоваться приближением классических токов /7/. В этом приближении главный (логарифмический) вклад в сечение излучения двух фотонов на большой угол, проинтегрированное по конечным состояниям заряженных частиц, имеет вид

$$d\sigma_{e^+e^-\gamma\gamma} = \frac{\alpha^4}{8\pi\epsilon^2} \frac{d\omega_3 d\omega_4}{\omega_3 \omega_4} \frac{d\Omega_4 d\Omega_3}{(2\pi)^2} \left[ \frac{h_1(1+\gamma^2(1-\cos\theta_{34}))}{1-\cos\theta_{34}} + \frac{h_2(1+\gamma^2(1+\cos\theta_{34}))}{1+\cos\theta_{34}} \right] \times$$

$$\times \left\{ \frac{(3+\cos^2\theta_3)^2}{\sin^2\theta_4} \left[ \frac{2(1-\cos\theta_3) - (\cos\theta_4 - \cos\theta_{34})^2}{(1-\cos\theta_3)^2} + \frac{2(1+\cos\theta_3) - (\cos\theta_4 + \cos\theta_{34})^2}{(1+\cos\theta_{34})^2} \right] + \right.$$

$$\left. + \text{члены, получающиеся заменой } (3 \leftrightarrow 4) \right\}, \quad (3.1)$$

где  $\gamma = \epsilon/m$ ,  $\theta_{3(4)}$  - углы между импульсами излученных фотонов  $\vec{k}_{3(4)}$  и импульсом начального электрона  $\vec{p}_1$ ,  $\theta_{34}$  - угол между векторами  $\vec{k}_3$  и  $\vec{k}_4$ . Логарифмические вклады в (3.1) дают области, в которых мал угол между импульсами фотона и заряженной частицы. Сечение (3.1) неприменимо, когда  $1 \pm \cos\theta_{34} \lesssim 1/\gamma$ , однако эти области дают малый вклад в интегральное по углам сечение вследствие малости фазового объема.

Приступим к обсуждению сечения (3.1). Если область углов излучения фотонов включает в себя случай коллинеарных импульсов, интегральное по углам вылета фотона сечение (3.1) содержит квадрат логарифма энергии. Заметим, что в этом случае импульсы всех конечных частиц лежат вблизи одной прямой. Поскольку область коллинеарности импульсов фотонов  $\vec{k}_3, \vec{k}_4$  не выделена

для основного процесса (рис.1), а сечение фонового процесса здесь велико, то эту область следует исключить из рассмотрения. Если импульсы фотонов не коллинеарны, то только один из фотонов может вылетать по направлению движения заряженной частицы, причем сечение процесса пропорционально логарифму энергии. Для энергии  $\epsilon = 3$  Гэв,  $\theta_{3,4} \sim 1/5$ ,  $\int \frac{dw_3}{w_3} \int \frac{dw_4}{w_4} \sim 1$  сечение

$\sigma_{e^+e^-2\gamma} \sim 10^{-34}$  см<sup>2</sup> и убывает по мере увеличения угла, т.е. сечение двойного тормозного излучения меньше сечения основного процесса (2.13) в этой области. Кроме того, в этом случае эти процессы могут быть разделены и экспериментально, поскольку при двойном тормозном излучении один из фотонов сопровождается электроном с энергией, близкой энергии начальных частиц. Из сказанного следует, что наиболее серьезный вклад в фон дает кинематическая область, когда фотоны излучаются под большим углом к направлению движения заряженных частиц. Однако вклад этой области в сечение двойного тормозного излучения в  $\ln(\epsilon/m)$  раз меньше чем (3.1), т.е. при указанных выше условиях

$\sigma_{e^+e^-2\gamma} \lesssim 10^{-35}$  см<sup>2</sup>, т.е. сечение фонового процесса составляет несколько процентов от сечения основного процесса.

В исследуемом процессе (рис.1) электрон и позитрон вылетают вперед в конус с углом  $\sim 1/8$ , тогда как в двойном тормозном излучении на большой угол распределение конечных заряженных частиц не имеет пиков в области малых углов. Поэтому, если наряду с фотонами, образованными под большим углом, регистрировать еще электрон (позитрон), вылетающие вперед в конус с углом  $\sim 1/8$  (в случае, когда электрон выбывает из пучка), то сечение двойного тормозного излучения подавляется дополнительно в  $m^2/\epsilon^2$  раз.

В силу указанного различия в угловых распределениях конечного электрона (позитрона) интерференция между исследуемым процессом (рис.1) и процессом двойного тормозного излучения оказывается малой и составляет  $\sigma_{int} \sim \alpha^5/\epsilon^2 \sim 10^{-39}$  см<sup>2</sup> при  $\epsilon = 3$  Гэв,

2. Наряду с двойным тормозным излучением существенным фоновым процессом является процесс образования двух фотонов при электророждении электрон-позитронной пары:  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^- \gamma\gamma$ .

При этом процессе рождаются другие конечные частицы: два фотона с малыми частотами ( $k_3, k_4$ ) сопровождаются электрон-позитронной парой ( $p_+, p_-$ ) с малой энергией, так что, в принципе, этот процесс может быть экспериментально отделен от основного процесса (рис.1). Тем не менее регистрация и отделение от фотонов частиц этой пары является достаточно сложной задачей. Поэтому представляется интересным оценить сечение этого процесса. Типовые диаграммы процесса приведены на рис. 2 (а, б, в), где

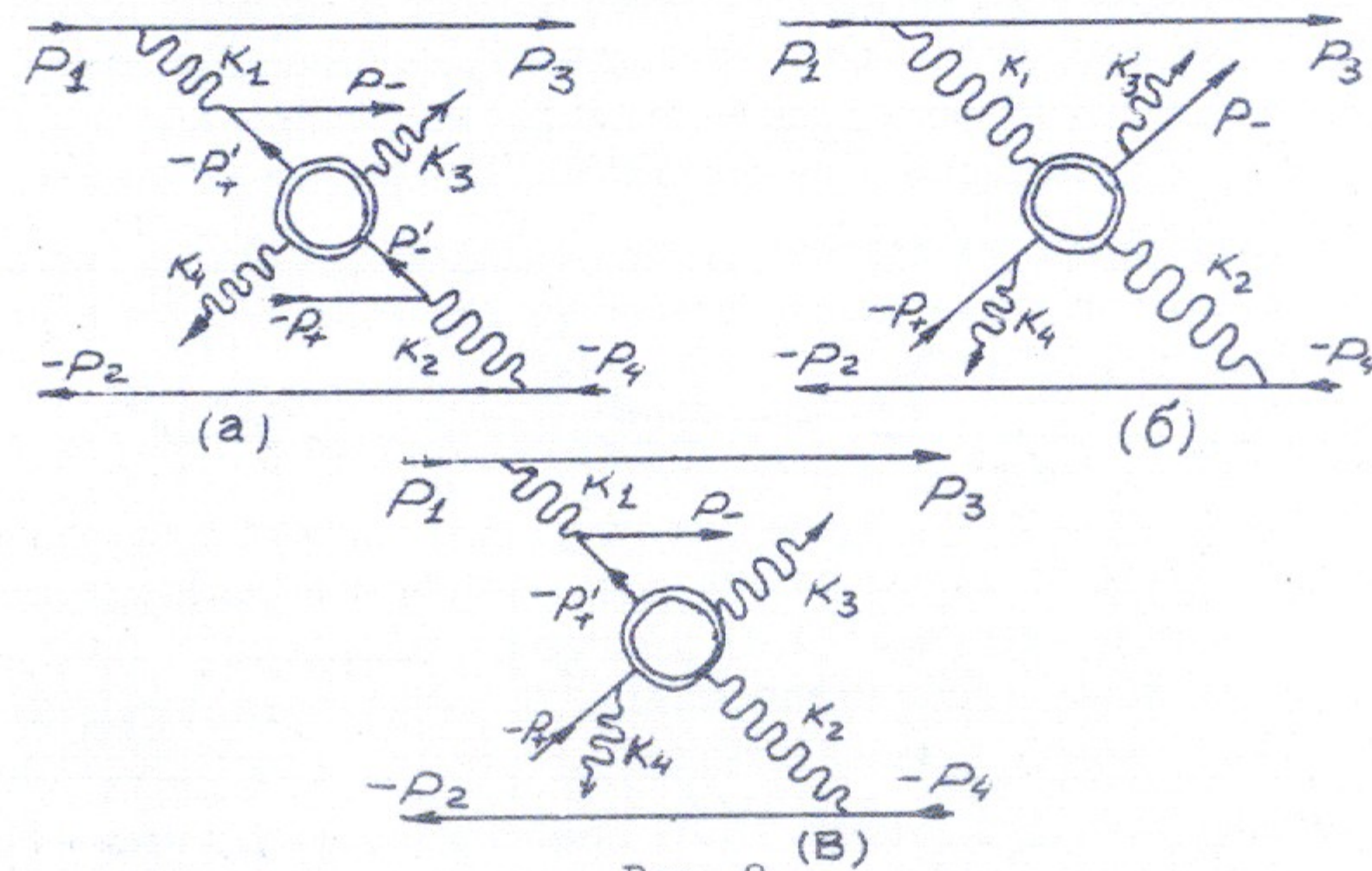


Рис. 2

блоки означают две диаграммы процессов  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  (а),  $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$  (б),  $\gamma e \rightarrow \gamma e$  (в). Этот процесс того же 6-го порядка, что и основной процесс (рис.1), и так же, как основной процесс он обусловлен механизмом двухфотонного взаимодействия, так что угловые и энергетические распределения по импульсам  $p_3, p_4$  имеют для обоих процессов одинаковый вид. Сечение процесса можно представить в такой же форме, как (2.1), воспользовавшись приближением квазиреальных фотонов /5/:

$$d\sigma_{2e^+2e^-\gamma\gamma} = \frac{\pi \alpha^2}{2k_{10}^2 k_{20}^2} F(\Delta_{\perp}^2) |\overline{T}|^2 \frac{d^3p_+ d^3p_- d^3k_3 d^3k_4}{2\epsilon_+(2\omega)^3 2\epsilon_-(2\omega)^3 2\omega_3(2\omega)^3 2\omega_4(2\omega)^3} \quad (3.2)$$

где  $|\overline{T}|^2$  - квадрат амплитуды перехода  $k_1+k_2 \rightarrow p_++p_-+k_3+k_4$

при  $k_1^2 = k_2^2 = 0$ , просуммированный по спинам и поляризациям конечных частиц и усредненный по поляризациям начальных фотонов, функция  $F(\Delta_{\perp}^2)$  дается формулой (2.2);  $\Delta_{\perp}^2 = \vec{P}_{\perp}^2 + \vec{\Delta}_{\perp}^2$ ,  $\vec{P}_{\perp} = (\vec{P}_+ + \vec{P}_-)_{\perp}$ ,  $\vec{\Delta}_{\perp} = (\vec{k}_3 + \vec{k}_4)_{\perp}$ .

Амплитуда  $T$  есть, например, амплитуда 4-х квантовой аннигиляции. Точные решения подобных задач до сих пор не проводились. Очевидно, что выражение для  $|T|^2$  чрезвычайно громоздко. Поэтому в обозримом виде задача может быть рассмотрена только в предельных случаях малых и больших частот. В области малых частот можно воспользоваться приближением классических токов /7/, а в области больших частот фотонов, вылетающих под большим углом, - приближением квазиреальных электронов /10/.

В области мягких фотонов удобно сравнивать сечения, проинтегрированные по углам вылета одного из фотонов. Сечение фонового процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^- \gamma\gamma$  имеет вид:

$$d\sigma_{2e^+2e^- \gamma\gamma}^{(soft)} = \frac{\alpha^6}{4\pi^3 m^2} \frac{dw_3}{w_3} \frac{dw_4}{w_4} \frac{d\cos\theta_3}{\sin^2\theta_3} \ln^2(\frac{\Sigma^2}{m^2}) (16 - \frac{16w}{9} + \frac{3\pi^2}{4}). \quad (3.3)$$

Это сечение справедливо в области  $w_{3,4} \ll m$ , которая не интересна с точки зрения излучения основного процесса. Можно попытаться экстраполировать (3.3) в область  $w_{3,4} \gtrsim m$ , в которой приближение классических токов, не учитывающее кинематических ограничений, дает завышенный результат. В этой области, для  $\int dw_3/w_3 \int dw_4/w_4 \sim 1$  сечение (3.3) приблизительно в 4 раза больше, чем (2.12). Однако, распределение событий, как функция  $\Delta_{\perp}^2$ , является весьма плавным, в то время как сечение основного процесса имеет резкий пик при малых  $\Delta_{\perp}^2$ . Поэтому, если отбирать события с малыми  $\Delta_{\perp}^2 \ll m^2$ , то из событий с испусканием мягких фотонов будет отбираться только  $\Delta_{\perp}^2/m^2$  часть, что и позволяет различать эти два процесса.

Рассмотрим фоновый процесс в области  $|\vec{k}_{3,4\perp}| \gg m$ . Выделены три механизма излучения фотона, приведенные на рис.2(а, б, в), для которых сечение как функция  $\Delta_{\perp}^2$  имеет пики при  $\Delta_{\perp}^2 \ll k_{3,4\perp}^2$ . Только эти механизмы обсуждаются ниже.

Если процесс идет, как изображено на рис.2(а), то родившиеся электрон ( $P_-$ ) и позитрон ( $P_+$ ) вылетают в направлении, близком к направлению движения начальных частиц, а электрон

( $P'_-$ ) и позитрон ( $P'_+$ ) аннигилируют, давая два фотона  $k_3$ ,  $k_4$ , вылетающие под большим углом. Для этого случая имеем

$$|T^{(\alpha)}|^2 = 2(4\pi\alpha)^2 \frac{[\Sigma_-^2 + (k_{10} - \Sigma_-)^2]}{k_{10}(k_{10} - \Sigma_-)(k_1 P_-)} \frac{[\Sigma_+^2 + (k_{20} - \Sigma_+)^2]}{k_{20}(k_{20} - \Sigma_+)(k_2 P_+)} \cdot 8(4\pi\alpha)^2 \cdot 2R^{(\alpha)}, \quad (3.4)$$

где  $\Sigma_{\mp}$  - энергия электрона (позитрона),

$$2R^{(\alpha)} = \frac{k_3(k_1 - P_-)}{k_3(k_2 - P_+)} + \frac{k_3(k_2 - P_+)}{k_3(k_1 - P_-)}. \quad (3.5)$$

В формулах (3.2), (3.4), (3.5) следует положить, что электрон ( $P_3$ ) и позитрон ( $P_4$ ), а также рожденные ими фотоны  $k_1, k_2$ , вылетают вперед, тогда

$$k_{3,40} = \Sigma_{\mp} + w_3 \left( \frac{1 \pm \cos\theta_3}{2} \right) + w_4 \left( \frac{1 \pm \cos\theta_4}{2} \right). \quad (3.6)$$

В этом случае имеем

$$R^{(\alpha)} = 1 + \frac{2 \sin^2(\frac{\theta_3 - \theta_4}{2})}{\sin\theta_3 \sin\theta_4} \quad (3.7)$$

Проинтегрируем теперь сечение (3.2) с  $|T|^2$  даваемым формулами (3.4), (3.7) по конечным состояниям родившихся электрона и позитрона. Взяв интеграл по энергиям  $\Sigma_+, \Sigma_-$ , найдем  $\chi$ ):

$$d\sigma_{2e^+2e^- \gamma\gamma}^{(\alpha)} = \frac{\alpha^6}{\pi^3} R^{(\alpha)} \frac{\sin^2\theta_3 \sin^2\theta_4}{k_{\perp 1}^4 \sin^4(\frac{\theta_3 + \theta_4}{2})} y^{(\alpha)} \frac{d^3k_3}{2\pi w_3} \frac{d^3k_4}{2\pi w_4}, \quad (3.8)$$

где

$$y^{(\alpha)} = \frac{4}{9\pi^2} \int d\vec{P}_{\perp} d\vec{P}'_{\perp} F(\Delta_{\perp}^2) [(m^2 - \vec{P}_{\perp}^2)(m^2 - \vec{P}'_{\perp}^2)]^{-1} \quad (3.9)$$

Интеграл  $y^{(\alpha)}$  можно аппроксимировать следующей формулой:

$$y^{(\alpha)} \approx \frac{2 \ln^2(\frac{\Sigma^2}{m^2}) \ln(1 + \frac{\Delta_{\perp}^2}{2m^2})}{9\Delta_{\perp}^2} \quad (3.10)$$

из которой ясен вид распределения по  $\Delta_{\perp}^2$  в области малых  $\Delta_{\perp}^2$  для вклада диаграмм рис.2(а). С уменьшением  $\Delta_{\perp}^2$  сечение растет до  $\Delta_{\perp}^2 \sim m^2$ , а затем перестает меняться, оставаясь  $\sim 1/m^2$ . Поэтому отношение сечений (2.1) и (3.8)

\*В(3.4), (3.8) добавлен еще вклад диаграммы, где электрон ( $P_-$ ) заменен на позитрон ( $P_+$ ).



$$\frac{d\sigma_{2e+2e-\gamma\gamma}^{(\alpha)}}{d\sigma_{e+e-\gamma\gamma}} = \frac{R^{(\alpha)}}{2|M|^2} \frac{y^{(\alpha)}}{F(\Delta_{\perp}^2)} \quad (3.11)$$

порядка единицы при  $\vec{k}_{3,4\perp}^2 \gg \Delta_{\perp}^2 \gg m^2$ , а при  $\Delta_{\perp}^2 \ll m^2$  становится меньше, чем  $\Delta_{\perp}^2/m^2 \ll 1$ . Это обстоятельство обусловлено тем, что сечение основного процесса (рис.1) имеет резкий пик при  $\Delta_{\perp}^2 \ll m^2$ .

Аналогично могут быть рассмотрены механизмы, представляемые диаграммами 2(б) и 2(в). Их вклады имеют еще менее выраженный пик при  $\Delta_{\perp}^2 \ll m^2$ , где сечение  $\sim 1/m|\vec{k}_{3,4\perp}|$ . Кроме того, для этих механизмов оба фотона 2(б), или один из фотонов 2(в), сопровождаются заряженными частицами, движущимися приблизительно в том же направлении, что позволяет отделить эти механизмы экспериментально.

Наконец, приведем оценку сечения для случая, когда один из фотонов является жестким ( $|\vec{k}_{3\perp}| > m$ ), а второй мягким ( $\omega_4 \ll m$ ). Хотя для основного процесса этот случай не представляет интереса, тем не менее сечение фонового процесса может представлять определенный интерес. Воспользовавшись сечением процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^- \gamma$  /II/, имеем:

$$d\sigma = \frac{7}{3} \frac{\alpha^6}{\pi^4} \frac{h_1^2(\xi^2/m^2)}{k_{3\perp}^2} h_2^2(k_{3\perp}^2/m^2) \frac{d^3k_3}{\omega_3} \frac{d\omega_4}{\omega_4} \quad (3.12)$$

Это сечение также не имеет пика при малых  $\Delta_{\perp}^2$ .

Все проведенные оценки показывают, что сечение фонового процесса ведет себя плавно в области малых  $\Delta_{\perp}^2$ . Естественно, что это качественное утверждение сохраняется и для  $k_{3,4\perp}^2 \sim m^2$ . Тем самым сечение основного процесса (рис.1) существенно превосходит сечение фонового в области  $\Delta_{\perp}^2 \ll m^2$ , что и позволяет наблюдать рассеяние света на свете, отбирая события с малыми  $\Delta_{\perp}^2$ .

В заключение благодарим Онучина А.П. и Пахтусову Е.В. за обсуждения и помощь в работе.

## Приложение

Имеется 16 спиральных амплитуд  $M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(z, \beta, t)$  /6/, описывающих рассеяние фотона на фотоне. Между ними имеется ряд соотношений:

$$M_{++++} = M_{----}, M_{+--+} = M_{-++-}, M_{+-+-} = M_{-+-+}, M_{+---} = M_{-+++},$$

$$M_{+--+} = M_{+--+} = M_{+--+} = M_{+--+} = M_{+--+} = M_{+--+} = M_{+--+} = M_{+--+}, \quad (П.1)$$

$$M_{+--+}(z, \beta, t) = M_{++++}(t, \beta, z), M_{+-+-}(z, \beta, t) = M_{++++}(\beta, z, t), M_{+---}(z, \beta, t) = M_{++++}(z, t, \beta).$$

Поэтому из 16 амплитуд достаточно привести только 3 /6/:

$$M_{++++} = 1 + \left(2 + \frac{4\beta}{z}\right) B(\beta) + \left(2 + \frac{4t}{z}\right) B(t) + \left(\frac{2(\beta^2 + t^2)}{z^2} - \frac{2}{z}\right) (T(\beta) + T(t)) +$$

$$+ \left(-\frac{1}{\beta} + \frac{1}{2z\beta}\right) I(\beta, z) + \left(-\frac{1}{t} + \frac{1}{2zt}\right) I(t, z) + \left(-\frac{2(\beta^2 + t^2)}{z^2} + \frac{4}{z} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{zt}\right) I(\beta, t),$$

$$M_{+--+} = -1 + \left(-\frac{1}{z} - \frac{1}{\beta} - \frac{1}{t}\right) [T(z) + T(\beta) + T(t)] + \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{2z\beta}\right) I(z, \beta) + \left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{2zt}\right) I(z, t) +$$

$$+ \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{2\beta t}\right) I(\beta, t),$$

$$M_{+-+-} = -1 + \frac{1}{2z\beta} I(z, \beta) + \frac{1}{2zt} I(z, t) + \frac{1}{2\beta t} I(\beta, t),$$

где  $B(z) = \frac{1}{z} \int_0^1 dx \cdot \ell$ ,  $T(z) = \frac{1}{z} \int_0^1 dx \frac{\ell}{1-x^2}$ ,

$$F(z, \alpha) = \int_0^1 dx \frac{\ell}{\alpha^2 - x^2},$$

$$\ell = \ln [1 - 2(1-x^2) - i0], \quad (П.3)$$

$$I(z, \beta) = F(z, \alpha) + F(\beta, \alpha), \quad \alpha = \sqrt{1 + \frac{t}{z\beta}}.$$

В области, где  $z, |t|, |\beta| \gg m^2$  выражения (П.2) существенно упрощаются /4/ (ср. (2.8)):

$$M_{++++}(x) = 1 + (2x-1)L_2 + \frac{1}{2}[x^2 + (1-x)^2](L_2^2 + \pi^2),$$

$$M_{+-+-}(x) = 1 + (1 - \frac{2}{x})(L_1 - i\pi) + \frac{1}{2x^2} [1 + (1-x)^2] (L_1^2 - 2i\pi L_1) = M_{++++}(\frac{1}{x+i0})$$

$$M_{+--+}(x) = M_{+-+-}(x \rightarrow (1-x)), \quad M_{++--} = M_{+--+} = -1, \quad (\text{П.4})$$

$$L_1 = \ln \left| \frac{z}{s} \right| = \ln \frac{1}{1-x}, \quad L_2 = \ln \left| \frac{s}{t} \right| = \ln \frac{1-x}{x}.$$

### Л и т е р а т у р а

1. В.Н.Грибов, Л.Н.Липатов, Г.В.Фролов. ЯФ, 12, 994, 1970.
2. J.Aldins, S.Brodsky, A.Dufner, T.Kinoshita. Phys.Rev.D1, 2378, 1970
3. G.Jarlskog, L.Jonsson, S.Prünster et al. Preprint DESY 73/4, 1973
4. V.N.Baier, V.S.Fadin, V.M.Katkov, E.A.Kuraev. Phys.Lett. B49, 385, 1974.
5. В.Н.Байер, В.С.Фадин. ЖЭТФ, 63, 761, 1972.
6. V.Costantini, B.de Tollis, G.Pistoni. Nuovo Cimento 2A, 733, 1971
7. V.N.Baier, V.M.Galitsky. Phys.Lett. 13, 355, 1964
8. V.N.Baier, V.S.Fadin. Phys.Lett. 35B, 156, 1971
9. V.E.Balakin et al. Phys.Lett. 34B, 663, 1971
10. V.N.Baier, V.S.Fadin, V.A.Khoze. Nucl.Phys. B65, 381, 1973
11. В.С.Фадин, В.А.Хозе. Письма в ЖЭТФ, 17, 438, 1973.

---

Ответственный за выпуск С.Н.РОДИОНОВ  
 Подписано к печати 1.УП.74г.; МНО9380  
 Усл. I печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно.  
 Заказ № 46

---

Отпечатано на ротапинтере в ИЯФ СО АН СССР, тв